dr inż. Krzysztof JEMIELNIAK, dr inż. Janusz ZAWISTOWSKI
Instytut Technologii Mechanicznej
Politechnika Warszawska

TESTOWANIE ROZKŁADU TRWAŁOŚCI NARZĘDZIA NA PODSTAWIE WYNIKÓW BADAŃ PROWADZONYCH W CELU USTALENIA ZALEŻNOŚCI T = f/v,p,g.../

1. Wstęp

Okres trwałości narzędzia skrawającego jest to czas skrawania do chwili, gdy zostaje ono uznane za stępione. Wybór kryterium stępienia musi uwzględniać warunki skrawania jak specyfikę narzędzia /np. jedno czy wielostrzowe/, rodzaj obróbki /dokładna, zgrubna/ i inne. Okres trwałości jest wielkością losową co oznacza, że kolejne narzędzia pracujące w możliwie tych samych warunkach skrawania ulegają stępieniu po różnym czasie skrawania. Przedmiotem niniejszego opracowania jest określanie rozkładu okresu trwałości na podstawie wyników otrzymanych przy właściwym dla danych warunków kryterium stępienia.

Poszczególne okresy trwałości są rozproszone wokół wartości średniej $\bar{T}$, a o rozproszeniu tym decyduje głównie tzw. zmienność interprzedmiotowa czyli zmieniające się losowo własności materiału obrabianego i materiału narzędzia w poszczególnych próbach tzw. eksperymentu powtórzeniowego.

Charakterystyczną cechą okresu trwałości jako zmiennej losowej jest to, że cała populacja najczęściej nie jest dostępna do zbadania. Stąd konieczność badania statystycznego tej zmiennej na podstawie próbki losowej [1/]. Przy wnioskowaniu o całej populacji na podstawie próbki losowej konieczna jest znajomość rozkładu zmiennej losowej - w tym przypadku znajomość rozkładu okresu trwałości. Należy przez to rozumieć:

a/ znajomość postaci funkcyjnej /typu/ rozkładu,

b/ znajomość parametrów rozkładu.

W praktyce zazwyczaj parametry rozkładu nie są znane, a często nie jest znana nawet jego postać funkcyjna. Najwłaściwszym sposobem określania tej postaci jest budowa rozkładu empirycznego zaobserwowanego w eksperymen-

---

1/ Każdy zbiór ostrzy o skończonej liczności można rozważać jako próbkę losową prostą, reprezentującą zbiór o nieokreślonej /b. dużej/ liczności

cie powtórzeniowym realizowanym na odpowiednio licznej próbce losowej. Tak liczne próby powtórzeniowe są najczęściej możliwe jedynie w warunkach produkcji masowej /np. w [2] korzystano z próbek o liczności rzędu 5000/. Zwykle dysponować można jedynie wynikami prób wykonywanych przy różnych warunkach obróbki, np. w celu określenia zależności $T = f/v,p,g.../$. Okresy trwałości otrzymane w takim eksperymencie są zawarte w szerokich granicach, gdyż losowa zmienność T nałożona jest na zmienność powodowaną zmianami parametrów skrawania w poszczególnych próbach. W celu zbudowania doświadczalnego rozkładu, służącego do określania postaci funkcyjnej rozkładu T na podstawie takiego eksperymentu, należy zatem wydzielić zmienność losową T od zmienności spowodowanej zamierzoną w planie eksperymentu zmianą warunków skrawania.

2. Wydzielenie zmienności losowej z wyników prób prowadzonych przy różnych parametrach skrawania

Podwójną zmienność /losową i zdeterminowaną/ okresów trwałości otrzymanych w próbach prowadzonych przy różnych parametrach skrawania można łatwo zaobserwować analizując wyniki takich prób. W tablicy 1 zestawiono wyniki otrzymane w 75 próbach trwałości frezów specjalnych, zaczerpnięte z [1] . Plan eksperymentu obejmował 12 różnych kombinacji parametrów skrawania, przy których stosowano powtórzenia w liczbie 2 do 13. Rozpatrzmy przykładowo wyniki zawarte w 8 i 9 punkcie planu. Dla $g = 0,2$ mm, $p_z = 0,052$ mm/ząb, $v = 48$ m/min, $d = 54$ mm i $D = 150$ mm przeprowadzono 7 prób, w których uzyskano okresy trwałości zawarte w przedziale 197,7 - 224,7 min /$\bar{T}$ = 210,6 min/. Dla $g = 10,87$ mm, $p_z = 0,0475$ mm/ząb, $v = 33,2$ m/min, $d = 66$ mm i $D = 240$ mm przeprowadzono 5 prób powtórzeniowych otrzymując okresy trwałości w zakresie 842,4 - 1158,2 min /$\bar{T}$ = 1003,8 min/. Oczywistym jest, że losowa zmienność T związana jest ze zmianami okresów trwałości w przedziałach 197,7 - 223,7 i 842,4 - 1158,2 min, natomiast blisko pięciokrotna różnica wartości średnich tych okresów spowodowana jest przez zastosowanie różnych warunków obróbki. Nie można zatem budować rozkładu empirycznego bezpośrednio na podstawie okresów trwałości podanych w tablicy 1 /jak to zrobiono w [1] /, gdyż zależą głównie od zrealizowanego planu eksperymentu, nie będzie on rozkładem zmiennej losowej T. Rozkład gamma uzyskany dla tych danych w [1] jest /jak wykazano w [4] / zdeterminowany

Tablica 1. Wyniki badania trwałości frezów specjalnych wykonanych ze stali SW18, przy obróbce żeliwa Ż1250. Kryterium stępienia - dokładność obróbki lub wyłamanie któregoś z ostrzy. Liczba ostrzy freza z = 14 dla d > 31 oraz z = 16 dla d ≤ 31. g - głębokość skrawania, p_z - posuw na ząb, v - prędkość skrawania, d - średnica mat. obrabianego, D - średnica freza. Dane z [1] .

Lp	g mm	p_z mm/ząb	v m/min	d mm	D mm	T min				
1	7,62	0,0493	41,7	15	100	144,0	133,6	125,2	108,5	121,0
						110,3	89,2			
2	9,00	0,0493	41,7	27	100	96,6	69,0			
3	11,92	0,0520	48,0	36	150	120,0	128,0	200,0	196,0	188,0
4	15,80	0,0710	35,2	48	150	144,0	152,0	160,0	176,0	192,0
						120,0				
5	13,94	0,0520	48,0	42	150	139,8	83,9	88,5		
6	0,23	0,0520	48,0	48	150	160,0	160,0	176,0	192,0	168,0
						168,0	152,0	160,0	216,0	192,0
						208,0	224,0	160,0		
7	19,80	0,0710	35,2	60	150	179,6	149,7	159,6	179,6	
8	0,20	0,0520	48,0	54	150	215,7	197,7	224,7	206,7	215,7
						197,7	215,7			
9	10,87	0,0475	33,2	66	240	1158,0	1018,2	1158,2	842,4	842,4
10	0,25	0,0344	76,8	66	240	329,3	263,5	296,4	263,5	362,3
						362,3	312,9	329,3	362,3	362,3
						378,7	395,2			
11	12,37	0,0500	33,2	75	240	658,8	718,6	718,6	958,2	838,4
						898,4	898,4			
12	0,25	0,0344	76,8	75	240	262,2	299,6	337,1	337,1	

przez zrealizowany plan eksperymentu.

Rozproszenie okresu trwałości wokół wartości średniej, jakie występuje przy ustalonych warunkach obróbki /eksperyment powtórzeniowy/ w przypadku, gdy warunki te są zmienne odpowiada rozproszeniu tych okresów wokół wartości oszacowanych na podstawie korelacji $\hat{T} = f/v,p,g.../$.

Równanie to dla danych zawartych w tablicy 1 ma postać / [1] str.124/:

$$\hat{T} = e^{-1,206}\, g^{-0,10894}\, p_z^{-1,2439}\, v^{-2,2423}\, d^{-0,46866}\, D^{2,6194}, \qquad /1/$$

gdzie: $\hat{T}$ - oszacowana na podstawie równania regresji wartość okresu trwałości,

e - podstawa logarytmów naturalnych,

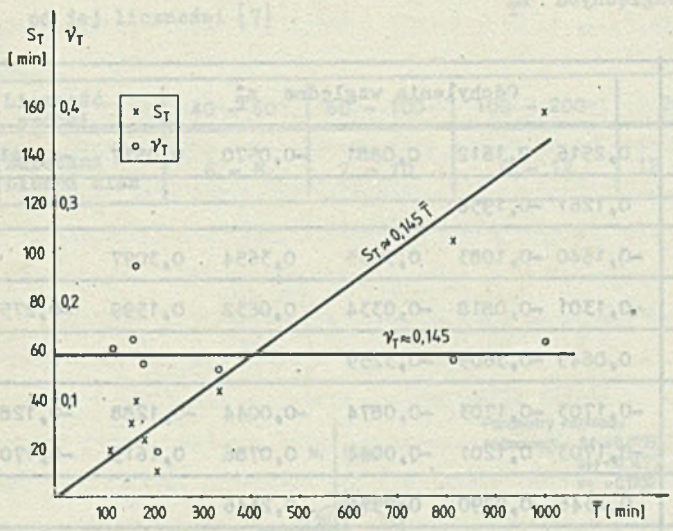
g, p_z, v, d, D - jak w tablicy 1.

Jeżeli jednakże przeanalizujemy różnice pomiędzy wartościami T i $\hat{T}$ okaże się, iż zależą one również od warunków skrawania. Przykładowo dla punktu 8 w tablicy 1, gdzie $\hat{T}$ = 185,3 min, różnice pomiędzy uzyskanymi doświadczalnie, a oszacowaną wartością okresu trwałości nie przekraczają 40 min, podczas gdy dla punktu 9 /$\hat{T}$ = 956,2 min/ różnice te przekraczają 200 min.

W literaturze często spotkać można pogląd, iż wzrostowi średniego okresu trwałości narzędzia wynikającemu ze zmian parametrów skrawania, towarzyszy proporcjonalny wzrost rozproszenia okresów trwałości. Zjawisko to można zaobserwować również w danych zawartych w tablicy 1. Dla każdego z 8 punktów planu, dla którego wykonywano eksperymenty powtórzeniowe /co najmniej 5 prób/, obliczono odchylenie standardowe okresu trwałości s_T oraz współczynnik zmienności $\nu_T = s_T/\bar{T}$. Wyniki tych obliczeń przedstawiono na rys.1. Potwierdzają one wspomnianą opinię: s_T rośnie proporcjonalnie do $\bar{T}$, stąd współczynnik zmienności zachowuje w przybliżeniu stałą wartość w całym przebadanym zakresie warunków skrawania.

Tak więc chcąc ocenić rozkład okresów trwałości na podstawie wyników prób prowadzonych przy różnych parametrach skrawania należy dane pierwotne zakodować w ten sposób, aby wydzielić wpływ tych parametrów zarówno na średnią wartość okresu trwałości jak i na jego rozproszenie. Odejmując od uzyskanych doświadczalnie wartości T odpowiadające im wartości $\hat{T}$ eliminuje się zmienność trwałości zdeterminowaną parametrami skrawania. Chcąc następnie wyeliminować wpływ parametrów na rozproszenie wyników prób, należy uzyskaną różnicę T-$\hat{T}$ podzielić przez $\hat{T}$. Powstaje w ten sposób nowa zmienna bezwymiarowa $z_{\hat{T}}$:

$$z_{\hat{T}} = \frac{T - \hat{T}}{\hat{T}} \qquad /2/$$



Rys. 1. Zależność odchylenia standardowego S_T oraz współczynnika zmienności ν_T od okresu trwałości dla danych zawartych w tablicy 1

Wyniki kodowania danych pierwotnych z tablicy 1 do postaci zmiennej z_T^* /odchylenia względne od płaszczyzny regresji/ przedstawiono w tablicy 2. Poszczególne punkty planu eksperymentu oznaczone liczbami porządkowymi od 1 do 12 uszeregowano w obu tablicach w tej samej kolejności. Na podstawie danych zawartych w tablicy 1, dla poszczególnych punktów planu obliczono wartości oszacowane na podstawie równania /1/ i przedstawiono w drugiej kolumnie tablicy 2. Zbiór 75 wartości odchyleń względnych z_T^* zawarty w tablicy 2 stanowi podstawę do budowy rozkładu empirycznego. Należy podkreślić, że określając typ rozkładu T na podstawie wyników prób prowadzonych przy różnych parametrach skrawania, przyjmuje się założenie upraszczające, iż zmienność v, p, g... powoduje jedynie zmianę wartości średniej $\bar{T}$ oraz rozproszenia wyników prób $s_T = \nu_T \bar{T}$, nie mając wpływu na typ rozkładu.

3. Określenie typu i parametrów rozkładu okresu trwałości narzędzia

Dysponując odpowiednio zakodowanymi okresami trwałości ostrza /tablica 2/ można dalszą obróbkę danych zakodowanych prowadzić tak jak w przypadku opracowywania wyników eksperymentu powtórzeniowego. W celu uzyskania podstawy do wysunięcia hipotezy co do typu rozkładu /jego postaci funkcyjnej/

Tablica 2. Dane pierwotne z tablicy 1 zakodowane w postaci odchyleń względnych $z_{\hat{T}}$

Lp.	$\hat{T}$	Odchylenia względne $z_{\hat{T}}$						
1	115,0	0,2516	0,1612	0,0881	-0,0570	0,0517	-0,0413	-0,2247
2	85,8	0,1261	-0,1956					
3	143,5	-0,1640	-0,1083	0,3933	0,3654	0,3097		
4	165,5	-0,1301	-0,0818	-0,0334	0,0632	0,1599	-0,2751	
5	131,3	0,0649	-0,3609	-0,3259				
6	192,8	-0,1703	-0,1703	-0,0874	-0,0044	-0,1288	-0,1288	-0,2128
		-0,1703	0,1201	-0,0044	0,0786	0,1615	-0,1703	
7	145,5	0,2346	0,0290	0,0971	0,2346			
8	185,3	0,1641	0,0670	0,2127	0,1156	0,1641	0,0670	0,1641
9	956,2	0,2111	0,0649	0,2113	-0,1190	-0,1190		
10	328,6	0,0022	-0,1981	-0,0979	-0,1981	0,1026	0,1026	-0,0477
		0,0022	0,1026	0,1026	0,1526	0,2028		
11	833,0	-0,2092	-0,1375	-0,1375	0,1502	0,0064	0,0784	0,0784
12	309,5	-0,1527	-0,0319	0,0893	0,0893			

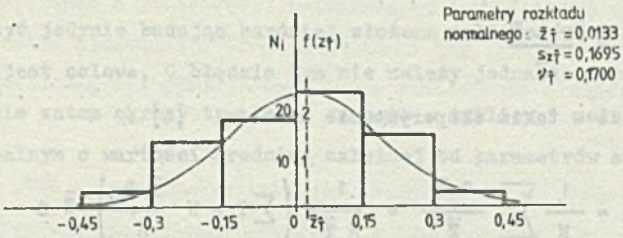
należy zbudować rozkład empiryczny. Liczba klas, na które dzieli się przedział zmienności T powinna być dostatecznie duża, by histogram liczności w przejrzysty sposób obrazował rozkład T. Zazwyczaj przyjmuje się, iż liczba przedziałów klasowych powinna być większa /równa/ od 4, a średnia liczba wyników zawartych w jednej klasie /średnia liczność klasy/ nie mniejsza niż 10. Warunek ten implikuje minimalną liczność próbki potrzebną do budowy rozkładu empirycznego /histogramu/: $N \geqslant 40$ [3] . Optymalną liczbę przedziałów klasowych często uzależnia się od liczności próbki. W tablicy 3 podano zalecane liczby klas w zależności od tej liczności.

Wykorzystując przedstawione zasady zbudowano na podstawie danych zawartych w tablicy 2 histogram względnych odchyleń okresów trwałości $z_{\hat{T}}$ /rys.2/.

Po wstępnej analizie typu rozkładu na podstawie histogramu, należy zastoso-

Tablica 3. Optymalna liczba klas, na które dzieli się próbę, w zależności od jej liczności [7] .

Liczność próbki	40 - 60	60 - 100	100 - 200	200
Zalecana Liczba klas	6 - 8	7 - 10	9 - 12	12 - 17



Rys. 2. Histogram względnych odchyleń okresów trwałości ostrza od wartości oszacowanych $\left(z_{\hat{T}} = \frac{T - \hat{T}}{\hat{T}}\right)$ oraz funkcja gęstości $z_{\hat{T}}$ przy założeniu rozkładu normalnego, opracowane dla danych z tablicy 2

wać jeden ze znanych testów statystycznych stwierdzających możliwość przyjęcia takiego czy innego rozkładu. W przypadku wątpliwości, który z testów zgodności zastosować, można posłużyć się zaleceniami podanymi w [7] . Przy liczności próbki $N > 100$ najlepiej posłużyć się testem chi-kwadrat, dla próbki o liczności $N = 40 - 100$ - testem - Kołmogorowa, a dla próbek o $N < 40$ testem Massey'a[2/].

W omawianym przykładzie dla zmiennej $z_{\hat{T}}$, której histogram przedstawiono na rys.2, można przyjąć rozkład normalny. Opis testowania zgodności

---

2/ Kołmogorow jest autorem testu opartego na rozkładzie granicznym, a przystosowanie tego testu do małych próbek losowych opracowali Massey i Birnbaum [3] .

tu pominięto, jako że odpowiednie procedury można znaleźć w dostępnej literaturze [1, 3, 5, 6, 7] . Należy zatem przystąpić do oceny parametrów rozkładu.

Ponieważ, jak już wspomniano, odchylenie standardowe zależy od parametrów skrawania, na podstawie prób prowadzonych przy różnych parametrach możliwe jest określenie jedynie współczynnika zmienności. Dla eksperymentu powtórzeniowego /stałe parametry/ jest on opisany wzorem:

$$\nu_T = \frac{s_T}{\bar{T}} = \frac{1}{\bar{T}}\sqrt{\frac{\sum /T-\bar{T}/^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum z_T^2}{N-1}}, \qquad /3/$$

gdzie: N - liczba prób,

$$z_T = \frac{T-\bar{T}}{\bar{T}} \qquad /4/$$

Zauważmy, że w takim eksperymencie zachodzi [4] :

$$\bar{z}_T = \frac{1}{N}\sum \frac{T-\bar{T}}{\bar{T}} = \frac{1}{N\bar{T}}\left(\sum T - N\frac{\sum T}{N}\right) = 0 \qquad /5/$$

czyli odchylenie standardowe zmiennej z_T wynosi:

$$s_{z_T} = \sqrt{\frac{\sum /z_T - \bar{z}_T/^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum z_T^2}{N-1}} = \nu_T \qquad /6/$$

Przy wyznaczaniu współczynnika zmienności na podstawie prób prowadzonych przy różnych parametrach skrawania, rolę średniego okresu trwałości $\bar{T}$ odgrywa okres oszacowany na podstawie korelacji $\hat{T}$ /patrz wzory 2 i 4/. Ponadto o ile wyznaczenie $\bar{T}$ odbiera jeden stopień swobody, określenie $\hat{T}$ odbiera k + 1 stopni swobody /k - liczba parametrów regresji/. Stąd współczynnik zmienności można określić na podstawie zależności:

$$\nu_{\hat{T}} = \sqrt{\frac{\sum z_{\hat{T}}^2}{N-k-1}} \qquad /7/$$

W tym przypadku $\nu_{\hat{T}} \approx s_{z_{\hat{T}}}$, jako że $\bar{z}_{\hat{T}} \approx 0$. Niedokładność wynika z określania zależności T = f/v,p,g.../ we współrzędnych logarytmicznych. Podstawiając dane zawarte w tablicy 2 do wzoru /7/ otrzymano:

$$\nu_{\hat{T}} = 0{,}1700$$

Na rys.2 na tle histogramu $z_{\hat{T}}$ naniesiono normalny rozkład zmiennej $z_{\hat{T}}$ /funkcję gęstości/. Jak widać histogram i rozkład teoretyczny odpowiadają sobie wzajemnie.

Warto zauważyć, iż uzyskana tą drogą wartość współczynnika zmienności $\nu_{\hat{T}}$ jest nieco wyższa niż wyznaczone dla większości punktów planu wartości ν_T /rys.1/. Wynika to z faktu, że na losowe rozproszenie okresu trwałości nakłada się nieadekwatność funkcji aproksymującej zależność $T = f/v,p,g.../$ czyli tzw. błąd modelu. Zauważyć go można porównując doświadczalnie uzyskane wartości T /tablica 1/ z wartościami oszacowanymi na podstawie korelacji /wzór 1/ - tablica 2. Np. dla punktów 7 i 8, kiedy to $\hat{T}$ równa się odpowiednio 145,5 min i 185,3 min wszystkie wartości T są wyższe od $\hat{T}$. Błąd ten można ograniczyć jedynie budując bardziej złożoną zależność $T = f/v,p,g.../$, co nie zawsze jest celowe. O błędzie tym nie należy jednakże zapominać.

Ostatecznie zatem okresy trwałości zawarte w tablicy 1 można opisać rozkładem normalnym o wartości średniej zależnej od parametrów skrawania:

$$\bar{T} = \hat{T},$$

gdzie: $\hat{T}$ wg wzoru /1/

i odchyleniu standardowym równym:

$$s_T = 0,17\ \hat{T}.$$

4. Uwagi końcowe

Najczęściej liczba prób jaką można dysponować nie pozwala na zbudowanie histogramu przejrzyście obrazującego rozkład empiryczny. Jedynym wyjściem jest wówczas oparcie się na analizie warunków pracy narzędzia i założenie postaci funkcyjnej rozkładu okresu trwałości. Na wstępie należy oszacować współczynnik zmienności: ν_T - bezpośrednio, jeżeli dysponuje się eksperymentem powtórzeniowym, względnie $\nu_{\hat{T}}$ /wzór 7/ jeżeli badania prowadzono przy różnych parametrach skrawania. Przy prawidłowych warunkach pracy, dobrej jakości narzędzi, gdy materiał obrabiany wykazuje stabilną skrawalność, na ogół współczynnik zmienności nie przekracza ok. 0,35 i można przyjąć, że okres trwałości ma rozkład normalny. Jeśli warunki pracy są nieprawidłowe /np. niewłaściwy materiał ostrza, źle dobrane warunki skrawania /lub szczególnie trudne /np. wiercenie i gwintowanie otworów o małej średnicy/, a znaczna liczba ostrzy ulega uszkodzeniu wytrzymałościowemu w początkowym okresie pracy, współczynnik zmienności przekracza wspomnianą

wartość, a rozkład empiryczny jest wyraźnie niesymetryczny. Może być on wtedy opisywany, np. rozkładem Weibulla lub gamma. Po przyjęciu na podstawie takiej analizy, postaci funkcyjnej rozkładu, jego parametry można wyznaczyć na podstawie stosunkowo nielicznej próbki. Przykładowo: w [6] na podstawie poprzednich badań i analizy pracy dłutaków wyznacza się parametry rozkładu okresu trwałości /zakładając iż jest to rozkład Weibulla/ w oparciu o wyniki 7 prób. Jeżeli wyniki służące do określenia parametrów rozkładu uzyskano w eksperymencie prowadzonym przy różnych parametrach skrawania, należy je zakodować w sposób opisany w punkcie 2.

Na zakończenie należy podkreślić, że proponowany w niniejszym opracowaniu sposób postępowania ma charakter przybliżony i może być stosowany w praktyce produkcyjnej, gdy niemożliwe jest wykonywanie prób powtórzeniowych. W pracach o charakterze naukowo-poznawczym nie powinien być stosowany.

5. Literatura

1. Bartosiewicz J.: Niezawodność narzędzi skrawających. WNT, Warszawa 1982.
2. Czyżewski B., Wieczorowski K.: Wybrane zagadnienia statystycznej kontroli jakości w produkcji kół zębatych. Konferencja Naukowo-Techniczna: Technologia Uzębień. Poznań, 1972.
3. Pirkowicz Sz.: Statystyczne badanie wyrobów. WNT, Warszawa 1970.
4. Jemielniak K., Zawistowski J.: Prognozowanie niezawodności narzędzi skrawających. Mechanik nr 8, 1983.
5. Kacew P.G.: Kontrola narzędzi skrawających metodami statystycznymi. WNT, Warszawa 1978.
6. Wieczorowski K., Matuszak A.: Trwałość niezawodnościowa podstawą decyzji do wycofania dłutaków modułowych z eksploatacji. Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna: Technologia Kół Zębatych Walcowych. Tczew - Gdańsk 1980.
7. Wołk R.: Metodyka matematycznego opracowania wyników badań obróbki skrawaniem. Materiały instruktarzowe IOS nr 130, 1980.

Krzysztof JEMIELNIAK, Janusz ZAWISTOWSKI

TESTING OF A TOOL LIFE DISTRIBUTION ON THE BASIS OF THE RESULTS OF INVESTIGATIONS CARRIED OUT TO DETERMINE THE DEPENDENCE T =f/v,p,g.../

Summary

The type of tool life distributions is defined on the of numerous cutting conditions. Carrying tests like this is often impossible in ordinary workshop conditions. In the paper the methodology is presented for approximate tool life definition on the basis of the tests carried out at different cutting parameters.