ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: ENERGETYKA z. 108 Nr kol. 1040

Stefan POSTRZEDNIK
Kayode Mutahir TIAMIYU

Instytut Techniki Cieplnej Politechniki Śląskiej

MODELOWANIE KANAŁÓW ORAZ PARAMETRY PRZEPŁYWU MATERII W OBSZARZE ZŁOŻA USYPANEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono dwa układy modelujące kanały przepływowe w objętości usypanego złoża ziarnistego, którymi są proste kanały o niezmiennym oraz zmieniającym się przekroju poprzecznym. Określono wartości współczynników rozpływu materii.

1. Wprowadzenie

W wielu przypadkach tworzywo poszczególnych elementów różnych układów technicznych posiada strukturę porowatą. Do grupy materiałów porowatych należą także złoża usypanych materiałów ziarnistych.
Warstwa materiału o strukturze porowatej wykazuje określoną zdolność do przepuszczania płynu (faza ciągła - ciekła lub gazowa), poprzez swoje wewnętrzne kanały przepływowe. Siłą wymuszającą przepływ jest w tym przypadku najczęściej zewnętrzna różnica ciśnień Δp fazy przepływającej, względnie różnica koncentracji składników roztworu, co wtedy związane jest z różnicą ciśnień składnikowych Δp_i.
W objętości materiału porowatego powstaje pole ciśnień $p(x,y,z)$, a także pochodne do niego pole gradientów $\overrightarrow{grad}(p)$, które bezpośrednio determinuje rozpływ materii w układzie, zgodnie z równaniem

$$\vec{\dot{m}}_A = -\varphi \varrho \, \overrightarrow{grad}(p) \, , \tag{1}$$

gdzie:

$\vec{\dot{m}}_A = \vec{\dot{m}}/A$ - wektor zagęszczenia strumienia materii, kg/m^2s,
φ - kinematyczny współczynnik rozpływu materii, m^3s/kg,
ϱ - gęstość płynu, kg/m^3.

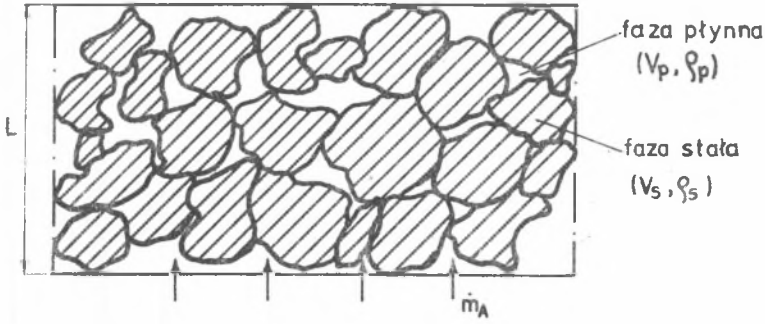
Kanały przepływowe złoża porowatego posiadają bardzo złożony i nieregularny kształt oraz zmienną strukturę.
W przypadku przepływów jednowymiarowych, zachodzących w określonym kierunku x, rzeczywiste kanały przepływowe modelować można za pomocą zespołu kanałów prostszych, o jednoznacznie zdeterminowanej geometrii i struktu-

rze. Analizując przepływ płynu w obrębie kanałów przepływowych układu modelowego, wyznaczyć można zależności i algorytmy, za pomocą których określać można wartości teoretyczne kinematycznego współczynnika przepływu materii φ, a także analizować czynniki na niego bezpośrednio wpływające. Uzyskane zależności należy konfrontować z wynikami odpowiednich badań doświadczalnych.
Znając wartości współczynnika przepływu materii φ rozwiązywać można następnie nawet wielowymiarowe przepływy. Pamiętać należy jednak o tym, że w zależności od struktury złoża współczynnik φ charakteryzować się może pewną anizotropowością.

2. Podstawowe parametry złoża porowatego

Usypane złoże materiału porowatego składa się z:

- fazy stałej (zdyspersjonowanej), o objętości V_s, gęstości ϱ_s,
- fazy płynnej (ciągłej), o objętości V_p, gęstości ϱ_p.



Rys. 1. Struktura porowatego złoża ziarnistego
Fig. 1. Structure of porous grainy deposit

Całkowita objętość złoża wynosi wtedy (rys. 1)

$$V = V_s + V_p \tag{2}$$

Udział objętościowy fazy ciągłej, wynoszący

$$\varepsilon = V_p/V \tag{3}$$

określa się jako porowatość materiału.

Gęstość zastępcza złoża porowatego wynosi

$$\varrho = (1-\varepsilon)\varrho_s + \varepsilon\varrho_p = \varrho_s - \varepsilon(\varrho_s - \varrho_p) \tag{4}$$

Materiał porowaty posiada bardzo mocno rozwiniętą powierzchnię wewnętrzną A, czego miarą jest jej koncentracja objętościowa A_V, wynosząca

$$A_V = A/V = (1-\varepsilon)\frac{A}{V_s} = (1-\varepsilon)A_{V,s}, \tag{5}$$

gdzie

$$A_{V,s} = A/V_s$$

jest koncentracją powierzchni w obrębie fazy stałej.

Labiryntowość materiału porowatego jest to liczba $\varkappa \geqslant 1$, mówiąca o tym ile razy rzeczywista droga przebywana przez daną porcję płynu jest większa od odpowiadającej jej odległości geometrycznej x, czyli $l = \varkappa x$.
W algorytmie wyznaczania parametrów modelowego układu zastępczego uwzględniać należy następujące warunki niezmienności:

a) porowatości globalnej ε układu rzeczywistego i modelowego, co gwarantuje wymaganą wielkość kanałów przepływowych fazy zwartej,
b) całkowitej objętości V_s fazy stałej, co jest szczególnie istotne przy występowaniu zjawisk objętościowych, np. akumulacji ciepła,
c) całkowitej powierzchni zewnętrznej A_s fazy stałej omywanej przez fazę płynną, co powiada duże znaczenie w przypadku zachodzenia zjawisk powierzchniowych, np. konwekcja, reakcje powierzchniowe.

Bardzo często podane warunki b) i c) sprowadzają się do jednego warunku zastępczego niezmienności koncentracji powierzchni zewnętrznej fazy stałej $A_{V,s}$ = idem. Z parametrem tym związana jest także tzw. średnica zastępcza złoża, która wynosi

$$d_a = \frac{6}{A_{V,s}} \tag{6}$$

Zastępczej średnicy ekwiwalentnej poszukiwać można zarówno dla pojedynczych ziaren o dowolnym kształcie, a także dla całości złoża o strukturze porowatej.

3. Układ modelowy z prostymi kanałami przepływowymi o niezmiennym przekroju poprzecznym

Złoże materiału usypanego o objętości całkowitej V oraz średnicy efektywnej ziaren d_a, zostaje zastąpione układem modelowym składającym się z prostych kanałów przepływowych, o niezmiennym przekroju poprzecznym A_r każdy. Liczba kanałów w całym złożu wynosi N_r, a długość każdego kanału jest taka sama i równa długości złoża (rys. 2). Jeżeli całkowite pole poprzeczne (do kierunku przepływu płynu) złoża wynosi A, a jego długość (głębokość) L, wtedy

$$V = AL \tag{7}$$

przy czym

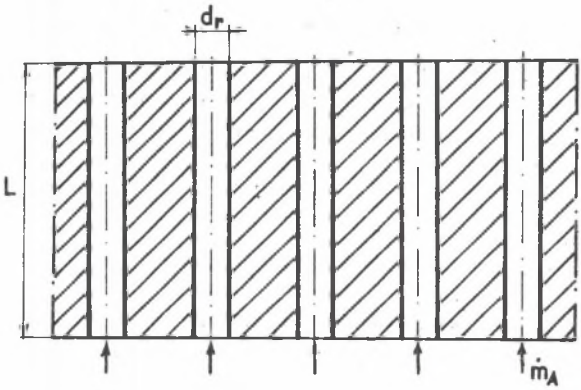
$$V = V_p + V_s \qquad A = A_p + A_s \tag{8}$$

oraz

$$V_p = A_p L \qquad V_s = A_s L \tag{9}$$

stąd porowatość

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V} = \frac{A_p}{A} \tag{10}$$



Rys. 2. Model układu z kanałami o stałym przekroju

Fig. 2. Model of the system with channels of constant section

Jednocześnie w odniesieniu do układu modelowego

$$A_p = N_r A_r$$

wtedy

$$N_r = \frac{A}{A_r} \varepsilon \tag{11}$$

Zagęszczenie otworów w powierzchni przekroju poprzecznego wynosi

$$n_r = \frac{N_r}{A} = \frac{\varepsilon}{A_r} = \frac{4\varepsilon}{\pi d_r^2}, \quad A_r = \frac{\pi d_r^2}{4}, \quad \frac{\text{otw.}}{m^2}, \tag{12}$$

przy czym d_r jest średnicę równoważną kanałów modelowych.
Opierając się na pojęciu średnicy hydraulicznej kanałów

$$d_r = 4 \frac{V_p}{A_p} = \frac{4}{A_{v,p}} \tag{13}$$

uzyskuje się z równań (3), (5) oraz (13) relację

$$d_r = \frac{4}{1-\varepsilon} \frac{\varepsilon}{A_{v,s}} = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} d_a, \tag{14}$$

gdzie d_a - jest średnicę efektywną ziaren złoża (6).
Przez wyznaczony zespół kanałów prostych o niezmiennym przekroju i zagęszczeniu n_r, otw.: m^2, przepływa płyn o zagęszczeniu strumienia masy

$$\dot{m}_A = \varepsilon w \varrho_p = w_o \varrho_p, \tag{15}$$

gdzie: w - rzeczywista prędkość przepływu płynu, natomiast $w_o = w\varepsilon$ - oznacza tzw. pozorną prędkość płynu (przy $\varepsilon = 1$).
Natomiast przez pojedynczy kanał równoważny przepływa

$$\dot{m}_r = \frac{\dot{m}_A}{n_r} = \frac{\pi \dot{m}_A}{4} d_r^2,$$

gdzie podstawiając wzór (14) uzyskuje się zależność

$$\dot{m}_r = \frac{\pi}{9} \frac{\varepsilon}{(1-\varepsilon)^2} d_a^2 \dot{m}_A \tag{16}$$

Wykorzystując przedstawiony układ modelowy, w którym kanały przepływowe w złożu usypanym zastąpiono zespołem równoległych kanałów prostych o przekroju kołowym, wyznaczyć można wielkość oporów przepływu płynu przez warstwę materiału porowatego.
Spadek ciśnienia w obrębie złoża wynikać będzie ze spadku ciśnienia na długości pojedynczego kanału o przekroju A_r, przez który przepływa $\dot{m}_r$ płynu. Posłużyć się można zależnością Darcy, z której wynika wielkość gradientu ciśnienia płynu

$$\frac{dp}{dx} = \lambda_p \varrho_p \frac{w^2}{2\, d_r} = \lambda_p \frac{\dot{m}_A^2}{2\varepsilon^2 d_r \varrho_p} = \lambda_p \frac{3(1-\varepsilon)}{4\varepsilon^3 \varrho_p} \dot{m}_A^2 , \tag{17}$$

gdzie liczbę tarcie λ_p należy wyznaczyć doświadczalnie.
W literaturze [1] cytowana jest często zależność Erguna

$$\lambda_p = \frac{150}{(Re)_p} + 1{,}75 \qquad \text{dla} \qquad 1{,}0 < (Re)_p < 10^4, \tag{18}$$

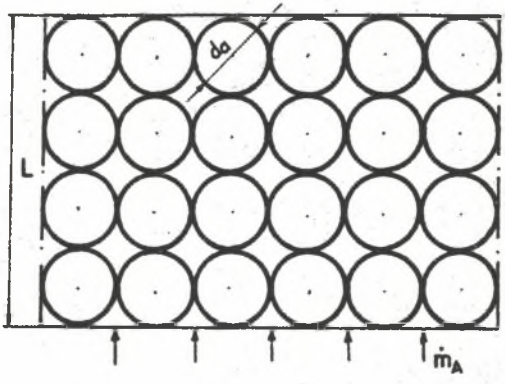
gdzie liczba Reynoldsa

$$(Re)_p = \frac{w\, d_r}{\vartheta} = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{w\, d_a}{\vartheta} . \tag{19}$$

Praktyczna przydatność zależności (18) jest jednak ograniczona, gdyż dla złoża o dowolnych, nieregularnych kształtach ziaren, niezgodności obliczeń teoretycznych z wynikami doświadczeń są stosunkowo duże. Dlatego poszukiwanie innych modeli kanałów przepływowych w złożu, lepiej ujmujących specyfikę złoża usypanego należy uznać za uzasadnione.

4. Układ modelowy z kanałami przepływowymi o zmiennym przekroju

Rzeczywista struktura ziarnistego złoża usypanego charakteryzuje się częstą zmiennością przekroju poprzecznego kanału przepływowego wzdłuż drogi przepływu płynu.
Funkcja opisująca te zmiany nie może być jednoznacznie podana, gdyż zależy od wzajemnego ułożenia ziaren w złożu.
Dowolna porcja płynu wzdłuż swojej drogi ruchu przepływa przez kolejne zwężające oraz rozszerzające się odcinki kanału utworzonego przez złoże ziarniste. W przybliżeniu przepływ ten może być traktowany jako przepływ płynu przez szeregowy układ dysz zbieżnych, pomiędzy którymi płyn zostaje w znacznym stopniu wyhamowany. W trakcie przepływu przez odcinek zbieżny płyn ulega rozprężaniu (w przybliżeniu izentropowemu s=idem), natomiast samo wyhamowanie zachodzi prawie izobarycznie.



Rys. 3. Model układu z kanałami o zmiennym przekroju
Fig. 3. Model of the system with channels of variable section

Konfiguracja kanałów przepływowych zależy od przestrzennego rozmieszczenia ziaren. W najprostszym przypadku będzie to regularny układ heksagonalny - rys. 3.
Porowatość takiego układu wynosi

$$\varepsilon = 1 - \frac{\pi}{6} = 0{,}4764,$$

gdyż

$$V = d^3 \qquad V_s = \frac{\pi}{6} d^3$$

Kanały przepływowe pomiędzy ziarnami zmieniają się od wartości maksymalnej przekroju

$$A_{max} = d^2$$

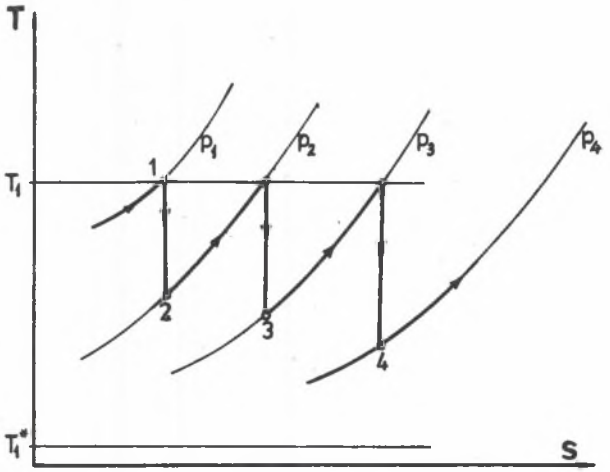
do minimalnej

$$A_m = (1 - \frac{\pi}{4}) d^2$$

stąd stosunek

$$\frac{A_m}{A_{max}} = 1 - \frac{\pi}{4} = 0{,}2146$$

Aby uzyskać inne wartości porowatości ε złoża, a także stosunku przekrojów (A_m/A_{max}) należy brać pod uwagę także inne bardziej złożone układy przestrzennej konfiguracji ziaren w złożu.



Rys. 4. Przemiany termodynamiczne płynu
Fig. 4. Thermodynamic processes of fluid

Sposób wykorzystania przedstawionego układu modelowego w obliczaniu spadku ciśnienia wzdłuż drogi przepływu gazu przez złoże, ilustruje rys. 4. Całkowitą drogę przepływu gazu należy podzielić na segmenty obliczeniowe odpowiadające grubości złoża $\Delta x=d$. W obrębie pojedynczego segmentu o długości złoża Δx, następuje spadek ciśnienia Δp, wynoszący

$$\Delta p = p_1\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) \tag{20}$$

Stosunek ciśnień $\frac{p_2}{p_1}$ wyznacza się w oparciu o prawa przepływu gazu przez rozpatrywany kanał przepływowy. Stosując zależności dotyczące przepływu przez dyszę zbieżną, wykorzystać można równanie w postaci

$$\dot{m}_A - \frac{A_m}{A_{max}} \frac{p_1}{\sqrt{T_1 R}} \psi\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 0 , \tag{21}$$

przy czym

$$\psi\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = \sqrt{\frac{2\varkappa}{\varkappa-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{\varkappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa}}\right]} \tag{22}$$

jest tzw. liczbą przepływu gazu, natomiast p_1, T_1 - parametry spoczynkowe płynu przed analizowanym segmentem, $\dot{m}_A$ - zagęszczenie strumienia masy w układzie złoża.

Rozwiązując równanie przestępne (21) uzyskuje się wartość stosunku (p_2/p_1) dla danego segmentu.
Jeżeli rozpatruje się pewien większy odcinek przepływowy złoża, wówczas należy go podzielić na elementy (segmenty) o długości $\Delta x = d$, a następnie dla każdego z nich zastosować powyższy algorytm obliczeniowy.
Całkowity spadek ciśnienia wyniesie

$$\Delta p_{0-n} = p_0\left(1 - \frac{p_n}{p_0}\right) , \tag{23}$$

gdzie

$$\frac{p_n}{p_0} = \frac{p_1}{p_0}\,\frac{p_2}{p_1}\,\frac{p_3}{p_2} \cdots \frac{p_{n-1}}{p_{n-2}}\,\frac{p_n}{p_{n-1}} = \prod_{i=1}^{i=n} \left(\frac{p_i}{p_{i-1}}\right) \tag{24}$$

jest iloczynem stosunków ciśnień dla poszczególnych segmentów. Liczba segmentów n zależy od całkowitej grubości warstwy złoża, oraz od średnicy ziaren.

5. Porównanie uzyskanych wyników

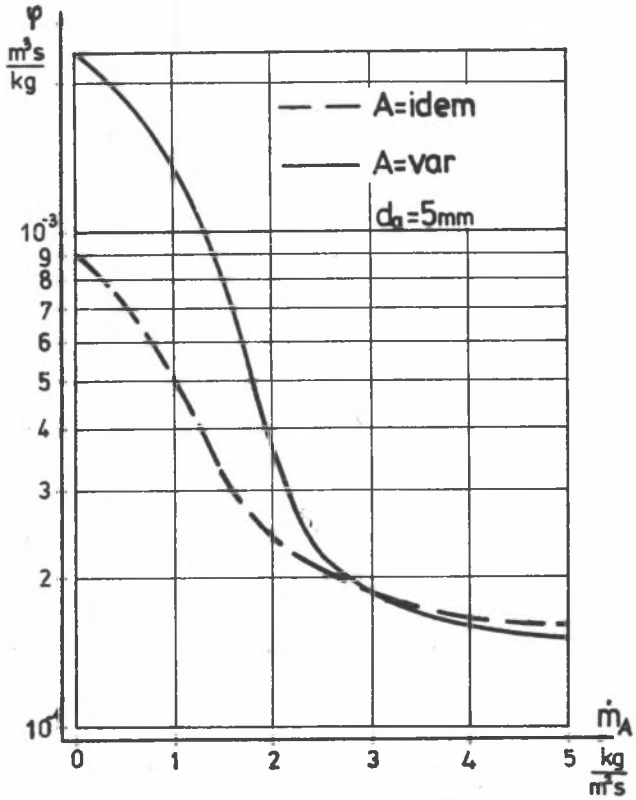
Wykorzystując przedstawione modele kanałów przepływowych (p. 3 i 4) złoża usypanego, wyznaczono wartości kinematycznych współczynników rozpływu materii φ, występujących w równaniu przepływowym (1).
Współczynniki te zależą od:

- średnicy efektywnej ziaren złoża d_a,
  porowatości układu ε ,
- zagęszczenia strumienia masy $\dot{m}_A$ gazu penetrującego przez złoże.

Obliczenia wykonano dla porowatości złoża odpowiadającej kubicznemu ułożeniu ziaren ($\varepsilon = 0{,}4764$).
Przykładowe wyniki uzyskane dla różnych średnic $d_a = 1 \div 5$ mm, przy zagęszczeniu strumienia masy $\dot{m}_A$ z zakresu

$$0 < \dot{m}_A < 5 , \quad kg/(s\ m^2)$$

przedstawiono na rys. 5 i rys. 6.
Zauważyć można istotny wpływ parametrów struktury złoża (średnicy d_a) oraz zagęszczenia strumienia masy $\dot{m}_A$ na wartości współczynnika rozpływu materii φ .
W modelu układu z prostymi kanałami przepływowymi o stałym przekroju wykorzystuje się dane doświadczalne w zakresie określania liczby oporów tar-

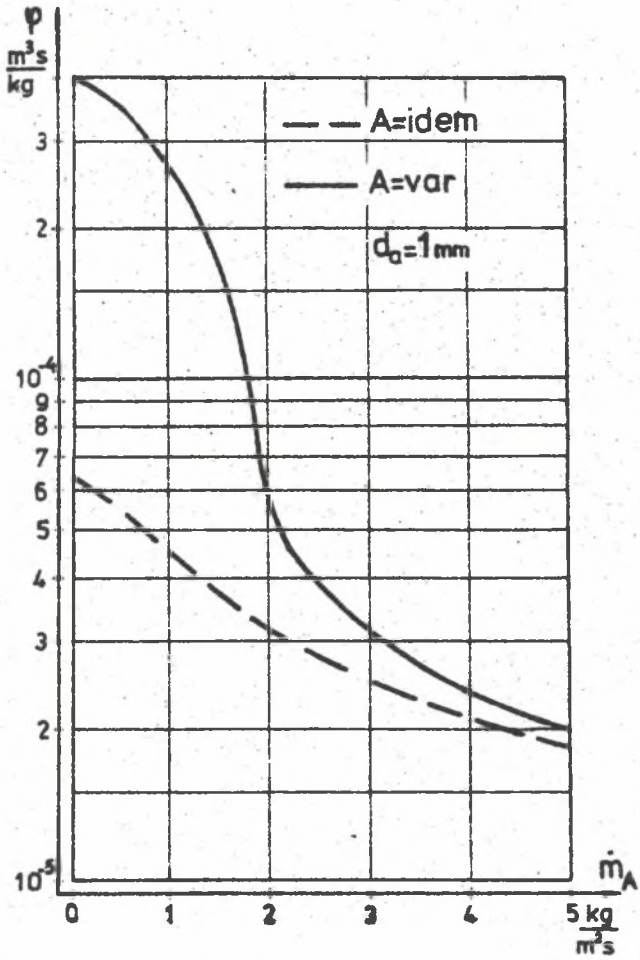


Rys. 5. Współczynniki rozpływu materii w złożu gruboziarnistym
Fig. 5. Coefficients of matter propagation in coarse - grained deposit

cia λ_p - wzór (18). Natomiast opracowany model z prostymi kanałami o zmieniającym się przekroju poprzecznym kanałów przepływowych, jest algorytmem w pełni teoretycznym.

Za pomocą wyników przedstawionych na rys. 5 i rys. 6 dokonać można oceny praktycznej przydatności modelu teoretycznego.

Należy stwierdzić, że w zakresie podanych wartości badanych parametrów układu przepływowego, zgodność uzyskiwanych wyników jest zadowalająca, szczególnie w strefie większych średnic ziaren złoża - rys. 5, i przy wyższym zagęszczeniu strumienia materii $\dot{m}_A$. Elementem pozytywnym opracowanego modelu jest także większa zgodność fizykalna ujęcia zjawisk układu modelowego oraz rzeczywistego.



Rys. 6. Współczynniki rozpływu materii w złożu drobnoziarnistym
Fig. 6. Coefficients of matter propagation in fine - grained deposit

LITERATURA

[1] Dyduszyński J.: Podstawy projektowania reaktorów kontaktowych. WNT, Warszawa 1976.

[2] Ochęduszko S.: Termodynamika stosowana. PWT, Warszawa 1970.

[3] Postrzednik S.: Ekstremalne parametry nieodwracalnego przepływu gazu w dyszy Bendemanna. Zeszyty Naukowe Polit. Śląskiej, s. Energetyka z. 71, Gliwice 1979.

[4] Postrzednik S.: Parametry przepływu czynnika przez rzeczywistą dyszę zbieżną. Archiwum Termodynamiki. Vol. 7, 1986.

[5] Szargut J.: Teoria procesów cieplnych. PWN, Warszawa 1973.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Jan Kubik

Wpłynęło do redakcji w marcu 1989 r.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАНАЛОВ И ПАРАМЕТРОВ РАСХОДА МАТЕРИИ В ДИАПАЗОНЕ НАСЫПНОЙ ЗАЛЕЖИ

Р е з ю м е

В работе представлены две системы моделирующие проточные каналы в теле насыпной зернистой залежи. Эти каналы являются простыми с неизмениеямым а также изменяемым поперечным сечением. Определены значения коэффициентов расплыва материи.

CHANNEL MODELLING AND PARAMETERS OF MATTER FLOW IN A DUMP DEPOSIT REGION

S u m m a r y

Two systems modelling the flow channels in a dump grainy deposit volume that are straight channels of constant or changing cross-section have been presented in the paper. The values of matter propagation coefficients have been determined.