ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1975

Seria: Mechanika z. 53 Nr kol. 439

Roman Bąk
Tadeusz Burczyński
Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn

ANALITYCZNO-EKSPERYMENTALNY SPOSÓB BADANIA TRWAŁOŚCI RAM SAMOCHODOWYCH

Streszczenie. W pracy zaproponowano analityczno-doświadczalny sposób określenia trwałości ramy samochodowej. Sposób ten oparto o hipotetyczne założenia upraszczające, umożliwiające ocenę właściwości dynamicznych ramy w oparciu o badania statyczne.

Wprowadzenie

Badania trwałościowe przeprowadzane podczas eksploatacji oraz na symulujących stanowiskach badawczych są koniecznością wynikającą z właściwie pojętego postępu technicznego w budowie samochodów. Z drugiej strony wiadomo, że aparatura do takich badań jest bardzo kosztowna i często (z różnych względów) niedostępna dla zainteresowanych.

W takiej sytuacji pewnym rozwiązaniem wydaje się być stosowanie metod analityczno-eksperymentalnych oceny trwałości elementów samochodów. W pracy przedstawiono propozycję analityczno-doświadczalnego sposobu oceny trwałości ramy samochodowej. Wprowadzono pewne założenia upraszczające, w wyniku których postawiono hipotezę o możliwości oceny właściwości dynamicznych ramy w oparciu o badania statyczne. Przyjęcie takiej hipotezy umożliwia przy pomocy prostej i ogólnie dostępnej aparatury oraz odpowiedniego modelu matematycznego dokonać oceny trwałości eksploatacyjnej ramy.

Założenia wstępne

Ramę uważać będziemy za układ fizyczny spełniający założenia modelu ciała liniowo-sprężystego. Obszar zajęty przez materiał ramy, w przestrzeni trójwymiarowej, uwarunkowany geometrycznymi cechami konstrukcyjnymi oznaczać będziemy przez Π.

Naprężenia w ramie są funkcją obciążeń powstających na skutek drgań stochastycznych samochodu oraz drgań elementów samej ramy. Ponieważ naprężenia wywołane wibracją ramy mają częstości drgań znaczenie różniące się od częstości oddziaływania drogi, więc ich wpływ na wzrost rezonansowych amplitud naprężeń jest niewielki i w dalszych rozważaniach naprężenia te będą pomijane. Zakładamy, że w materiale ramy podczas eksploatacji pow-

staje przestrzenno-czasowe tensorowe pole losowe naprężeń $T(r,t) = \left\{\sigma_{\alpha\beta}(r,t)\right\}$, $r = (x_1, x_2, x_3) \in \Pi$ oraz że jest to pole gaussowskie i jednorodne w szerszym sensie. Badania eksperymentalne naprężeń wskazują, że założenia te są dopuszczalne [3]. Z punktu widzenia oceny trwałości ramy interesować nas będzie tylko stan naprężenia w jakimś jednym punkcie $r_p \in \Pi$, w którym prawdopodobieństwo występowania maksymalnego wytężenia jest największe. Wytężenie w tym punkcie decydować będzie o trwałości ramy.

Drgania stochastyczne samochodu

W analizie drgań samochodu, poruszającego się po drodze, wychodzi się z następujących założeń:

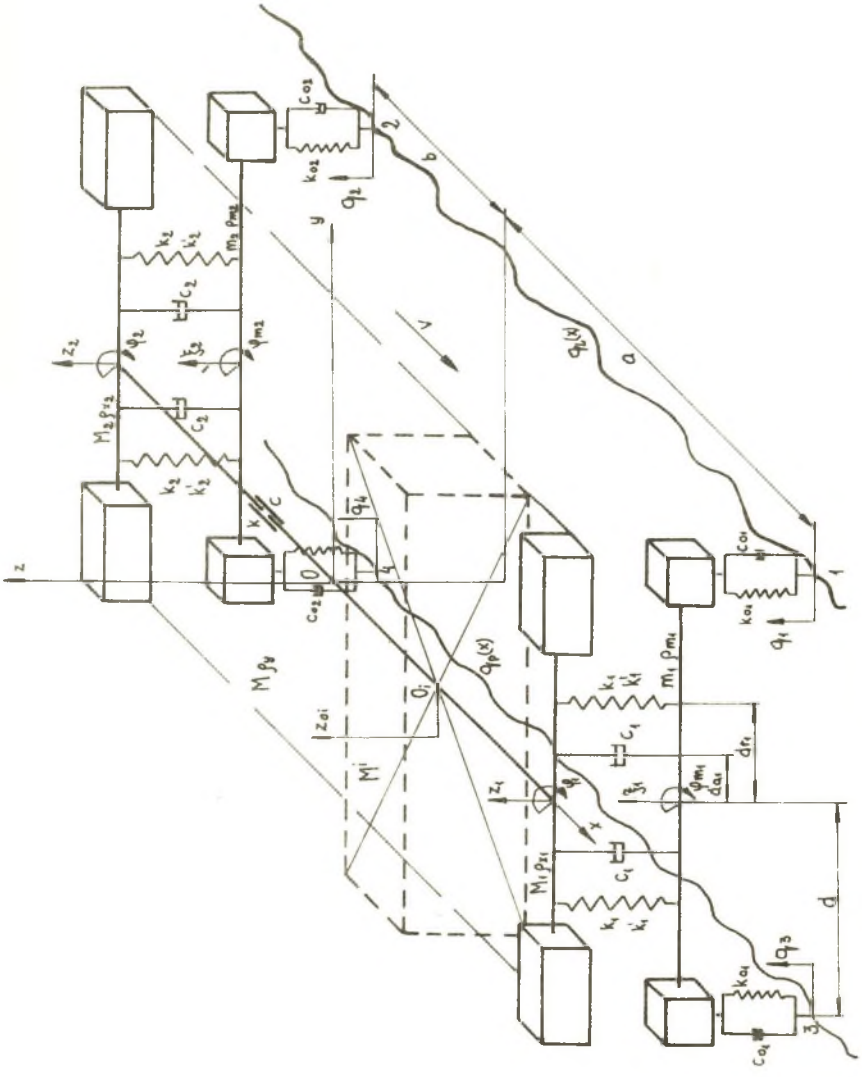
- wymuszenie jest procesem stochastycznym, określonym profilem drogi w kierunku podłużnym, przyjętym w postaci stacjonarnej, normalnej i ergodycznej funkcji losowej;
- samochodowi jako układowi mechanodynamicznemu odpowiada liniowy model fenomenologiczny;
- drgania samochodu przedstawiają sobą stacjonarny, normalny i ergodyczny proces stochastyczny.

Schematycznie samochód przedstawić można jako układ, na wejściu którego (poprzez wszystkie cztery koła) działają pionowe wymuszenia kinematyczne $q_i(t)$ $(i = 1,2,3,4)$, a na wyjściu otrzymuje się składowe stanu naprężenia, określone losowym polem tensorowym $\sigma_{\alpha\beta}(\bar{r}_p,t)$, $\bar{r}_p \in \Pi$.

Zakładamy, że koła tylne samochodu poruszają się po tym samym profilu, co przednie (rys. 1), tzn. że lewe koła pojazdu toczą się po profilu określonym funkcją losową $q_L(x)$, a prawe po $q_p(x)$. Przyjmując, że samochód porusza się, po drodze danego typu, ze stałą prędkością v, to przejście od funkcji losowej profilu drogi do procesu stochastycznego wymuszenia kinematycznego dokonujemy poprzez podstawienie $x = v \cdot t$.

Do pełnej analizy drgań stochastycznych samochodu potrzebne są dwie charakterystyki statyczne nierówności drogi [1, 4]: gęstość widmowa prosta $S(\lambda)$ oraz funkcja kohorentna $\gamma(\lambda)$, gdzie $\lambda = \omega/v$ jest tzw. częstością drogi, a ω częstością kołową.

Struktura modelu fenomenologicznego samochodu zależy od specyfiki konstrukcji pojazdu oraz od wymagań jakie stawia się w zakresie złożoności analizy drgań. Do dalszych rozważań przyjmujemy model o 8 stopniach swobody (rys. 1). Na rys. 1 wprowadzono następujące oznaczenia:



Rys. 1. Model fenomenologiczny samochodu

z_1, z_2 - przemieszczenia pionowe masy uresorowanej, odpowiednio nad przednim i tylnym zawieszeniem;

$z_0^i (i = 1 \div n)$ - przemieszczenia pionowe środka mas M^i;

φ_1, φ_2 - kątowe przemieszczenia poprzeczne masy uresorowanej, odpowiednio nad przednim i tylnym zawieszeniem;

ξ_1, ξ_2 - przemieszczenia pionowe mas nieresorowanych;

φ_{m1}, φ_{m2} - kątowe przemieszczenia poprzeczne mas nieresorowanych;

q_1, q_2, q_3, q_4 - losowe przemieszczenia pionowe kół, pochodzące od oddziaływania drogi;

M - masa uresorowanej części samochodu;

$M^i (i = 1 \div n)$ - masa utwierdzona na ramie;

M_1, M_2 - masy uresorowane zredukowane na zawieszenia przednie i tylne;

m_1, m_2 - masy nieresorowane;

ϱ_y - promień bezwładności masy uresorowanej względem osi poprzecznej przechodzącej przez środek ciężkości;

ϱx_1, ϱx_2 - promienie bezwładności przedniej i tylnej części masy uresorowanej względem osi podłużnej, przechodzącej przez środek ciężkości;

ϱm_1, ϱm_2 - promienie bezwładności mas nieresorowanych względem osi podłużnej;

k - sztywność kątowa układu nośnego przy skręcaniu;

c - współczynnik tłumienia układu nośnego przy skręcaniu;

k_1, k_2 - sztywności zawieszeń przy ugięciu pionowym;

k_1', k_2' - sztywności zawieszeń przy skręcaniu;

c_1, c_2 - współczynniki tłumienia amortyzatorów;

ko_1, ko_2 - sztywności promieniowe opon;

co_1, co_2 - współczynniki tłumienia w oponach;

a, b - współrzędne środka ciężkości w płaszczyźnie podłużnej;

$L = a + b$ - baza samochodu.

Model matematyczny drgań stochastycznych samochodu, dla przyjętego modelu fenomenologicznego, da się przedstawić układem liniowych równań różniczkowych o losowym wymuszeniu zewnętrznym:

$$
\left.
\begin{aligned}
& M\frac{b^2+\varrho_y^2}{L^2}\ddot{z}_1 + M\frac{ab-\varrho_y^2}{L^2}\ddot{z}_2 + 2c_1\dot{z}_1 - 2c_1\dot{\xi}_1 - 2k_1z_1 - 2k_1\xi_1 = 0;\\
& M\frac{a^2+\varrho_y^2}{L^2}\ddot{z}_2 + M\frac{ab-\varrho_y^2}{L^2}\ddot{z}_1 + 2c_2\dot{z}_2 - 2c_2\dot{\xi}_2 - 2k_2z_2 - 2k_2\xi_2 = 0;\\
& m_1\ddot{\xi}_1 + 2(c_1+c_{o1})\ddot{\xi}_1 + 2(k_1+k_{o1})\xi_1 - 2c_1\dot{z}_1 - 2k_1z_1 =\\
& \qquad = c_{o1}(\dot{q}_1+\dot{q}_3) + k_{o1}(q_1+q_3);\\
& m_2\ddot{\xi}_2 + 2(c_2+c_{o2})\ddot{\xi}_2 + 2(k_2+k_{o2})\ddot{\xi}_2 - 2c_2\dot{z}_2 - 2k_2z_2 =\\
& \qquad = c_{o2}(\dot{q}_2+\dot{q}_4) + k_{o2}(q_2+q_4);
\end{aligned}
\right\}\quad(1a)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
& M_1\varrho_{x_1}^2\ddot{\varphi}_1 + 2c_1d_{a_1}^2(\dot{\varphi}_1-\dot{\varphi}_{m_1}) + 2(k_1d_{r_1}^2+k_1')(\varphi_1-\varphi_{m_1}) +\\
& \qquad + c(\dot{\varphi}_1-\dot{\varphi}_2) + k(\varphi_1-\varphi_2) = 0;\\
& M_2\varrho_{x_2}^2\ddot{\varphi}_2 + 2c_2d_{a_2}^2(\dot{\varphi}_2-\dot{\varphi}_{m_2}) + 2(k_2d_{r_2}^2+k_2')(\varphi_2-\varphi_{m_2}) -\\
& \qquad - c(\dot{\varphi}_1-\dot{\varphi}_2) - k(\varphi_1-\varphi_2) = 0;\\
& m_1\varrho_{m_1}^2\ddot{\varphi}_{m_1} - 2c_1d_{a_1}^2(\dot{\varphi}_1-\dot{\varphi}_{m_1}) - 2(k_1d_{r_1}^2+k_1')(\varphi_1-\varphi_{m_1}) + 2co_1d^2\dot{\varphi}_{m_1} + 2ko_1d^2\varphi_{m_1} =\\
& \qquad = co_1d(\dot{q}_1-\dot{q}_3) + ko_1d(q_1-q_3);\\
& m_2\varrho_{m_2}^2\ddot{\varphi}_{m_2} - 2c_2d_{a_2}^2(\dot{\varphi}_2-\dot{\varphi}_{m_2}) - 2(k_2d_{r_2}^2+k_2')(\varphi_2-\varphi_{m_2}) + 2co_2d^2\dot{\varphi}_{m_2} + 2ko_2d^2\varphi_{m_2} =\\
& \qquad = co_2d(\dot{q}_2-\dot{q}_4) + ko_2d(q_2-q_4).
\end{aligned}
\right\}\quad(1b)
$$

Rodzaje obciążeń ramy

Z analizy równań różniczkowych ruchu (1a), (1b) wynika, że drgania w płaszczyznach podłużnej i poprzecznej rozpatrywać można niezależnie od siebie (gdyż równania (1a) i (1b) rozprzęgają się). Jeśli bieżące wartości rzędnych drogi są pod lewymi i prawymi kołami w fazie (tzw. oddziaływanie synchroniczne), to układ drga tylko w płaszczyźnie podłużnej (rów. (1a)). Przy takim oddziaływaniu drogi mówimy o symetrycznym obciążeniu ramy. Wprowadzić można wówczas następujące wielkości:

$$\left.\begin{aligned} q^1(t) &= q_1(t) + q_3(t) \\ q^2(t) &= q_2(t) + q_4(t) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Jeśli zmiany rzędnych nawierzchni drogi są pod lewymi i prawymi kołami w przeciwfazie (tzw. oddziaływanie asynchroniczne), to układ drga tylko w płaszczyźnie poprzecznej (rów. (1b)). Mówimy wówczas o niesymetrycznym obciążeniu ramy. Wprowadzając odpowiednie oznaczenia otrzymujemy:

$$\left.\begin{aligned} \bar{q}^1(t) &= q_1(t) - q_3(t) \\ \bar{q}^2(t) &= q_2(t) - q_4(t) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Przy takim umownym rozdzieleniu oddziaływań drogi, na wejściu zamiast czterech wymuszeń kinematycznych $q_i(t)$ $(i = 1,2,3,4)$ otrzymujemy po dwa wymuszenia:

$q^i(t)$ $(i = 1,2)$ - dla przypadku obciążenia symetrycznego oraz

$\bar{q}^i(t)$ $(i = 1,2)$ - dla przypadku obciążenia niesymetrycznego.

Wówczas gęstość widmowa obciążenia symetrycznego (ozn. indeksem (s)) da się przedstawić zależnością:

$$S^{(S)}(\lambda) = 2S(\lambda)\left[1 + \gamma(\lambda)\right], \tag{4}$$

a gęstość widmowa obciążenia niesymetrycznego (ozn. indeksem (N)) przyjmuje postać:

$$S^{(N)}(\lambda) = 2S(\lambda)\left[1 - \gamma(\lambda)\right]. \tag{5}$$

Jak widać z powyższych zależności, gęstości widmowe obu przypadków obciążeń różnią się jedynie znakiem przy funkcji kohorentnej.

W analizie widmowej naprężeń w ramie, interesować nas będą gęstości widmowe w funkcji częstości kołowej ω, które przedstawić można zależnością:

$$S_{kl}^{(h)}(\omega) = \frac{1}{v}\left[\exp(i\psi)\right]^{\delta_{kl}} S^{(h)}(\lambda) \tag{6}$$

$$(k,l = 1,2); \quad (h = S,N)$$

gdzie:

i - jednostka urojona;

$\psi = \frac{\omega L}{V}$;

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad k > l \\ 0 & \text{dla} \quad k = l \\ -1 & \text{dla} \quad k < l. \end{cases}$$

Obciążenie symetryczne ramy

W przypadku obciążenia symetrycznego tensorowe pole losowe naprężeń w ramie da się przedstawić w postaci liniowej funkcji obciążeń:

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(S)}(r_p,t) = \sum_{i=1}^{n} \delta_{\alpha\beta}^{i} F_i(t) + \sum_{j=1}^{m} \Delta_{\alpha\beta}^{j} R_j(t) \tag{7}$$

gdzie:

$F_i(t)$ $(i=1,2,\ldots n)$ - normalne, stacjonarne procesy stochastyczne obciążeń ramy pochodzące od sił bezwładności mas zamocowanych na ramie:

$R_j(t)$ $(j=1,2,\ldots m)$ - normalne, stacjonarne procesy stochastyczne obciążeń ramy pochodzące od zawieszeń;

$\delta_{\alpha\beta}^{i}$, $\Delta_{\alpha\beta}^{j}$ $(i=1,2,\ldots n)$ $(j=1,2,\ldots m)$ zdeterminowane elementy macierzy wpływu.

Zakładamy, że stochastyczne procesy obciążeń ramy $F_i(t)$ $(i = 1,2,...n)$ oraz $R_j(t)$ $(j = 1,2,...m)$ mają funkcje korelacyjne $K_{Fi}(\tau)$ i $K_{Rj}(\tau)$ ciągłe w punkcie $\tau = 0$. Procesy te przedstawić można następującymi zależnościami:

$$F_i(t) = \varkappa M^i \ddot{Z}_{oi}(t) \qquad (i = 1,2,...n) \tag{8}$$

$$R_j(t) = \eta k^j \left[z(t) - \xi(t)\right]_j \qquad (j = 1,2,...m) \tag{9}$$

gdzie:

M^i - i-ta masa utwierdzona na ramie;

k^j - sztywność zawieszenia j-tego koła;

$\ddot{Z}_{oi}(t)$ - normalny, stacjonarny proces stochastyczny przyspieszeń pionowych środka masy M^i;

$\left[z(t) - \xi(t)\right]_j$ - normalny, stacjonarny proces stochastyczny ugięć zawieszenia j-tego koła;

$\varkappa, \eta$ - liczby rozkładu obciążeń.

Miejsca przyłożeń obciążeń $F_i(t)$ $(i = 1,2,...n)$ i $R_j(t)$ $(j = 1,2,...m)$ uwarunkowane są konstrukcją ramy i całego samochodu. Funkcja przejścia dla tensorowego pola naprężeń $\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}(r_p,t)$ $(r_p \in \Pi)$ wyraża się zależnością:

$$H^k_{\sigma_{\alpha\beta}(S)}(p) = \sum_{i=1}^{n} \delta^i_{\alpha\beta} H^k_{F_i}(p) + \sum_{j=1}^{m} \Delta^j_{\alpha\beta} H^k_{R_j}(p) \qquad (k = 1,2) \tag{10}$$

gdzie:

$$H^k_{F_i}(p) = \varkappa M^i H^k_{\ddot{Z}_{oi}}(p) = \varkappa M^i \frac{p^2 Z_{oi}(p)}{Q^k(p)} \tag{11}$$

funkcja przejścia dla obciążenia F_i;

$$H^k_{R_j}(p) = \eta k^j H^k_{(z-\xi)_j}(p) = \eta k^j \frac{\left[Z(p) - \Xi(p)\right]_j}{Q^k(p)} \tag{12}$$

funkcja przejścia dla obciążenia R_j;

przy czym gdy $k = 1$ to $Q^2(p) = 0$ i odwrotnie.

$Z_{oi}(p)$, $\left[Z(p) - \Xi(p)\right]_j$, $Q^k(p)$ są transformatami Laplace'a zmiennych $z_{oi}(t)$, $\left[z(t) - \xi(t)\right]_j$ i $q^k(t)$.

Funkcje przejścia $H^k_{Fi}(p)$ i $H^k_{Rj}(p)$ określone zależnościami (11) i (12) wyznaczyć można z równań różniczkowych (1a), stosując przekształcenie całkowe Laplace'a.

Ostatecznie gęstość widmowa tensorowego pola losowego naprężeń w punkcie $r_p \in \Pi$ ramy wynosi:

$$S_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(r_p, \omega) = \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{2} H^{*k}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{l}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, S^{(S)}_{kl}(\omega) \tag{13}$$

gdzie:

$$H^k_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega) = \left[H^k_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(p)\right]_{p=i\omega} \qquad (k = 1,2)$$

$$H^{*k}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega) = H^k_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(-i\omega)$$

$S^{(S)}_{kl}(\omega)$ gęstość widmowa obciążenia symetrycznego określona zależnością (6).

Zależność (13) po pewnych przekształceniach można zapisać w innej postaci, przydatnej szczególnie w obliczeniach praktycznych:

$$S_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(r_p, \omega) = \frac{1}{V}\left[A^{(S)}(\omega) + B^{(S)}(\omega)\cos\psi + C^{(S)}(\omega)\sin\psi\right] S^{(S)}(\lambda) \tag{14}$$

gdzie:

$$\left.\begin{aligned} A^{(S)}(\omega) &= H^{*1}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{1}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega) + H^{*2}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{2}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega) \\ B^{(S)}(\omega) &= 2\,\mathrm{Re}\left[H^{*1}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{2}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\right] \\ C^{(S)}(\omega) &= 2\,\mathrm{Jm}\left[H^{*1}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{2}_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\right] \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Obciążenie niesymetryczne ramy

Tensorowe pole losowe naprężeń, w przypadku obciążenia niesymetrycznego przedstawić można zależnością:

$$\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}(r_p, t) = \delta_{\alpha\beta}\varphi(t) \quad (16)$$

gdzie:

$\varphi(t)$ - normalny, stacjonarny proces stochastyczny skręcania ramy o funkcji korelacyjnej $K_{\varphi}(\tau)$ ciągłej w punkcie $\tau = 0$;

$\delta_{\alpha\beta}$ - zdeterminowane elementy macierzy wpływu.

Stochastyczny proces $\varphi(t)$ wyraża się zależnością

$$\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t) \quad (17)$$

Funkcję przejścia dla tensorowego pola naprężeń $\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}(r_p, t)(r_p \in \Pi)$ można przedstawić w postaci:

$$H^{k}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(p) = \delta_{\alpha\beta} H^{k}_{\varphi}(p) = \delta_{\alpha\beta}\frac{\Phi_1(p) - \Phi_2(p)}{\bar{Q}^{k}(p)} \quad (18)$$

przy czym gdy $k = 1$ to $\bar{Q}^{2}(p) = 0$ i odwrotnie;

gdzie: $\Phi_1(p)$, $\Phi_2(p)$, $\bar{Q}^{k}(p)$ - transformaty Laplace'a

zmiennych $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ i $\bar{q}^{k}(t)$.

Funkcję przejścia $H^k_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(p)$ najprościej jest wyznaczyć z równań różniczkowych (1b).

Gęstość widmową losowego pola tensorowego naprężeń w punkcie $r_p \in \Pi$ ramy, przy obciążeniu niesymetrycznym, określa zależność:

$$S_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(r_p,\omega) = \sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{2} H^{*k}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{l}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}\, S^{(N)}_{kl}(\omega) \tag{19}$$

gdzie

$$H^k_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega) = \left[H^k_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(p)\right]_{p=i\omega}$$

$$(k = 1,2)$$

$$H^{*k}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega) = H^k_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(-i\omega)$$

$S^{(N)}_{kl}(\omega)$ - gęstość widmowa obciążenia niesymetrycznego określona zależnością (6).

Podobnie jak w przypadku poprzednim zależność (19) można zapisać w zmodyfikowanej postaci:

$$S_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(r_p,\omega) = \frac{1}{\nabla}\left[A^{(N)}(\omega) + B^{(N)}(\omega)\cos\varphi + C^{(N)}(\omega)\sin\varphi\right]S^{(N)}(\lambda) \tag{20}$$

gdzie

$$\left.\begin{aligned}
A^{(N)}(\omega) &= H^{*1}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{1}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega) + H^{*2}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{2}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\\
B^{(N)}(\omega) &= 2\,\mathrm{Re}\left[H^{*1}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{2}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\right]\\
C^{(N)}(\omega) &= 2\,\mathrm{Jm}\left[H^{*1}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\, H^{2}_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(i\omega)\right].
\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Superpozycja naprężeń

Jeśli tensorowe pola losowe naprężeń przy obciążeniach: symetrycznym $\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}(r_p,t)$ i niesymetrycznym $\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}(r_p,t)$ w punkcie $r_p \in \Pi$ ramy są nieskorelowane, to gęstość widmowa stochastycznego pola naprężeń superponowanych $\sigma_{\alpha\beta}(r_p,t)$ jest równa:

$$S_{\sigma_{\alpha\beta}}(r_p,\omega) = S_{\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}}(r_p,\omega) + S_{\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}}(r_p,\omega) \tag{22}$$

Ponieważ stochastyczny proces oddziaływania drogi był z założenia normalny, więc również tensorowe pole losowe naprężeń $\sigma_{\alpha\beta}(r_p,t)$ jest gaussowskie. Ramy samochodowe wykonuje się najczęściej z kształtowników o przekroju zamkniętym, więc podczas obciążenia największe naprężenia pojawią się w miejscach powierzchniowych ramy. W takim przypadku w interesującym nas punkcie ramy $r_p \in \Pi$ stan naprężenia sprowadza się do zagadnienia płaskiego i wskaźniki przyjmują wartości $\alpha, \beta = 1, 2$. O wytężeniu materiału ramy w punkcie $r_p \in \Pi$ decydować będzie naprężenie zastępcze $\sigma(r_p,t)$. Ponieważ wszystkie postawione do chwili obecnej hipotezy wytężenia przy naprężeniach zmiennych są uogólnieniem hipotez wytężenia przy naprężeniach stałych, więc przyjmujemy hipotezę Hubera, którą w tym przypadku można przedstawić zależnością:

$$\left[\sigma(r_p,t)\right]^2 = \left[\sigma_{11}(r_p,t)\right]^2 + \left[\sigma_{22}(r_p,t)\right]^2 - \sigma_{11}(r_p,t)\,\sigma_{22}(r_p,t) + 3\left[\sigma_{12}(r_p,t)\right]^2. \tag{23}$$

Gęstość widmowa procesu stochastycznego

$$w(r_p,t) = \left[\sigma(r_p,t)\right]^2$$

będzie równa:

$$S_w(r_p,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\Big[2\,S_{\sigma_{11}}(r_p,\omega_1)S_{\sigma_{11}}(r_p,\omega-\omega_1) + 2S_{\sigma_{22}}(r_p,\omega_1)S_{\sigma_{22}}(r_p,\omega-\omega_1) + S_{\sigma_{11}}(r_p,\omega_1)S_{\sigma_{22}}(r_p,\omega-\omega_1) + 18S_{\sigma_{12}}(r_p,\omega_1)\,S_{\sigma_{12}}(r_p,\omega-\omega_1)\Big]\,d\omega_1. \tag{24}$$

Stąd wyznaczyć można wariancję D^2_{σ} losowego procesu naprężeń $\sigma(r_p,t)$ oraz wariancję $D^2_{\dot{\sigma}}$ prędkości zmian naprężeń $\dot{\sigma}(r_p,t)$ w punkcie $r_p \in \Pi$:

$$D^2_{\sigma} = \sqrt{\int_0^{\infty} S_w(r_p,\omega)\, d\omega} \tag{25}$$

$$D^2_{\dot{\sigma}} = \sqrt{\int_0^{\infty} \omega^2\, S_w(r_p,\omega)\, d\omega} \tag{26}$$

Sposób wyznaczania elementów macierzy wpływu

Ponieważ funkcje korelacyjne $K_{F_i}(\tau)$ $(i = 1,2,\ldots n)$, $K_{R_j}(\tau)$ $(j=1,2,\ldots m)$ i $K_{\varphi}(\tau)$ są z założenia ciągłe w punkcie $\tau = 0$ więc normalne stacjonarne procesy stochastyczne $F_i(t)$, $R_j(t)$ i $\varphi(t)$ są fnkcjami ciągłymi w sensie średniokwadratowym na całym zbiorze $t \in T$. A zatem tensorowe pola losowe naprężeń określone zależnościami (7) i (16) są jednoznacznie określone dla każdego $t \in T$. Jeśli ustalić wartość t i przyjąć jakieś $t = to \in T$, to zależności (7) i (16) można zapisać:

$$\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}(r_p,to) = \sum_{i=1}^{n} \delta^{i}_{\alpha\beta} F_i(to) + \sum_{j=1}^{m} \Delta^{j}_{\alpha\beta} R_j(to) \tag{27}$$

$$\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}(r_p,to) = \delta_{\alpha\beta}\varphi(to). \tag{28}$$

Ponieważ na wartości losowych obciążeń F_i, R_j, φ nie nałożono żadnych ograniczeń, więc prawdopodobieństwo tego, że zmienne losowe $F_i(to)$, $R_j(to)$ i $\varphi(to)$ przyjmują dowolną wartość z przedziału $-\infty$, $+\infty$ jest równe jedności. Jeśli zatem poddamy ramę obciążeniom statycznym o dowolnych wartościach liczbowych $F_i(to)$, $R_j(to)$ i $\varphi(to)$ oraz dokonamy eksperymentalnych pomiarów naprężeń $\left[\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}(r_p,to)\right]_i$ $(i = 1,2,\ldots n)$, $\left[\sigma^{(S)}_{\alpha\beta}(r_p,to)\right]_j$ $(j = 1,2,\ldots m)$ i $\sigma^{(N)}_{\alpha\beta}(r_p,to)$ w punkcie $r_p \in \Pi$ ramy, to określimy jednoznacznie wartości liczbowe elementów macierzy wpływu $\delta^{i}_{\alpha\beta}$, $\Delta^{j}_{\alpha\beta}$, $\delta_{\alpha\beta}$ Sposób ten wymaga jednak pewnego wyjaśnienia. W założeniach wstępnych przyjęto, że rama jest ciałem liniowo-sprężystym o zdeterminowanych parame-

trach. Dla takich założeń przedstawiono model matematyczny (7), (16) analitycznej symulacji naprężeń w ramie. Z drugiej strony, pewne wielkości tego modelu wyznacza się eksperymentalnie na rzeczywistej ramie. Pomiar ten obarczony jest pewnym błędem. Wiadomo jest także, że parametry sprężyste takiego rzeczywistego ciała są w miarę losowe; a zatem wyznaczone proponowanym sposobem wartości liczbowe elementów macierzy wpływu posiadać będą pewien rozkład prawdopodobieństwa. Dlatego za elementy macierzy wpływu, w zależnościach (7) i (16) należy przyjąć ich średnie wartości liczbowe określone eksperymentalnie.

Tak wyznaczone macierze wpływu zależne są od rzeczywistych cech geometrycznych ramy, od miejsc przyłożenia obciążeń, od parametrów sprężystych, a nie są zależne od wartości tych obciążeń.

W pracy [3] wykazano, że wartości liczbowe macierzy wpływu wyznaczone zaproponowanym wyżej sposobem pokrywają się z wartościami liczbowymi tych samych wielkości określonymi przy obciążeniu dynamicznym o zdeterminowanym przebiegu. Świadczy to o tym, że poczynione na wstępie założenie o pomijalności naprężeń, których źródłem są wibracje samej ramy jest do przyjęcia, a postawiona hipoteza o możliwości statycznej oceny właściwości dynamicznych ramy jest uzasadniona (słuszna).

Ocena trwałości ramy

Zniszczenie ramy pod wpływem obciążeń stochastycznych przyjmuje zwykle formę zniszczenia zmęczeniowego, powstałego na skutek długotrwałego oddziaływania naprężenia losowego $\sigma(r_p, t)$ w jakimś niebezpiecznym punkcie $r_p \in \Pi$ ramy.

Dotychczas nie ma żadnego, całkowicie zadowalającego kryterium zniszczenia, które stałoby się podstawą przewidywania trwałości elementu poddanego losowo zmieniającemu się naprężeniu o znanej charakterystyce probalistycznej. Pewnym rozwiązaniem może być adaptacja kryterium zniszczenia oparta na hipotezie o liniowym sumowaniu się uszkodzeń Palmgrena-Minera:

$$U = \sum_i \frac{n_i}{N(\sigma_i)} = 1 \tag{28}$$

gdzie:

U - miara uszkodzenia;

n_i - liczba cykli z naprężeniem σ_i;

$N(\sigma_i)$ - liczba cykli z naprężeniem σ_i, przy których następuje zniszczenie.

Kryterium to można stosować do przypadku drgań stochastycznych, przyjmując, że naprężenia σ_i dotyczą poziomów maksymalnych.

Ponieważ proces stochastyczny $\sigma(r_p,t)$ $(r_p \in \Pi)$ określony zależnością (23), jest nieliniową funkcją składowych gaussowskich procesów losowych $\sigma_{\alpha\beta}(r_p,t)$ $(\alpha,\beta = 1, 2)$, więc $\sigma(r_p,t)$ nie będzie już normalną funkcją losową. Do dalszych rozważań przyjmujemy stacjonarny gaussowski proces stowarzyszony [7] z danym procesem $\sigma(r_p,t)$, o takich samych charakterystykach probalistycznych. Zakładamy także, że proces ten ma widmo wąskie, w którym dominuje jedna częstotliwość z wartością oczekiwaną równą zeru. Wychodząc z hipotezy Palmgrena-Minera otrzymujemy średnią trwałość $\bar{S}$, wyrażoną przebiegiem na danym typie drogi przy określonej prędkości v poruszania się pojazdu, uwarunkowaną pojawieniem się zniszczenia zmęczeniowego w pewnym punkcie $r_p \in \Pi$

$$\bar{S} = \frac{2\pi v(\sigma_{-1})^m D_{\bar{\sigma}}^2}{\frac{D_{\dot{\bar{\sigma}}}^2}{D_{\bar{\sigma}}^2} \exp\left(-\frac{\sigma_d^2}{2 D_{\bar{\sigma}}^2}\right) \int_{\sigma_d}^{\sigma_g} \sigma^{m+1} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2 D_{\bar{\sigma}}^2}\right) d\sigma} \tag{29}$$

gdzie:

σ_{-1} - wytrzymałość zmęczeniowa

$m = \mathrm{ctg}\alpha$, α - kąt nachylenia krzywej Wöhlera.

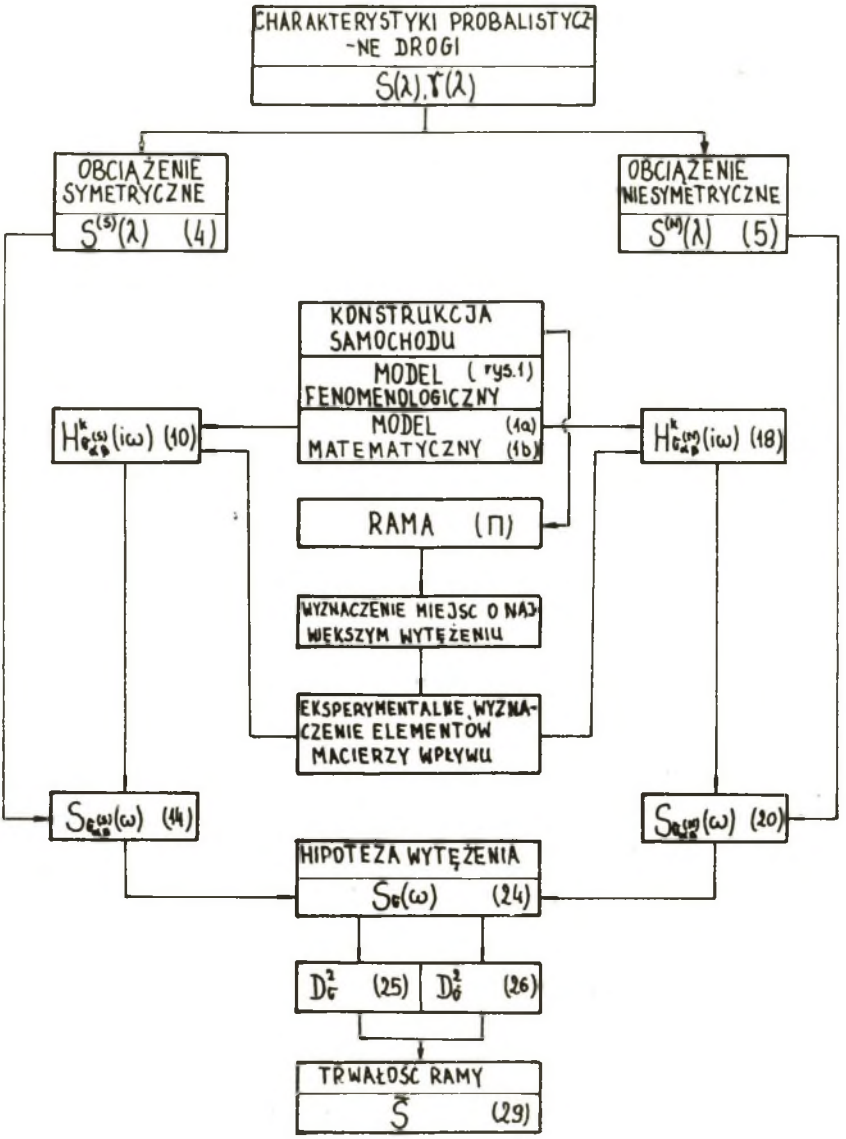
W przypadku losowego procesu naprężenia o zerowej wartości przeciętnej $\sigma_d = \sigma_{-1}$, $\sigma_g = \sigma_{max}$.

Gdy proces naprężenia jest przesunięty względem poziomu zerowego, to przy określaniu σ_d i σ_g uwzględnić należy wrażliwość materiału na asymetrię cyklu.

Wnioski

W oparciu o przedstawione rozważania zaproponowano metodykę postępowania, służącą do oceny trwałości ramy (rys. 2):

- przeprowadzenie dokładnych i kompleksowych badań tensometrycznych naprężeń panujących w ramie pod obciążeniem statycznym;
- określenie punktów o największym wytężeniu;
- wyznaczenie dla tych punktów liczbowych wartości elementów macierzy wpływu;



Rys. 2. Alogrytm analityczno-eksperymentalnego sposobu określania trwałości ramy samochodu

- przyjęcie modelu fenomenologicznego i modelu matematycznego drgań samochodu;
- przeprowadzenie eksperymentu numerycznego na maszynie cyfrowej, którego wynikiem będzie przewidywana średnia trwałość ramy.

Przedstawiony sposób ma następujące zalety:

- umożliwia określenie trwałości eksploatacyjnej prototypu ramy tylko na podstawie założeń konstrukcyjnych nowego modelu samochodu;
- jest znacznie szybszy, zarówno od długotrwałych badań eksploatacyjnych jak i badań symulujących na stanowiskach badawczych;
- jest niezbyt kosztowny i nie wymaga skomplikowanej aparatury badawczej.

LITERATURA

[1] BAK R., BURCZYŃSKI T.: Sesja "Przemysł i My". Referaty cz. I IPKM, Zeszyt 20/54 Gliwice 1974, 177.

[2] DIETRYCH M.: Wstęp do stochastycznej teorii maszyn, PWN, Warszawa, 1972.

[3] JACENKO N.N.: Kolebanija, procnost i forsirovannyje ispytanija gruzovych avtomobilej. Izd. Masinostrojenie, Moskva, 1972.

[4] ROBSON J.D., DODDS G.J.: The response of Venicle Componets to Random Road - Surface Undulations, FISITA Congress Brussels 1970.

[5] ROBSON J.D., PALJNG V.R., MACVEAN D.B., DODDS C.J.: Wprowadzenia do drgań stochastycznych, Wydawnictwo PAN, Warszawa, 1973.

[6] ROTENBERG R.W.: Podvieska avtomobila, Masinostrojenie, Moskva, 1972.

[7] SOBCZYK K.: Metody dynamiki statystycznej, PWN, Warszawa, 1973.

[8] SWIESZNIKOW A.: Podstawowe metody funkcji losowych, PWN, Warszawa 1965.

АНАЛИТИЧЕСКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД
ИССЛЕДОВАНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ АВТОМОБИЛЬНЫХ РАМ

Р е з ю м е

В работе предложено аналитическо-экспериментальный метод определения долговечности автомобильной рамы. Этот метод дает возможность определения динамических свойств рамы на основе результатов статических испытаний.

ANALITIC-EXPERIMENTAL METHOD FOR CHASSIS FRAME DURABILITY EXAMINATION

S u m m a r y

The paper presents analitic-experimental definition of chassis frame durability. A hypothetic simplication assumption has been the base of this definition which enables the estimation of dynamic properties on the base of static research.