ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1975

Seria: Mechanika z. 53 Nr kol. 439

Jan Adamczyk
Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn

STATYSTYCZNE ROZKŁADY STRZAŁEK UGIĘCIA DŹWIGARÓW SUWNIC POMOSTOWYCH

Streszczenie. W opracowaniu przedstawiono wyniki badań wartości strzałek ugięcia dźwigarów mostów suwnic w płaszczyźnie pionowej. Badania statystyczne przeprowadzono ze względu na cechę liczbową, określoną przez stosunek wartości strzałek ugięcia rzeczywistej do teoretycznej. Przedmiotem analizy są suwnice jednodźwigarowe, dwudźwigarowe, kratownicowe i o napędzie ręcznym. Przy pomocy testów statystycznych stwierdzono, że do rozkładów empirycznych cechy liczbowej k najbardziej zbliżonym rozkładem teoretycznym jest rozkład beta. Wyznaczono parametry rozkładu teoretycznego oraz przedziały ufności jego parametrów.

Wymagania odnośnie statycznej sztywności dźwigarów mostów suwnic

Według obecnie obowiązujących norm i przepisów, jednym z głównych parametrów decydujących o dopuszczeniu suwnicy do eksploatacji jest wartość statycznej strzałki ugięcia dźwigarów mostu w płaszczyźnie pionowej.

Teoretyczna strzałka ugięcia dźwigara mostu wg [1, 2] nie powinna przekraczać wartości $f_{dop} = \frac{1}{700} L$, gdzie L – rozpiętość suwnicy w cm. Warunek ten nie dotyczy suwnic, w których mechanizm jazdy wózka wyposażony jest w automatyczny hamulec typu zamkniętego.

Normy amerykańskie ograniczają strzałkę ugięcia dźwigara do wartości $f_{dop} = \frac{1}{666} L$, tj. wartości uniemożliwiającej samoczynne przemieszczanie się wózka.

W literaturze niemieckiej wartość strzałki ugięcia dźwigara ograniczona jest do $f_{dop} = \frac{1}{750} L$ [3].

W kraju strzałkę ugięcia dźwigarów mostów suwnic ograniczają Przepisy Urzędu Dozoru Technicznego z roku 1965. Przepisy te dopuszczają przy obciążeniu równym 110% obciążenia nominalnego suwnicy, rzeczywiste (zmierzone) wartości strzałek ugięcia od obciążenia ruchomego: $f_{dop} = \frac{1{,}1}{700} L$ – dla suwnic o napędzie elektrycznym, $f_{dop} = \frac{1{,}1}{500} L$ – dla suwnic jednodźwigarowych o napędzie elektrycznym i $f_{dop} = \frac{1{,}1}{400} L$ – dla suwnic o napędzie ręcznym [4].

Powyższe wymagania nie posiadają uzasadnienia eksploatacyjnego a jednak zasadniczo rzutują na ciężar dźwigarów mostu. Jedynie uzasadniony, podawany w literaturze warunek zapobiegania samoczynnemu przemieszczaniu się wózka jest obecnie nieaktualny, gdyż przeważająca większość mechanizmów jazdy wózków suwnic jest wyposażona w hamulce. Stosunkowo duże rozbieżności w wymaganiach dotyczących dopuszczalnej wartości strzałki ugięcia pozwalają wysunąć tezę, że obecne ograniczenia wynikają w znacznym stopniu z tradycji a nie z przesłanek eksploatacyjnych. Przy większych rozpiętościach suwnic strzałka ugięcia decyduje o doborze ich geometrycznych cech konstrukcyjnych. Prowadzi to do niewykorzystania wytrzymałości tworzywa co szczególnie dotyczy stali niskostopowych o podwyższonej wytrzymałości i stopów aluminium.

W praktyce, w procesie konstruowania teoretyczną strzałkę ugięcia dźwigara wyznacza się jako sumę strzałek ugięcia od ciężaru własnego, ciężaru wózka i ciężaru ładunku. Do obliczeń przyjmuje się wyidealizowany model dźwigara jako statycznie wyznaczalną wspartą na dwu podporach belkę. Tak wyznaczona teoretyczna strzałka ugięcia powinna być mniejsza od wartości f_{dop} określanej jako $\frac{1}{n_f}$ L, gdzie n_f = 700, 500 lub 400 w zależności od typu mostu suwnicy i rodzaju napędu jej mechanizmów.

Rzeczywiste strzałki ugięcia dźwigarów suwnic pomostowych są znacznie mniejsze od wartości wyznaczonych teoretycznie. Celem pracy jest ustalenie przy pomocy analizy statystycznej stosunków wartości rzeczywistych strzałek ugięcia do wartości strzałek wyznaczonych teoretycznie.

Analiza statystyczna wartości strzałek ugięcia dźwigarów suwnic pomostowych w płaszczyźnie pionowej

Populację generalną stanowią wartości strzałek ugięcia dźwigarów mostów suwnic produkcji krajowej. Populacja generalna zawiera skończoną liczbę elementów. Elementy populacji badane są ze względu na cechę liczbową, którą jest liczba k zdefiniowana jako stosunek rzeczywistej strzałki ugięcia f do strzałki dopuszczalnej, określonej przez przepisy UDT [4]:

$$k = \frac{f}{f_{dop}} \tag{1}$$

Badanie populacji jest wyrywkowe i każdy jej element posiada takie samo prawdopodobieństwo wylosowania do próbki, czyli został spełniony warunek badania statystycznego. Pobrana próbka jest próbką bezzwrotną tzn. wylosowany element nie był zwracany do populacji generalnej. Liczebność próbek n dla danego typu mostu obrazuje rozpowszechnienie danego typu suwnic w przemyśle, gdyż losowanie przeprowadzono wspólnie dla wszystkich typów

suwnic a następnie podzielono wylosowane elementy na cztery grupy: suwnice dwudźwigarowe, kratownicowe, jednodźwigarowe i o napędzie ręcznym.

Łącznie przeanalizowano 226 suwnic w tym dwudźwigarowych 90, kratownicowych 34, jednodźwigarowych 57 i 45 suwnic o napędzie ręcznym. Wyniki obserwacji zebrano w tablicach zawierających dla danej suwnicy wartość cechy liczbowej k oraz charakterystyczne parametry suwnicy: grupę natężenia pracy, udźwig, rozpiętość, wartości dopuszczalnej i zmierzonej strzałki ugięcia dźwigów mostu.

Z zaobserwowanych wartości k zbudowano szeregi rozdzielcze, składające się z dziesięciu przedziałów, przy czym liczbę elementów w i-tym przedziale i = 1, 2, 3, ... 10 oznaczono przez n_i. Wyniki obserwacji dla poszczególnych typów suwnic zamieszczono w tablicach 1 do 4.

Tablica 1

Wyniki obserwacji dla suwnic dwudźwigarowych

i	k	n_i	i	k	n_i
1	0,0 - 0,1	0	6	0,5 - 0,6	12
2	0,1 - 0,2	7	7	0,6 - 0,7	7
3	0,2 - 0,3	23	8	0,7 - 0,8	1
4	0,3 - 0,4	19	9	0,8 - 0,9	0
5	0,4 - 0,5	21	10	0,9 - 1,0	0

Tablica 2

Wyniki obserwacji dla suwnic kratownicowych

i	k	n_i	i	k	n_i
1	0,0 - 0,1	0	6	0,5 - 0,6	4
2	0,1 - 0,2	3	7	0,6 - 0,7	2
3	0,2 - 0,3	9	8	0,7 - 0,8	0
4	0,3 - 0,4	8	9	0,8 - 0,9	0
5	0,4 - 0,5	8	10	0,9 - 1,0	0

Tablica 3

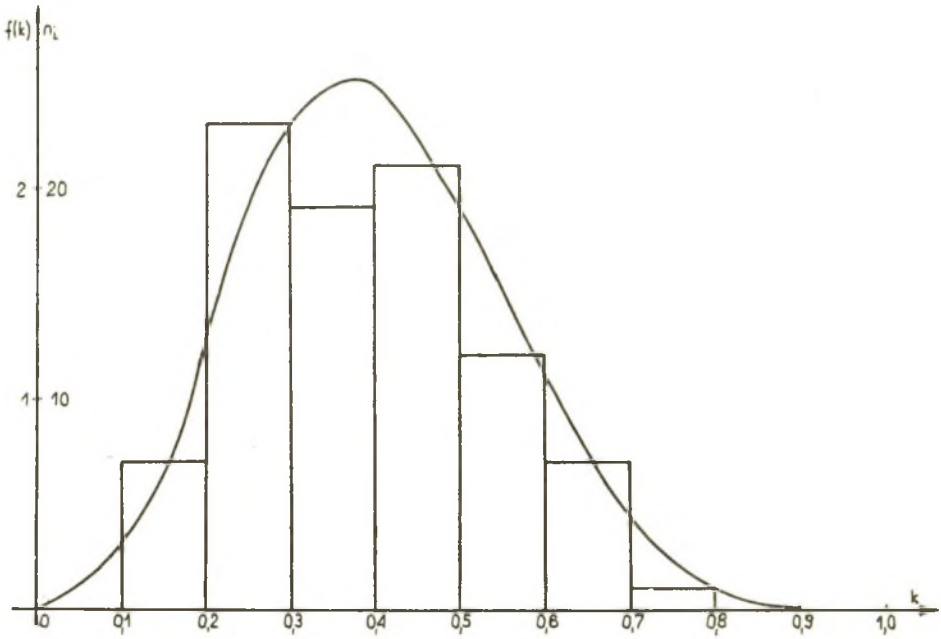
Wyniki obserwacji dla suwnic jednodźwigarowych

i	k	n_i	i	k	n_i
1	0,0 - 0,1	0	6	0,5 - 0,6	8
2	0,1 - 0,2	5	7	0,6 - 0,7	5
3	0,2 - 0,3	9	8	0,7 - 0,8	1
4	0,3 - 0,4	13	9	0,8 - 0,9	0
5	0,4 - 0,5	15	10	0,9 - 1,0	1

Tablica 4

Wyniki obserwacji dla suwnic o napędzie ręcznym

i	k	n_i	i	k	n_i
1	0,0 - 0,1	0	6	0,5 - 0,6	5
2	0,1 - 0,2	4	7	0,6 - 0,7	2
3	0,2 - 0,3	11	8	0,7 - 0,8	1
4	0,3 - 0,4	10	9	0,8 - 0,9	0
5	0,4 - 0,5	11	10	0,9 - 1,0	0



Rys. 1. Histogram oraz funkcja gęstości prawdopodobieństwa zmiennej k o rozkładzie beta dla suwnic dwudźwigarowych

Na podstawie powyższych tablic opracowano histogramy wartości k. Histogram dla suwnic dwudźwigarowych przedstawiono na rys. 1. Ponieważ rozkład zmiennej losowej k jest nieznany należało ustalić taki rozkład teoretyczny, który byłby maksymalnie zbliżony do rozkładu empirycznego. Z histogramów można było wnioskować, że rozkład teoretyczny będzie ten sam dla wszystkich typów suwnic. Kształt histogramów wskazuje, że rozkład empiryczny jest zbliżony do jednego z rozkładów teoretycznych: normalnego, Weibulla, logarytmiczno-normalnego lub rozkładu beta. Zgodność powyższych rozkładów z rozkładami empirycznymi sprawdzono wstępnie na podstawie siatek prawdo-

podobieństwa. Jeśli punkty otrzymane z obserwacji układają się na siatce prawdopodobieństwa wzdłuż linii prostej, to rozkład empiryczny jest zgodny z rozkładem teoretycznym, dla którego sporządzona została siatka prawdopodobieństwa. Punkty otrzymane z obserwacji najdokładniej układały się wzdłuż prostych na siatkach prawdopodobieństwa dla rozkładów Weibulla i beta. Z tego względu w dalszej analizie statystycznej nie brano pod uwagę rozkładów normalnego i logarytmiczno-normalnego.

Oszacowane na podstawie siatki prawdopodobieństwa parametry rozkładu Weibulla wynoszą:

$$a = 0{,}42 \qquad b = 3{,}0 \tag{2}$$

Tak więc gęstość prawdopodobieństwa rozkładu Weibulla przyjmuje postać

$$f(k) = \frac{b}{a}\left(\frac{k}{a}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{k}{a}\right)^{b}\right] = 7{,}15\left(\frac{k}{0{,}42}\right)^{2} \cdot \exp\left[-\left(\frac{k}{0{,}42}\right)\right]^{2}, \tag{3}$$

a funkcja rozkładu prawdopodobieństwa

$$F(k) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{k}{a}\right)^{b}\right] = 1 - \exp\left[-\left(\frac{k}{0{,}42}\right)^{3}\right] \tag{4}$$

Parametry rozkładu beta określono analitycznie wyznaczając z danych doświadczalnych momenty pierwszego i drugiego rzędu.

Wartość przeciętna zmiennej losowej k jest równa momentowi pierwszego rzędu, natomiast wariancja zmiennej losowej równa jest momentowi rzędu drugiego. Dla rozkładu beta wartość przeciętna E(k) i wariancja $D^2(k)$ są funkcjami parametrów α i β :

$$E(k) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \tag{5}$$

$$D^2(k) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)} \tag{6}$$

Wartość momentu rzędu pierwszego wyznaczona z danych doświadczalnych wynosi:

$$m_1 = \sum_i k_i \cdot P\left\{k = k_i\right\} = 0{,}391000 \tag{7}$$

a wartość momentu drugiego rzędu

$$m_2 = \sum_i k_i^2 \, P\left\{k = k_i\right\} = 0{,}169348 \tag{8}$$

Wykorzystując zależności (7) i (8) wyznaczono wartości $E(k)$ i $D^2(k)$:

$$E(k) = m_1 = 0{,}391000 \tag{9}$$

$$D^2(k) = m_2 - m_1^2 = 0{,}169348 - 0{,}391000^2 = 0{,}0215 \tag{10}$$

Podstawiając wartości (9) i (10) do równań (5) i (6) otrzymano po zaokrągleniu:

$$\begin{aligned} \alpha &= 4 \\ \beta &= 6 \end{aligned} \tag{11}$$

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa teoretycznego, otrzymanego na podstawie obserwacji rozkładu beta przyjmuje postać:

$$f(k) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad k < 0 \quad \text{lub} \quad k > 1 \\ 504 \cdot k^3(1-k)^5 & \text{dla} \quad 0 < k < 1 \end{cases} \tag{12}$$

a funkcja rozkładu prawdopodobieństwa tego rozkładu:

$$F(k) = \begin{cases} 0 \\ 504 \int_0^k u^3(1-u)^5 & \text{dla} \quad 0 < k < 1 \end{cases} \tag{13}$$

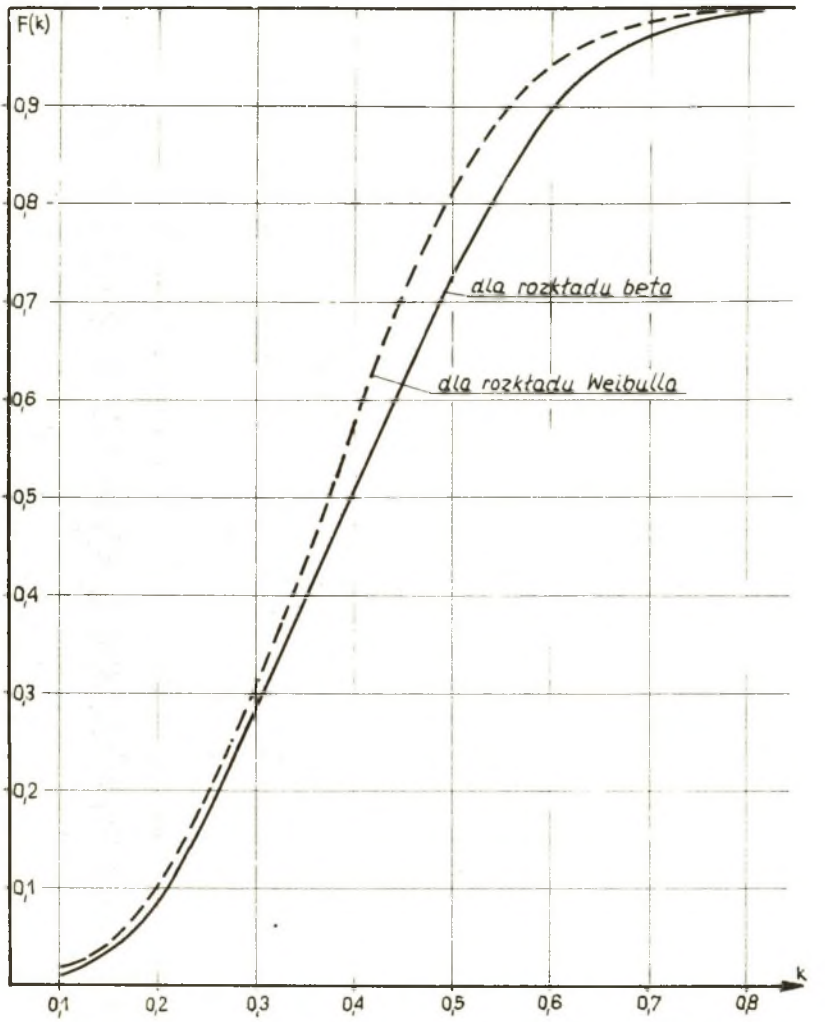
Na rys. 2 wykreślono gęstości prawdopodobieństwa rozkładów Weibulla i beta dla oszacowanych wyżej parametrów. Można przyjąć, że obydwa rozkłady teoretyczne w przybliżeniu odpowiadają rozkładowi cechy k próbki.

W celu określenia, który rozkład teoretyczny jest bliższy rozkładowi empirycznemu przeprowadzono test zgodności χ^2. Im mniejsza wartość liczby χ^2, tym rozkład teoretyczny bardziej odpowiada rozkładowi empirycznemu zmiennej losowej k [56].

Np. dla suwnic dwudźwigarowych: dla rozkładu beta $\chi^2 = 1{,}360$ a dla rozkładu Weibulla $\chi^2 = 6{,}080$. Na podstawie testu χ^2 stwierdzono następnie, że dla wszystkich czterech typów suwnic zmienna losowa posiada rozkład beta o jednakowych parametrach $\alpha = 4$ i $\beta = 6$. Na histogramy cechy liczbowej k (rys. 1) naniesiono gęstość prawdopodobieństwa rozkładu, wyznaczoną z zależności (12).

Przy nieznanych parametrach rozkładu m, σ (m - wartość średnia, σ - odchylenie średnie) wyrażenie:

$$\frac{E(k) - m}{S} \sqrt{n - 1} \tag{14}$$



Rys. 2. Dystrybuanty rozkładów Weibulla i beta

jest zmienną losową o rozkładzie Studenta o n-1 stopniach swobody. Można więc napisać:

$$P\left\{-t < \frac{E(k) - m}{S}\sqrt{n-1} < t\right\} = 1 - \alpha \qquad (15)$$

gdzie:

E(k) – wartość średnia z próbki,
m – wartość średnia oczekiwana,
S – odchylenie średnie z wylosowanej próbki,
n – liczebność próbki,
α – poziom istotności,
t – parametr rozkładu Studenta.

Korzystając z równania (15) wyznaczono przedziały ufności wartości oczekiwanych na poziomie istotności $\alpha = 0{,}02$. Np. dla suwnic dwudźwigarowych wartość średnia i jej przedział ufności wynoszą: $m = 0{,}40 \pm 0{,}04$. Wyznaczono również przedziały zmienności odchyleń średnich na poziomie istotności $\alpha = 0{,}02$, np. dla suwnic dwudźwigarowych przedział zmienności odchylenia średniego wynosi: $0{,}13 < \sigma < 0{,}18$.

Wnioski

Obecne wymagania odnośnie statycznej strzałki ugięcia dźwigarów nie posiadają uzasadnienia eksploatacyjnego. Wymagania te są jedną z głównych przeszkód w stosowaniu stali niskostopowych i stopów aluminium jako tworzywa konstrukcyjnego do budowy ustrojów nośnych suwnic.

Rzeczywiste strzałki ugięcia dźwigarów suwnic są znacznie mniejsze od wartości dopuszczalnych przez przepisy Urzędu Dozoru Technicznego.

Z analizy statystycznej wynika, że rzeczywiste strzałki ugięcia są przeciętne 2,5 raza mniejsze od strzałek dopuszczalnych.

LITERATURA

[1] GOCHBERG M.: Metallicheskie konstrukcii pod" emno-transportnych mašin Mašinostroenie, Moskva, 1964.

[2] PARNICKIJ A., ŠABAŠOV A.: Mostovye krany obščego naznačenija, Mašgiz Moskva, 1961.

[3] ERNST H.: Die Hebezeuge. Band II. Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig 1955.

[4] Przepisy Urzędu Dozoru Technicznego, WKiC, Warszawa 1965.

[5] FISZ M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, PWN, Warszawa 1958.

[6] HELWIG Z.: Elementy rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej, PWN, Warszawa, 1969.

[7] ĆWIK R.: Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1971.

[8] Protokoły rewizji suwnic podległych Rejonowi Dozoru Technicznego w Gliwicach.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СТРЕЛЫ ИЗГИБА
БАЛОК МОСТОВЫХ КРАНОВ

Р е з ю м е

В разработке даются результаты исследований стрелы изгиба балок крановых мостов в вертикальной плоскости. Статистические исследования производились с точки зрения числовой приметы определенной соотношением фактической стрелы изгиба к теоретической. Предметом исследований были однобалочные, двухбалочные и фермовые краны, а также краны с ручным приводом. При помощи статистических тестов было установлено, что к эмпирическому распределению числовой приметы "к" наиболее близким к теоретическому распределению является распределение "бета". Были определены параметры теоретического распределения и диапазоны интервалы достоврености его параметров.

STATISTICAL DISTRIBUTION OF OVERHEAD CRANE GIRDER DEFLECTIONS

S u m m a r y

In the paper the test results of crane crane girder deflection values in a vertical plane were represented. Statistical tests were made relatively to a guality determined by a ratio of an actual to a theoretical girder deflections. The test objects were single and double-girder cranes, truss - girder cranes and thouse of a hand operated. With a help of staristical tests was recorded that for an empirical distributions "k" value the most approximated theoretical distribution is a beta distribution.Parameters of theoretical distribution as well as confidence intervals were determined.