ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: MECHANIKA z. 85 Nr kol. 1010

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN I MECHANIZMÓW

11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Lucyna BOGDAN, Zbigniew NAHORSKI

Instytut Badań Systemowych
PAN, Warszawa

Jan LEWANDOWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna
Warszawa

DETEKCJA ZMIAN PARAMETRÓW W PEWNYM MECHANICZNYM NIELINIOWYM UKŁADZIE OBROTOWYM

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki badań związanych z wykrywaniem uszkodzeń mechanicznych części wirujących, na przykładzie silnika żyroskopowego. Metoda badań polega na statystycznym opracowaniu modeli (identyfikacji), a następnie zastosowaniu testów statystycznych do badania różnic między oszacowanymi parametrami dla silnika nieuszkodzonego i silnika uszkodzonego. Otrzymane wyniki wskazują na celowość opracowywania dokładnych modeli oraz na dużą dokładność metody przy wykrywaniu uszkodzenia silnika.

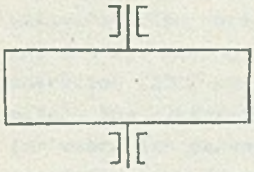
1. Wstęp

Niniejsza praca przedstawia wyniki wstępnych badań nad możliwością zastosowania metod identyfikacji do wczesnego wykrywania zmian zmęczeniowych, drobnych pęknięć lub ubytków w takich układach obrotowych jak silniki czy turbiny.

2. Modele systemu i estymacja ich parametrów

Badany w pracy [4] silnik żyroskopowy, przedstawiony schematycznie na rys. 2.1, był rozpędzany do prędkości obrotowej ω_0 (około 400 1/s). Następnie, po wyłączeniu napięcia zasilającego, badano spadek prędkości obrotowej do wystąpienia prędkości około 30 1/s. Pomiary wykonano dla

silnika z pełnym krążkiem (silnikiem wyważonym) i silnika z krążkiem nieznacznie nawierconym (silnikiem niewyważonym), co prowadziło do zmiany momentu bezwładności krążka o około 0,1%. Pomiary wykonywano co 10 s.



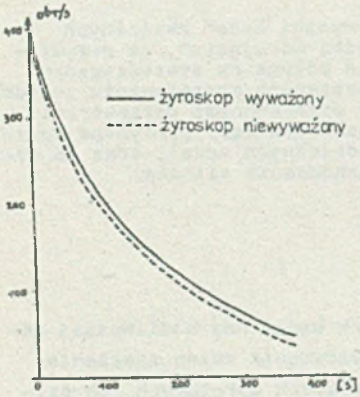
Rys. 2.1

Jedyną siłą działającą na powyższy układ po wyłączeniu napięcia zasilającego jest siła oporów: toczenia w łożyskach i oporu powietrza. Jeżeli oznaczymy tę siłę przez T, to z drugiej zasady dynamiki równanie ruchu silnika jest opisane następująco:

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} + T = 0 \qquad \omega(0) = \omega_0 \tag{1}$$

gdzie J (w naszym przypadku $J = 109 \cdot 1{,}0^{-3}$ kgm^2) jest momentem bezwładności części wirującej. Wiadomo, że siła T może zależeć od prędkości obrotowej ω. Łatwo się przekonać, że zależność taka musi występować w naszym przypadku. Gdyby bowiem T nie zależało od ω, to rozwiązanie równania (1) byłoby prostą:

$$\omega(t) = \omega_0 - \alpha t/J \tag{2}$$



Rys. 2.2

Rzut oka na wykres zmierzonych zależności $\omega(t)$ wykazuje jednak, że w zakresie rozpatrywanych prędkości obrotowych nie ma on charakteru prostej.

Rozpatrzono więc następujące przypadki zależności siły oporów od ω:

model 1: $T_1(\omega) = a\omega^m$ (3a)

model 2: $T_2(\omega) = (a\omega^2 + b)\omega$ (3b)

model 3: $T_3(\omega) = (a\omega + b)^2\omega$ (3c)

Z wyjątkiem zależności (3a) dla m = 1 prowadzą one wszystkie do modelu w postaci nieliniowego równania różniczkowego pierwszego stopnia. Ze względu na przyjęty brak zależności siły oporów od czasu równania te dają się rozwiązać metodą rozdzielenia zmiennych prowadząc do następujących wyników:

model 1:

$$\omega(t) = \begin{cases} \omega_0 e^{-At} & m = 1 \\ 1/\left[(m-1)\,At + \omega_0^{1-m}\right]^{1/m-1} & m \neq 1 \end{cases} \tag{4a}$$

przy czym $A = a/J$;

model 2:

$$\omega(t) = \sqrt{A/\left[\frac{\omega_0^2 + A}{\omega_0}\exp(Bt) - 1\right]} \tag{4b}$$

przy czym $A = b/a$, $B = 2b/J$;

model 3:

$$F(\omega,A,B) =$$

$$= B \ln \frac{\omega_0 A\omega(t) + 1}{\omega(t)(A\omega_0 + 1)} - AB \frac{\omega_0 - \omega(t)}{[A\omega(t) + 1]\,(A\omega_0 + 1)} - t = 0 \tag{4c}$$

przy czym $A = a/b$, $B = J/b^2$.

Dla przypadku (3c) rozwiązanie (4c) jest funkcją uwikłaną zmiennej $\omega(t)$.

Do estymacji parametrów modeli użyto programu poszukującego minimum sumy kwadratów odchyleń wyjść modeli od pomiarów ω_i, $i = 1,2,\ldots,N$:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{N}\left[\omega_i - \omega(ih)\right]^2 \tag{5}$$

gdzie $h = 10s$ jest odstępem między pomiarami. Do minimalizacji (5) użyto metody Marquardta, która wymaga obliczenia pochodnych funkcji $\omega(t)$ podanych wzorami (4) względem parametrów A, B, C.

3. Porównanie otrzymanych modeli

Wyniki estymacji parametrów modeli 1, 2 i 3 na podstawie zmierzonych wartości prędkości obrotowych przedstawiono w tablicy 3.1. Dla modelu 1 przeprowadzono cztery osobne obliczenia, w trzech ustalając wartość m równą $m = 1,2,3$, a w czwartym traktując m jako nieznany, estymowany parametr, który w wyniku obliczeń został ustalony na około $m = 1,3$.

Tablica 3.1

Obliczone parametry modeli siły oporów i sumy resztowe

Model	Silnik wyważony		S^2	Silnik niewyważony		S^2
	a ($\pm$odch.st.a)	b ($\pm$odch.st.b)		a ($\pm$odch.st.a)	b ($\pm$odch.st.b)	
1 m=1	6.63×10^{-4} ($\pm0.04\times10^{-4}$)	-	2984	7.13×10^{-4} ($\pm0.04\times10^{-4}$)	-	2653
1 m 1.3 opt	1.29×10^{-4} ($\pm0.02\times10^{-4}$)	-	552	1.59×10^{-4} ($\pm0.01\times10^{-4}$)	-	866
1 m=2	3.00×10^{-6} ($\pm0.05\times10^{-6}$)	-	11071	3.39×10^{-6} ($\pm0.07\times10^{-6}$)	-	13118
1 m=3	1.34×10^{-8} ($\pm0.06\times10^{-8}$)	-	42185	1.59×10^{-8} ($\pm0.08\times10^{-8}$)		45802
2	2.16×10^{-9} ($\pm0.14\times10^{-9}$)	5.32×10^{-4} ($\pm0.06\times10^{-4}$)	159	2.28×10^{-9} ($\pm0.20\times10^{-9}$)	5.83×10^{-4} ($\pm0.08\times10^{-4}$)	289
3	1.89×10^{-5} ($\pm1.37\times10^{-6}$)	2.13×10^{-2} ($\pm2.22\times10^{-4}$)	275	1.78×10^{-5} ($\pm2.69\times10^{-5}$)	2.27×10^{-2} ($\pm3.21\times10^{-4}$)	485

Wykresów wyjść modeli nie przedstawiono, gdyż różnice między nimi i pomiarami z wyjątkiem modelu 1 dla m = 1,2,3 są zbyt małe, aby były na rysunku rozróżnialne.

Dla obu stanów silnika (wyważony i niewyważony) najmniejszą wartość resztowej sumy kwadratów otrzymano dla modelu 2. Ponieważ modele 3 i 1 (przy estymowanym m) mają tyle samo parametrów, co model 2, natomiast większe resztowe sumy kwadratów, więc widać, że model 2 jest najlepszy.

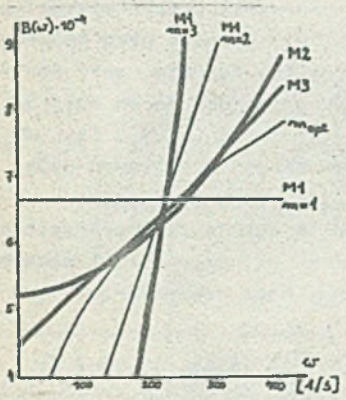
Dla każdego stanu silnika wykonano pomiary dwukrotnie i do obliczeń przyjęto ich średnią arytmetyczną. Pozwala to na ocenę błędów pomiaru poprzez obliczenie sumy kwadratów odchyleń od średnich. Wartość ta dla silnika niewyważonego wyniosła 394, a więc więcej niż resztowa suma kwadratów dla modelu 2, równa 289.

Do lepszego zrozumienia wyników estymacji pomocna może być analiza rysunków 3.1 i 3.2, na których przedstawiono wykresy funkcji $B(\omega)$ określonej następująco:

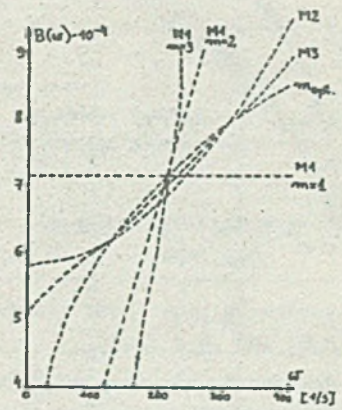
$$T(\omega) = B(\omega) \cdot \omega \cdot \tag{6}$$

Widać, że przyjęcie struktury $T(\omega)$, a więc i $B(\omega)$, wymusza pewien charakter przebiegu. W ramach tej wymuszonej postaci przebiegu poprzez odpo-

wiedni dobór parametrów następuje możliwie najlepsza aproksymacja rzeczywistego $B(\omega)$. Przyjmując, że wykres $B(\omega) = a\omega^2 + b$ najlepiej przybliża rzeczywiste $B(\omega)$, z rysunku 3.1 i 3.2 widać, na ile dokładnie można aproksymować go w poszczególnych klasach.



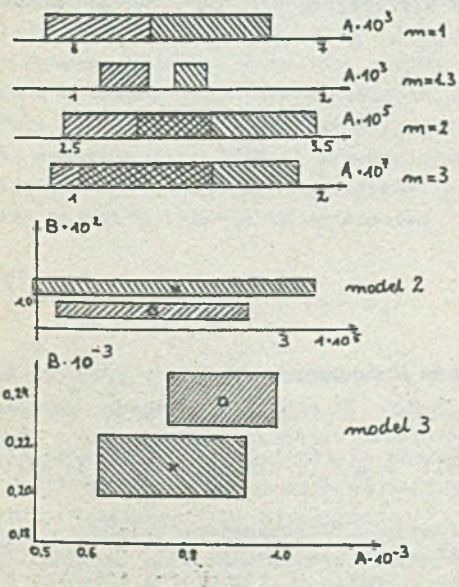
Rys. 3.1



Rys. 3.2

4. Detekcja zmian parametrów modelu

Otrzymane z estymacji oceny parametrów modeli różnią się dla silnika wyważonego i dla silnika niewyważonego.

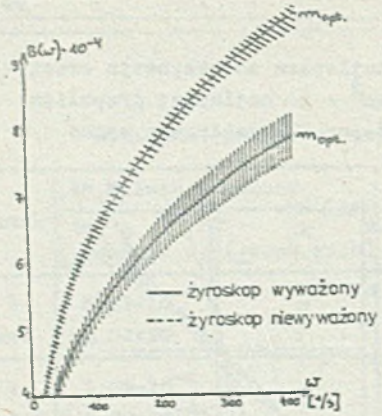


Rys. 4.1

Na rys. 4.1 przedstawiono oceny parametrów modeli (4) wraz z ich 99% przedziałem ufności.

Podobnie na rys. 4.2 ukazano przykładowo możliwe zmiany funkcji $B(\omega)$ przy zmianie parametrów wewnętrz ich 99% przedziału ufności dla modelu 1 przy $m_{opt} = 1,3$.

Z wykresów tych wyraźnie wynika, że dla części modelu oceny parametrów dla silnika wyważonego i niewyważonego różnią się znacznie w tym sensie, że nawet gdyby nastąpiły ich najmniej korzystne zmiany wewnętrz 99% przedziału ufności, można by było nadal rozróżnić, które odpowiadają silnikowi wyważonemu, a które niewyważonemu. Dla innych modeli rozróżnienie ocen parametrów dla silnika



Rys. 4.2

wyważonego i niewyważonego nie jest możliwe. Łatwo zauważyć, że zachodzenie na siebie przedziałów ufności występuje przede wszystkim w modelach mało dokładnych (model 1, m = 1,2,3).

W celu skonstruowania testów statystycznych badających, czy różnica ocen parametrów jest istotna czy też nie, por. np. [1, 2], rozważmy przypadek dwóch zbiorów danych (t_{1i}, ω_{1i}), $i = 1,\dots,N_1$; (t_{2i}, ω_{2i}), $i = 1,\dots,N_2$. Do danych pierwszych dopasowano model $f_1(t_{1i})$, a do drugich $f_2(t_{2i})$. Modele te różnią się wartościami parametrów $\underline{b}_1$ i $\underline{b}_2$, przy czym w naszym przypadku $\underline{b}$ jest bądź jednowymiarowe $\underline{b} = [A]$, bądź dwuwymiarowe $\underline{b} = [A,B]$ lub $\underline{b} = [A,m]$.

Wprowadźmy oznaczenia $\underline{\omega}_j^T = [\omega_{j1},\dots,\omega_{jN_j}]$, $f_j^T = [f_j(t_{j1}),\dots,f_j(t_{jN_j})]$ oraz łączną sumę kwadratów odchyleń obu modeli S_2^2:

$$S_2^2 = (\underline{\omega}_1 - \underline{f}_1)^T(\underline{\omega}_1 - \underline{f}_1) + (\underline{\omega}_2 - \underline{f}_2)^T(\underline{\omega}_2 - \underline{f}_2). \tag{7}$$

Jeżeli założymy, że parametry obu funkcji f_1 i f_2 są takie same, tzn. $\underline{b}_1 = \underline{b}_2 = \underline{b}$ i $f_1 = f_2 = f$, wówczas sumę kwadratów odchyleń wartości wspólnego modelu od wartości pomiarów dla połączonych obu zbiorów danych oznaczymy przez S_1^2, gdzie $\underline{\omega}^T = [\underline{\omega}_1^T, \underline{\omega}_2^T]$, $\underline{f}^T = [f_1^T, f_2^T]$.

$$S_1^2 = (\underline{\omega} - \underline{f})^T(\underline{\omega} - f) \tag{8}$$

Statystyka

$$F = \frac{(S_1^2 - S_2^2)/k}{S_2^2/(N_1 + N_2 - 2k)} \tag{9}$$

w której k jest liczbą współczynników w funkcjach $f_1(t_{1i})$, $f_2(t_{1i})$, ma w przybliżeniu rozkład F o k i $N_1 + N_2 - 2k$ stopniach swobody. Jeżeli $F > F_{kr}$ przy ustalonym poziomie istotności, to odrzucamy hipotezę o równości parametrów w obu modelach. Jeżeli $F < F_{kr}$, nie ma podstaw do odrzucenia tej hipotezy.

Wartości F dla rozpatrywanego przykładu przedstawiono w tabl. 4.1. Z wyjątkiem modelu 1 dla m = 3 we wszystkich przypadkach test prowadzi do

Tablica 4.1

Wyniki testu F i testu χ^2 dla poszczególnych modeli

Model		F	$F_{kr}^{0.05}$	$F_{kr}^{0.01}$	H	$\chi_{kr}^{2\ 0.05}$	$\chi_{kr}^{2\ 0.01}$
1	1	35.0	4.0	7.0	36.9	3.8	6.6
	1.3	74.5	3.1	5.0	448.4	3.8	6.6
	2	7.9	4.0	7.0	13.4	3.8	6.6
	3	2.2	4.0	7.0	4.7	3.8	6.6
2		213.0	3.1	5.0	800.0	6.0	9.2
3		127.4	3.1	5.0	375.6	6.0	9.2

odrzucania hipotezy o równości parametrów zarówno na poziomie istotności 0.05, jak i 0.01, chociaż dla modelu 1 przy m = 2 wartość statystyki F jest bliska wartości krytycznej. Warto zwrócić uwagę na wyraźną zgodność wartości statystyki F ze stopniem dopasowania modelu. Lepsze dopasowanie (bardziej dokładny model) prowadzi do większych wartości statystyki. Przemawia to za stosowaniem bardziej dokładnych modeli ze względu na możliwość wykrywania mniejszych różnic w parametrach przy większych zakłóceniach pomiarów.

Powyższe postępowanie jest jednak dosyć niewygodne w praktyce. Wymaga ono znajomości dwóch serii pomiarów, a następnie wykonania trzech minimalizacji. Poniżej proponujemy postępowanie prostsze, wymagające tylko jednej minimalizacji. Będzie ono wymagało zastosowania pewnych aproksymacji. Założymy więc, że oceny parametrów $\underline{b}$ dla silnika wyważonego mają rozkład normalny. Rozważymy wyrażenie:

$$H = (\underline{b} - \underline{b}_o)^T \sum^{-1} (\underline{b} - b_o) \tag{10}$$

w którym $\underline{b}_o = E\,\underline{b}$ jest wartością średnią ocen, a $\sum = E(\underline{b} - \underline{b}_o)(\underline{b} - \underline{b}_o)^T$ jest ich macierzą kowariancji. Zakładamy, że $\underline{b}_o$ i $\sum$ są znane. W praktyce oznacza to, że wartości te zostały obliczone (estymowane) wcześniej z dostateczną dokładnością - najlepiej jako średnie z wielokrotnych estymacji. Wyrażenie (10) ma rozkład χ^2 z k = dim $\underline{b}$ stopniami swobody, patrz np. [5, str. 204, wł. (vii)]. Pozwala to na utworzenie przy ustalonym poziomie istotności α elipsoid ufności w postaci:

$$H = (\underline{b} - \underline{b}_o)^T \sum^{-1} (\underline{b} - \underline{b}_o) < \chi_{kr}^2 \tag{11}$$

Jeżeli estymowana wartość $\underline{b} = \underline{b}^*$ nie spełnia nierówności (11), to wówczas należy odrzucić hipotezę o równości parametrów - czyli należy przyjąć, że zaszły istotne zmiany w procesie. Jeżeli $\underline{b}^*$ spełnia nierówność (11), nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o równości parametrów. Warto zwrócić uwagę na związek wyrażenia (10) z kryterium informacyjnym Kulbacka [3].

W tabl. 4.1 przedstawiono także wartości wyrażenia (10) po przyjęciu za $\underline{b}_o$ i $\sum$ wartości estymowanych dla silnika wyważonego. Dla modelu 1 przy m = 1,3 przyjęto, że jest estymowany tylko jeden parametr, tzn. A. Pomimo przybliżeń poczynionych zarówno przy wyprowadzeniu, jak też przy przyjęciu wartości $\underline{b}_o$ i $\sum$ wyniki są jakościowo podobne do uzyskanych za pomocą testu F. Wskazuje to na możliwość zastosowania powyższego testu, o mniejszej pracochłonności po zakończeniu wstępnych przygotowań, zamiast testu poprzednio opisanego, bardziej kłopotliwego w zastosowaniu praktycznym.

5. Uwagi końcowe

W pracy na prostym przykładzie praktycznym wykazano, że metoda detekcji zmian parametrów procesu oparta na identyfikacji może być bardzo czułym narzędziem wykrywania uszkodzeń części wirujących maszyn. Z badań wynikają następujące wnioski, które mogą mieć charakter ogólny:

- celowe jest dążenie do poszukiwania jak najbardziej dokładnego modelu, gdyż dokładność detekcji jest istotnie wyższa dla dokładniejszych modeli,
- w rozpatrywanym przykładzie wykryto ubytek części wirującej prowadzący do zmiany momentu obrotowego o około 0,1%, przy czym wyniki wskazują, że możliwie byłoby wykrycie nawet mniejszych ubytków.

Sugeruje to, że metoda charakteryzuje się dużą dokładnością. Jest to o tyle ciekawe, że charakter wykresów czasowych nie pozwala na rozróżnienie obu przypadków.

LITERATURA

[1] BOGDAN L., NAHORSKI Z., KOWALSKA E.: Estymacja struktury i detekcja zmian parametrów w pewnym nieliniowym systemie dynamicznym. Opracowanie ZPZC 112-19/86. IBS PAN, Warszawa 1986.

[2] JOHNSTON J.: Econometric Methods. McGraw-Hill, Tokyo 1972.

[3] KULLBACK S.: Information Theory and Statistics. Wiley, New York 1959.

[4] LEWANDOWSKI J.: Deterministyczna identyfikacja własności dynamicznych obiektów jako metody diagnozowania analogowego. Maszynopis, 1986.

[5] RAO C. RADHAKRISHNA: Modele liniowe statystyki matematycznej. PWN, 1982.

ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ
В НЕКОТОРОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Р е з ю м е

В статье описаны результаты как теоретических так и вычислительных исследований по определению механических дефектов вращающих частей (тел) на примере гироскопического двигателя. Метод исследования заключается в построении статистических моделей и следовательно применению статистических тестов к различению параметров как полностью так и незначительно испорченного двигателя. В общем подробность идентификации оказывает существенное влияние на качество результатов. Примененный метод гарантирует получение точных результатов детекции.

THE DETECTION OF PARAMETER CHANCES IN A MECHANICAL
NON-LINEAR ROTATIONAL SYSTEM

S u m m a r y

In this paper the results of research connected with detecting small mechanical changes in rotating parts are shown. This was done for the gyroscope motor which was used for practical testing the proposed method. This method consists in the statesting of the proposed method.
Then in the second one the statistical tests are used to distinguish the changes in the estimated model parameters for the normal and abnormal gyroscope motor. The conclusions are that the exactness of models improves the final results, which are generally very precise.

Recenzent: Dr inż. Jan Kaźmierczak

Wpłynęło do redakcji: 7.XI.1986 r.