

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN  
I MECHANIZMÓW11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES  
AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Tadeusz BIL

Wyższa Szkoła Inżynierska  
KoszalinSYNTEZA ELEMENTARNEGO MECHANIZMU DŹWIGNIOWEGO  
Z WYŻSZĄ PARĄ KINEMATYCZNĄ  
W POSTACI POWIERZCHNI CYLINDRYCZNYCH

Streszczenie. Praca poświęcona jest analizie i syntezie elementarnego mechanizmu dźwigniowego posiadającego dwie pary kinematyczne klasy V o dowolnym położeniu wzajemnym i parę wyższą w postaci stykających się cylindrów, położonych dowolnie w przestrzeni.

Analiza prowadzona jest pod kątem określenia dokładności charakterystyki statycznej mechanizmu.

Synteza ma na celu określenie wartości parametrów konstrukcyjnych, przy których funkcja położenia mechanizmu spełnia zadane wymagania (np. jest liniowa). Zbiór optymalnych parametrów konstrukcyjnych określono z uwzględnieniem wpływu tolerancji wymiarów nominalnych i kompensacji błędów wykonawczych. Syntezę przeprowadzono stosując algorytm optymalizacji Davidona-Fletchera-Powella z aproksymacją kwadratową, bez ograniczeń.

Przeprowadzono obliczenia numeryczne dla mechanizmu o równoległych ośiach obrotu, przy realizacji liniowej i nieliniowej funkcji położenia.

### 1. Wstęp

W wielu urządzeniach, szczególnie pomiarowych, stosuje się mechanizmy dźwigniowe służące do przekształcenia ruchu postępowego na obrotowy i odwrotnie lub obrotowego na obrotowy. Mechanizmy te zastępują przekładnie zębate w przypadkach dużych wymagań co do dokładności realizacji charakterystyki statycznej mechanizmu i przy dużych przełożeniach.

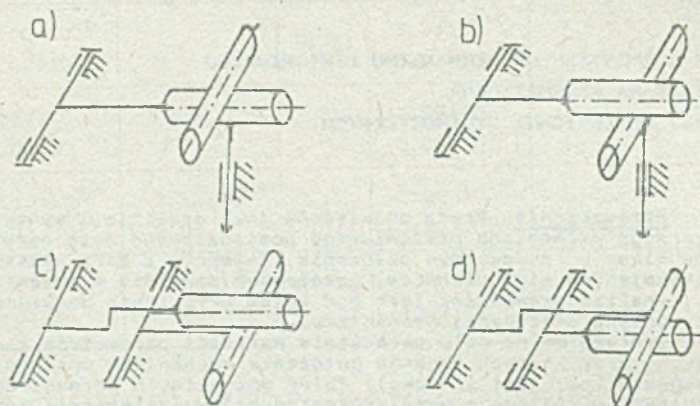
Najczęściej stosowane są mechanizmy: sinusowy, tangensowy, kulisowy i korbowo-wodzikowy. Mogą one być zrealizowane zarówno z parą wyższą, jak i tylko z parami niższymi. Mechanizmy te traktowane są najczęściej jako płaskie i tak też są analizowane. Błędy wykonania poszczególnych elemen-

tów mechanizmu powodują jednak ich przestrzenne usytuowanie i oddziaływanie, co wiąże się z koniecznością przestrzennego opisu i analizy.

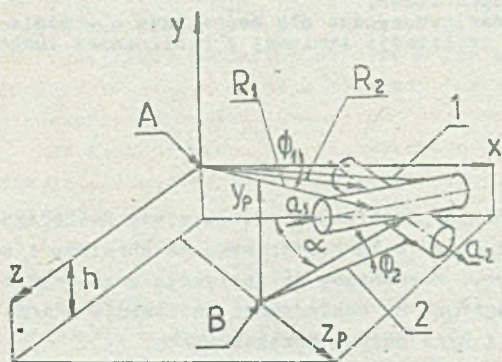
Innym ważnym zadaniem jest odpowiedni do wymagań wybór struktury mechanizmu. W pracy niniejszej przedstawiono próbę rozwiązania problemów wyboru struktury i przestrzennej analizy jednocześnie.

## 2. Uogólniony model elementarnego mechanizmu dźwigniowego

Wszystkie wymienione we wstępie mechanizmy mogą być zrealizowane z parą kinematyczną wyższą w postaci dwu powierzchni cylindrycznych. Na rysunku 1a,b,c,d przedstawiono schematy takich właśnie realizacji.



Rys. 1



Rys. 2

Jak widać, wszystkie te mechanizmy są szczególnymi przypadkami przestrzennego mechanizmu o ruchomych dwu członach. Każdy człon posiada powierzchnię cylindryczną - element wyższej pary kinematycznej. Ruch każdego członu może być odpowiednio ruchem postępowym lub obrotowym. Taki uogólniony mechanizm przedstawiony jest na rys. 2.

Jeżeli para A członu 1 będzie postępową, oś cylindra tego członu będzie prostopadła do osi obrotu B członu 2 - to mechanizm ten będzie odpowiadał strukturze mechanizmu sinusowego. Analogicznie można uzyskać modele wszystkich mechanizmów przedstawionych na rys. 1.

3. Opis i analiza uogólnionego mechanizmu

Opis przedstawionego mechanizmu może być dokonany na podstawie jednego tylko równania opisującego wzajemne usytuowanie powierzchni cylindrycznych w przestrzeni [1]:

$$\frac{|(\bar{R}_2 - \bar{R}_1)(\bar{a}_1 \cdot \bar{a}_2)|}{|\bar{a}_1 \cdot \bar{a}_2|} - (r_1 + r_2) = 0 \quad (1)$$

lub

$$|\bar{R}_1 \cdot \bar{a}_2| - (r_1 + r_2) = 0 \quad (2)$$

gdzie:

$\bar{R}_i$  - wektor opisujący położenie dowolnego punktu osi powierzchni cylindrycznych,

$\bar{a}_i$  - wektor kierunkowy osi,

$r_i$  - promień powierzchni cylindrycznej,

$i = 1, 2$  - numer członu.

Równanie (1) określa najmniejszą odległość między powierzchniami, kiedy osie ich są nierównoległe, natomiast równanie (2) najmniejszą odległość w przypadku równoległości osi powierzchni cylindrycznych. Wektory i wektory muszą być przedstawione w tym samym układzie współrzędnych.

Wektory  $\bar{R}_i$  i wektory  $\bar{a}_i$  ( $i = 1, 2$ ) są zależne od parametrów konstrukcyjnych mechanizmu (rys. 3) wg następujących zależności [2]:

$$\bar{R} = (\bar{R}_2 - \bar{R}_1) = \begin{vmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} l_1 \sin(\phi_1 + \phi_{10}) - l_2 \sin(\phi_2 + \phi_{20}) - h \\ l_2 \sin \alpha [1 - \cos(\phi_2 + \phi_{20})] \\ l_1 [1 - \cos(\phi_1 + \phi_{10})] - l_2 [1 - \cos(\phi_2 + \phi_{20})] \cos \alpha \end{vmatrix} \quad (3)$$

$$\bar{a}_i = \begin{vmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sin \delta_1 \cos(\phi_1 + \phi_{10}) + \cos \delta_1 \sin \rho_1 \sin(\phi_1 + \phi_{10}) \\ \cos \delta_1 \cos \rho_1 \\ \sin \delta_1 \sin(\phi_1 + \phi_{10}) - \cos \delta_1 \sin \rho_1 \cos(\phi_1 + \phi_{10}) \end{vmatrix} \quad (4)$$

$$\bar{a}_2 = \begin{vmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \sin\delta_2 \cos(\Phi_2 + \Phi_{20}) + \cos\delta_2 \sin\beta_2 \sin(\Phi_2 + \Phi_{20}) \\ \cos\delta_2 \cos\beta_2 \cos\alpha - [\sin\delta_2 \sin(\Phi_2 + \Phi_{20}) - \cos\delta_2 \cos\beta_2 \cos(\Phi_2 + \Phi_{20})] \sin\alpha \\ \cos\delta_2 \cos\beta_2 \sin\alpha + [\sin\delta_2 \sin(\Phi_2 + \Phi_{20}) - \cos\delta_2 \cos\beta_2 \cos(\Phi_2 + \Phi_{20})] \cos\alpha \end{vmatrix} \quad (5)$$

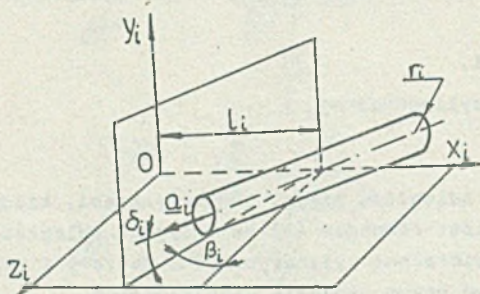
gdzie:

$l_1, \beta_1, \delta_1, h$  - parametry konstrukcyjne mechanizmu,

$\Phi_1$  - parametry ruchu,

$\Phi_{10}$  - wartości początkowe  $\Phi_1$ ,

$i = 1, 2$  - nr członu.



Rys. 3

Po podstawieniu równań (3)-(5) do równań (1) lub (2) otrzymamy, w postaci uwikłanej, statyczną charakterystykę mechanizmu. Znajc położenie członu 1 możemy określić położenie członu 2 i odwrotnie. Jeżeli założymy określoną postać charakterystyki:

$$\Theta_2 = f(\Theta_1) \quad (6)$$

gdzie:

$\Theta_1$  - uogólniony parametr ruchu członu ( $i = 1, 2$ ), ( $\Theta_1 = h$  lub  $\Phi_1$  lub  $f(h, \Phi_1)$ ),

to na podstawie równania (1) lub (2) określimy niedokładność, z jaką charakterystyka ta jest realizowana.

Postać równania (6) pozwala więc na analizę różnych wariantów mechanizmu w zależności od rodzaju pary kinematycznej A i B. Postać równania może być liniowa lub nieliniowa.

Miarą rozbieżności między założoną do realizacji zależnością (6) a funkcją realizowaną przez mechanizm będzie wartość lewej strony równania (1) lub (2).

## 4. Synteza mechanizmu

Przedstawione powyżej rozważenia mogą być wykorzystane do określenia wartości parametrów konstrukcyjnych mechanizmu, takich, przy których funkcja realizowana przez mechanizm będzie najbardziej zbliżona do założonej (6). Liczba parametrów konstrukcyjnych podlegających określeniu zależy od przyjętych założeń i ograniczeń (np. przy  $\alpha = 0$  lub  $\alpha = \pi$  mechanizm będzie płaski).

Syntezę rozpatrzmy na przykładzie mechanizmu przetwarzającego ruch obrotowy na obrotowy z równoległymi osiami obrotu. Mechanizm taki otrzymamy przyjmując, że pary A i B są obrotowymi:

$$\theta_1 = \Phi_1, \quad \theta_2 = \Phi_2 \quad (7)$$

i

$$\alpha = 0, \quad h = 0. \quad (8)$$

Założymy ponadto, że mechanizm ma realizować liniową funkcję:

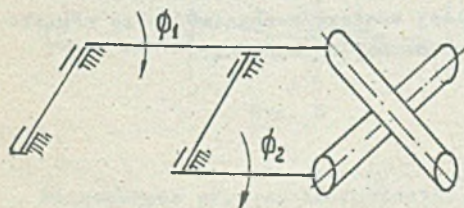
$$\Phi_2 = k\Phi_1 \quad (9)$$

gdzie:

$k$  - stałe przełożenie mechanizmu.

Po podstawieniu (9) do (1) lub (2) otrzymamy zależność w postaci uwiązanej wiążącą parametr ruchu i parametry konstrukcyjne mechanizmu:

$$F(\Phi_1, \bar{Q}) = 0 \quad (10)$$



Rys. 4

gdzie:

$\Phi_1$  - kąt obrotu członu 1,  
 $\bar{Q} = \bar{Q}(l_1, \beta_1, \delta_1, \Phi_1, r_1)$ ,  $i = 1, 2$  - wektor szukanych parametrów konstrukcyjnych.

Mechanizm ten przedstawiony jest na rys. 4.

Kryterium syntezy można przyjąć np. w postaci [1]:

$$\text{MIN} \sum_{k=1}^n F(\Phi_1^k, \bar{Q}) \quad (11)$$

gdzie:

$\Phi^k \in [-\Phi, \Phi]$  - zakres zmienności wartości kąta obrotu członu 1,

$n$  - liczba położeń w zakresie zmienności.

Syntezę przeprowadzono stosując algorytm optymalizacji zmiennej metryki Davidona-Fletchera-Powella bez ograniczeń.

Tablica 1

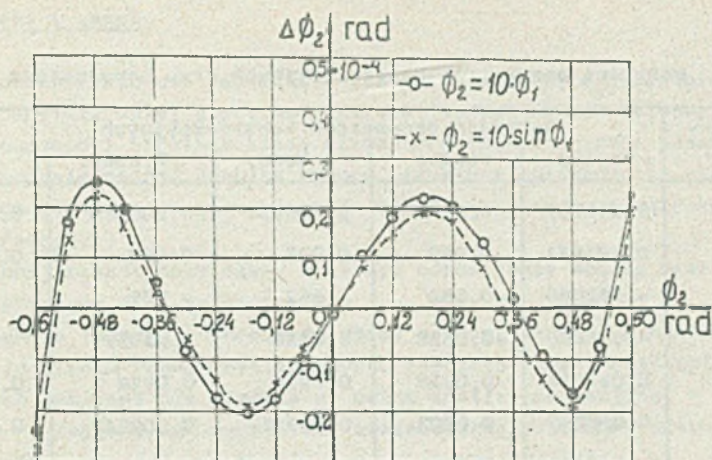
Otrzymane optymalne wartości parametrów mechanizmu

Parametry konstrukcyjne	W a r t o ś c i		
	początkowe	optymalne (9)	optymalne (12)
$l_2$	1	1	1
$l_1$	10	9.917974	9.916008
$\beta_1$	0.8	0.981871	0.977985
$\beta_2$	-0.8	-.562000	-.566578
$\delta_1$	0	-.023820	-.024148
$\delta_2$	0	0.081824	0.082080
$\Phi_{10}$	0.02	0.020247	0.020250
$\Phi_{20}$	0	0.000011	0.000001
$r_1 + r_2$	0.2	0.2	0.2
Wartości (11)	2.0E-2	1.2E-5	4.6E-6

W tablicy 1 przedstawiono wartości początkowe (punkt startowy procedury optymalizacji) i końcowe optymalnej syntezy mechanizmu przy realizacji funkcji (9) i przy realizacji nieliniowej zależności:

$$\dot{\Phi}_2 = k \sin(\Phi_1). \quad (12)$$

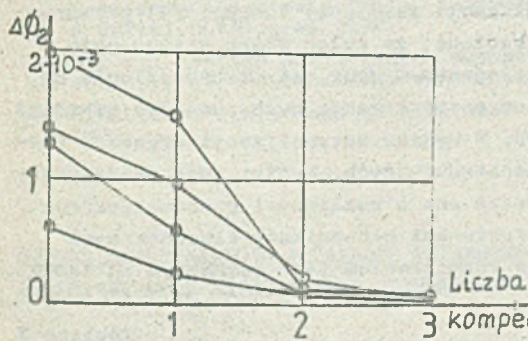
Na rys. 5 przedstawiono wykresy błędów realizacji funkcji (9) i (12) w zakresie  $\pm 0.6$  rad, przy  $k = 10$ . Błąd realizacji charakterystyki (9) przez mechanizm kulisowy wynosi około  $1.9 \cdot 10^{-2}$  rad.



Rys. 5

### 5. Kompensacja błędów wykonawczych

Jest oczywiste, że niemożliwe jest wykonanie mechanizmu z taką dokładnością, jak to wynika z obliczeń. W przyrządach pomiarowych stosuje się



Rys. 6

często kompensację błędów wykonawczych poprzez regulację w trakcie montażu jednego lub kilku wymiarów. Symulację takiego procesu przeprowadzono stosując przedstawiony wyżej algorytm. Przyjęto, że wszystkie parametry konstrukcyjne wykonane są z błędem. Następnie wykonano optymalizację na podstawie kryterium (8) zmieniając kolejno jeden, dwa lub trzy parametry wybrane jako kompensatory. Na rys. 6 przedstawiono

efektywność procesu kompensacji, a w tabelicy 2 przedstawiono przykładowe wartości parametrów uzyskiwane przed i po kompensacji.

Tablica 2

Wartości parametrów konstrukcyjnych przy kompensacji

Parametry konstr.	Wartości parametrów konstrukcyjnych				
	optym.	realne	1 komp.	2 komp.	3 komp.
$l_1$	9.911707	9.91	9.909999	9.900558	9.905876
$\beta_1$	0.981871	0.992	0.992	0.992	0.97896
$\beta_2$	-.562000	-0.552	-.552	-.552	-.552
$\delta_1$	-.023820	-0.0338	-.0338	-.019997	-.016666
$\delta_2$	0.081824	0.0918	0.0918	0.0918	0.0918
$\Phi_1$	0.020247	0.0202	0.009567	0.009518	0.009643
$\Phi_2$	-.000011	0	-.107061	-.107717	-.106423
$r_1 + r_2$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$\alpha$	0	0.01	0.01	0.01	0.01
$h$	0	0	0	0	0
Wart. (11)	1.2E-5	6.4E-3	2.5E-3	3.6E-4	1.8E-4

W celu określenia wpływu luzów w parach kinematycznych na dokładność rozpatrywanego mechanizmu przy realizacji złożonej funkcji (9) przeprowadzono następujący eksperyment. Założono, że człon 2 mechanizmu może mieć dwa jednakowo prawdopodobne położenia wzdłuż osi obrotu odległe od siebie o wartość  $\epsilon$  luzu. Kryterium optymalizacji było sumą dwu wartości kryterium (11) dla obu tych położen. W wyniku optymalizacji uzyskano różne optymalne wartości parametrów konstrukcyjnych. Wyniki tego eksperymentu przedstawiono w tablicy 3. Świadczą one o możliwości parametrycznego przejścia między poszczególnymi strukturami mechanizmów elementarnych (przy max. wartości luzu posioowego rozwiązaniem jest mechanizm kulisowy).

Tablica 3

Wpływ luzu posioowego na rozwiązania optymalne

Parametry	Rozwiązania optymalne				
	0	0.01	0.05	0.1	0.5
Luz posioowy					
$l_1$	10.00172	10.00172	10.00177	10.00175	10.8076
$\beta_1$	0.97618	0.88227	0.8680	0.92444	0.0
$\beta_1$	-0.56696	-0.47177	-0.37582	-0.46571	1.5708

Parametry  $\delta_1, \Phi_1, \alpha, h, r_1$  - były zerowe, a  $l_2 = 1.0$ .



## 6. Wnioski i uwagi

Wyniki przedstawionych rozważań i obliczeń świadczą o możliwości zastosowania do analizy całej klasy mechanizmów jednego modelu matematycznego. Przedstawiony model uogólnia klasę elementarnych mechanizmów płaskich. Model ten pozwala ominąć problem wyboru struktury sprowadzając wybór struktury do określonych założeń co do wartości wymiarów konstrukcyjnych i ich tolerancji.

Wg podobnej zasady należałoby stworzyć odpowiednie modele matematyczne dla syntezy innych klas mechanizmów.

Zastosowanie jednego równania do opisu matematycznego mechanizmu, zamiast układu pięciu równań nieliniowych, znacznie skraca czas obliczeń numerycznych, chociaż nie pozwala na pełną analizę mechanizmu.

Możliwe i racjonalne wydaje się zastosowanie procedury optymalizacji do określenia kompensatorów i całego procesu kompensacji.

Otrzymany w wyniku optymalizacji mechanizm o równoległych osiach obrotu posiada znacznie szersze możliwości od mechanizmów np. kulisowych ze względu na błąd nieliniowości charakterystyki.

## LITERATURA

- [1] BIL T.: Sintiez stierżniewych mehanizmov izmieritelnykh priborov. Kandidatskaja dissertacija. Leningradskij institut tocznoj mehaniki i optiki. Leningrad 1978.
- [2] BIL T.: Analiza dźwigniowych mehanizmov precyzyjnych. Sympozjum Metrologia'83. Politechnika Warszawska 1983.
- [3] HIMMELBLAU D.M.: Applied nonlinear programming. New York: McGraw-Hill 1972.

## СИНТЕЗ ЭЛЕМЕНТАРНОГО РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА С ВЫСШЕЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРОЙ В ВИДЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

### Резюме

Работа посвящена анализу и синтезу элементарного рычажного механизма имеющего две пары V класса с произвольным взаимным расположением и выступом пары, в виде двух контактирующих цилиндров, расположенных произвольным образом в пространстве.

Анализ проводится для определения точности статической характеристики механизма.

Синтез имеет целью определить значения конструктивных параметров, при которых функция положения механизма выполняет заданные условия (является например линейной). Состав оптимальных конструктивных параметров определен с учетом влияния допусков номинальных размеров и компенсации ошибок производства. Синтез произведен с использованием метода Дэвидона-Флетчера-Пауэлла с квадратичной аппроксимацией без ограничений.

Проведены численные расчёты для передаточного механизма с параллельными осями вращения, при реализации линейной и нелинейной функции положения.

## SYNTHESIS OF ELEMENTARY LEVERAL MECHANISM WITH HIGHER KINEMATIC PAIR OF CYLINDRICAL SURFACE FORM

### S u m m a r y

This paper is about the analysis and synthesis of elementary leveral mechanism which have two kinematic pairs of 5th class with arbitrary reciprocal arrangement and higher pair as two contacting cylinders situated arbitrarily in the space.

The aim of the analysis is the definition of precision of the static characteristic.

The synthesis aims at defining the values of constructional parameters which cause that the function of mechanism satisfies assumptional requirements (for example: linear). The set of optimum constructional parameters is circumscribed with taking into account the influence of nominal dimensions of tolerance and compensation of manufacturing the errors. The synthesis was investigated by optimization Davidon-Fletcher-Powell's algorithm with quadratic approximation, without limitation.

The numerical computations for transmissional mechanism with parallel axis of rotation in realization both as linear and nonlinear function of situation were investigated.

Recenzent: Dr inż. Andrzej Nowak

Wpłynęło do redakcji: 25.XI.1986 r.