

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN
I MECHANIZMÓW11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES
AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Lech M. KAMIŃSKI

Akademia Techniczno-Rolnicza
w Bydgoszczy

OBLICZANIE CIŚNIEŃ W KASKADZIE PNEUMATYCZNEJ

Streszczenie. W pracy przedstawiono nowy sposób obliczania ciśnień w komorach pneumatycznej kaskady otwartej. Wzory przedstawione w pracy [1] pozwalają wyznaczyć ciśnienia w kaskadzie na podstawie ciśnienia przed i za kaskadą oraz współczynników wymiarowych oporów. Posługiwanie się tymi wzorami jest jednak uciążliwe, gdyż wymaga podnoszenia do kwadratu i pierwiastkowania. Na podstawie analizy zależności geometrycznych między wielkościami występującymi w wzorach, opracowano nowy wzór na obliczanie ciśnień kaskadowych. Wzór ten dla kaskady jednokomorowej ma postać:

$$P_a = P_o \cos \left\{ \arcsin \left[\frac{U}{U_a} \sin \left(\arccos \frac{P_n}{P_o} \right) \right] \right\}$$

gdzie:

- P_o, P_n - ciśnienia przed i za kaskadą,
- P_a - ciśnienie w komorze kaskady,
- U - współczynnik wymiarowy kaskady,
- U_a - współczynnik wymiarowy oporu przed komorą.

Posługiwanie się podanym wzorem wymaga małego nakładu pracy obliczeniowej. Wzór ten może być stosowany również dla kaskady wielokomorowej, o ile U_a jest współczynnikiem wymiarowym części kaskady przed rozpatrywaną komorą.

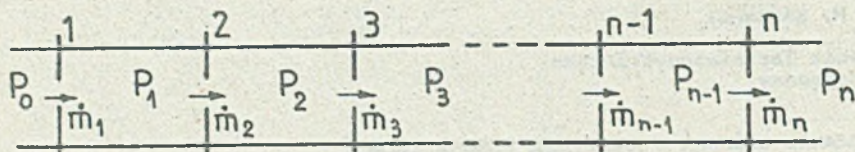
1. Wstęp

Opracowano nowy sposób obliczania ciśnień kaskadowych w pneumatycznej kaskadzie otwartej. Wyniki obliczeń uzyskuje się małym nakładem pracy obliczeniowej. Jest to korzystne w przypadku wyznaczania wartości ciśnień

kaskadowych dla różnych warunków pracy kaskady, czyli różnych ciśnień przed i za kaskadą.

2. Ciśnienia kaskadowe

Pneumatyczna kaskada wielokomorowa otwarta składa się z szeregu oporów 1, 2, ..., n dławiących przepływ powietrza (rys. 1). Pomiedzy oporami znajdują się komory, w których panują ciśnienia kaskadowe P_1, P_2, \dots, P_{n-1} . Ciśnienia te zależne są od ciśnienia P_0 przed kaskadą i ciśnienia P_i za kaskadą oraz własności przepływowych oporów.



Rys. 1

Zgodnie z danymi przedstawionymi w pracy [1] natężenia przepływu powietrza w oporach określone są przez zależności:

$$\dot{m}_1 = \frac{U_1}{100 \sqrt{3}} \sqrt{P_0^2 - P_1^2}$$

$$\dot{m}_2 = \frac{U_2}{100 \sqrt{3}} \sqrt{P_1^2 - P_2^2}$$

.....

$$\dot{m}_n = \frac{U_n}{100 \sqrt{3}} \sqrt{P_{n-1}^2 - P_n^2}$$

(1)

gdzie:

U_1, U_2, \dots, U_n [kg/s] - współczynniki wymiarowe oporów,

P_0, P_1, \dots, P_n [kPa] - ciśnienia absolutne,

$\dot{m}_1, \dot{m}_2, \dots, \dot{m}_n$ [kg/s] - natężenia przepływu powietrza w oporach.

W stanach ustalonych przez każdy opór przepływa taka sama masa powietrza w jednostce czasu, czyli:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dots = \dot{m}_n = \dot{m}$$

(2)

Poza tym dla całej kaskady można napisać następujący wzór na natężenie przepływu:

$$\dot{m} = \frac{U}{100 \sqrt{3}} \cdot \sqrt{P_0^2 - P_n^2} \quad (3)$$

gdzie:

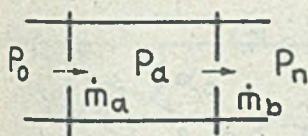
U [kg/s] - zastępczy współczynnik wymiarowy kaskady.

W pracy [1] wykazano, że:

$$\frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_1^2} + \frac{1}{U_2^2} + \dots + \frac{1}{U_n^2} \quad (4)$$

oraz zaproponowano następujący wzór do obliczania ciśnienia kaskadowego w i -tej komorze (i - numer komory):

$$P_1 = \sqrt{P_0^2 - \left[\left(\frac{U}{U_1} \right)^2 + \left(\frac{U}{U_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{U}{U_i} \right)^2 \right] (P_0^2 - P_n^2)} \quad (5)$$



Rys. 2

W przypadku kaskady jednokomorowej (rys. 2) ciśnienie kaskadowe P_a wynosi:

$$P_a = \sqrt{P_0^2 - \left(\frac{U}{U_a} \right)^2 (P_0^2 - P_n^2)} \quad (6)$$

przy czym obowiązują:

$$\frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_a^2} + \frac{1}{U_b^2} \quad (7)$$

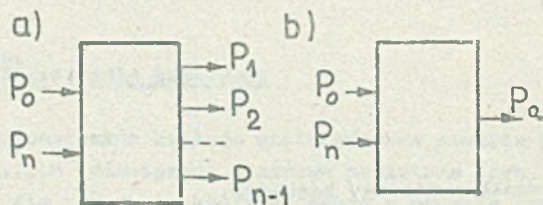
gdzie:

U_a, U_b [kg/s] - współczynniki wymiarowe oporów a i b .

Wzór (5) pozwala wyznaczyć ciśnienie kaskadowe w dowolnej komorze w zależności od ciśnień przed i za kaskadą P_0 i P_n , o ile są znane współczynniki wymiarowe oporów U_1, U_2, \dots, U_n . Posługiwanie się zastępczym współczynnikiem wymiarowym kaskady U ułatwia obliczenia. Odnosi się to odpowiednio do wzoru (6) dla kaskady jednokomorowej.

Kaskady jedno- i wielokomorowe występują zwykle jako elementy przekształcające wejściowe sygnały ciśnieniowe przed kaskadą P_0 i za kaskadą P_n na sygnały ciśnieniowe wyjściowe w komorach kaskady P_1, P_2, \dots, P_{n-1} .

(kaskada wielokomorowa) lub P_n (kaskada jednokomorowa) i mogą być przedstawiane za pomocą odpowiednich schematów blokowych (rys. 3).



Rys. 3

przekształceniu wzorów (5) i (6) na podstawie zależności geometrycznych przy traktowaniu ciśnień jako wektory.

Wpływ ciśnień P_0 i P_n na ciśnienia wyjściowe może być wyznaczony na podstawie wzoru (5) lub (6). Pewną niedogodnością tych wzorów jest konieczność podnoszenia do kwadratu i pierwiastkowania. Niedogodności tej można uniknąć po

3. Interpretacja geometryczna

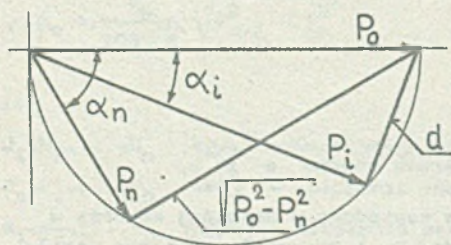
a) Kaskada wielokomorowa

Wzór (5) na obliczanie ciśnienia P_1 w 1-tej komórce kaskady o n komorach może być napisany w postaci:

$$P_0^2 = P_1^2 + \left[\left(\frac{u}{u_1} \right)^2 + \left(\frac{u}{u_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{u}{u_1} \right)^2 \right] (P_0^2 - P_n^2)$$

której odpowiada trójkąt prostokątny (rys. 4) o bokach: P_0 (przeciwprostokątna) oraz P_1 i

$$\sqrt{\left(\frac{u}{u_1} \right)^2 + \left(\frac{u}{u_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{u}{u_1} \right)^2} \sqrt{P_0^2 - P_n^2} = d$$



Rys. 4

(przyprostokątne). Kąt między bokami P_1 i P_0 oznaczono przez α_1 . Na boku P_0 jako na przeciwprostokątnej zbudowano drugi trójkąt prostokątny, o przyprostokątnej odpowiadającej ciśnieniu za kaskadą P_n . Drugą przyprostokątną stanowi bok o długości odpowiadającej:

$$\sqrt{P_0^2 - P_n^2}$$

Kąt między bokami P_n i P_o oznaczono przez α_n . Na podstawie trójkątów prostokątnych na rys. 4 można napisać:

$$P_1 = P_o \cos \alpha_1$$

$$\alpha_1 = \arcsin \left[\left(\frac{U}{U_1} \right)^2 + \left(\frac{U}{U_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{U}{U_n} \right)^2 \right] \frac{\sqrt{P_o^2 - P_n^2}}{P_o}$$

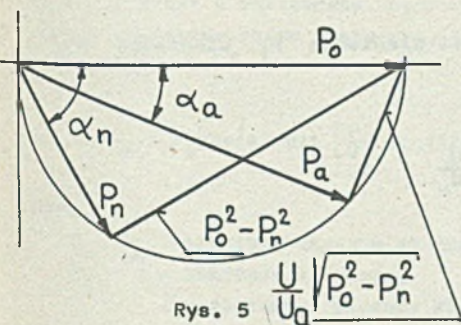
$$\frac{\sqrt{P_o^2 - P_n^2}}{P_o} = \sin \alpha_n$$

$$\alpha_n = \arcsin \frac{P_n}{P_o}$$

czyli

$$P_1 = P_o \left\{ \cos \arcsin \left[\sqrt{\left(\frac{U}{U_1} \right)^2 + \left(\frac{U}{U_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{U}{U_n} \right)^2} \right] \sin \arccos \frac{P_n}{P_o} \right\} \quad (8)$$

b) Kaskada jednokomorowa



Rys. 5 $\frac{U}{U_a} \sqrt{P_o^2 - P_n^2}$

Kaskada jednokomorowa (rys. 2) składa się tylko z dwu oporów o współczynnikach wymiarowych U_a i U_b oraz jednej komory o ciśnieniu P_a . Przekształcając w podobny sposób wzór (6) jak poprzednio wzór (5), można narysować odpowiednie trójkęty prostokątne dla kaskady jednokomorowej, podane na rys. 5.

Na podstawie zależności geometrycznych otrzymuje się wzór na ciśnienie kaskadowe:

$$P_a = P_o \cos \left\{ \arcsin \left[\frac{U}{U_a} \sin \left(\arccos \frac{P_n}{P_o} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

Wzór (9) dla kaskady jednokomorowej może być otrzymany bezpośrednio z wzoru (8) dla kaskady wielokomorowej, gdyż kaskada jednokomorowa stanowi szczególny przypadek kaskady wielokomorowej. Wzorem (9) można posługiwać się również dla kaskady wielokomorowej, o ile opory znajdujące się przed rozpatrywaną komorą o ciśnieniu P_1 potraktuje się łącznie i wyznaczy dla nich zastępczy współczynnik wymiarowy traktowany jako U_a .

o) Zależności między współczynnikami wymiarowymi

Na podstawie zależności (4) dla kaskady wielokomorowej, gdy $0 < i < n$, można napisać:

$$1 = \left(\frac{U}{U_1}\right)^2 + \left(\frac{U}{U_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{U}{U_i}\right)^2 + \left(\frac{U}{U_{i+1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{U}{U_n}\right)^2 \quad (10)$$

a dla kaskady jednokomorowej na podstawie (7):

$$1 = \left(\frac{U}{U_a}\right)^2 + \left(\frac{U}{U_b}\right)^2 \quad (11)$$

Zależności (10) i (11) pozwalają napisać:

$$\left(\frac{U}{U_a}\right)^2 = \left(\frac{U}{U_1}\right)^2 + \left(\frac{U}{U_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{U}{U_i}\right)^2 \quad (12)$$

$$\left(\frac{U}{U_b}\right)^2 = \left(\frac{U}{U_{i+1}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{U}{U_n}\right)^2 \quad (13)$$

Po podstawieniu do wzoru (8) zamiast ciśnienia P_1 ciśnienie P_0 oraz uwzględniając (12), czyli:

$$\sqrt{\left(\frac{U}{U_1}\right)^2 + \left(\frac{U}{U_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{U}{U_i}\right)^2} = \frac{U}{U_a}$$

otrzymuje się wzór (9).

4. Wnioski

Wzory (8) i (9) proponowane do obliczania ciśnień w kaskadach pneumatycznych wielokomorowych i jednokomorowych są korzystniejsze w praktycznym stosowaniu w porównaniu ze wzorami (5) i (6). Nie ma potrzeby wielokrotnego podnoszenia do kwadratu i pierwiastkowania. Szczególnie wygodny jest wzór (9) dla kaskady jednokomorowej, zwłaszcza przy posługiwaniu się kalkulatorem z funkcjami trygonometrycznymi. W tym przypadku poza wprowadzeniem danych P_n/P_0 , U/U_a i P_0 wystarczy 6 naciśnięć klawiszy powodujących odpowiednie działania. Nie wymagane jest przy tym używanie pamięci, a wynik uzyskiwany jest bezpośrednio.

Poza tym przedstawiona w pracy interpretacja geometryczna wzorów obliczeniowych umożliwia prowadzenie obliczeń w sposób wykresowy.

LITERATURA

- [1] KAMIŃSKI L.M.: Rozkład ciśnienia w pneumatycznej kaskadzie wielokomorowej - IX Ogólnopolska Konferencja TMM, Kraków 1982, s. 114-118.

РАСЧЕТ ДАВЛЕНИЙ В ПНЕВМАТИЧЕСКИХ КАМЕРАХ

Резюме

В работе предложен новый способ расчета давлений в пневматической проточной камере. Уравнения предложенные в работе [1] определяют давления в камере на основании давлений перед камерой и за камерой а также на основании коэффициентов расхода дросселей. Определение давления с помощью этих уравнений очень сложно, так как математические действия содержат возведение в квадрат и извлечение корня. После анализа геометрических зависимостей разработаны новые уравнения, которые для двух дроссельных камер имеют следующий вид:

$$P_a = P_o \cos \left\{ \arcsin \left[\frac{U}{U_a} \sin \left(\arccos \frac{P_n}{P_o} \right) \right] \right\}$$

где:

P_o, P_n - давление перед и за камерой,

P_a - давление в камере,

U - коэффициент расхода камеры,

U_a - коэффициент расхода дросселя на входе камеры.

Приведённое уравнение тоже применяется для многодроссельных камер, если U_a является коэффициентом расхода всех дросселей входной части камеры.

PRESSURE DETERMINATION OF PNEUMATIC CASCADE

Summary

The paper presents a new method of pressure determination of pneumatic open-cascade. Pressure of pneumatic cascade depends on input and output pressure and flow coefficients of pneumatic resistances. The paper [1] presents formula to obtain this dependence on cascade. It is difficult to use this formula, because procedure contains the involution and the evolution operations. The proposed new method of pressure determination of pneumatic cascade is based on the analysis of the geometrical interpretations of mathematical formula. New formula of pneumatic one-chambered cascade is:

$$P_a = P_o \cos \left\{ \arcsin \left[\frac{U}{U_a} \sin \left(\arccos \frac{P_n}{P_o} \right) \right] \right\}$$

where:

- P_o, P_n - input and output cascade pressure,
- P_a - pressure on cascade chamber,
- U - flow coefficients of cascade,
- U_a - flow coefficients of pneumatic resistances before cascade chamber.

This formula can be used to determine pressure of pneumatic many-chambered cascade. In this instance flow coefficients U_a represent all pneumatic resistances of part of cascade before considered chamber.

Recenzent: Prof. zw. dr inż. Adam Morecki

Wpłynęło do redakcji: 18.IX.1986 r.