

Seria: MECHANIKA z. 85

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN  
I MECHANIZMÓW11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES  
AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Ryszard KARDASZ

OBRMZIT - Stalowa Wola

Konrad PYLAK

Politechnika Lubelska

O WYZNACZANIU FUNKCJI POŁOŻENIA  
W MECHANIZMACH DŹWIGNIOWYCH

**Streszczenie.** W referacie przedstawiono, opartą na elementarnych zadaniach metodę wyznaczania funkcji położenia mechanizmów dźwigniowych. Zadania elementarne przedstawiono w formie krótkich podprogramów w języku FORTRAN. Na przykładzie kilku zadań pokazano sposób budowania algorytmów dla wybranych mechanizmów. Wszystkie rozwiązania dotyczą płaskich mechanizmów dźwigniowych, chociaż przedstawioną metodykę można rozszerzyć na przestrzenne mechanizmy dźwigniowe.

### 1. Wstęp

Podstawowym problemem analizy mechanizmów dźwigniowych jest wyznaczenie funkcji położenia, przez którą rozumie się w referacie jednoznaczne przyporządkowanie współrzędnych kątowych lub liniowych określających położenie wybranego członu mechanizmu (zazwyczaj jest to człon wyjściowy) współrzędnym innego wybranego członu. Wyczerpujący przegląd metod wyznaczania funkcji położenia można spotkać w literaturze [1, 2, 3], wydaje się jednak, że przedstawione w referacie rozważania mają przede wszystkim praktyczne znaczenie obliczeniowe.

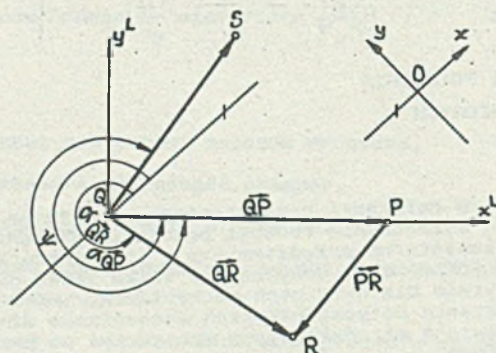
Opisany w referacie algorytm wyznaczania funkcji położenia mechanizmów dźwigniowych oparty jest na metodach określania funkcji położenia traktujących problem w sposób:

- Systematyczny, tzn. taki, aby każdy fragment oraz całość algorytmu były racjonalnie uporządkowane. Sposób uporządkowania będzie polegał na wyodrębnianiu jednego lub kilku prostych zadań elementarnych, których rozwiązania podczas realizacji obliczeń będą kolejno wykorzystywane.
- Jednorodny, przewidujący te same metody obliczeniowe w całym algorytmie wyznaczania funkcji położenia.

## 2. Elementarne zadania geometryczne

Wyróżnia się sześć następujących zadań elementarnych:

1. Określenie współrzędnych  $x_R^L, y_R^L$  położenia środka obrotowej pary kinematycznej R przegubu układu trójczłonowego QRP (rys. 1) dla znanych lub wcześniej obliczonych współrzędnych  $x_Q, y_Q$  i  $x_P, y_P$  dwóch pozostałych przegubów Q i P, długości członów  $|\overline{QR}|, |\overline{PR}|$ .



Rys. 1

$$x_R^L = \frac{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + |\overline{QR}|^2 - |\overline{PR}|^2}{2\sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2}}$$

$$y_R^L = w\sqrt{|\overline{QR}|^2 - (x_R^L)^2}$$

$$\text{gdzie: } w = \begin{cases} 1; & \text{gdy } y_R^L > 0 \\ -1; & \text{gdy } y_R^L < 0 \end{cases}$$

2. Określenie współrzędnych  $x_R$  i  $y_R$  dla danych lub wcześniej obliczonych współrzędnych  $x_R^L, y_R^L$  przy znanym położeniu układu lokalnego względem głównego, określonym przez:

(1)



$$\alpha_{QP} = \angle(x^L, x), x_Q, y_Q$$

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_{QP} & -\sin \alpha_{QP} \\ \sin \alpha_{QP} & \cos \alpha_{QP} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_R^L \\ y_R^L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_Q \\ y_Q \end{bmatrix} \quad (2)$$

3. Określenie położenia kąтового  $\alpha_{QP}$  wektora  $\overline{QP}$  dla danych współrzędnych  $x_Q, y_Q$  i  $x_P, y_P$ :

$$\alpha_{QP} = \begin{cases} \alpha & ; \text{ dla } s > 0 \text{ i } c > 0 \\ \pi - \alpha & ; \text{ dla } s > 0 \text{ i } c \leq 0 \\ \pi + \alpha & ; \text{ dla } s \leq 0 \text{ i } c \leq 0 \\ 2\pi - \alpha & ; \text{ dla } s \leq 0 \text{ i } c > 0 \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

$$s = y_P - y_Q; \quad c = x_P - x_Q$$

$$\alpha = \arcsin \frac{s}{\sqrt{s^2 + c^2}}$$

4. Określenie położenia kąтового  $\alpha_{QP}$ , jeżeli znane jest położenie kątowe  $\alpha_{QS}$  wektora  $\overline{QS}$  (rys. 1) oraz kąt  $\psi = \angle(\overline{QP}, \overline{QS})$  mierzony w kierunku dodatnim od wektora  $\overline{QS}$  do  $\overline{QP}$ :

$$\alpha_{QP} = \alpha_{QS} + \psi \quad (4)$$

5. Określenie wartości współrzędnych  $x_R, y_R$  przegubu R dla danych współrzędnych  $x_Q, y_Q$ , kierunku wektora  $\overline{QR}$  określonego kątem  $\alpha_{QR}$  oraz długości  $|\overline{QR}|$ :

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \end{bmatrix} = |\overline{QR}| \begin{bmatrix} \cos \alpha_{QR} \\ \sin \alpha_{QR} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_Q \\ y_Q \end{bmatrix} \quad (5)$$

6. Określenie długości wektora  $\overline{QP}$  dla danych współrzędnych  $x_Q, y_Q$  i  $x_P, y_P$ :

$$|\overline{QP}| = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2} \quad (6)$$

Treść wyżej zdefiniowanych zadań elementarnych przedstawiono w tabeli 1 w formie podprogramów w języku FORTRAN.

Tabela 1

Nr zadania	Nazwa podprogramu	Treść podprogramu
1	P1	<pre> SUBROUTINE P1(XRL,YRL,XP,YP,XQ,YQ,QR,PR,W) WP=SQRT((XP-XQ)*(XP-XQ)+(YP-YQ)*(YP-YQ)) XRL=(QP QP+QR QR-PR PR)/(2 QP) YRL=W*SQRT(QR*QR-XRL*XRL) RETURN END </pre>
2	P2	<pre> SUBROUTINE P2(XR,YR,XRL,YRL,ALFAQP,XQ,YQ) XR=XRL*COS(ALFAQP)-YRL*SIN(ALFAQP)+XQ YR=XRL*SIN(ALFAQP)+YRL*COS(ALFAQP)+YQ RETURN END </pre>
3	P3	<pre> SUBROUTINE P3(ALFAQP,XP,YP,XQ,YQ) S=YP-YQ C=XP-XQ ALFAQP=ARSIN(ARS(S))/SQRT(S*S + C*C) IF(S.GE.0.AND.C.LE.0) ALFAQP=PI-ALFAQP IF(S.LE.0.AND.C.LE.0) ALFAQP=PI+ALFAQP IF(S.LE.0.AND.C.GE.0) ALFAQP=2*PI-ALFAQP RETURN END </pre>
4	P4	<pre> SUBROUTINE P4(ALFAQP,ALFAQS,PSI) ALFAQP=ALFAQS + PSI IF(ALFAQP.GT.2*PI) ALFAQP=ALFAQP-2*PI RETURN END </pre>
5	P5	<pre> SUBROUTINE P5(XR,YR,XQ,YQ,QR,ALFAQR) XR=QR*COS(ALFAQR)+XQ YR=QR SIN(ALFAQR)+YQ RETURN END </pre>
6	P6	<pre> SUBROUTINE P6(XP,YP,XQ,YQ) QP=SQRT((XP-XQ)*(XP-XQ)+(YP-YQ)*(YP-YQ)) RETURN END </pre>

## Oznaczenia:

$$x_R^L = XRL, y_R^L = YRL, x_P = XP, y_P = YP, x_Q = XQ, x_R = XR, y_Q = YQ,$$

$$y_R = YR, |\overline{OR}| = QR, |\overline{PR}| = PR, |\overline{QP}| = QP, \alpha_{\overline{QP}} = ALFAQP,$$

$$\alpha_{\overline{OR}} = ALFAQR, \alpha_{\overline{QS}} = ALFAQS, \psi = PSI, \pi = PI, w = W$$









Zmieniając w algorytmie znak współczynnika w wierszu siódmym można otrzymać funkcję położenia dla mechanizmu z czworobokiem skrzyżowanym. Rozwiązanie to zaznaczono na rys. 3 linią przerywaną. Podobnie inne rozwiązanie można otrzymać zmieniając znak współczynnika w wierszu pierwszym.

**Przykład 3**

Wyznaczenie funkcji położenia  $EH(\alpha_{BK})$  dla tego samego mechanizmu (rys. 3) co w przykładzie 2 przy założeniu, że członem wejściowym jest człon BK, którego położenie określane jest współrzędną kątową  $\alpha_{BK}$ .

Tabela 4

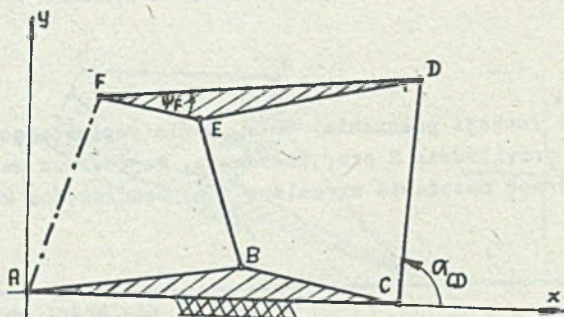
Wielkości dane lub wcześniej obliczone											Wielkości obliczane						w				
											Nr wzoru podprogramu										
$x_P$	$y_P$	$x_Q$	$y_Q$	QP	QR	PR	$\alpha_{QP}$	$x_{QR}$	$\alpha_{QS}$	$x_R^L$	$y_R^L$	1	2	3	4	5		6	-1 lit 1		
												$x_R^L$	$y_R^L$	$x_R$	$y_R$	$\alpha_{QP}$	$\alpha_{QP}$	$x_R$		$y_R$	QP
		$x_B$	$y_B$		BK			$x_{BK}$											$x_K$	$y_K$	
$x_K$	$y_K$	$x_G$	$y_G$		GF	FK						$x_F^L$	$y_F^L$								
$x_K$	$y_K$	$x_G$	$y_G$													$\alpha_{GK}$					
		$x_G$	$y_G$				$\alpha_{GK}$			$x_F^L$	$y_F^L$			$x_F$	$y_F$						
$x_F$	$y_F$	$x_G$	$y_G$													$\alpha_{GF}$					
								$\alpha_{GF}$			$\psi_G$								$\alpha_{GH}$		
		$x_G$	$y_G$				$\alpha_{GH}$			GH	Q			$x_H$	$y_H$						
$x_H$	$y_H$	$x_E$	$y_E$																		$EH$

W powyższym przykładzie można również otrzymać dwa rozwiązania zmieniając znak współczynnika w.

**Przykład 4**

Wyznaczenie funkcji położenia  $\alpha_{CD}(AF)$  mechanizmu (rys. 4) z członem zmiennej długości AF. Przykład ten różni się od poprzednich tym, że obliczenia według algorytmu (tabela 5) należy każdorazowo powtarzać dla dyskretnej długości członu zmiennej długości będącego promieniem okręgu, do którego należy punkt F. Należy iteracyjnie wybrać taką parę współrzęd-

nych  $x_F, y_F$ , aby punkt D o wyliczonych współrzędnych  $x_D, y_D$  należał do okręgu o promieniu równym długości członu CD.



Rys. 4

Tabela 5

Wielkości dane lub wcześniej obliczone													Wielkości obliczane						w			
													Nr wzoru podprogramu									
													1	2	3	4	5	6				
$x_P$	$y_P$	$x_Q$	$y_Q$	QP	QR	PR	$\alpha_{QP}$	$\alpha_{QR}$	$\alpha_{QS}$	$x_R^L$	$y_R^L$	$\psi$	$x_R^L$	$y_R^L$	$x_R$	$y_R$	$\alpha_{QP}$	$\alpha_{QP}$	$x_R$	$y_R$	QP	
		O	O		AF			$\alpha_{AF}$												$x_F$	$y_F$	
$x_B$	$y_B$	$x_F$	$y_F$		FE	BE							$x_E^L$	$y_E^L$								1
$x_B$	$y_B$	$x_F$	$y_F$															$\alpha_{FB}$				
		$x_F$	$y_F$				$\alpha_{FB}$			$x_E^L$	$y_E^L$				$x_E$	$y_E$						
$x_E$	$y_E$	$x_F$	$y_F$															$\alpha_{FE}$				
								$\alpha_{FE}$			$\psi_F$								$\alpha_{FD}$			
		$x_F$	$y_F$		FD			$\alpha_{FD}$												$x_D$	$y_D$	
$x_D$	$y_D$	$x_C$	$y_C$																			CD
Jeżeli wyliczona długość CD nie równa się założonej, należy powtórzyć obliczenia przy innym kącie $\alpha_{AF}$ , a tym samym innych współrzędnych $x_F, y_F$ . Jeżeli nastąpi równość długości CD, przejść do wyliczenia $\alpha_{CD}$ .																						
$x_D$	$y_D$	$x_C$	$y_C$																			$\alpha_{CD}$



Uwagi końcowe

Przedstawiona metodyka jest kompletna i została opracowana w formie umożliwiającej bezpośrednio zastosowanie - było to zresztą celem referatu. Umożliwia korzystanie bez żadnego oprogramowania z mikrokomputerów personalnych czy nawet domowych. Przepisanie w innym języku, np. BASIC, podprogramów zestawionych w tabeli 1 nie nastręcza najmniejszych trudności. Dobrze jest wykorzystać podczas wykonywania obliczeń graficzne możliwości mikrokomputerów. Tabela 1 wraz z rysunkiem 1 i wzór pozostałych tabel winny być dokumentem uznanym w pracowniach zajmujących się analizą mechanizmów dźwigniowych. Posługując się przedstawioną metodyką w Ośrodku Badawczo-Rozwojowym w Stalowej Woli rozwiązano wiele zadań praktycznych dotyczących mechanizmów wysięgnikowych i kierowniczych maszyn roboczych ładujących i ziemnych.

## LITERATURA

- [1] KARDASZ R., PYŁAK K.: Metody analityczne kinematyki w zastosowaniu do mechanizmów płaskich z członami zmiennej długości, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Nr 51, 1977.
- [2] MILLER S.: Teoria mechanizmów i maszyn. Wrocław 1977.
- [3] OSOЛ O.Г.: Аналитический метод треугольников в кинематике плоских механизмов. Анализ и синтез механизмов. Москва 1966.

## О ОПРЕДЕЛЕНИИ ФУНКЦИИ ПОЛОЖЕНИЯ В РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМАХ

## Р е з ю м е

В докладе изложен метод определения функции положения рычажных механизмов, основанных на элементарных задачах. Элементарные задачи представлены в виде коротких подпрограмм на языке ФОРТРАН. На примере нескольких задач показан метод построения алгоритмов для избранных механизмов.

Все решения касаются плоских рычажных механизмов, но изложенную методику можно расширить и на пространственные рычажные механизмы.

DETERMINATION OF THE POSITIONAL FUNCTION  
IN LINK MECHANISMS

S u m m a r y

This paper concerns the method of determining the positional function in link mechanisms, which is based on elementary tasks, the same tasks being presented as a form of short FORTRAN subroutines. Several task being an instance, the way to make up algorithms for exemplary mechanism is shown.

All the discussions in this paper concern plane link mechanism, the methodology presented here can be, however, extendingly applied to link mechanisms of stereometric arrangement, as well.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Stefan Müller

Wpłynęło do redakcji: 5.XI.1986 r.