

**XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN
I MECHANIZMÓW****11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES
AND MECHANISMS****27—30. 04. 1987 ZAKOPANE**

Tomasz KOCH

Instytut Technologii Budowy Maszyn
Politechniki Wrocławskiej**METODA MODYFIKACJI W OBLICZENIACH WŁASNOŚCI
DYNAMICZNYCH KONSTRUKCJI SPRĘŻYSTYCH**

Streszczenie. Przedstawiono metodę modyfikacji umożliwiającą znacznie szybsze i sprawniejsze niż dotychczas analizowanie własności dynamicznych układów sprężystych podczas ich projektowania. Metoda ta, bazująca na belkowej metodzie sztywności, wykorzystuje do opisu ruchu struktury sprężystej współrzędne [quasi-główne] stanowiące kombinację współrzędnych głównych i uogólnionych. Obliczenia metodą modyfikacji wymagają na początku przeliczenia wariantu podstawowego belkową metodą sztywności oraz ustalenia fragmentów, które będą podlegały zmianom w kolejnych wariantach konstrukcyjnych. Następny krok stanowi obliczanie tych wariantów metodą modyfikacji. W obliczeniach tych, dzięki zastosowaniu współrzędnych [quasi-głównych], wykorzystywane są częstotliwości i postacie drgań własnych wariantu podstawowego, co umożliwia znaczne zredukowanie liczby równań opisujących drgania i przez to wielokrotne skrócenie czasu obliczeń.

1. Wstęp

Podczas projektowania konstrukcji sprężystych dosyć często podejmuje się próby przewidywania jej własności, zwłaszcza jeśli chodzi o własności statyczne, a i również dynamiczne, już we wstępnej fazie konstruowania. Odbywa się to zwykle na drodze obliczeń na komputerze przy użyciu odpowiednich systemów programów. Ten sposób wspomagania prac konstruktorskich prowadzi do racjonalnych rozwiązań konstrukcyjnych, które wybierane są na drodze analizy wariantowej. Wskaźnikami tego wyboru są przeważnie sztywność statyczna i dynamiczna, masa oraz częstotliwości i postacie drgań własnych. Aby umożliwić konstruktorowi analizę wielu wariantów oraz dogodne wprowadzenie zmian, w modelach obliczeniowych rozwija się tzw. metody modyfikacji. Metody te w obliczeniach zmodyfikowanych konstrukcji wykorzystują wyniki obliczeń wersji wstępnej, a przez to dokonują analizy obliczeniowej wielokrotnie szyb-

cej. Taką metodą służącą do analizy dynamiki zmodyfikowanych układów sprężystych jest metoda wykorzystująca tzw. współrzędne quasi-główne, a bazująca na metodzie belkowej [1, 2].

Wybór metody belkowej jako bazy dla metody modyfikacji został podyktowany jej wieloma zaletami, które wykazano już w wielu publikacjach, np. [3, 4].

2. Teoretyczne podstawy metody modyfikacji

Analiza dynamiki układów sprężystych metoda belkową obejmuje:

a) Sformułowanie układu N równań różniczkowych:

$$[M]\{\ddot{F}\} + [D]\{\dot{F}\} + [K]\{F\} = \{R\}, \quad (1)$$

gdzie:

$[M]$, $[D]$, $[K]$ - odpowiednio macierze bezwładności, tłumienia i sztywności,

$\{F\}$ - wektor przemieszczeń translacyjnych i rotacyjnych punktów węzłowych modelu,

$\{R\}$ - wektor obciążenia.

b) Wyznaczenie częstotliwości i postaci drgań własnych, co sprowadza się do rozwiązania następującego problemu własnego:

$$([K] - \omega_{0i}^2 [M])\{F_{0i}^1\} = \{0\}, \quad (2)$$

gdzie:

ω_{0i} - i -ta prędkość kątowa drgań własnych,

$\{F_{0i}^1\}$ - wektor amplitud przemieszczeń punktów węzłowych opisujący i -tą postać drgań własnych.

Zwykle bierze się pod uwagę tylko nie więcej niż kilkanaście postaci drgań własnych o najniższych częstotliwościach.

c) Obliczenie amplitudowych i fazowych charakterystyk podatności dynamicznej wybranych punktów struktury w założonym pasmie częstotliwości. Obliczeń tych dokonuje się na podstawie częstotliwości i postaci drgań własnych oraz tłumienia, przeważnie modalnego, tzn. zadanych dla każdej postaci względnych współczynników tłumienia.

Interesujące pasmo częstotliwości jest przeważnie takie, że na podatność mają wpływ tylko najniższe częstotliwości i im odpowiadające postacie drgań własnych. Fakt ten umożliwia, w matematycznym opisie drgań, przejście od dużej liczby współrzędnych uogólnionych, opisujących przemieszczenia, do niewielkiej liczby współrzędnych tzw. głównych, związanych z tymi postaciami, które odpowiadają najniższym częstotliwościom drgań własnych. Przy za-

łożeniu, że postaci drgań własnych są sprzęgane przez tłumienie, co w praktyce często daje się potwierdzić, przejście to można przedstawić jako kombinację liniową tej niewielkiej liczby postaci drgań własnych:

$$\{F\} = \left[\{F_0^1\}, \{F_0^2\}, \dots, \{F_0^M\} \right] \{q\} = [P] \{q\}, \quad M \ll N, \quad (3)$$

gdzie współczynniki tej kombinacji stanowią wektor współrzędnych głównych $\{q\}$.

Podstawiając transformację (3) do układu (1) otrzymuje się układ równań:

$$[P]^T [M] [P] \{\ddot{q}\} + [P]^T [D] [P] \{\dot{q}\} + [P]^T [K] [P] \{q\} = [P]^T \{R\}, \quad (4)$$

który, pomimo, że składa się z niewielkiej liczby równań, opisuje ruch struktury sprężystej z dostateczną dla praktyki dokładnością. Powyższy fakt legł u podstaw metody modyfikacji dla obliczeń dynamicznych.

Większość konstrukcji analizowanych w procesie projektowania wariantowego różni się od siebie tylko w pewnych fragmentach. Tak więc podczas obliczeń kolejnych wariantów powtarza się wiele operacji matematycznych związanych z opisem ruchu niezmiennych części struktury. Aby uniknąć tych powtórzeń, metoda modyfikacji posługuje się kombinowanym opisem drgań, a mianowicie: niezmienną część struktury opisuje się za pomocą niewielkiej liczby współrzędnych głównych, a fragmenty modyfikowane we współrzędnych wyrażających bezpośrednio przemieszczenia. Opis taki zwany opisem we współrzędnych quasi-głównych uzyskuje się przez następującą transformację:

$$\{F\} = \left[\begin{array}{c|c} P_Q & 0 \\ \hline 0 & I \end{array} \right] \begin{Bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_M \\ F_{k+1} \\ \vdots \\ F_N \end{Bmatrix} = [Q] \{y\}, \quad (5)$$

gdzie:

$[P_Q]$ - macierz, której kolumnami jest M wektorów własnych z pominiętych $N-K$ współrzędnych.

Po podstawieniu (5) do (1) oraz po pewnych przekształceniach otrzymujemy następujący układ równań:

$$([M_Q^0] + [M_Q^m]) \{\ddot{y}\} + ([D_Q^0] + [D_Q^m]) \{\dot{y}\} + ([K_Q^0] + [K_Q^m]) \{y\} = [Q]^T \{R\}, \quad (6)$$

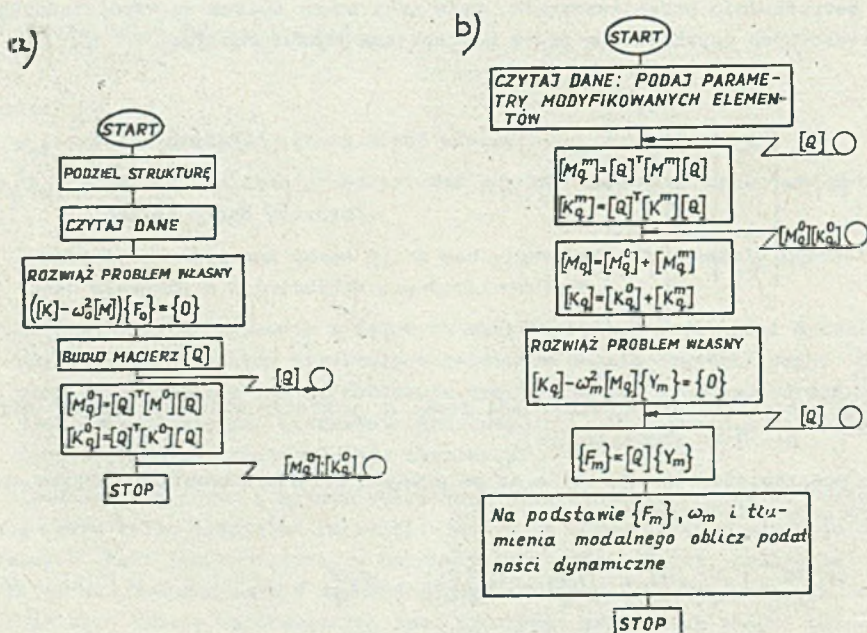
w którym macierze bezwładności, tłumienia i sztywności, dało się przedstawić jako sumy macierzy opisujących niezmienną część struktury (ze wskaźnikami 0) oraz macierzy opisujących modyfikowany fragment (ze wskaźnikami m).

Opis drgań we współrzędnych quasi-głównych posiada zalety opisu we współrzędnych głównych, tzn. niewielką liczbę równań i dostateczną dokładność. Dokładność tego opisu, dla kolejnych modyfikacji wariantu wstępnego, jest uwarunkowana wielkością zmian. Zbyt wielkie zmiany, dotyczące dużej części struktury, mogą powodować, że przejście do współrzędnych głównych, związanych z postaciami drgań własnych wariantu wstępnego, może nieść ze sobą istotne błędy w metodzie modyfikacji. Dlatego też przyjmuje się następujące założenie:

modyfikacje mas i sztywności mogą dotyczyć niewielkich fragmentów struktury oraz nie mogą one być zbyt duże.

3. Algorytm obliczeń

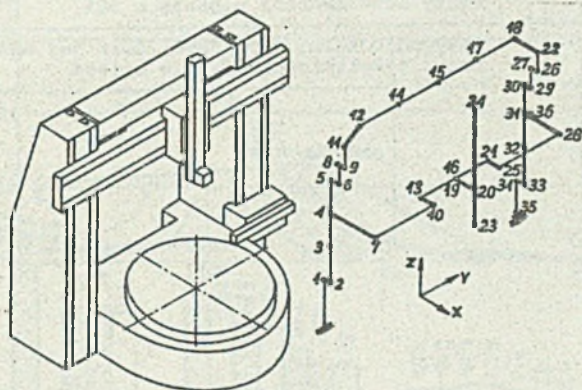
Algorytm obliczeń składa się z dwóch części (rys. 1). W pierwszym kroku dokonuje się analizy struktury belkową metodą sztywności oraz ustala się fragmenty, które będą podlegały modyfikacjom. W drugim kroku analizuje się kolejne warianty metodą modyfikacji.



Rys. 1

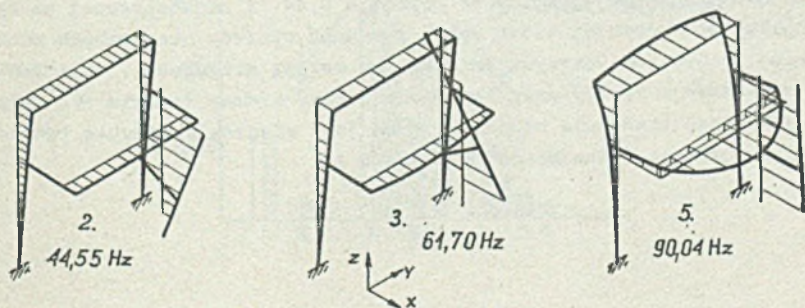
4. Analiza dynamiki układu nośnego bramowej tokarki karuzelowej

Na rysunku 2 przedstawiono schematycznie bramową tokarkę karuzelową oraz model belkowy jej układu nośnego. Model składa się z 36 elementów belkowych



Rys. 2

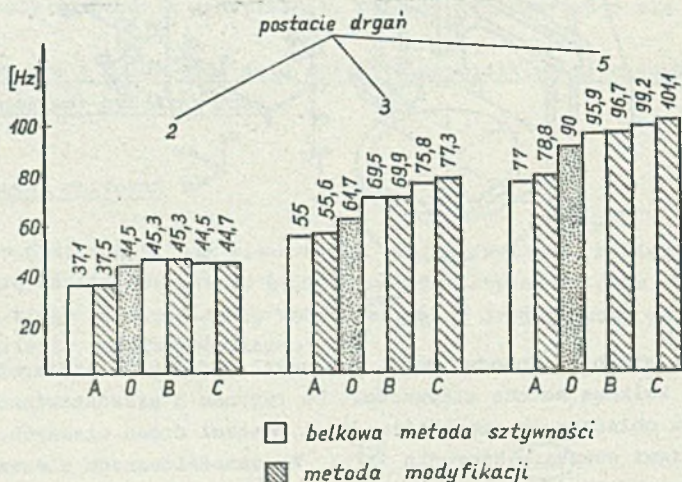
i posiada 204 stopnie swobody. Model ten został poddany analizie własności dynamicznych belkową metodą sztywności. Na rysunku 3 przedstawiono trzy, spośród ośmiu obliczonych częstotliwości i postaci drgań własnych, związanych z drganiami suwaka w kierunku X i Z , zamodelowanego elementami 23 i 24. Dokonano analizy wpływu zmian konstrukcyjnych belki suportowej, zamodelowanej czterema elementami belkowymi: 10, 16, 21, 28, na własności dynamiczne konstrukcji. Modyfikacje tej belki polegały na zmianie jej przekroju poprzecznego, tzn. na zmianie parametrów przekrojowych: geometrycznych momentów bezwładności J_y i J_z , wskaźnika określającego sztywność na skręcanie J_t i pola przekroju poprzecznego oraz co za tym idzie masy i masowych momentów bezwładności. Analizowane warianty wyjaśnia tabela 1.



Rys. 3

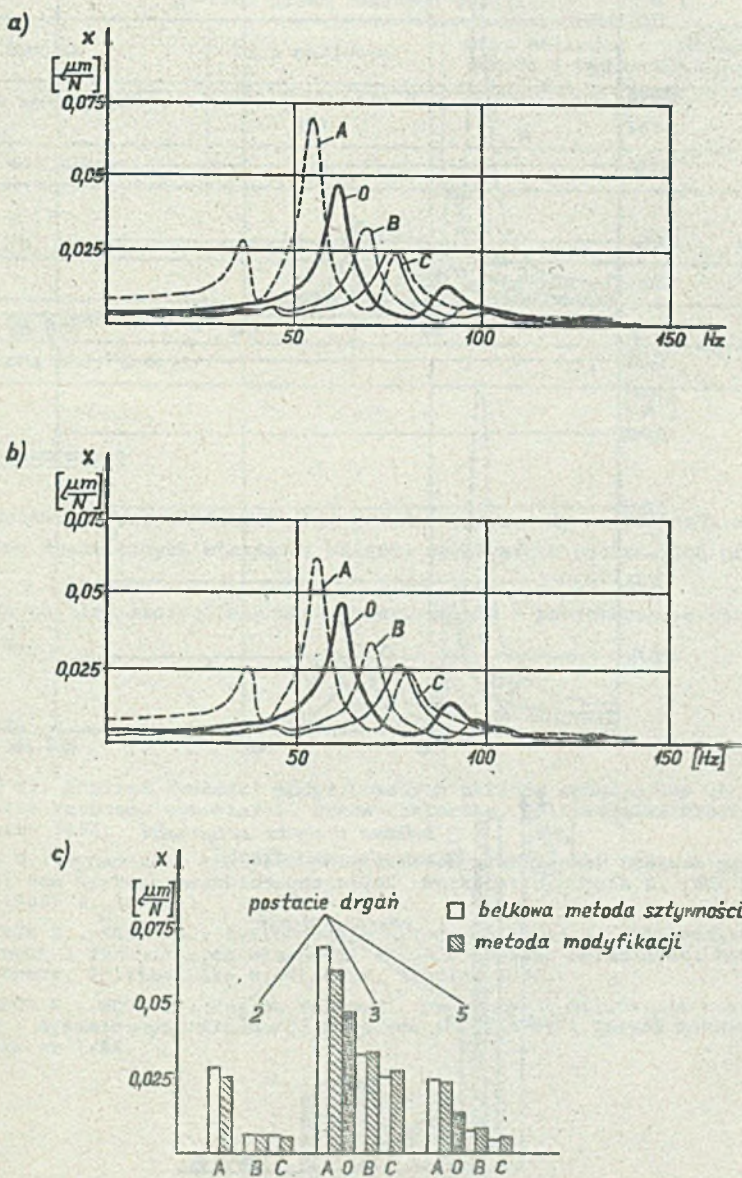
Tabela 1

Wariant	Wprowadzone zmiany
A	Sztywność belki suportowej oraz jej masa i masowe momenty bezwładności mniejsze o 50%
B	Sztywność belki suportowej oraz jej masa i masowe momenty bezwładności większe o 50%
C	Sztywność belki suportowej oraz jej masa i masowe momenty bezwładności większe o 100%

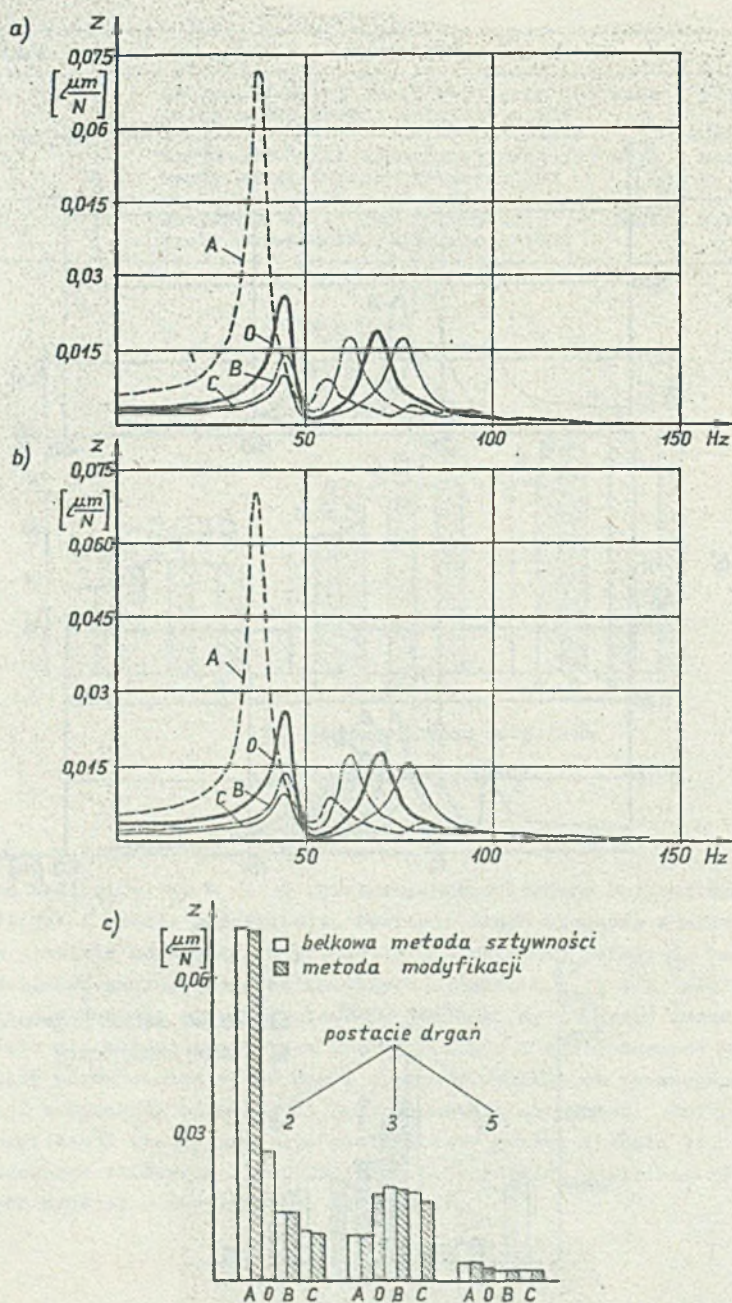


Rys. 4

Analizę wariantów A, B i C przeprowadzono zarówno belkową metodą sztywności, jak i metodą modyfikacji. Postacie drgań własnych analizowanych wariantów niewiele odbiegały od postaci drgań wstępnej wersji 0. Porównanie wyników obliczeń zamieszczono na kolejnych rysunkach 4, 5 i 6. Względny współczynnik tłumienia przy obliczaniu podatności dynamicznej imaka (węzeł 23) przyjęto dla każdej postaci na poziomie 0,04. Z zamieszczonej na rysunkach analizy porównawczej widać dobrą zgodność wyników otrzymanych metodą modyfikacji z wynikami otrzymanymi belkową metodą sztywności. Obliczenia metodą modyfikacji trwały przy tym około 5 razy krócej (tabela 2). Przyczyną tak znacznego skrócenia czasu obliczeń jest różnica w liczbie równań opisujących drgania w obu metodach (tabela 3).



Rys. 5



Rys. 6

Tabela 2

Porównanie czasu obliczeń ośmiu częstotliwości
i postaci drgań własnych wariantu A

Metoda	Czas obliczeń	Czas obliczeń z zadawaniem danych i wydrukiem wyników
Belkowa metoda sztywności	491	561
Metoda modyfikacji	103	145

Tabela 3

	Liczba równań
Belkowa metoda sztywności	204
Metoda modyfikacji	32

5. Podsumowanie

Przedstawiony przykład ilustruje przydatność metody modyfikacji do wstępnej oceny dynamicznych własności układów sprężystych podczas ich projektowania.

Metoda ta jest szczególnie warta zastosowania w projektowaniu wielowariantowym.

LITERATURA

- [1] KOCH T.: Analiza dynamiki modyfikowanych układów sprężystych na przykładzie korpusów obrabiarek. Praca doktorska. Politechnika Wrocławska, Wrocław 1983.
- [2] KOCH T.: Dynamische Analyse modifizierter elastischer Systeme am Beispiel von Werkzeugmaschinenstellen. Werkstattstechnik Z. ind. Fertig. 75 (1985) s. 99-103.
- [3] CHLEBUS E., ZATOŃ W.: Zastosowanie metody belkowej do obliczania statycznych i dynamicznych własności układów nośnych obrabiarek. Praca doktorska. Politechnika Wrocławska, Wrocław 1978.
- [4] CHLEBUS E., KOCH J.: Metoda belkowa i programy do obliczania statycznych i dynamicznych własności korpusów obrabiarek i innych maszyn. Mechanik nr 1/86.

МЕТОД МОДИФИКАЦИИ В РАСЧЕТАХ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Р е з ю м е

Представлен метод модификации, разрешающий значительно быстрее и эффективнее, чем до сих пор проводить анализ динамических свойств упругих конструкций при их конструировании. Этот метод, базирующийся на балочном методе жёсткости, использует для описания движения упругой структуры квази-главные координаты. На примере показана удобность проведения изменений в проектированной конструкции при расчётах, а также большая пригодность метода в вариантовом анализе.

THE MODIFICATION METHOD IN THE COMPUTATIONS OF THE PROPERTIES
OF ELASTIC CONSTRUCTIONS

S u m m a r y

The paper shows the modification method, which was built on the basis of stiffness beam method. It enables the analysis of dynamic properties of elastic system while designing. This analysis is considerably faster and more efficient than the ones applied uptill now. The modification method, in order to describe the motion of elastic structure, uses quasi-main coordinates, which are combination of the main and generalized coordinates. The easiness of making modifications in the designed construction during computations and a great usefulness of the method in many variant analysis have been exemplified.

Recenzent: Prof. dr inż. Antoni Jakubowicz

Wpłynęło do redakcji 5.XI.1986 r.