ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: MECHANIKA z. 85 Nr kol. 1010

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN I MECHANIZMÓW

11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Wiesław OSTAPSKI

Politechnika Warszawska

DRGANIA PRZEKŁADNI FALOWYCH PRZY WYMUSZENIACH WEWNĘTRZNYCH

Streszczenie. Zagadnienia dokładności kinematycznej i płynności przekazywania momentu są ważnymi kryteriami stawianymi przekładniom falowym stosowanym w układach automatycznej regulacji, a zwłaszcza w robotach przemysłowych. W pracy rozważano zagadnienia dynamiki przekładni przy wymuszeniach wewnętrznych. Model matematyczny sformułowano na bazie geometrycznie nieliniowej teorii powłok cienkościennych oraz równań Flügge. Funkcje wymuszające odwzorowujące oddziaływanie błędów wykonawczych i montażowych określono w postaci zdeterminowanej po przeanalizowaniu teoretycznych i doświadczalnych rezultatów badań.

1. Wstęp

W ruchu ustalonym przekładni falowych przy momencie zadanym M = const pojawiają się drgania skrętne. Za przyczynę można uważać błąd wykonania i montażu obu wieńców i generatora fal. Prowadzą one podczas deformacji tulei podatnej generatorem fal do cyklicznej zmiany kąta sprężystego skręcania tulei i cyklicznej zmiany obciążenia działającego na generator od strony wieńca podatnego. Tym samym prowadzą do oscylacji amplitudy momentu przenoszonego Ms. Określenie stanu dynamicznego przy tego typu wymuszeniach kinematycznych ma istotne znaczenie ze względu na wymaganą wysoką dokładność kinematyczną przekładni falowych stosowanych w układach automatycznej regulacji, a zwłaszcza w robotach przemysłowych.

2. Wypadkowy wektor błędów kinematycznych

Przy określaniu łańcuchów wymiarowych składowych wypadkowego mimośrodu należy przyjąć za podstawę grupowanie ich wg częstości występowania:

$$e_{\Sigma}(\omega_i t) = \sum_j \sum_i e_{\Sigma j}(\omega_i t \tag{2.1}$$

gdzie:

$e_{\Sigma}(\omega_i t)$ - bieżący wypadkowy wektor mimośrodu węzła,

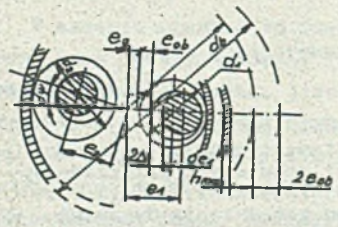
$e_{\Sigma j}$ - wektor wypadkowy mimośrodu węzła określony przez składowe występujące z tą samą częstością,

j - liczba grup detali, błędy których pojawiają się z różną częstością,

ω_i - częstość pojawiania się wektorów błędów i-tego wieńca,

i - numer harmoniki.

Rozpatrzmy teraz podstawowe grupy błędów i okresowość pojawiania się w przekładni dwufalowej z generatorem rolkowym [2].



Rys. 2.1

gdzie:

d_b, d_1, d_2 - średnice wieńca sztywnego i rolek generatora,

δ_e - błąd mimośrodu,

e_{ob} - błąd okręgu zasadniczego wieńca sztywnego,

Δ_1 - luz w łożyskach,

h_{min}, h_{max} - błąd grubości tulei podatnej,

δ_{φ} - kątowy błąd wzajemnego rozstawiania rolek generatora.

Powyższy schemat jest słuszny także dla przypadku generatora dyskowego. Błędy e_{ob} i h_{min}, h_{max} występują z okresem:

$$T = \frac{i \cdot 60}{n} \tag{2.2}$$

i - przełożenie, n - obroty na min. generatora fal.

Błędy mimośrodu generatora e_1, e_2, różnica średnic d_1, d_2 dysków i luzów l stanowią wymuszenie kinematyczne o okresie $T = \frac{60}{n}$.

Natomiast błędy δe_1, δe_2 mimośrodu dysków występują z okresami odpowiednio:

$$T_1 = \frac{D}{d_{1(2)}} \frac{60}{n}; \qquad T_2 = \frac{d_1}{\frac{D}{d_{1(2)}} - K} \cdot \frac{60}{n} \tag{2.3}$$

gdzie:

D - średnica bieżni dysku w stanie niedeformowanym,

K - liczba całkowita najbliższa $D/d_{1(2)}$.

Błąd podziałki międzyzębnej ma charakter losowy i okres występowania $T = \frac{60}{z \cdot n}$, z - liczba zębów jednego z wieńców.

Okres zmian położenia wieńców wynikłego z relacji liczby zębów koła nacinanego i dłutaka wynosi:

$$T = \frac{60}{n}\frac{K_{ob}}{z};\ zo - \text{liczba zębów dłutaka} \tag{2.4}$$

z - liczba zębów wieńca nacinanego, K_{ob} - największy wspólny podzielnik zo i z.

Analizując powyższe można stwierdzić, że najbardziej niebezpieczne będą wymuszenia o częstościach bliskich częstości obrotu generatora. Są to więc błędy mimośrodu wału generatora i mimośrodu dysków, różnicy średnic rolek, dysków oraz luzy promieniowe łożysk. Wymuszenia kinematyczne o okresie $T = i\frac{60}{n}$ mają znaczenie przy małych przełożeniach i dużych obrotach. Natomiast wymuszenia o okresie $T = \frac{60}{n.z}$ nie powodują ujemnych zjawisk dynamicznych z uwagi na bardzo wysoką częstość i znaczne tłumienia układu z przekładnią falową.

Określmy wypadkowy wektor odchyłek kinematycznych interesujących ze względu na niebezpieczne częstości ich pojawiania się [1]:

$$F(\omega_i t) = \left[e_{\Sigma\,1-2-3}(\omega_i t)\frac{1}{\cos\alpha_t} - K\,.\,e_d(\omega_i t)\right]\frac{412\,.\,5}{d\sqrt{z_\Sigma}}; \tag{2.5}$$

gdzie:

$e_{\Sigma\,1-2-3}$ - maksymalny chwilowy wektor błędu mimośrodu przekładni,

α_t - toczny kąt przyporu,

z_Σ - liczba par zębów w przyporze

$$K = \frac{\pi\,.\,e_d}{4iW_oU} \tag{2.6}$$

W_o - promieniowe odkształcenie wieńca podatnego, U=2 dla przekładni dwufalowej,

e_d - dodatkowy wektor błędu nieskompensowany podatnością wieńców

$$e_d = (\Delta P_z - P_{kr})\,\lambda_3 \tag{2.7}$$

Wypadkowy wektor błędu kinematycznego, węzła generatora fal - tuleja podatna.

$$e_{\Sigma\,1-2} = e_{\Sigma\,2} - \left(\frac{e_{\Sigma\,2} - \Delta\varrho_{\Sigma 1}}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)\lambda_1 \tag{2.8}$$

gdzie:

$e_{\Sigma 2}$; $\Delta\varrho_{\Sigma 1}$ - błędy mimośrodu tulei podatnej i generatora przed montażem,

λ_1, λ_2 - podatność promieniowa wieńca podatnego i generatora.

Wypadkowy wektor błędu kinematycznego przekładni po montażu węzłów: generator fal - wieniec podatny - wieniec sztywny.

$$e_{\Sigma 1-2-3}(\omega_i t) = e_{\Sigma 1-2}(\omega_i t) - \left[\frac{e_{\Sigma 1-2}(\omega_i t) - e_{\Sigma 3}(\omega_i t)}{\lambda_3 + \lambda_4}\right]\lambda_3 \tag{2.9}$$

gdzie:

$e_{\Sigma 3}$ - rzeczywisty wektor mimośrodu wieńca sztywnego,

λ_3; λ_4 - podatność promieniowa węzłów generator fal - wieniec podatny - wieniec sztywny.

Wypadkowy wektor błędów kinematycznych określony wzorem (2.5) możemy więc wyrazić poprzez błędy składowe detali przekładni i podatności węzłów λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 określone wzorami (2.6), (2.7), (2.8), (2.9). Dla dalszych rozważań wygodniej będzie przedstawić wymuszenie kinematyczne określone wzorem (2.5) w postaci sił dodatkowych wynikłych w przekładni na skutek wypadkowego błędu (2.5)

$$F(\omega_i t) = \left[\frac{F_1(\omega_i t) - F_2(\omega_i t)}{\cos\alpha_t} - F_3(\omega_i t)\right] \cdot C \tag{2.10}$$

$$F_1(\omega_i t) = \left[\frac{1}{\lambda_1} e_{\Sigma 2} - \left(\frac{e_{\Sigma 2} - \Delta\rho_{\Sigma 1}}{\lambda_1 + \lambda_2}\right)\right]\sin\omega t; \tag{2.11}$$

$$F_2(\omega_i t) = \left[\frac{e_{\Sigma 1-2} - e_{\Sigma 3}}{\lambda_3 + \lambda_4}\right]\sin\omega t; \tag{2.12}$$

$$F_3(\omega_i t) = K \cdot e_d \frac{1}{\lambda_3} \cdot \sin\omega t; \tag{2.13}$$

$$C = \frac{412 \cdot 5}{d\sqrt{z_\Sigma}}. \tag{2.14}$$

Ostatecznie dodatkowa siła wywołana rozważanym wypadkowym błędem wykonania i montażu przekładni określana jest zależnością:

$$F(\omega t) = \left\{\left[\frac{e_{\Sigma 2}\lambda_2 + \Delta\rho_{\Sigma 1}\lambda_1}{\lambda_1(\lambda_1 + \lambda_2)} - \frac{(e_{\Sigma 1-2} - e_{\Sigma 3})}{\lambda_3 + \lambda_4}\right]\frac{1}{\cos\alpha_t} - \frac{K e_d}{\lambda_3}\right\} \cdot C \sin\omega t \tag{2.15}$$

Określiliśmy więc wypadkową promieniową siłę działającą na tuleję podatną od strony generatora i wieńca sztywnego, której charakter zmienności w czasie odpowiada zmienności wypadkowego wektora błędu przekładni i jest zbliżony do funkcji $\sin\omega t$ [2].

3. Równanie dynamiki przekładni falowej

Założenia do fizycznego modelu przekładni oraz rozwiązanie zagadnienia brzegowego dla dwu wariantów konstrukcyjnych tulei podatnej omówione jest w pracy [5].

Równanie równowagi określono na podstawie nieliniowej geometrycznie teorii powłok cienkościennych. Różnice w stosunku do rr (4.1) [4] dotyczą członów określających siły wymuszające. Stąd końcowe równania otrzymane po dyskretyzacji układu rr (5.1) [4] będą różniły się tylko członami sił wymuszających zostawionymi ze względu na numeryczne rozwiązanie w dalszym etapie w postaci podcałkowej.

Dla porównania rozważono dynamikę przekładni falowej korzystając z równań momentowej teorii powłok cienkościennych podanych przez Flügge [6].

Warunki brzegowe i aproksymacja rozwiązania przedstawione są w pracy [5]. Dla układu liniowego po dyskretyzacji równań różniczkowych cząstkowych (7.1) [5] metodą Galerkina otrzymano następujący układ równań różniczkowych zwyczajnych.

Dla składowej normalnej sił wymuszających:

$$\frac{d^2U_{12}^z}{dt^2} = -Z\frac{dU_{12}}{dt} - U^*(U_{12}^z \cdot A - V_{12}^z \cdot B + W_{12}^z \cdot C);$$

$$\frac{d^2V_{12}^z}{dt^2} = -Z\frac{dV_{12}^z}{dt} - U^*(V_{12}^z \cdot E - U_{12}^z \cdot B - W_{12}^z \cdot F);$$

$$\frac{d^2W_{12}^z}{dt^2} = -Z\frac{dW_{12}^z}{dt} + U^*(V_{12}^z \cdot F - U_{12}^z \cdot G - W_{12}^z \cdot H) +$$

$$+ D^* \cdot \int_0^L\int_0^{2\pi R} F_n(\omega t)\, X_1 \cos\frac{2y}{R}\, dxdy;$$

$$\frac{d^2U_{14}^z}{dt^2} = -Z\frac{dU_{14}^z}{dt} - U^*(U_{14}^z \cdot K - V_{14}^z \cdot L + W_{14}^z \cdot C);$$

$$\frac{d^2V_{14}^z}{dt^2} = -Z\frac{dV_{14}^z}{dt} - U^*(V_{14}^z \cdot N - U_{14}^z \cdot M - W_{14}^z \cdot P);$$

$$\frac{d^2W_{14}^z}{dt^2} = -Z\frac{dW_{14}^z}{dt} + U^*(V_{14}^z \cdot P - U_{14}^z \cdot G - W_{14}^z \cdot T) +$$

$$+ D^*\int_0^L\int_0^{2\pi R} F_n(\omega t) X_1 \cos\frac{4y}{R}\, dxdy;$$

Dla składowej stycznej sił wymuszających

$$\frac{d^2U^p_{12}}{dt^2} = - Z \frac{dU^p_{12}}{dt} - U^*(V^p_{12} \cdot B + U^p_{12} \cdot A + W^p_{12} \cdot C);$$

$$\frac{d^2V^p_{12}}{dt^2} = - Z \frac{dV^z_{12}}{dt} - U^*(V^p_{12} \cdot E + U^p_{12} \cdot B + W^p_{12} \cdot F) +$$

$$+ D^* \int_0^L \int_0^{2\pi R} F_t(\omega t)\, X_1 \cos \frac{2y}{R}\, dxdy;$$

$$\frac{d^2W^p_{12}}{dt^2} = - Z \frac{dW^p_{12}}{dt} + U^*(V^p_{12} \cdot F - U^p_{12} \cdot G - W^p_{12} \cdot H);$$

$$\frac{d^2U^p_{14}}{dt^2} = - Z \frac{dU^p_{14}}{dt} - U^*(V^p_{14} \cdot L + U^p_{14} \cdot K + W^p_{14} \cdot C);$$

$$\frac{d^2V^p_{14}}{dt^2} = - Z \frac{dV^p_{14}}{dt} - U^*(V^p_{14} \cdot N + U^p_{14} \cdot M + W^p_{14} \cdot P) +$$

$$+ D^* \int_0^L \int_0^{2\pi R} F_t(\omega t)\, X_1 \cos \frac{4y}{R}\, dxdy;$$

$$\frac{d^2W^p_{14}}{dt^2} = - Z \frac{dW^p_{14}}{dt} + U^*(V^p_{14} \cdot P - U^p_{14} \cdot G - W^p_{14} \cdot T);$$

gdzie:

$Z = \frac{\alpha}{h}$; $U^* = \frac{E}{\rho(1-\nu^2)}$; $D^* = \frac{2,002}{\pi RLh\rho}$; A,B,C,...,N,M,P, T ... są funkcjami (L^n, R^n, A_m) n=1,...4; A_m - stała $X_1 = \sin\mu_n \frac{x}{L} - \alpha_n \operatorname{sh}\mu_n \frac{x}{L}$; $\mu_n = \frac{4n+1}{4}\pi$; $\alpha_n = \frac{\sin\mu_n}{\operatorname{sh}\mu_n}$; ν - wsp. Poissona; E - moduł Jounga; ρ - masa właściwa; - h - grubość tulei, α - wsp. tłumienia wiskotycznego; R - promień pow. średniej; $U^{p(z)}_{n,m}$, $V^{p(z)}_{n,m}$, $W^{p(z)}_{n,m}$ - składowe styczne osiowe, obwodowe, normalne przemieszczenia pow. średniej zgodnie z układem X,Y,Z [5]

$$W_p(x,y,t) = X_1 \left(\sin \frac{2y}{R} W^p_{n,m} + \sin \frac{4y}{R} W^p_{14}\right);$$

$$V_p(x,y,t) = X_1 \left(\cos \frac{2y}{R} V^p_{12} + \cos \frac{4y}{R} V^p_{14}\right);$$

$$U_p(x,y,t) = \frac{L}{\mu_1} X_1'(\sin \frac{2y}{R} U_{12}^p + \sin \frac{4y}{R} U_{14}^p);$$

$$W_z(x,y,t) = X_1 \cos \frac{2y}{R} W_{12}^z + X_1 \cos \frac{4y}{R} W_{14}^z;$$

$$V_z(x,y,t) = X_1 \sin \frac{2y}{R} V_{12}^z + X_1 \sin \frac{4y}{R} V_{14}^z;$$

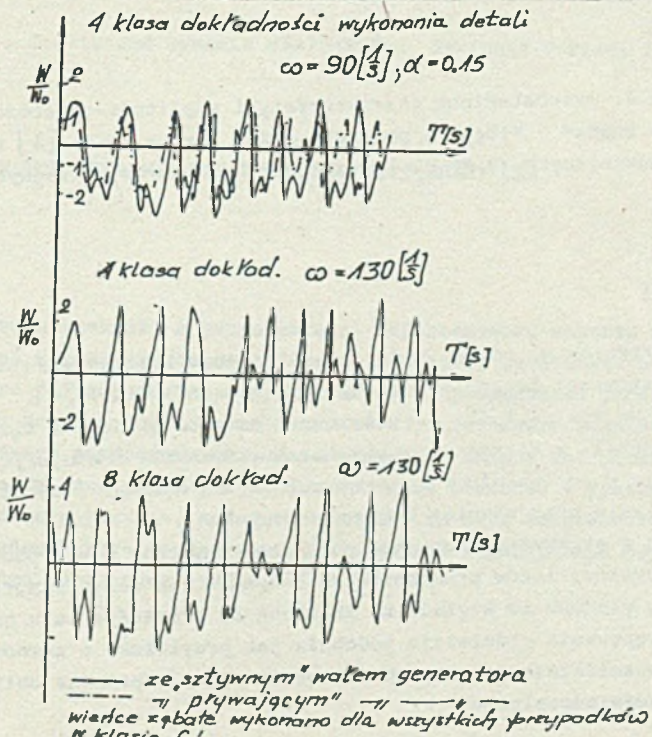
$$U_z(x,y,t) = \frac{L}{\mu_1} X_1 (\cos \frac{2y}{R} U_{12}^z + \cos \frac{4y}{R} U_{14}^z);$$

$$F_t(\omega t) = F(\omega t);$$

$$F_n(\omega t) = F(\omega t) \operatorname{tg} \alpha_t.$$

4. Obliczenia numeryczne

Otrzymane układy równań różniczkowych zwyczajnych oraz różniący się od (5.1) [4] wyrażeniami na siły wymuszające określone obecnie przez (2.5)

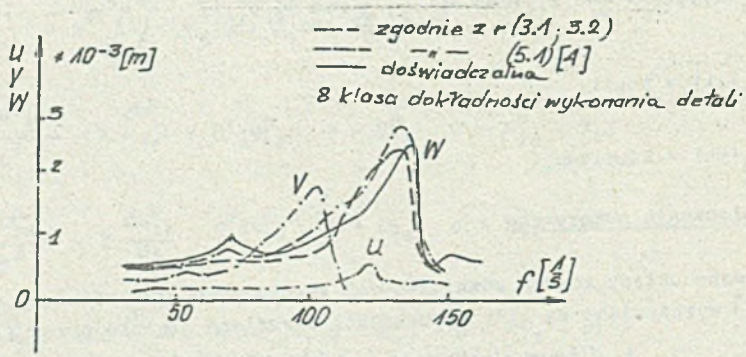


Rys. 4.1

zostały rozwiązane numerycznie z zastosowaniem procedur opartych na algorytmie Geara [3] dla poniższych danych: $z_1 = 190$, $z_2 = 192$, $i = 96$, $m = 0,7$ mm, $W_o = 0,75$, $\lambda_1 = 0,5\ \mu m/N$, $\lambda_2 = 0,13\ \mu m/N$, $\lambda_3 = 0,12\ \mu m/N$, $\lambda_4 = 0,05$ m/N, dla "pływającego" wału generatora $\lambda_2 = 0,18\ \mu m/N$.

Wieńce zębate wykonano w klasie dokładności od 6 do 9. Pozostałe detale w klasie od 4 do 8.

Amplitudy przemieszczeń w funkcji czasu dla przekładni ze "sztywno" łożyskowym i pływającym wałem przedstawiono na rys. 4.1 dla różnych klas wykonania detali.



Rys. 4.2

Na rys. 4.2. przedstawiono charakterystyki amplituda-częstość obliczone na podstawie równań Flügge i podanych przez autora (5.1) [4] z uwzględnieniem sił wymuszających (2.5) dla przekładni wykonanych w skrajnych klasach dokładności.

5. Wnioski

Wyniki otrzymane wg równań Flügge są ilościowo bliższe doświadczalnym, jakościowo, natomiast lepsze rezultaty dają równania (5.1) [4].

Jak widać na rys. 4.1, dla dokładności wykonania wieńców w klasie 6 i pozostałych detali w klasie 4 amplituda przemieszczeń zmniejszyła się ponad dwukrotnie w porównaniu z amplitudą drgań przekładni z detalami wykonanymi w 8 klasie przy również 6 klasie wieńców.

Jak wynika z otrzymanych wyników numerycznych, błędy mimośrodowości wału generatora, dysków, luzów promieniowych łożysk i tym samym mimośrodkowego położenia obu wieńców ze względu na zbliżoną do prędkości wału generatora częstość występowania - działają podobnie jak przyłożony o równoważnej amplitudzie sinusoidalnie zmienny moment obciążający. Rezonans obliczeniowy jest bliski doświadczalnemu.

Dla otrzymania mniejszych wypadkowych błędów kinematycznych, a tym samym i zmniejszenia drgań nimi wywołanych należy wykonywać wszystkie główne detale przekładni wpływające na wzajemne położenie (mimośrodkowości) wieńców i generatora w wysokiej klasie dokładności. Optymalne ekonomicznie wydaje się ze względu na obniżenie drgań i zwiększenie precyzji ruchu wykonanie wieńców w klasie 6, a pozostałych części w 4-5. Zalecenia te dotyczą przekładni falowych o podwyższonej dokładności kinematycznej. Dla przekładni ogólnego przeznaczenia można obniżyć kryteria dokładności o jedną klasę.

LITERATURA

[1] EMALIANOW A.F., POPOW P.K., FIRSAJEW A.F., Rasczot kinematiczeskoj pogresinosti wołnowoj zubczatoj pieriedaczy s uczotom podatliwosti zwienow. Westnik maszinostrojenija N° 7 1983.

[2] WOŁKOW, D.P., KRAJEW, Wołnowyje zubczatyje pierieczatyje pieriedaczi, Izd. Technika, Kijew 1976.

[3] GEAR C.W., Numerical Initial value problems in ODES Englewood Clifts. Prentice Hall 1971.

[4] Ostapski W., Analysis of some aspects of the harmonic drive dynamic. Modelling, Simulation and Control, A, Vol 9 N° 1 p. 21-33 1986/87.

[5] Ostapski W., Dynamika przekładni falowych. Praca doktorska, Warszawa 1984.

[6] Flügge W., Statik und Dynamik der Schalen, Springer-Verlag, 1967.

КОЛЕБАНИЯ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННИХ СИЛ

Р е з ю м е

Кинематическая точность и непрерывность передаваемого момента это главные критерии по которым подбирают волновые передачи, работающие в системах автоматического регулирования, а прежде всего в промышленных работах. Представляется попытка определения динамического состояния волновой передачи под действием внутренних сил. Математическую модель построено используя геометрически нелинейную теорию тонкостенных оболочек и уравнения Flügge. Возмущающие функции, которые возникают за счёт погрешностей изготовления и ошибок изготовления звенов, определены в дискретной форме используя частично результаты опытов.

INFLUENCE OF MANUFACTURING AND ASSEMBLY ERRORS
ON DYNAMICS OF HARMONIC DRIVE

S u m m a r y

Problem of kinematic precision and transmitted torque stability is one of the main criteria of usability of harmonic drives in automatic control systems and, particulary in industrial robots. In this paper some dynamic effects encountered in flexible links of harmonic drives under internal action, such as assembly and pitch errors are considered.

Mathematical model of the problem is based on the theory of thin geometrically non-linear shells and Flügge shell equations. Astion functions which model the effect of pitch and assembly error were determined from analysis of the results of theoretical and experimental investigations.

Recenzent: Doc. dr inż. Zdzisław Jaskóła

Wpłynęło do redakcji 5.XI.1986 r.