ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

JERZY ŚWIDER

MACIERZOWE GRAFY HYBRYDOWE W OPISIE DRGAJĄCYCH, ZŁOŻONYCH UKŁADÓW MECHANICZNYCH

MECHANIKA

Z. 106
GLIWICE
1991

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1143

JERZY SWIDER

MACIERZOWE GRAFY HYBRYDOWE W OPISIE DRGAJĄCYCH, ZŁOŻONYCH UKŁADÓW MECHANICZNYCH

GLIWICE 1991

OPINIODAWCY
Doc. dr hab. inż. Stanisław BEDNARZ
Prof. zw. dr hab. inż. Józef WOJNAROWSKI

KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY — Prof. dr hab. inż. Jan Bandrowski
REDAKTOR DZIAŁU — Prof. dr hab. inż. Jerzy Dziubiński
SEKRETARZ REDAKCJI — Mgr Elżbieta Leśko

REDAKCJA
Mgr Anna Błażkiewicz

REDAKCJA TECHNICZNA
Alicja Nowacka

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0434-0817

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakład 150+83 Ark. wyd. 13.5 Ark druk 13,875 Papier offset. kl.III 70x100 70g
Oddano do druku 7.11.91 Podpis. do druku 7.11.91 Druk ukończ. w listopadzie 1991
Zam. 495/91 Cena zł 18.900,—

Fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

SPIS TREŚCI

Str.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW STOSOWANYCH W PRACY 13

1. WSTĘP 17

1.1. Uwagi wprowadzające 17

1.1.1. Uwagi o modelowaniu matematycznym układów fizykalnych .. 20

1.2. Cel i zakres pracy 26

1.3. Teza rozprawy 27

1.4. Przegląd treści pracy 27

1.5. Klasa rozwiązywanych zadań 30

1.6. Klasa stosowanych grafów 31

1.6.1. Definicja macierzowego grafu hybrydowego 31

1.6.2. Definicja drzewa macierzowego grafu hybrydowego 34

1.6.3. Definicja przeciwdrzewa macierzowego grafu hybrydowego 34

1.6.4. Definicja niezależnego konturu macierzowego grafu hybrydowego 35

1.6.5. Definicja niezależnego odcięcia macierzowego grafu hybrydowego 35

2. MACIERZOWE GRAFY HYBRYDOWE JAKO MODELE NIEJEDNORODNYCH UKŁADÓW DYNAMICZNYCH 37

2.1. Macierzowy graf hybrydowy mechanicznego podukładu układu dynamicznego 37

2.1.1. Macierzowy graf hybrydowy mechanicznego podukładu układu dynamicznego o dyskretnym rozkładzie parametrów 37

2.1.2. Macierzowy graf hybrydowy mechanicznego podukładu układu dynamicznego o dyskretno-ciągłym rozkładzie parametrów 52

2.1.3. Tworzenie macierzy transformacji współrzędnych macierzowego podgrafu hybrydowego podukładu mechanicznego ... 56

2.1.4. Cyfrowe tworzenie macierzy transformacji współrzędnych podukładu mechanicznego 61

2.2. Algebraizacja macierzowego grafu hybrydowego 69

2.2.1. Zasada cyklomatyczna macierzowego grafu hybrydowego 72

2.2.2. Zasada wierzchołkowa macierzowego grafu hybrydowego 73

2.2.3. Macierz rozpływu zmiennych biegunowych macierzowego grafu hybrydowego 74

2.2.4. Macierz rozpływu zmiennych przepływowych macierzowego grafu hybrydowego 75

2.2.5. Macierz sztywności cięciw macierzowego grafu hybrydowego 76

2.2.6. Macierz podatności gałęzi drzewa macierzowego grafu hybrydowego 76

2.2.7. Macierz odcięć sprzężonych macierzowego grafu hybrydowego 77

2.2.8. Macierz konturów sprzężonych macierzowego grafu hybrydowego 78

2.3. Generowanie różniczkowych równań ruchu układu mechanicznego ze sprzężeniami liniowymi na podstawie jego macierzowego grafu hybrydowego 80

3. TRANSFORMACJE MACIERZOWEGO GRAFU HYBRYDOWEGO W MACIERZOWY GRAF PRZEPŁYWOWY 88

3.1. Podstawowa metoda transformacji macierzowego grafu hybrydowego w macierzowy graf przepływowy 88

3.2. Specjalne metody transformacji macierzowego grafu hybrydowego w macierzowy graf przepływowy 91

3.2.1. Metoda fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej w zastosowaniu do macierzowych grafów hybrydowych 91

3.2.2. Metoda fikcyjnych źródeł zmiennej przepływowej w zastosowaniu do macierzowych grafów hybrydowych 96

4. OPROGRAMOWANIE METODY MACIERZOWYCH GRAFÓW HYBRYDOWYCH BADANIA CHARAKTERYSTYK AMPLITUDOWO-CZĘSTOŚCIOWO-FAZOWYCH DRGAJĄCYCH UKŁADÓW DYNAMICZNYCH 104

4.1. Wersja konwersacyjnego tworzenia bazy danych o układzie..... 105

4.1.1. Segment BAZA-D 105

4.1.2. Segment GRAF-H 106

4.1.3. Segment GRAF-W 107

4.1.4. Wymagania sprzętowe i instalacja 108

4.2. Wersja edycyjnego wprowadzania zbioru danych cyfrowych o układzie 109

4.2.1. Pakiet GRAHYB 110

4.2.1.1. Wymagania sprzętowe i instalacja 113

5. PRZYKŁADY BADANIA DYNAMIKI ZŁOŻONYCH UKŁADÓW FIZYCZNYCH METODĄ MACIERZOWYCH GRAFÓW HYBRYDOWYCH 114

5.1. Wyznaczanie charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych robota przemysłowego typu IRb-6 115

5.1.1. Wyznaczanie charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych dyskretnego modelu robota przemysłowego 115

5.1.1.1. Dyskusja uzyskanych wyników 125

5.2. Wyznaczanie charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych modelu układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy 128

5.2.1. Ciąg zdyskretyzowanych modeli suwnicy i układu wibroizolacji kabiny operatora 129

5.2.2. Obliczenia numeryczne charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych wybranych modeli układów wibroizolacji kabiny operatora suwnicy 143

5.2.2.1. Dyskusja uzyskanych wyników 146

6. PODSUMOWANIE 149

LITERATURA 154

STRESZCZENIA 159

DODATEK D.4 165

DODATEK D.5a 181

DODATEK D.5b 184

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

УКАЗАТЕЛЬ ВАЖНЕЙШИХ ОБОЗНАЧЕНИЙ И СОКРАЩЕНИЙ ПРИМЕНЯЕМЫХ В РАБОТЕ 13

1. ВСТУПЛЕНИЕ 17

1.1. Вводные замечания 17

1.1.1. Замечания о математическом моделировании физических систем 20

1.2. Цель и область работы 26

1.3. Тезис диссертации 27

1.4. Обзор содержания работы 27

1.5. Класс решаемых задач 30

1.6. Класс применяемых графов 31

1.6.1. Определение матрично-гибридного графа 31

1.6.2. Определение дерева матрично-гибридного графа 34

1.6.3. Определение противдерева матрично-гибридного графа 34

1.6.4. Определение независимого контура матрично-гибридного графа 35

1.6.5. Определение независимого сечения матрично-гибридного графа 35

2. МАТРИЧНО-ГИБРИДНЫЕ ГРАФЫ КАК МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ 37

2.1. Матрично-гибридный граф механической подсистемы динамической системы 37

2.1.1. Матрично-гибридный граф механической подсистемы динамической системы с сосредоточенными параметрами 37

2.1.2. Матрично-гибридный граф механической подсистемы динамической системы с сосредоточенными и распределенными параметрами 52

2.1.3. Поставление матрицы преобразований координат матрично-гибридного графа механической подсистемы 56

2.1.4. Поставление матрицы преобразований координат матрично гибридного графа механической подсистемы при помощи ЭВМ 61

2.2. Алгебраизация матрично гибридного графа 69

2.2.1. Цикломатический принцип матрично гибридного графа 72

2.2.2. Вершинный принцип матрично гибридного графа 73

2.2.3. Матрица расхода полюсных переменных матрично гибридного графа 74

2.2.4. Матрица расхода поточных переменных матрично гибридного графа 75

2.2.5. Матрица жесткостей хорд матрично гибридного графа 76

2.2.6. Матрица податливостей ветвей матрично гибридного графа 76

2.2.7. Матрица связанных сечений матрично гибридного графа 77

2.2.8. Матрица связанных контуров матрично гибридного графа 78

2.3. Генерирование дифференциальных уравнений движения механческой системы с линейными связями на основании его матрично гибридного графа 80

3. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МАТРИЧНО-ГИБРИДНОГО ГРАФА В МАТРИЧНЫЙ ГРАФ СИГНАЛОВ 88

3.1. Основный метод преобразования матрично гибридного графа в матричный граф сигналов 88

3.2. Специальные методы преобразования матрично гибридного графа в матричный граф сигналов 91

3.2.1. Метод мнимых источников полюсной переменной, применяемый для матрично гибридного графа 91

3.2.2. Метод мнимых источников поточной переменной применяемый для матрично гибридного графа 96

4. МЕТОД МАТРИЧНО ГИБРИДНЫХ ГРАФОВ ИССЛЕДОВАНИЯ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНО ФАЗОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРЕДСТАВЛЕННЫЙ КАК СИСТЕМА ПРОГРАММ ДЛЯ ЭВМ 104

4.1. Диалогический вариант поставления базиса данных, касающихся системы 105

4.1.1. Сегмент BAZA-D 105

4.1.2. Сегмент GRAF-H 106

4.1.3. Сегмент GRAF-W 107

4.1.4. Оборудованные требования и установка 108

4.2. Издательский вариант введения множества вычислительных данных, касающихся системы 109

4.2.1. Система программ GRAHYB 110

4.2.1.1. Оборудованные требования и установка 113

5. ПРИМЕРЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ СЛОЖНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ МАТРИЧНО-ГИБРИДНЫХ ГРАФОВ 114

5.1. Определение амплитудно-частотно-фазовых характеристик промышленного робота IRb-6 115

5.1.1. Определение амплитудно-частотно-фазовых характеристик дискретной модели робота 115

5.1.1.1. Дискуссия полученных результатов .. 125

5.2. Определение амплитудно-частотно-фазовых характеристик модели виброизоляционной системы кабины оператора мостового крана 128

5.2.1. Ряд дискретных моделей мостового крана и системы виброизоляции кабины оператора 129

5.2.2. Вычисление амплитудно-частотно-фазовых характеристик избранных моделей виброизоляционных систем кабины оператора мостового крана 143

5.2.2.1. Дискуссия полученных результатов .. 146

6. ВЫВОДЫ 149

ЛИТЕРАТУРА 154

СОДЕРЖАНИЯ 159

ПРИЛОЖЕНИЕ D.4 165

ПРИЛОЖЕНИЕ D.5а 181

ПРИЛОЖЕНИЕ D.5б 184

CONTENTS

Page

LIST OF THE MOST IMPORTANT SYMBOLS AND ABBREVIATIONS 13

1. INTRODUCTION 17

1.1. Introductory Remarks 17

1.1.1. Remarks about the Matematical Modelling of Phisical Systems 20

1.2. Object and Range of the Paper 26

1.3. Dissertation Thesis 27

1.4. Survey of Contents 27

1.5. Category of Problems Solved 30

1.6. Category of Graphs Used 31

1.6.1. Definition of a Matrix Hybrid Graph 31

1.6.2. Definition of a Matrix Hybrid Graph Tree 34

1.6.3. Definition of a Matrix Hybrid Graph Reverse Tree 34

1.6.4. Definition of a Matrix Hybrid Graph Independent Outline 35

1.6.5. Definition of a Matrix Hybrid Graph Independent Cut 35

2. MATRIX HYBRID GRAPHS AS MODELS OF HETEROGENEOUS DYNAMICAL SYSTEMS 37

2.1. Matrix Hybrid Graph of a Mechanical Subsystem in a Dynamical System 37

2.1.1. Matrix Hybrid Graph of a Mechanical Subsystem in a Dynamical System With Discrete Distribution of Parameters .. 37

2.1.2. Matrix Hybrid Graph of a Mechanical Subsystem in a Dynamical System with Discrete - Continuous Distribution of Parameters 52

2.1.3. Generating Matrices of Coordinates Transformation Concerning a Matrix Hybrid Subgraph of a Mechanical Subsystem 56

2.1.4. Digital Generating Matrices of Coordinates Transformation of a Mechanical Subsystem 61

2.2. Algebraic Formulation of a Matrix Hybrid Graph 69

2.2.1. Cyclomathic Principle of a Matrix Hybrid Graph 72

2.2.2. Vertex Principle of a Matrix Hybrid Graph 73

2.2.3. Matrix of the Break-up of Polar Variables for a Matrix Hybrid Graph 74

2.2.4. Matrix of the Break-up of Flow Variables for a Matrix Hybrid Graph 75

2.2.5. Matrix of Chords Rigidity for a Matrix Hybrid Graph 76

2.2.6. Matrix of the Flexibility of Tree Branches for a Matrix Hybrid Graph 76

2.2.7. Matrix of the Coupled Cuts of a Matrix Hybrid Graph 77

2.2.8. Matrix of the Coupled Contours of a Matrix Hybrid Graph 78

2.3. Generating of the Differential Equations of Motion of a Mechanical System with the Linear Couplings 80

3. TRANSFORMATION OF A MATRIX HYBRID GRAPH INTO A MATRIX FLOW GRAPH ... 88

3.1. Basic Method of Transforming a Matrix Hybrid Graph Into a Matrix Flow Graph 88

3.2. Special Methods of Transforming a Matrix Hybrid Graph Into a Matrix Flow Graph 91

3.2.1. Method of Imaginary Sources of a Polar Variable and Its Application to Matrix Hybrid Graphs 91

3.2.2. Method of Imaginary Sources of a Flow Variable and Its Application to Matrix Hybrid Graphs 96

4. PROGRAMMING THE MATRIX HYBRID GRAPH METHOD OF TESTING THE AMPLITUDE, FREQUENCY AND PHASE CHARACTERISTICS OF DYNAMICAL SYSTEMS 104

4.1. Conversational Processing Version of Generating Data Bases of the System 105

4.1.1. BAZA-D Segment 105

4.1.2. GRAF-H Segment 106

4.1.3. GRAF-W Segment 107

4.1.4. Hardware Requirement and Installation 108

4.2. Version of the Editional Loading the Digital Sets of Data About the System 109

4.2.1. GRAHYB Packet 110

4.2.1.1. Hardware Requirement and Installation 113

5. EXAMPLES OF TESTING THE DYNAMICS OF COMPLEX PHYSICAL SYSTEMS BY THE MATRIX HYBRID GRAPH METHOD 114

5.1. Determining the Amplitude, Frequency and Phase Characteristics of IRb-6 Industrial Robot 115

5.1.1. Determining the Amplitude, Frequency and Phase Characteristics of a Discrete Robot Model 115

5.1.1.1. Discussion of Results Obtained 125

5.2. Determining the Amplitude, Frequency and Phase Characteristics of a Vibration Protective System Model of the overhead Crane Operator's Cage 128

5.2.1. Discreted Sequence of Models of the Overhead Cage and the Vibration Protective System of the Operator's Cage 129

5.2.2. Numerical Calculating the Amplitude, Frequency and Phase Characteristics of Chosen Vibration Protective Models of the Overhead Crane Operator's Cage 143

5.2.2.1. Discussion of Results Obtained 146

6. CONCLUSIONS 149

BIBLIOGRAPHY 154

SUMMARIES 159

APPENDIX D.4 165

APPENDIX D.5a 181

APPENDIX D.5b 184

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW STOSOWANYCH W PRACY

a-c-f - charakterystyka amplitudowo-częstościowo-fazowa,

[B] - - macierz współczynników tłumienia układu,

B_k - - diagonalna macierz współczynników tłumienia elementu tłumiącego k układu,

$B_k(p)$ - diagonalna macierz składowych sztywności dynamicznych elementu tłumiącego k układu,

${}_2B$ - macierz odcięć sprzężonych macierzowego grafu hybrydowego,

${}_3B$ - macierz konturów sprzężonych macierzowego grafu hybrydowego

${}_{1s}B$ - prostokątna macierz rozpływu zmiennych biegunowych macierzowego grafu hybrydowego,

${}_{2s}B$ - prostokątna macierz rozpływu zmiennych przepływowych macierzowego grafu hybrydowego,

[C] - macierz współczynników sztywności elementów sprężystych układu,

C - macierz współczynników sztywności elementu sprężystego k układu,

E_i - element i układu fizykalnego,

$\underline{f}_{Ti}$: - funkcja i transformacji topologicznej,

f_i: - funkcja i przyporządkowań fizykalnych,

fzzb - metoda fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej transformacji macierzowego grafu hybrydowego w macierzowy graf przepływowy,

fzzp - metoda fikcyjnych źródeł zmiennej przepływowej transformacji macierzowego grafu hybrydowego w macierzowy graf przepływowy,

K_i^s - macierzowy kontur sprzężony i macierzowego grafu hybrydowego,

$\{ K_i^s \}$ - macierzowy graf hybrydowy,

mgh - macierzowy graf hybrydowy,

mgp - macierzowy graf przepływowy,

[M] - macierz współczynników bezwładności elementów inercyjnych układu,

M_k - diagonalna macierz parametrów inercyjnych elementu k układu,

$M_k(p)$ - macierz sztywności dynamicznych elementu inercyjnego k,

nks - niezależny kontur sprzężony macierzowego grafu hybrydowego,

O(0,0,0) - początek układu współrzędnych, związanego z inercjalnym układem odniesienia,

O_i^s - odcięcie sprzężone i macierzowego grafu hybrydowego,

$\{ O_i^s \}$ - macierzowy graf hybrydowy,

S - macierz translacji układu współrzędnych,

${}_1S_k(p)$ - macierz wierszowa zmiennych biegunowych elementu k układu,

${}_2S_k(p)$ - macierz wierszowa zmiennych przepływowych elementu k układu,

${}_1\overset{o}{S}_i$ - wierszowa macierz zmiennych biegunowych cięciwy ${}_2x_i$ macierzowego grafu hybrydowego,

${}_{1ok}S$ - wierszowa macierz zmiennych biegunowych gałęzi ${}_2x_k$ macierzowego grafu hybrydowego,

${}_2\overset{o}{S}_i$ - wierszowa macierz zmiennych przepływowych cięciwy ${}_2x_i$ macierzowego grafu hybrydowego,

${}_{2ok}S$ - wierszowa macierz zmiennych przepływowych gałęzi ${}_2x_k$ macierzowego grafu hybrydowego,

$[\ {}_{11}S \mid 0\ ]$ - wierszowa macierz współrzędnych uogólnionych układu dynamicznego (zmiennych biegunowych gałęzi drzewa macierzowego grafu hybrydowego bez elementów czynnych),

$[\ 0 \mid {}_{12}S\ ]$ - wierszowa macierz zmiennych biegunowych elementów czynnych,

$[\ {}_{13}S \mid {}_{14}S\ ]$ - wierszowa macierz zmiennych biegunowych cięciw macierzowego grafu hybrydowego,

$[\ {}_{23}S \mid 0\ ]$ - wierszowa macierz zmiennych przepływowych elementów przeciwdrzewa macierzowego grafu hybrydowego, bez wymuszeń dynamicznych,

$[\ 0 \mid {}_{24}S\ ]$ - wierszowa macierz wymuszeń dynamicznych układu,

$[\ {}_{21}S \mid {}_{22}S\ ]$ - wierszowa macierz zmiennych przepływowych elementów drzewa macierzowego grafu hybrydowego,

$T_{i,j}$ - macierzowa waga krawędzi sprzężenia między wierzchołkiem ${}_1x_i$ oraz ${}_1x_j$,

U - wierszowa macierz współrzędnych elementu,

Uo - układ odniesienia,

$W_k(p)$ - diagonalna macierz współczynników dynamicznej sztywności liniowej i skrętnej elementu sprężysto-tłumieniowego,

$\overset{o}{W}(p)$ - diagonalna macierz podmacierzy sztywności dynamicznych elementów przeciwdrzewa macierzowego grafu hybrydowego,

${}_{1o}W(p)$ - diagonalna macierz podmacierzy podatności dynamicznych gałęzi drzewa macierzowego grafu hybrydowego,

$\underset{01}{X}$ - macierzowy graf hybrydowy,

$\underset{0}{\overset{0}{X}}$ - drzewo macierzowego grafu hybrydowego,

X - przeciwdrzewo macierzowego grafu hybrydowego,

$\underset{01}{X^s}$ - graf hybrydowy,

$\underset{11}{X}$ - macierzowy graf przepływowy,

$\underset{00}{X}$ - graf biegunowy,

$\underset{00}{X}$ - macierzowy graf biegunowy,

${}^{k}\underset{1}{X}$ - obciążony graf kategorii k,

${}^{k}\underset{1z}{X}$ - obciążony graf zastępczy kategorii k,

${}_{11}X$ - podzbiór wierzchołków źródłowych (czynnych) macierzowego grafu hybrydowego,

${}_{12}X$ - podzbiór wierzchołków ujść (biernych) macierzowego grafu hybrydowego,

${}_{21}X$ - podzbiór krawędzi głównych macierzowego grafu hybrydowego,

${}_{22}X$ - podzbiór krawędzi sprzężenia macierzowego grafu hybrydowego,

$\{ {}_{1}X \}$ - zbiór macierzowych wierzchołków grafu,

$\{ {}_{2}X \}$ - zbiór macierzowych krawędzi grafu,

$\{ {}_{3}X \}$ - zbiór relacji macierzowego grafu hybrydowego,

${}_{2}x_k$ - krawędź k macierzowego grafu hybrydowego, z przyporządkowaną macierzową wagą,

${}_{1}x_i$ - wierzchołek i macierzowego grafu hybrydowego z macierzową reprezentacją,

$Y_k(i\omega)$ - zespolona charakterystyka amplitudowo-częstościowo-fazowa układu,

θ - macierz rotacji układu współrzędnych.

1. WSTĘP

1.1. UWAGI WPROWADZAJĄCE

Ważnym działem dynamiki układów technicznych, w tym maszyn, mechanizmów i urządzeń, jest dział zajmujący się drganiami. Badanie drgań układów dynamicznych jest istotnym problemem zarówno w obszarze zagadnień czysto praktycznych, naukowo-badawczych, jak i w zakresie dydaktyki ogólnie pojętej mechaniki.

Znane są powszechnie główne pozycje literatury, stanowiące teoretyczne podstawy badania drgań układów mechanicznych, jak np.: [4,5,14,21,28,38,30, 73]. Stosowany tam aparat matematyczny jest klasycznym aparatem równań różniczkowych zwyczajnych, bądź cząstkowych, odniesionym do klasycznych modeli fizycznych o parametrach skupionych, bądź rozłożonych w sposób ciągły. Stosowanie tych metod w praktycznej analizie układów złożonych przysparza jednak określonych trudności, związanych z tworzeniem i rozwiązywaniem odpowiednich układów równań różniczkowych ruchu.

Praktycy, zajmujący się zagadnieniami dynamiki układów mechanicznych, chętnie stosują metody numeryczne, w szczególności oparte na szeroko rozpowszechnionej metodzie elementów skończonych [24,34,75]. Dostępne w kraju programy, np. firmy O.K. MES, oparte na tej metodzie, oferują - poza szeroko rozbudowaną statyką - także pewne elementy dynamiki, szczególnie w zakresie analizy widmowej i modalnej układów płaskich.

Poza tym, w różnych ośrodkach w kraju i za granicą rozwijane są nieklasyczne metody badania dynamiki układów fizycznych (w tym także mechanicznych), oparte na metodach grafów i liczb strukturalnych. W tym celu stosowane są różne klasy grafów, takie jak grafy przepływowe [48], grafy biegunowe [16,49,59], grafy blokowe [3,61], grafy więzów [7,29,39], grafy transformacji zmiennych [63] i grafy hybrydowe [52]. Stosowane są także techniki mieszane, polegające na łączeniu metod, np. grafów więzów, z metodą elementów skończonych.

Z uwagi na odniesienie metod grafów wyłącznie do badania układów mechanicznych należy wyróżnić dwie prace habilitacyjne: [59] - z roku 1977 oraz [2] z roku 1988. W obu pracach Autorzy poświęcili we wstępach wiele uwagi starannemu i precyzyjnemu przeglądowi literatury z zakresu teorii grafów i jej zastosowań. W szczególności pracę [59] uznano za monografię w dziedzinie grafów z uwagi na bardzo szerokie, poparte bogatą literaturą, wprowadzenie oraz wielość poruszanych problemów. Natomiast w pracy [2] zawarto podrozdział 1.2 pt. "Z historii zastosowań teorii grafów", w którym Autor porządkuje chronologicznie rozwój teorii i zastosowań grafów, od pierwszej pracy Eulera z 1736 r. [22], po najnowsze publikacje i monografie z tej dziedziny [1,15,17,76]. Zatem informacje zawarte w pracach [2] i [59] można uznać za wyczerpujące w zakresie systematycznego przedstawienia ewolucji teorii grafów, szczególnie w odniesieniu do ich zastosowań w mechanice, i z tego powodu zrezygnowano tu z powtórzenia podobnego przeglądu literaturowego.

Zainteresowanie teorią grafów w badaniu dynamiki układów fizycznych wynika - zdaniem autora - głównie z następujących cech grafów, jako modeli tych układów:

- są zwykle bardzo czytelne i pod względem strukturalnym zachowują izomorfizm pomiędzy modelem fizycznym i modelem sieciowym [57],

- umożliwiają szybkie korygowanie ewentualnych błędów modelowania, a także pozwalają na prostą modyfikację parametrów i struktury modelu, w celu prowadzenia analizy wariantowej układu,

- są proste w algebraizacji, przez co związane z nimi metody są algorytmizowalne i podatne na stosowanie wspomagania komputerowego,

- umożliwiają zarówno prowadzenie analizy, jak i ilustrację syntezy modeli fizycznych drgających układów mechanicznych.

W Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej w Gliwicach od ponad dwudziestu lat prowadzone są prace związane z zastosowaniem metod grafów w badaniu dynamiki układów mechanicznych. Metody te rozwijano w ramach własnych badań pracowników Instytutu, w postaci prac doktorskich i habilitacyjnych [8,37,52,59,74]. Podsumowaniem wyników na pewnym etapie było ukazanie się w 1981 r monografii [60] przedstawiającej "Zastosowanie grafów w analizie drgań układów mechanicznych". W tym też roku autor niniejszej rozprawy obronił pracę

doktorską [52] pt. "Grafy hybrydowe w modelowaniu drgających układów mechanicznych z liniowymi sprzężeniami". Praca ta zawierała sformułowanie nowego typu modelu sieciowego, łączącego w sobie cechy grafów biegunowych i grafów przepływowych, nazwanego - z uwagi na swą dwoistość cech - grafem hybrydowym. Zdefiniowano metody algebraizacji tego grafu, będące podstawą jego dalszych przekształceń w celu uzyskania charakterystyk dynamicznych określonej w pracy klasy modeli układów mechanicznych. Sformułowana metoda wymagała, by rozważane modele składały się jedynie z elementów o dyskretnym rozkładzie parametrów mechanicznych, przy zachowaniu równoległości odpowiednich osi bezwładności, sztywności, tłumienia i wzbudzeń elementów tworzących badany model. Ponadto, każdy wyróżniony w modelu fizycznym parametr elementu dyskretnego musiał znaleźć własną reprezentację sieciową w konstruowanym grafie hybrydowym. Rozbudowywało to znacznie sieć połączeń dwójników biegunowych i przepływowych w grafie, czyniąc go - w złożonych przypadkach - mało czytelnym, lub istotnie zwiększało liczebność zbioru niezależnych konturów sprzężonych grafu. Biorąc pod uwagę konieczność algebraizowania uzyskanego modelu sieciowego - poprzez "ręczne" tworzenie odpowiednich macierzy na podstawie zbioru niezależnych konturów sprzężonych - należy stwierdzić, że praktyczne stosowanie metody grafów hybrydowych wymagało od użytkownika dokładnej znajomości podstaw teoretycznych i wprawy w posługiwaniu się tą metodą. Ilustrujące metodę przykłady stanowiły jedynie badania modeli układów mechanicznych, zawierających elementy o dyskretnym rozkładzie parametrów, o równoległych osiach sprężystości, tłumienia i bezwładności. Oprogramowanie metody tworzyły praktycznie dwa pliki napisane w języku FORTRAN maszyn serii Odra 1300, z przeznaczeniem do stosowania na tego typu komputerach.

Grafy hybrydowe, których pierwszą propozycję znaleźć można w pracy [64] pod nazwą "przestrzenne grafy biegunowe", stosowano do badania układów przestrzennych [10,11,12,13,53,55,65,68,69,70,71], w tym do analizy kinematycznej [66,67] i dynamicznej [65] przekładni planetarnych.

Zarówno omówiona metoda grafów hybrydowych, jak i pozostałe wyniki prac z zakresu zastosowań grafów w mechanice, stosowane były w rozwiązywaniu praktycznych problemów technicznych podczas realizacji prac naukowo-badawczych [40,41,42], a także w procesie dydaktycznym, jako nierozdzielny element wykładów, ćwiczeń laboratoryjnych i zajęć projektowych z mechaniki, teorii drgań oraz teorii maszyn i mechanizmów. W tym zakresie, w 1986 roku wydany został skrypt Politechniki Śląskiej, dotyczący metod modelowania

drgań układów mechanicznych z zastosowaniem grafów i liczb strukturalnych [62]. Wszystkie przedstawione tam metody zostały oprogramowane w języku FORTRAN maszyn serii ODRA 1300.

Od tego czasu w dalszym ciągu rozwijano omawiane metody, a także tworzono odpowiednią bazę programową, dostosowaną do szeroko obecnie rozpowszechnionych komputerów typu IBM PC XT/AT.

Autor pragnie wyrazić podziękowania Panom Recenzentom:
prof. S.Bednarzowi i prof. J.Wojnarowskiemu za cenne uwagi, kształtujące zarówno zakres, jak i formę ostatecznej wersji pracy.

1.1.1. Uwagi o modelowaniu matematycznym układów fizykalnych

We współczesnym procesie projektowo-konstrukcyjnym ważną rolę spełnia modelowanie matematyczne obiektów fizykalnych. Przez pojęcie modelowania rozumie się zarówno badanie zachowania się rzeczywistego obiektu drogą analizy zachowania się jego modelu, jak i sam proces poszukiwania i tworzenia modelu. Niekiedy proces badania przyjętego modelu i wnioskowanie na tej podstawie o zachowaniu się obiektu rzeczywistego nosi nazwę symulacji.

Ogólnie, modele można podzielić na modele materialne i abstrakcyjne. Modele materialne to rzeczywiste obiekty fizykalne wykonane bądź jako prototypy do badań, bądź jako makiety sporządzone w pewnej podziałce, zachowujące własności i właściwości obiektu rzeczywistego. Modelami abstrakcyjnymi są np. równania różniczkowe drugiego rzędu. Modele abstrakcyjne można podzielić na słowno-opisowe, analityczne, topologiczne i symboliczne [51]. Modele słowno-opisowe i topologiczne przekształcamy - poprzez ich algebraizację - w modele analityczne.

Model może być zatem dokładną kopią rzeczywistego obiektu lub uwidaczniać tylko jego charakterystyczne cechy. Badania na modelach matematycznych pozwalają przewidzieć zachowanie się rzeczywistych układów przemysłowych w ich naturalnych warunkach pracy, a także badać zachowanie się tych układów w sytuacjach założonych przez konstruktora, a mogących zaistnieć w rzeczywistości.

Pierwszym etapem modelowania matematycznego jest określenie, jaką formę przyjmie model oraz uwzględnienie odpowiedniej metody obliczeniowej, która

ujęłaby fizyczne własności i ograniczenia obiektu rzeczywistego. Drugim etapem jest przyjęcie konkretnego modelu, najczęściej w standardowej postaci, co ułatwia wykorzystanie do obliczeń komputera.

Dobór metody modelowania matematycznego polega na:

- opracowaniu modelu w odniesieniu do struktury jako całości i w rozbiciu na osobne elementy,
- przeprowadzeniu orientacyjnych obliczeń w celu sprawdzenia poprawności założeń,
- poszukiwaniu wariantowych rozwiązań strukturalnych modelu,
- konfrontacji różnych wariantów rozwiązań,
- przyjęciu najlepszego modelu matematycznego.

W zależności od złożoności badanych zjawisk możemy stosować modele izomorficzne oraz homomorficzne. Przez pojęcie modeli izomorficznych rozumie się te modele, które zachowują pełną zgodność z układem rzeczywistym. Natomiast przez pojęcie modelu homomorficznego rozumie się taki model, który odpowiada tylko części obiektu rzeczywistego [51].

Tworząc model matematyczny, należy kierować się zasadą, że jest on tym doskonalszy, im mniej posiada elementów. Modelowanie matematyczne samo w sobie przypomina przeprowadzenie eksperymentu fizycznego na obiekcie, to znaczy bierze się pod uwagę zarówno części składowe obiektu, jak i jego otoczenie zewnętrzne. Współczesne metody numeryczne, umożliwiając bardzo szybkie obliczenia, pozwalają na znalezienie optymalnej formy modelu. Sam proces tworzenia modelu można ująć jako:

- sporządzenie matematycznego opisu procesu fizykalnego,
- utworzenie algorytmu obejmującego sprządzony opis matematyczny,
- sprawdzenie zgodności modelu z badanym procesem fizykalnym.

Największą trudnością w sporządzeniu opisu matematycznego obiektu fizykalnego jest odnalezienie związków pomiędzy parametrami procesu rzeczywistego a jego warunkami brzegowymi i początkowymi, a także przyjęcie samego modelu matematycznego, wiarygodnie opisującego badany obiekt. Sam model matematyczny może być utworzony za pomocą:

- równań algebraicznych,
- zwyczajnych i cząstkowych równań różniczkowych,
- struktur topologicznych,

- formuł empirycznych,
- warunków logicznych.

Przy modelowaniu złożonych układów możliwe jest, że:

- modelowany układ jest już dobrze poznany, co pozwala zapisać analitycznie stosunki pomiędzy wielkościami fizykalnymi i wykorzystać je w procesie modelowania,
- model matematyczny jest znany w ogólnym zarysie, z wyjątkiem skończonej liczby parametrów, które muszą być wyznaczone eksperymentalnie,
- wiemy, że modelowi odpowiada jedna ze znanych funkcji analitycznych, a przeprowadzenie badań doświadczalnych dostarczy nieznanych parametrów,
- analityczna postać modelu jest nieznana.

Model matematyczny tworzy się zwykle na podstawie pewnego zbioru założeń i przypuszczeń, przez co stanowi on zawsze tylko przybliżony obraz rzeczywistego obiektu. Konieczne jest zatem zawsze każdorazowe sprawdzenie zgodności modelu matematycznego z badanym, rzeczywistym procesem fizycznym. W razie potrzeby model musi ulec korekcji, do przeprowadzenia której można wykorzystać niektóre badania eksperymentalne, jak i modelowe. Należy zdawać sobie sprawę, że od jakości przyjętego modelu zależy wiarygodność uzyskanych, drogą symulacji, rezultatów.

Zaletami metody modelowania matematycznego są:

- możliwość badania całej klasy zadań przy użyciu jednego urządzenia,
- zapewnienie prostoty przejścia z jednego zadania do drugiego,
- łatwość w dokonywaniu zmian parametrów modelu,
- niewielka czasochłonność,
- niewielkie koszty.

Modelowanie matematyczne wykorzystuje się najczęściej do:

- określenia niezbędnych parametrów technicznych obiektu,
- analizy zachowania się rzeczywistego obiektu w warunkach pracy,
- szkolenia obsługi obiektu,
- analizy, optymalizacji i programowania zachowań obiektu.

Podsumowując, można stwierdzić, że do podstawowych korzyści, płynących z zastosowania modelowania matematycznego, należą:

- brak konieczności budowy drogiej makiety obiektu,
- skrócenie czasu przebadania zachowań obiektu w warunkach realizacji procesu technologicznego,

- możliwość modelowania stanów awaryjnych i katastrof, bez uszkodzenia obiektu lub jego drogiej makiety.

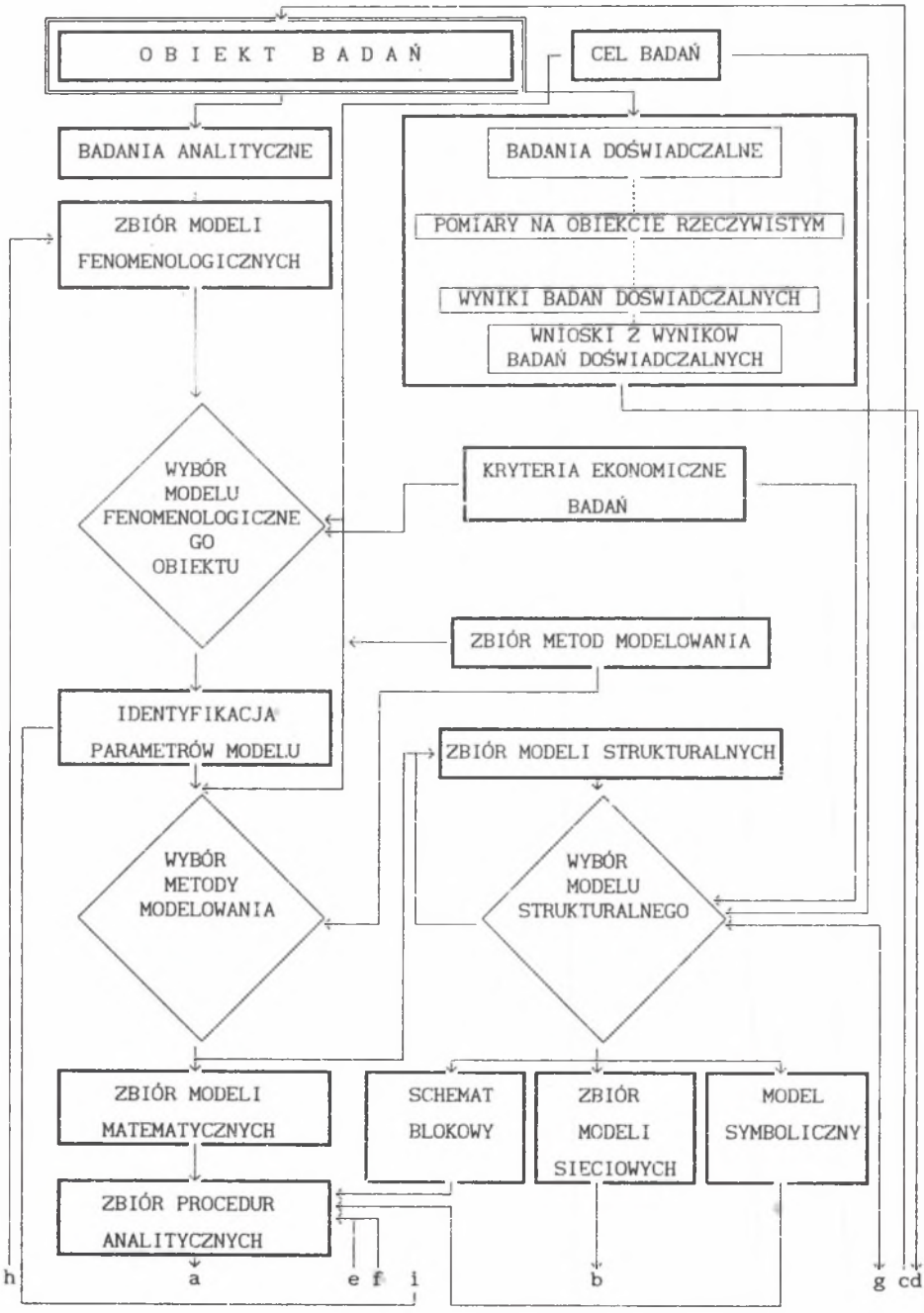
Wady metod modelowania matematycznego to:

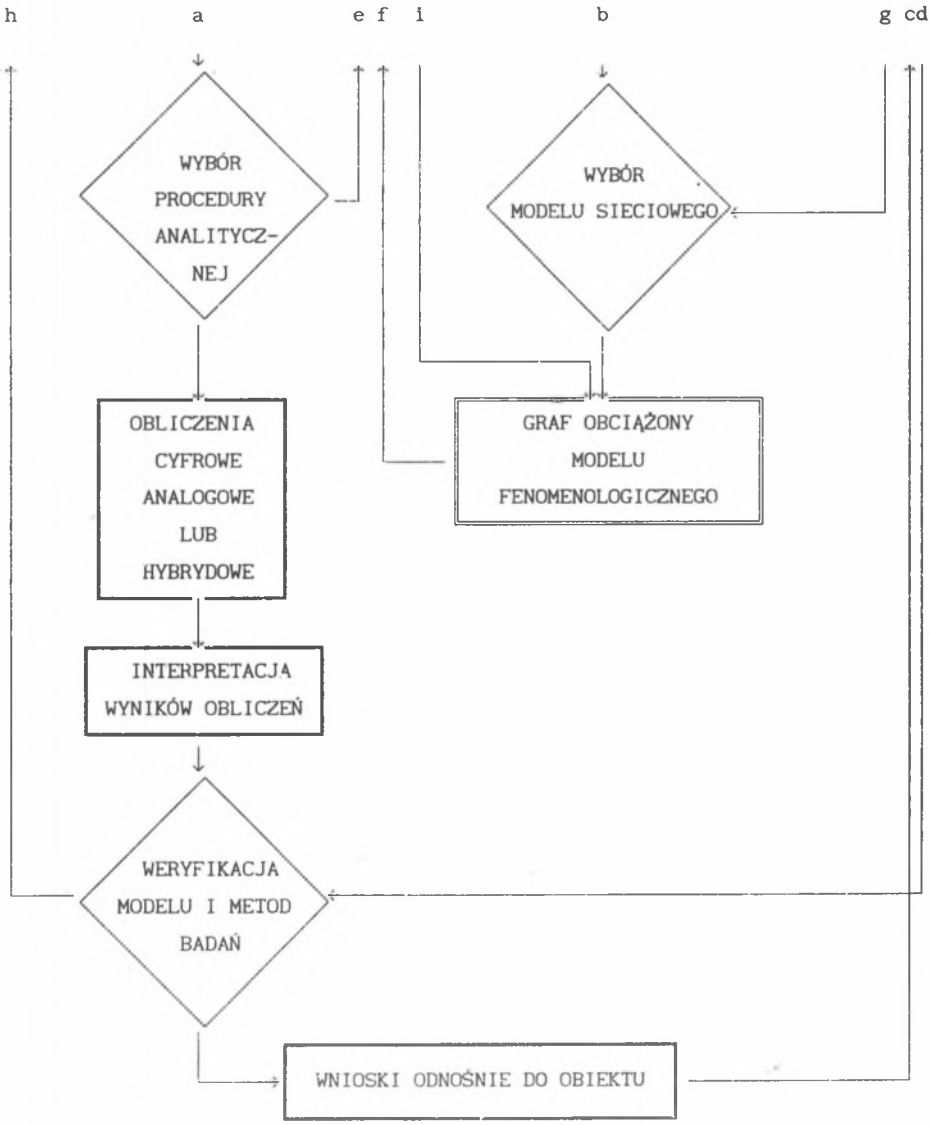
- niepełność uzyskiwanych rozwiązań,
- niedostateczna dokładność, co może w efekcie prowadzić do fałszywych wniosków i wyboru nieprawidłowego rozwiązania.

Każde użycie modelu matematycznego powinno być dokładnie uzasadnione, gdyż model jest zawsze abstrakcją idealizującą zadanie, stosującą założenia upraszczające, które niekiedy mogą prowadzić do braku użyteczności modelu w badaniu danej klasy zjawisk fizykalnych.

Niniejsza praca stawia sobie za cel zarówno budowę pewnej klasy modeli symbolicznych, w postaci grafów, jak również badanie takich modeli obiektów rzeczywistych, celem poznania zachowań układów rzeczywistych.

Na rys. 1.1 przedstawiono schemat modelowania obiektu rzeczywistego w rozumieniu autora niniejszej pracy, z uwidocznieniem miejsca, w którym w tym procesie znajdują się stosowane w pracy grafy obciążone.


OBIEKT BADAŃ
CEL BADAŃ
BADANIA ANALITYCZNE
BADANIA DOŚWIADCZALNE
POMIARY NA OBIEKCIE RZECZYWISTYM
WYNIKI BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH
WNIOSKI Z WYNIKÓW BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH
ZBIÓR MODELI FENOMENOLOGICZNYCH
WYBÓR MODELU FENOMENOLOGICZNEGO OBIEKTU
KRYTERIA EKONOMICZNE BADAŃ
ZBIÓR METOD MODELOWANIA
IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODELU
ZBIÓR MODELI STRUKTURALNYCH
WYBÓR METODY MODELOWANIA
WYBÓR MODELU STRUKTURALNEGO
ZBIÓR MODELI MATEMATYCZNYCH
SCHEMAT BLOKOWY
ZBIÓR MODELI SIECIOWYCH
MODEL SYMBOLICZNY
ZBIÓR PROCEDUR ANALITYCZNYCH
h
a
e
f
i
b
g
cd



Rys. 1.1. Schemat blokowy algorytmu procesu modelowania matematycznego

Fig. 1.1. Block diagram of the mathematical modelling process algorithm

1.2. CEL I ZAKRES PRACY

Celem niniejszej pracy jest:

1) rozwinięcie teorii grafów hybrydowych poprzez:
   1.1) wprowadzenie ich macierzowej postaci, nazwanej macierzowym grafem hybrydowym (mgh) [1],
   1.2) rozszerzenie struktury mgh o podgrafy blokowe i ich macierzowe podgrafy zastępcze,
   1.3) zdefiniowanie podstawowych elementów macierzowego grafu hybrydowego (mgh), jak:
      - drzewo mgh,
      - przeciwdrzewo mgh,
      - macierzowy kontur sprzężony mgh,
      - macierzowe odcięcie sprzężone mgh,
   1.4) zdefiniowanie zasady cyklomatycznej i zasady odcięć mgh,
   1.5) podanie algorytmu algebraizacji mgh,
   1.6) wyprowadzenie macierzowej postaci równań ruchu drgającego układu z liniowymi sprzężeniami,
   1.7) sformułowanie podstawowej i specjalnych metod transformacji mgh $\longrightarrow$ mgp,

2) Rozszerzenie zastosowań mgh na układy:
   2.1) mechaniczne dyskretne, o dowolnej konfiguracji elementów czynnych i biernych,
   2.2) mechaniczne dyskretno-ciągłe, przy dysponowaniu stabelaryzowanymi podatnościami dynamicznymi podstawowych podukładów ciągłych,

3) zbudowanie pakietu programów numerycznych na komputery typu IBM PC, użytecznych zarówno dla praktyków projektantów, konstruktorów czy użytkowników maszyn, jak i studentów w procesie dydaktycznym, w zakresie przedmiotów: mechanika, teoria drgań, teoria maszyn i mechanizmów, dynamika maszyn oraz dynamika robotów przemysłowych.

---

[1] W pracy powtarzają się nazwy: macierzowy graf hybrydowy, macierzowy graf przepływowy i macierzowy graf biegunowy. Z uwagi na to zdecydowano się wprowadzić skróty tych nazw, jak mgh - macierzowy graf hybrydowy, mgp - macierzowy graf przepływowy i mgb - macierzowy graf biegunowy, które będą w dalszym ciągu wielokrotnie stosowane.

Swym zakresem praca obejmuje:

- zagadnienie formalnego zdefiniowania modelu sieciowego w postaci mgh, wraz z jego podstawowymi elementami i możliwymi przekształceniami,
- podstawy teoretyczne i metodykę numerycznego algebraizowania mgh na podstawie danych strukturalnych i fizykalnych o obiekcie badań,
- zastosowanie zdefinowanego mgh do modelowania zjawisk dynamicznych w układach fizykalnie niejednorodnych,
- utworzenie oprogramowania metody mgh na komputery zgodne z IBM PC,
- badania numeryczne wybranych modeli dynamicznych, ilustrujące sposób i zakres wykorzystania opracowanej metody.

1.3. TEZA ROZPRAWY

Przyjęty cel i zakres niniejszej rozprawy mają za zadanie wykazanie słuszności następującego stwierdzenia:

M a c i e r z o w e g r a f y h y b r y d o w e $\underset{o1}{X}$ stanowią rozwinięcie teorii i metod grafów hybrydowych $\underset{o1}{X}^{s}$ i stwarzają dogodną podstawę cyfrowej analizy złożonych układów dynamicznych o niejednorodnej strukturze fizykalnej i geometrycznej,

które przyjęto za tezę niniejszej rozprawy.

1.4. PRZEGLĄD TREŚCI PRACY

Niniejsza praca składa się z sześciu zasadniczych rozdziałów.

W rozdziale pierwszym, stanowiącym wstęp do pracy, po uwagach wprowadzających sformułowano cel i zakres pracy. Z przyjętego celu i zakresu wynika postawiona w podrozdziale 1.3 teza pracy. Podrozdział 1.5 zawiera określenie klasy rozwiązywanych zadań, a podrozdział 1.6 - określenie klasy stosowanych grafów.

W szczególności, w podrozdziale 1.6.1 zdefiniowano stosowany w pracy model sieciowy, nazwany macierzowym grafem hybrydowym. Zdefiniowano także jego zasadnicze elementy, jak drzewo (podr. 1.6.2), przeciwdrzewo (podr. 1.6.3), niezależny macierzowy kontur sprzężony (podr. 1.6.4) i niezależne, macierzowe odcięcie sprzężone (podr. 1.6.5).

Rozdział drugi poświęcono zagadnieniu zastosowania macierzowych grafów hybrydowych, jako modeli niejednorodnych układów dynamicznych. Rozważono przypadki modelowania podukładu mechanicznego o dyskretnym rozkładzie parametrów (podr. 2.1.1) oraz układu o dyskretno-ciągłym rozkładzie parametrów (podr. 2.1.2).

Ważnym zagadnieniem jest tworzenie macierzy transformacji współrzędnych macierzowego podgrafu hybrydowego podukładu mechanicznego, któremu poświęcono podrozdział 2.1.3. Generowanie tych macierzy realizowane jest samoczynnie przez program, na podstawie informacji strukturalnych i geometrycznych o układzie, a zastosowana metoda opisana jest w podrozdziale 2.1.4.

Podstawą zastosowania macierzowego grafu hybrydowego do badania dynamiki układu drgającego jest algebraizacja tego grafu i jego transformacja w macierzowy graf przepływowy I tak algebraizacja macierzowego grafu hybrydowego przedstawiona została w podrozdziale 2.2, a transformacji mgh $\longrightarrow$ mgp poświęcono rozdział trzeci pracy. Rozdział 2.2 podzielono na osiem dodatkowych podrozdziałów, z których: w podrozdziałach 2.2.1 i 2.2.2 sformułowano odpowiednie zasady - cyklomatyczną i wierzchołkową mgh, a w podrozdziałach 2.2.3 ÷ 2.2.8 podano sposoby tworzenia odpowiednich macierzy mgh: rozpływu zmiennych biegunowych ${}_{1s}\mathbf{B}$, rozpływu zmiennych przepływowych ${}_{2s}\mathbf{B}$, sztywności dynamicznych cięciw $\overset{o}{\mathbf{W}}(p)$, podatności dynamicznych gałęzi drzewa $\underset{o}{\mathbf{W}}(p)$, odcięć sprzężonych ${}_{2}\mathbf{B}$ i konturów sprzężonych ${}_{3}\mathbf{B}$. Na tej podstawie w podrozdziale 2.3 wyprowadzono macierzową postać równań ruchu drgającego układu ze sprzężeniami liniowymi.

Przyjmując model mechaniczny robota IRb-6, opracowany w rozdziale 5, w dodatku D.5a wyznaczono, dla przykładu, równanie ruchu drgającego tego układu.

Rozdział trzeci podzielono na dwa podrozdziały, z których podrozdział 3.1 zawiera podstawowe metody transformacji mgh $\Rightarrow$ mgp, a podrozdział 3.2 specjalne metody transformacji mgh $\Rightarrow$ mgp. Wśród metod specjalnych wyróżniono metodę fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej fzzb (podr.3.2.1) i metodę fikcyjnych źródeł zmiennej przepływowej fzzp (podr.3.2.2). Metody te polegają na wprowadzeniu do macierzowego grafu hybrydowego dodatkowych krawędzi, którym nadaje się cechy wzbudzeń kinematycznych lub dynamicznych. Upraszcza to opis grafu hybrydowego oraz postać tworzonego macierzowego grafu przepływowego.

Sformułowane metody analizy układów dynamicznych oprogramowano, a pakiety programów zaimplementowano na komputery zgodne z IBM PC XT/AT.

Opisowi tego oprogramowania poświęcono rozdział czwarty pracy.

W szczególności, w rozdziale czwartym opracowano:

- wersję konwersacyjną tworzenia bazy danych, współpracującą z użytkownikiem w trybie zadawania pytań o strukturze modelowanego układu, tworzącą samoczynnie zbiór danych do programu obliczeniowego, w postaci macierzy ${}_{1s}\mathbf{B}$, ${}_{2s}\mathbf{B}$, $\overset{o}{\mathbf{W}}$ oraz ${}_{1o}\mathbf{W}$ (podr.4.1) oraz

- wersję edycyjnego wprowadzenia zbioru danych cyfrowych o układzie, polegającą na wcześniejszym przygotowaniu zdefiniowanej tablicy, zawierającej informacje o modelowanym układzie, niezbędne do utworzenia przez pakiet zbioru danych cyfrowych o strukturze, jak w wersji konwersacyjnej (podr.4.2).

Uproszczone algorytmy programów opisanych w rozdziale 4 zamieszczono w dodatku D.4 do tego rozdziału.

Rozdział piąty pracy poświęcono przykładom badania dynamiki złożonych układów fizycznych opracowaną metodą macierzowych grafów hybrydowych.

W szczególności, w podr.5.1 wyznaczono zbiór charakterystyk dynamicznych robota przemysłowego IRb-6, w postaci modelu o dyskretnym rozkładzie parametrów, w trzech położeniach roboczych, stanowiących implementację zmiennej struktury geometrycznej układu. Wybór tego obiektu badań wynikał z wieloletniej kontynuacji przez Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn pracy naukowo-badawczej w ramach CPBR-7.1 "Roboty przemysłowe", poświęconej zagadnieniom modelowania zjawisk dynamicznych w robotach i manipulatorach. Praca ta [40] była bezpośrednim asumptem do rozwinięcia teorii i metod grafów hybrydowych do postaci macierzowych grafów hybrydowych i utworzenia niezbędnej bazy oprogramowania.

I tak, w podrozdziale 5.1.1 wyznaczono zbiór charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych modelu robota IRb-6 o dyskretnym rozkładzie parametrów, a w podr.5.1.1.1 - przeprowadzono dyskusję uzyskanych wyników obliczeń. W podrozdziale 5.1.3. jako przedmiot badań przyjęto model układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy. Wybór tego obiektu wynika - podobnie jak w przypadku robota IRb-6 - z tematyki pracy naukowo-badawczej realizowanej w Instytucie Mechaniki i PKM [44].

Wszystkie wykresy charakterystyk a-c-f [1)] układów mechanicznych badanych w pracy, zamieszczono w dodatku D.5 do rozdziału 5.

---

1) Skrót a-c-f oznacza zwykle w literaturze charakterystykę amplitudo-

Szósty rozdział pracy stanowi podsumowanie całości oraz zawiera ogólne wnioski, wynikające zarówno z charakteru wprowadzonej, zdefiniowanej i zilustrowanej przykładami metody, z zakresu i sposobu użytkowania stworzonego oprogramowania, jak również z przeprowadzonych badań numerycznych obiektów rzeczywistych.

1.5. KLASA ROZWIĄZYWANYCH ZADAŃ

W niniejszej pracy sformułowano metody i programy numeryczne odnoszące się do badania charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych (a-c-f) drgających układów dynamicznych, wykonujących małe drgania wokół przyjętego położenia równowagi, a możliwych do przedstawienia w postaci modeli dyskretnych i dyskretno-ciągłych, zawierających mechaniczne elementy inercyjne, sprężysto-tłumieniowe i prętowe o znanych charakterystykach dynamicznych oraz czynne elementy w postaci biegunowych (kinematycznych - $\{X_w(t)\}$) i przepływowych (dynamicznych - $\{F_w(t)\}$) wzbudzeń mechanicznych.

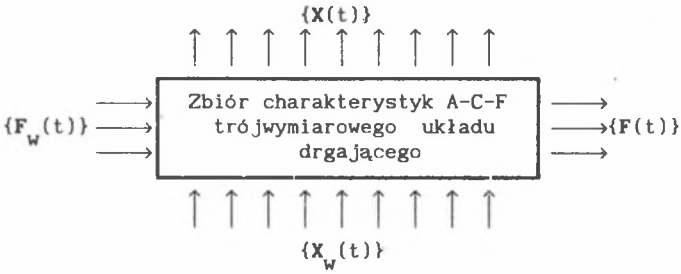
Zatem badane układy traktowane są jako trójwymiarowe, wielowejściowe ($\{X_w(t)\}$, $\{F_w(t)\}$) i wielowyjściowe ($\{X(t)\}$, $\{F(t)\}$) układy dynamiczne, niejednorodne zarówno z uwagi na sprzężenia zmiennych mechanicznych, jak i z uwagi na charakter rozkładu parametrów elementów tworzących model, a celem badań jest uzyskanie pełnej informacji o dynamice obiektu w postaci jego macierzowej charakterystyki a-c-f [30,56,58] (rys. 1.2).

Charakterystyka a-c-f zawiera ważne informacje dotyczące dynamiki badanego układu, a w szczególności wskazuje na strefy rezonansowe, poziomy odpowiednich sygnałów wyjściowych w wyróżnionych pasmach częstości (np. częstości roboczej), strefy stabilności układu, a także może być podstawą wyznaczania odpowiedzi czasowych badanego układu.

Założono możliwość badania przestrzennych modeli mechanicznych układów drgających, a zatem modeli z liniowymi sprzężeniami dynamicznymi, niejednorodnych tak geometrycznie, jak i strukturalnie, poddanych jednoczesnemu działaniu zbiorów wymuszeń biegunowych (kinematycznych) i przepływowych (dynamicznych), przy możliwej dowolnej konfiguracji elementów układu między sobą (identyfikowanej jedynie współrzędnymi punktów koincydencji elementów i kątami pomiędzy ich osiami).

---

wo-częstotliwościowo-fazową. Z uwagi jednak na to, że w niniejszej pracy wykresy charakterystyk dynamicznych tworzono w funkcji częstości, a nie częstotliwości, w dalszej części pracy skrót a-c-f będzie oznaczał zespoloną charakterystykę amplitudowo-częstościowo-fazową układu.



Rys. 1.2. Schemat blokowy wielowejściowego i wielowyjściowego układu dynamicznego

Fig. 1.2. Block diagram of a multiinput and multioutput dynamical system

W odniesieniu do tak określonej klasy zadań sformułowano nowy model sieciowy, nazwany macierzowym grafem hybrydowym (mgh), umożliwiający w sposób zwarty odwzorowywanie geometrycznej i dynamicznej struktury takich układów.

Takie przyjęcie zakresu zastosowań metody grafów hybrydowych różni się zasadniczo od zakresu proponowanego w pracy [52].

1.6. KLASA STOSOWANYCH GRAFÓW

1.6.1. Definicja macierzowego grafu hybrydowego

Stosowane w tej pracy grafy $\underset{o1}{X}$ są grafami macierzowymi, o połączonych cechach macierzowych grafów przepływowych $\underset{11}{X}$ - mgp i macierzowych grafów biegunowych $\underset{oo}{X}$ - mgb - oraz obciążonych grafów kategorii k - ${}^{k}\underset{1}{X}$. Biorąc pod uwagę możliwość przyporządkowania każdemu obciążonemu grafowi ${}^{k}\underset{1}{X}$ jego obciążonego grafu zastępczego ${}^{k}\underset{1z}{X}$ [3], z wyróżnionym szkieletem Lagrange'a, macierzowe grafy hybrydowe można traktować jako uogólnienie grafów biegunowych $\underset{o}{X}_{oo}$, z uwagi na przyjęcie macierzowego opisu ich gałęzi $\underset{o}{X}$ i cięciw X, uzupełnienie tych zbiorów o krawędzie zredukowanego grafu zastępczego oraz wprowadzenie dodatkowych krawędzi macierzowych, zwanych krawędziami sprzężenia, o własnościach macierzowych łuków grafów przepływowych, a odwzorowujących:

a) związki transformacyjne pomiędzy zbiorami lokalnych współrzędnych uogólnionych elementów modelu dyskretnego podukładu mechanicznego, jak:
- przemieszczenia elementów inercyjnych względem trzech osi układu

ortokartezjańskiego i trzy obroty względem tych osi,

- przemieszczenia odpowiadające mechanicznym wzbudzeniom biegunowym (wymuszenia kinematyczne) i zbiory lokalnych współrzędnych biegunowych elementów sprężysto-tłumieniowych, incydentnych z wyróżnionymi elementami inercyjnymi bądź wzbudzeniami kinematycznymi,

b) związki transformacyjne pomiędzy zbiorami lokalnych współrzędnych biegunowych elementów modelu dyskretnego a zbiorami lokalnych współrzędnych biegunowych wyróżnionych punktów koincydencji z elementami o ciągłym rozkładzie parametrów, reprezentowanych w modelu sieciowym podgrafem blokowym.

Graf ten, nazwany macierzowym grafem hybrydowym (mgh), a oznaczany tu symbolem $\underset{o1}{X}$, zdefiniowano zatem następująco:

D e f i n i c j a 1.1. Macierzowy graf hybrydowy $\underset{o1}{X}$ jest uporządkowaną trójką zbiorów wierzchołków $\{{}_1X\}$, krawędzi $\{{}_2X\}$ i relacji $\{{}_3X\}$, czyli

$$\underset{o1}{X} = \langle\{{}_1X\}, \{{}_2X\}, \{{}_3X\}\rangle. \tag{1.1}$$

Symbole w definicji 1.1 oznaczają:

$\{{}_1X\}$ - zbiór wierzchołków grafu z macierzowymi reprezentacjami,

$\{{}_2X\}$ - zbiór krawędzi grafu z macierzowymi wagami,

$\{{}_3X\}$ - zbiór relacji $\{{}_3X\} \subset \{{}_1X\} \times \{{}_2X\} \times \{{}_1X\}$, zawierający uporządkowane trójki - dwóch wierzchołków i jednej krawędzi, incydentnej w mgh z tymi wierzchołkami.

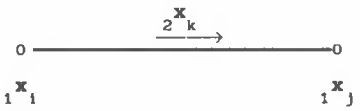
W dalszej części pracy, wierzchołki z macierzowymi reprezentacjami nazywane będą skrótowo "macierzowymi wierzchołkami", a krawędzie z macierzowymi wagami - "macierzowymi krawędziami".

Zbiór wierzchołków $\{{}_1X\}$ mgh zawiera w sobie podzbiór wierzchołków czynnych $\{{}_{11}X\}$, zwanych wierzchołkami źródłowymi, z przyporządkowanymi im macierzami współrzędnych uogólnionych układu dynamicznego i podzbiór wierzchołków biernych $\{{}_{12}X\}$, zwanych wierzchołkami upustami (ujściami), z przyporządkowanymi im macierzami zmiennych biegunowych zależnych układu. Wierzchołki czynne w geometrycznej interpretacji mgh przedstawiono w postaci zaciemnionych punktów, z uwagi na to, że zarazem są one źródłami w łukach krawędzi sprzężenia, mających cechy mgp. Wierzchołki bierne w geometrycznej interpretacji mgh przedstawiono w postaci pustych okręgów, z uwagi na jednoczesne pełnienie przez nie roli upustów mgp w incydentnych z nimi krawędziach sprzężenia.

Zbiór krawędzi $\{{}_2X\}$ mgh zawiera w sobie podzbiór krawędzi głównych $\{{}_{21}X\}$, reprezentujących rzeczywiste elementy układu dynamicznego oraz podzbiór krawędzi pomocniczych $\{{}_{22}X\}$, zwanych krawędziami sprzężenia, odwzorowujących związki pomiędzy zmiennymi biegunowymi koincydentnych elementów układu.

Zbiór relacji $\{{}_3X\} \subset \{{}_1X\} \times \{{}_2X\} \times \{{}_1X\}$ stanowi zatem pełną receptę tworzenia mgh, jako sieciowego modelu niejednorodnego układu dynamicznego.

Przykładowo, jeżeli w mgh macierzowa krawędź ${}_2\mathbf{x}_k$ zakończona jest macierzowymi wierzchołkami ${}_1\mathbf{x}_i$ oraz ${}_1\mathbf{x}_j$, to element relacji ${}_3\mathbf{x} \subset {}_3X$ ma postać ${}_3\mathbf{x} = \langle {}_1\mathbf{x}_i \; {}_2\mathbf{x}_k \; {}_1\mathbf{x}_j \rangle$. Odpowiada temu graficzna interpretacja w postaci łuku, reprezentującego macierzową krawędź w grafie X_{o1} i dwóch incydentnych z nim punktów, reprezentujących macierzowe wierzchołki grafu (rys. 1.3).



Rys. 1.3. Krawędź macierzowego grafu hybrydowego mgh

Fig. 1.3. Edge of a matrix hybrid graph - mhg

Tak przedstawiona krawędź mgh może mieć charakter krawędzi mgb, krawędzi zredukowanego grafu zastępczego ${}^kX_{1z}$ bądź charakter łuku mgp. Zależy to od macierzowej wagi tego łuku, którą może być macierz sztywności lub podatności dynamicznych dyskretnego elementu modelu fizycznego, macierz funkcji podatności dynamicznych pomiędzy wyróżnionymi punktami podukładu ciągłego bądź macierz transformacji współrzędnych pomiędzy lokalnymi układami współrzędnych punktów koincydencji elementów modelu fizycznego.

Należy wyraźnie podkreślić, że macierzowy graf hybrydowy występuje wyłącznie jako obciążony model sieciowy układu fizykalnego. Nie można więc mówić o mgh jako o obiekcie abstrakcyjnym, w oderwaniu od układu dynamicznego.

1.6.2. Definicja drzewa macierzowego grafu hybrydowego

Macierzowy graf hybrydowy $\vec{X}_{o1}$, analogicznie do grafu biegunowego X_{oo}, można zdekomponować w postaci dwóch, wzajemnie uzupełniających się podukładów, jak drzewo X_o i przeciwdrzewo $\overset{o}{X}$. Prawdziwy jest więc zapis:

$$X_{o1} = X_o \cup \overset{o}{X}. \tag{1.2}$$

D e f i n i c j a 1.2. Drzewem X_o macierzowego grafu hybrydowego X_{o1} nazywa się zbiór - bez pętli - wszystkich krawędzi głównych $\{{}_{21}X\}$ tego grafu, posiadających jeden z wierzchołków, tworzących relację

$${}_3x = \langle {}_1x_i \quad {}_2x_k \quad {}_1x_j \rangle, \tag{1.3}$$

w postaci wierzchołka źródłowego, incydentnych między sobą za pomocą odpowiednich krawędzi pomocniczych $\{{}_{22}X\}$, zwanych krawędziami sprzężenia.

Wybór drzewa mgh jest więc implikowany wyborem współrzędnych uogólnionych układu fizykalnego. Gałęziami drzewa X_o mgh są zatem krawędzie, reprezentujące te elementy układu dynamicznego, których współrzędne biegunowe przyjęto za niezależne. Gałęzie drzewa połączone są między sobą krawędziami sprzężenia, wchodzącymi w skład podzbiorów zbioru relacji sprzężeń.

1.6.3. Definicja przeciwdrzewa macierzowego grafu hybrydowego

D e f i n i c j a 1.3. Przeciwdrzewem $\overset{o}{X}$ macierzowego grafu hybrydowego X_{o1} nazywa się zbiór - bez pętli - wszystkich krawędzi głównych $\{{}_{21}X\}$ tego grafu, posiadających obydwa wierzchołki, tworzące relację

$${}_3x = \langle {}_1x_i \quad {}_2x_k \quad {}_1x_j \rangle, \tag{1.4}$$

w postaci wierzchołków ujść, incydentnych między sobą za pomocą odpowiednich krawędzi pomocniczych $\{{}_{22}X\}$, zwanych krawędziami sprzężenia.

Krawędzie przeciwdrzewa $\overset{o}{X}$ mgh odwzorowują w takim ujęciu wszystkie te elementy układu dynamicznego, których współrzędne biegunowe przyjęto za zmienne zależne, wyrażone jako funkcje współrzędnych uogólnionych. Połączone są one między sobą krawędziami sprzężenia, wchodzącymi w skład podzbiorów zbioru relacji sprzężeń. Innymi słowy, przeciwdrzewem $\overset{o}{X}$ mgh nazywa się podgraf, pozostały po usunięciu z mgh drzewa X_o.

1.6.4. Definicja niezależnego konturu macierzowego grafu hybrydowego

Poza dekompozycją mgh w postaci drzewa $\underset{o}{X}$ i przeciwdrzewa $\overset{o}{X}$, możliwe jest przedstawienie grafu $\underset{o1}{X}$ w postaci zbioru niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych $\{K^s\}$, definiowanych następująco:

D e f i n i c j a 1.4. Niezależnym macierzowym konturem sprzężonym K^s_i mgh nazywa się cykl grafu $\vec{\underset{o1}{X}}$, zawierający tylko jedną jego cięciwę ${}_2x_i \in \overset{o}{X}$ i wszystkie incydentne z nią, poprzez krawędzie sprzężenia, gałęzie drzewa $\underset{o}{X}$.

Niezależne macierzowe kontury sprzężone[1)] grafu $\underset{o1}{X}$ są to zatem proste jego obwody, wyznaczone przez krawędź przeciwdrzewa $\overset{o}{X}$ i zamykające cykl krawędzie drzewa $\underset{o}{X}$. Liczebność zbioru $\{ K^s_i \}$ jest więc równa liczbie macierzowych cięciw mgh.

W takim ujęciu prawdziwy jest zapis:

$$\underset{o1}{X} = \bigcup_i K^s_i , \tag{1.5}$$

a zatem suma mnogościowa wszystkich macierzowych konturów sprzężonych mgh tworzy ten graf.

1.6.5. Definicja niezależnego odcięcia macierzowego grafu hybrydowego

Innym sposobem przedstawienia mgh jest zdekomponowanie go w postaci zbioru niezależnych, macierzowych odcięć sprzężonych $\{ O^s_i \}$, definiowanych następująco:

D e f i n i c j a 1.5. Niezależnym macierzowym odcięciem sprzężonym mgh O^s_j nazywa się podgraf grafu $\underset{o1}{X}$, zawierający tylko jedną jego gałąź ${}_2x_j \in \underset{o}{X}$ i wszystkie incydentne z nią, poprzez krawędzie sprzężenia, cięciwy, czyli elementy przeciwdrzewa $\overset{o}{X}$ mgh.

---

1) W dalszej części pracy niezależne, macierzowe kontury sprzężone oznaczane będą skrótem nks.

Podobnie jak poprzednio, prawdziwy jest więc zapis:

$$X_{o1} = \bigcup_j O_j^s , \tag{1.6}$$

a zatem suma mnogościowa wszystkich niezależnych odcięć mgh stanowi ten graf.

Przykłady ilustrujące modele sieciowe opisane definicjami 1.1 do 1.5, wraz z ich algebraiczną i graficzną interpretacją zostaną przedstawione w dalszej części pracy (por. podr. 3.2).

2. MACIERZOWE GRAFY HYBRYDOWE JAKO MODELE NIEJEDNORODNYCH UKŁADÓW DYNAMICZNYCH

2.1. MACIERZOWY GRAF HYBRYDOWY MECHANICZNEGO PODUKŁADU UKŁADU DYNAMICZNEGO

Jednym z podukładów drgającego, niejednorodnego fizykalnie układu dynamicznego jest zwykle podukład mechaniczny. Podukład ten, zgodnie z przyjętą w podrozdziale 1.4. klasą rozwiązywanych zadań, zawierać może elementy inercyjne oraz sprężysto-tłumieniowe o dyskretnym rozkładzie parametrów, elementy prętowe o ciągłym rozkładzie parametrów, a także wzbudzenia kinematyczne i dynamiczne. W każdym przypadku charakter krawędzi mgh będzie zależał od wagi, która zostaje mu przyporządkowana.

2.1.1. Macierzowy graf hybrydowy mechanicznego podukładu układu dynamicznego o dyskretnym rozkładzie parametrów

Celem przeprowadzenia transformacji modelu układu mechanicznego o dyskretnym rozkładzie parametrów w mgh należy:

1) wyróżnić w modelu
   a) n elementów inercyjnych, (traktowanych jako bryły sztywne o maksymalnie sześciu stopniach swobody),
   b) k wzbudzeń kinematycznych,
   c) m elementów sprężysto - tłumieniowych,
   d) w wzbudzeń dynamicznych,
2) dokonać odpowiedniej numeracji wyróżnionych elementów modelu, czyli:
   a) od 1 do n - ponumerować wszystkie elementy inercyjne modelu,
   b) od (n+1) do (n+k) - ponumerować wszystkie k wzbudzenia kinematyczne w układzie,
   c) od ((n+k)+1) do ((n+k)+m) - ponumerować wszystkie m elementów sprężysto - tłumieniowych w układzie,

d) od (((n+k)+m)+1) do (((n+k)+m)+w) - ponumerować wszystkie w wzbudzeń dynamicznych w układzie,

3) ponumerować punkty koincydencji elementów sprężysto-tłumieniowych i wzbudzeń dynamicznych z elementami inercyjnymi i wzbudzeniami kinematycznymi za pomocą par liczb i,j, gdzie i jest numerem elementu sprężysto-tłumieniowego lub wzbudzenia dynamicznego, natomiast j - numerem incydentnego z nim elementu inercyjnego bądź wzbudzenia kinematycznego,

4) opisać układ mechaniczny macierzami:

a) zmiennych biegunowych ${}_1S$ tak, by:

- elementom inercyjnym E_i przyporządkować wierszowe macierze $[{}_{11}S_i]_{(1x6)}$ w przypadku modeli przestrzennych oraz $[{}_{11}S_i]_{(1x3)}$ w przypadku modeli płaskich, (i=1.2....,n),
- wzbudzeniom kinematycznym E_i przyporządkować wierszowe macierze $[{}_{12}S_i]_{(1x6)}$ w przypadku wzbudzeń przestrzennych oraz $[{}_{12}S_i]_{(1x3)}$ w przypadku wzbudzeń płaskich, (i=n+1,...,n+k),
- punktom koincydencji elementów sprężysto-tłumieniowych i wzbudzeń dynamicznych z elementami inercyjnymi i wzbudzeniami kinematycznymi (i,j), gdzie (i=n+k+1,...,n+k+m,...,n+k+m+w; j=1,2,....n,...,n+k), przyporządkować macierze współrzędnych biegunowych $[{}_1S_{i,j}]_{(1x6)}$ w układach przestrzennych i $[{}_1S_{i,j}]_{1x3}$ w układach płaskich,

b) zmiennych przepływowych ${}_2S$ tak, by:

- elementom inercyjnym E_i przyporządkować wierszowe macierze $[{}_{21}S_i]_{(1x6)}$ w układach przestrzennych oraz $[{}_{21}S_i]_{(1x3)}$ w układach płaskich, (i=1,2,...,n),
- wzbudzeniom kinematycznym E_i przyporządkować wierszowe macierze $[{}_{22}S_i]_{(1x6)}$ w układach przestrzennych oraz $[{}_{22}S_i]_{(1x3)}$ w układach płaskich, (i=n+1,...,n+k), zmiennych przepływowych, odpowiadających generowanym wzbudzeniom kinematycznym,
- elementom sprężysto-tłumieniowym E_i przyporządkować wierszowe macierze $[{}_{23}S_i]_{(1x6)}$ w układach przestrzennych oraz $[{}_{23}S_i]_{(1x3)}$ w układach płaskich, (i=n+k+1,...,n+k+m) własnych zmiennych przepływowych,
- wzbudzeniom dynamicznym E_i przyporządkować wierszowe macierze $[{}_{24}S_i]_{(1x6)}$ w układach przestrzennych i $[{}_{24}S_i]_{(1x3)}$ w układach płaskich, (i=n+k+m+1,...,n+k+m+w) wartości tych wzbudzeń,

c) sztywności dynamicznych elementów $W_i(p)$ tak, by:

- elementom inercyjnym E_i przyporządkować diagonalne macierze $[W_i(p)]_{(6x6)}$ w układach przestrzennych, lub $[W_i(p)]_{(3x3)}$ w układach płaskich, sztywności dynamicznych, (i=1,2,...,n),
- elementom sprężysto-tłumieniowym E_i przyporządkować diagonalne macierze $[W_i(p)]_{(6x6)}$ w układach przestrzennych, lub $[W_i(p)]_{(3x3)}$ w układach płaskich sztywności dynamicznych elementów, (i=n+k+1,..., n+k+m).

Macierzowy graf hybrydowy mechanicznego podukładu układu dynamicznego o dyskretnym rozkładzie parametrów uzyskuje się drogą odwzorowania struktury układu w strukturę grafu oraz przyporządkowania elementom grafu parametrów fizykalnych układu.

Celem uzyskania struktury grafu, reprezentującej strukturę układu, należy dokonać odwzorowań:

- początku inercjalnego układu odniesienia O(0,0,0) (utożsamianego z punktem incydencji elementów sprężysto-tłumieniowych, wzbudzeń kinematycznych i wzbudzeń dynamicznych z ostoją) w wierzchołek odniesienia mgh ${}_1\mathbf{x}_0$, (funkcja $\mathbf{f}_{T0}$:),

- n wyróżnionych fizykalnych elementów inercyjnych E_i, (i=1,2,...,n) układu w macierzowe krawędzie ${}_2\mathbf{x}_i$, (i = 1,2,...,n), (funkcja $\mathbf{f}_{T1}$:),

- k wzbudzeń kinematycznych E_i w krawędzie ${}_2\mathbf{x}_i$, (i = n+1,...,n+k), (funkcja $\mathbf{f}_{T2}$:),

- m elementów sprężysto-tłumieniowych E_i układu w macierzowe krawędzie ${}_2\mathbf{x}_i$, (i = n+k+1,...,n+k+m), (funkcja $\mathbf{f}_{T3}$:),

- w wzbudzeń dynamicznych E_i układu w macierzowe krawędzie ${}_2\mathbf{x}_i$, (i = n+k+m+1,...,n+k+m+w), (funkcja $\mathbf{f}_{T4}$: •),

- n wyróżnionych macierzy $[{}_{11}S_i]$ w macierzowe wierzchołki ${}_1\mathbf{x}_i \in {}_1X$, (i = 1,2,...,n), (funkcja $\mathbf{f}_{T5}$:),

- k wyróżnionych macierzy $[{}_{12}S_i]$ w macierzowe wierzchołki ${}_1\mathbf{x}_i \in {}_1X$, (i = n+1,...,n+k), (funkcja $\mathbf{f}_{T6}$:),

- macierzy współrzędnych biegunowych $[{}_1S_{i,j}]$ punktów koincydencji elementów sprężysto-tłumieniowych i wzbudzeń dynamicznych z elementami inercyjnymi i wzbudzeniami kinematycznymi w macierzowe wierzchołki ${}_1\mathbf{x}_{i,j}$, gdzie i = n+k+1,...,n+k+m,...,n+k+m+w oznacza numer elementu sprężysto-tłu-

mieniowego lub wzbudzenia dynamicznego, zaś $j = 1,2,\ldots,n,\ldots,n+k$ oznacza numer elementu inercyjnego bądź wzbudzenia kinematycznego, incydentnego z elementem i, (funkcja f_{T7}:),

- relacji tożsamości indeksów elementów inercyjnych E_i, $(i = 1,2,\ldots,n)$ z indeksami macierzy $[{}_{11}S_j]$, $(j = 1,2,\ldots,n)$ w relacje incydencji krawędzi i wierzchołków w grafie (funkcja f_{T8}:),

- relacji tożsamości indeksów wzbudzeń kinematycznych E_i, $(i = n+1,\ldots,n+k)$ z indeksami macierzy $[{}_{12}S_j]$, $(j = n+1,\ldots,n+k)$ w relacje incydencji krawędzi i wierzchołków w grafie, (funkcja f_{T9}:),

- relacji tożsamości indeksu i macierzy $[{}_{1}S_{i,j}]$ z indeksem i elementu sprężysto-tłumieniowego E_i, gdzie $(i = n+k+1,\ldots,n+k+m)$ w relację incydencji krawędzi i wierzchołków na grafie (funkcja f_{T10}:),

- relacji tożsamości indeksu i macierzy $[{}_{1}S_{i,j}]$ z indeksem i elementu wzbudzenia dynamicznego E_i, gdzie $(i = n+k+m+1,\ldots,n+k+m+w)$ w relacje incydencji krawędzi i wierzchołków w grafie (funkcja f_{T11}:),

- relacji generowania parametrów inercyjnych elementów E_i, gdzie $(i = 1,2,\ldots,n)$ przez inercjalny układ odniesienia (tu związany z Ziemią) oraz relacji incydencji elementów sprężysto-tłumieniowych, wzbudzeń kinematycznych i dynamicznych z ostoją w układzie fizykalnym, w relacje incydencji odpowiednich krawędzi grafu z wierzchołkiem odniesienia ${}_{1}\mathbf{x}_0$ (funkcja f_{T12}:),

- relacji incydencji elementów sprężysto-tłumieniowych i wzbudzeń dynamicznych z elementami inercyjnymi i wzbudzeniami kinematycznymi w modelu (punkty i,j, gdzie $i = n+k+1,\ldots,n+k+m,\ldots,n+k+m+w$; $j = 1,2,\ldots,n,\ldots,n+k$) w krawędzie sprzężenia ${}_{22}\mathbf{x}_{j,i}$, łączące wierzchołki ${}_{1}\mathbf{x}_j$ z wierzchołkami ${}_{1}\mathbf{x}_{i,j}$ (funkcja f_{T13}:).

Wymienione funkcje odwzorowujące mają następującą postać:

$$f_{T0}:\ 0(0,0,0) \longrightarrow {}_{1}\mathbf{x}_0, \tag{2.1}$$

w następujący sposób:

$f_{T0}(0) = {}_{1}\mathbf{x}_0$,

$$f_{T1}:\ \{\ E\ \} \longrightarrow \{\ {}_{2}X\ \}, \tag{2.2}$$

w następujący sposób:

$f(\ E_i\ ) = {}_{2}\mathbf{x}_i$, gdzie $E_i \in \{\ E\ \}$, ${}_{2}\mathbf{x}_i \in \{\ {}_{2}X\ \}$, $i = 1,2,\ldots,n$,

$$f_{T2}:\ \{\ E\ \} \longrightarrow \{\ {}_{2}X\ \}, \tag{2.3}$$

w następujący sposób:

$f(\ E_i\ ) = {}_2x_i$, gdzie $E_i \in \{\ E\ \}$, ${}_2x_i \in \{{}_2X\ \}$, $i=n+1,\ldots,n+k$,

$$\underset{T3}{f}:\ \{\ E\ \} \longrightarrow \{\ {}_2X\ \}, \tag{2.4}$$

w następujący sposób:

$f(\ E_i\ ) = {}_2x_i$, gdzie $E_i \in \{\ E\ \}$, ${}_2x_i \in \{{}_2X\ \}$, $i=n+k+1,\ \ldots,n+k+m$,

$$\underset{T4}{f}:\ \{\ E\ \} \longrightarrow \{\ {}_2X\ \}, \tag{2.5}$$

w następujący sposób:

$f(\ E_i\ ) = {}_2x_i$, gdzie $E_i \in \{\ E\ \}$, ${}_2x_i \in \{{}_2X\ \}$, $i=n+k+m+1,\ldots,n+k+m+w$,

$$\underset{T5}{f}:\ \{\ {}_1S\ \} \longrightarrow \{\ {}_1X\ \}, \tag{2.6}$$

w następujący sposób:

$f({}_{11}S_i\ ) = {}_1x_i$, gdzie ${}_{11}S_i \in \{\ {}_1S\ \}$, ${}_1x_i \in \{{}_1X\ \}$, $i=1,2,\ldots,n$,

$$\underset{T6}{f}:\ \{\ {}_1S\ \} \longrightarrow \{\ {}_1X\ \}, \tag{2.7}$$

w następujący sposób:

$f({}_{12}S_i\ ) = {}_1x_i$, gdzie ${}_{12}S_i \in \{\ {}_1S\ \}$, ${}_1x_i \in \{{}_1X\ \}$, $i=n+1,\ldots,n+k$,

$$\underset{T7}{f}:\ \{\ {}_1S\ \} \longrightarrow \{\ {}_1X\ \}, \tag{2.8}$$

w następujący sposób:

$f({}_1S_{ij}\ ) = {}_1x_{ij}$, gdzie ${}_1S_{ij} \in \{\ {}_1S\ \}$, ${}_1x_{ij} \in \{{}_1X\ \}$, $i=n+k+1,\ldots,n+k+m,\ldots$
$\ldots,n+k+\ m+w$, $j=1,2,\ldots,n,\ldots,n+k$,

$$\underset{T8}{f}:\ \{<\ E,{}_1S\ >\} \longrightarrow \{\ {}_3X\ \}, \tag{2.9}$$

w następujący sposób:

$f(<\ E_1,{}_{11}S_j\ > = <\ {}_1x_o,{}_2x_i,{}_1x_j\ >$, gdzie $i,j=1,2,\ldots,n$, $i=j$, $E_i \in \{\ E\ \}$,
${}_{11}S_j \in \{\ {}_1S\ \}$, ${}_1x_o \in \{{}_1X\ \}$, ${}_1x_j \in \{{}_1X\ \}$, $<\ {}_1x_o,{}_2x_i,{}_1x_j\ > \in \{{}_3X\ \}$, $<\ E_1,{}_{11}S_j\ >$
przy $i=j$ - relacja tożsamości indeksów elementów inercyjnych i indeksów podmacierzy macierzy współrzędnych uogólnionych,

$$\underset{T9}{f}:\ \{<\ E,{}_1S\ >\} \longrightarrow \{\ {}_3X\ \}, \tag{2.10}$$

w następujący sposób:

$f(<\ E_1,{}_{12}S_j\ > = <\ {}_1x_o,{}_2x_i,{}_1x_j\ >$, gdzie $i,j=n+1,\ldots,n+k$, $i=j$, $E_i \in \{\ E\ \}$,
${}_{12}S_j \in \{\ {}_1S\ \}$, ${}_1x_o \in \{{}_1X\ \}$, ${}_1x_j \in \{{}_1X\ \}$, $<\ {}_1x_o,{}_2x_i,{}_1x_j\ > \in \{{}_3X\ \}$, $<\ E_1,{}_{12}S_j\ >$

przy $i=j$ - relacja tożsamości indeksów wzbudzeń kinematycznych i indeksów podmacierzy macierzy zmiennych biegunowych czynnych,

$$f_{T10}: \{< E, {}_1S >\} \longrightarrow \{ {}_3X \}, \tag{2.11}$$

w następujący sposób:

$f(< E_i, {}_1S_{ij} > = < {}_1x_{ij}, {}_2x_i, {}_1x_{ik} >$, $j,k=1,2,\ldots,n+k$, $i=n+k+1,\ldots,n+k+m$,

gdzie $E_i \in \{ E \}$, ${}_1S_{ij} \in \{ {}_1S \}$, ${}_1x_{ij} \in \{ {}_1X \}$, ${}_1x_{ik} \in \{ {}_1X \}$, ${}_2x_i \in {}_2X$, $< {}_1x_{ij}, {}_2x_i, {}_1x_{ik} > \in \{ {}_3X \}$, $< E_i, {}_1S_{ij} >$ przy $i=j$ - relacja tożsamości indeksów i elementów sprężysto-tłumieniowych z indeksami i podmacierzy macierzy zmiennych biegunowych ${}_1S$,

$$f_{T11}: \{< E, {}_1S >\} \longrightarrow \{ {}_3X \}, \tag{2.12}$$

w następujący sposób:

$f(< E_i, {}_1S_{ij} > = < {}_1x_{ij}, {}_2x_i, {}_1x_0 >$, $j=1,2,\ldots,n$, $i=n+k+m+1,\ldots,n+k+m+w$, gdzie $E_i \in \{ E \}$, ${}_1S_{ij} \in \{ {}_1S \}$, ${}_1x_{ij}$, ${}_1x_{ik} \in \{ {}_1X \}$, ${}_2x_i \in {}_2X$, $< {}_1x_{ij}, {}_2x_i, {}_1x_{ik} > \in \{ {}_3X \}$, $< E_i, {}_1S_{ij} >$ przy $i=j$ - relacja tożsamości indeksów i elementów wzbudzeń dynamicznych z indeksami i podmacierzy macierzy zmiennych biegunowych ${}_1S_{ij}$,

$$f_{T12}: \{<E, Uo>\} \longrightarrow \{ {}_3X \}, \tag{2.13}$$

w następujący sposób:

$f(< E_i, Uo > = < {}_1x_i, {}_2x_i, {}_1x_0 >$, $i=1,2,\ldots,n,\ldots,n+k$, gdzie $E_i \in \{E\}$, ${}_1x_i \in \{ {}_1X \}$, ${}_2x_i \in {}_2X$, $< {}_1x_i, {}_2x_i, {}_1x_0 > \in \{ {}_3X \}$, $< E_i, Uo >$ - relacja incydencji elementu fizykalnego E_i z układem odniesienia Uo oraz

$f(< E_i, Uo > = < {}_1x_{ij}, {}_2x_i, {}_1x_0 >$, $j=1,2,\ldots,n$, $i=n+k+1,\ldots,n+k+m$, ${}_1x_{ij} \in \{ {}_1X \}$, ${}_2x_i \in {}_2X$, $< {}_1x_{ij}, {}_2x_i, {}_1x_0 > \in \{ {}_3X \}$, $< E_i, Uo >$ - relacja incydencji elementu fizykalnego E_i z układem odniesienia Uo oraz

$f(< E_i, Uo > = < {}_1x_{ij}, {}_2x_i, {}_1x_0 >$, $j=1,2,\ldots,n$, $i=n+k+m+1,\ldots,n+k+m+w$, ${}_1x_{ij} \in \{ {}_1X \}$, ${}_2x_i \in {}_2X$, $< {}_1x_{ij}, {}_2x_i, {}_1x_0 > \in \{ {}_3X \}$, $< E_i, Uo >$ - relacja incydencji elementu fizykalnego E z układem odniesienia Uo,

$$f_{T13}: \{ <E, E> \} \longrightarrow \{ {}_2X \}, \tag{2.14}$$

w następujący sposób:

$f(<E_i, E_j>) = {}_{22}x_{ji}$, gdzie $E_i, E_j \in \{ E \}$, ${}_{22}x_i \in \{ {}_2X \}$, $< {}_1x_j, {}_{22}x_{ji}, {}_1x_{ij} > \in {}_3X$, $<E_i, E_j>$ - jest elementem relacji incydencji fizykalnych elementów modelu, $i=n+k+1,\ldots,n+k+m,\ldots,n+k+m+w$, $j=1,2,\ldots,n$, $\ldots,n+k$.

Ilustracją działania przedstawionych związkami (2.1 do 2.14) funkcji odwzorowujących na obiekcie fizykalnym są rys. 2.6 oraz 2.7, przedstawione w dalszej części niniejszego rozdziału. Rys. 2.6 pokazuje ogólną postać podukładu mechanicznego układu dynamicznego, w której wyróżniono wszystkie możliwe elementy tego układu, a także dokonano niezbędnych numeracji wynikających z prezentowanej metody. Rys. 2.8 przedstawia natomiast ciąg niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych, tworzących zdekomponowaną postać podgrafu mgh, stanowiącego strukturalny model rozważanego podukładu mechanicznego.

Celem uzyskania obciążonej struktury grafu, reprezentującej strukturę modelowanego układu, należy z kolei dokonać przyporządkowań:

- macierzy zerowej współrzędnych uogólnionych początku układu odniesienia - wierzchołkowi ${}_1\mathbf{x}_0$ (funkcja $\mathbf{f}_1$:),
- wag $\mathbf{r}_i$ relacji biegunowych n wyróżnionych elementów fizykalnych układu - macierzowym krawędziom ${}_2\mathbf{x}_i$, $i = 1,2,\ldots,n$ (funkcja $\mathbf{f}_2$:),
- wag $\mathbf{r}_i$ relacji biegunowych m wyróżnionych elementów fizykalnych układu - macierzowym krawędziom ${}_2\mathbf{x}_i$, $i = n+k+1,\ldots,n+k+m$ (funkcja $\mathbf{f}_3$:),
- k wyróżnionych w układzie macierzowych funkcji wzbudzeń kinematycznych - krawędziom ${}_2\mathbf{x}_i$, $i = n+1,\ldots,n+k$ (funkcja $\mathbf{f}_4$:),
- w wyróżnionych w układzie macierzowych funkcji wzbudzeń dynamicznych - krawędziom ${}_2\mathbf{x}_i$, $i = n+k+m+1,\ldots,n+k+m+w$ (funkcja $\mathbf{f}_5$:),
- n wyróżnionych macierzy współrzędnych ${}_{11}\mathbf{S}_i$ uogólnionych układu - n wierzchołkom ${}_1\mathbf{x}_i$, $i = 1,2,\ldots,n$ (funkcja $\mathbf{f}_6$:),
- macierzy ${}_1\mathbf{S}_{i,j}$ zmiennych biegunowych punktów koincydencji elementów sprężysto-tłumieniowych i wzbudzeń dynamicznych z elementami inercyjnymi i wzbudzeniami kinematycznymi - macierzowym wierzchołkom ${}_1\mathbf{x}_{i,j}$, gdzie $i=n+k+1,\ldots,n+k+m,\ldots,n+k+m+w$; $j=1,2,\ldots, n,\ldots,n+k$ (funkcja $\mathbf{f}_7$:),
- wag $\mathbf{T}_{j,i}$ wyróżnionych relacji sprzężeń pomiędzy koincydentnymi punktami elementów podukładu, krawędziom sprzężenia ${}_{22}\mathbf{x}_{j,i}$, gdzie $i=n+k+1,\ldots,n+k+m,\ldots,n+k+m+w$; $j=1,2,\ldots,n,\ldots,n+k$ (funkcja $\mathbf{f}_8$:).

Funkcje przyporządkowujące $\mathbf{f}_i$:, $i=1,2,\ldots,8$ mają postać:

$$\mathbf{f}_1({}_1\mathbf{x}_0) = [\ 0\ ], \tag{2.15}$$

$$\mathbf{f}_2({}_2\mathbf{x}_i) = \mathbf{r}_i,\ i = 1,2,\ldots,n, \tag{2.16}$$

$$\mathbf{f}_3({}_2\mathbf{x}_i) = \mathbf{r}_i,\ i = n+k+1,\ldots,n+k+m, \tag{2.17}$$

$$f_4({}_2\mathbf{x}_i) = {}_1\mathbf{S}_i, \quad i = n+1,\ldots,n+k, \tag{2.18}$$

$$f_5({}_2\mathbf{x}_i) = {}_1\mathbf{S}_i, \quad i = n+k+m+1,\ldots,n+k+m+w, \tag{2.19}$$

$$f_6({}_1\mathbf{x}_i) = {}_{11}\mathbf{S}_i, \quad i = 1,2,\ldots,n, \tag{2.20}$$

$$f_7({}_1\mathbf{x}_{i,j}) = {}_1\mathbf{S}_{i,j}, \quad i=n+k+1,\ldots,n+k+m,\ldots,n+k+m+w;\ j=1,2,\ldots,n,\ldots,n+k, \tag{2.21}$$

$$f_8({}_{22}x_{j,i}) = \mathbf{T}_{j,i}, \quad i=n+k+1,\ldots,n+k+m,\ldots,n+k+m+w;\ j=1,2,\ldots,n,\ldots,n+k. \tag{2.22}$$

W wyniku tak zdefiniowanych odwzorowań i przyporządkowań uzyskuje się macierzowy model sieciowy mechanicznego podukładu układu dynamicznego, nazwany macierzowym grafem hybrydowym, zawierający wszystkie informacje o fizykalnych i geometrycznych parametrach badanego układu.

Z uwagi na wzajemną jednoznaczność odwzorowań (2.1) do (2.14) i przyporządkowań (2.15) do (2.22) tworzących mgh można stwierdzić, że tak uzyskany mgh jest izomorficznym modelem drgającego, przestrzennego, wielowejściowego układu mechanicznego, ze względu na jego strukturę dynamiczną.

Jeżeli waga krawędzi ${}_2\mathbf{x}_k$ mgh jest macierzą współczynników równania konstytutywnego elementu układu mechanicznego, czyli macierzą współczynników wiążących zmienne biegunowe i zmienne przepływowe tego elementu, to krawędź ta ma charakter krawędzi mgb.

Jeżeli waga krawędzi ${}_2\mathbf{x}_k$ jest macierzą transformacji współrzędnych pomiędzy lokalnymi układami współrzędnych koincydentnych elementów dyskretnych podukładu mechanicznego, to krawędź ta ma charakter krawędzi mgp.

W celu ilustracji omówionych odwzorowań i przyporządkowań rozważono przypadki transformowania w mgh elementów tworzących dyskretny model układu mechanicznego.

1) Element inercyjny o sześciu stopniach swobody (bryła sztywna w przestrzeni trójwymiarowej)

Równanie konstytutywne odnoszące się do bryły sztywnej w przestrzeni, po dokonaniu transformacji Laplace'a, ma postać:

$${}_1\mathbf{S}_k(p)\ \mathbf{M}_k(p) = {}_2\mathbf{S}_k(p), \tag{2.23}$$

gdzie:

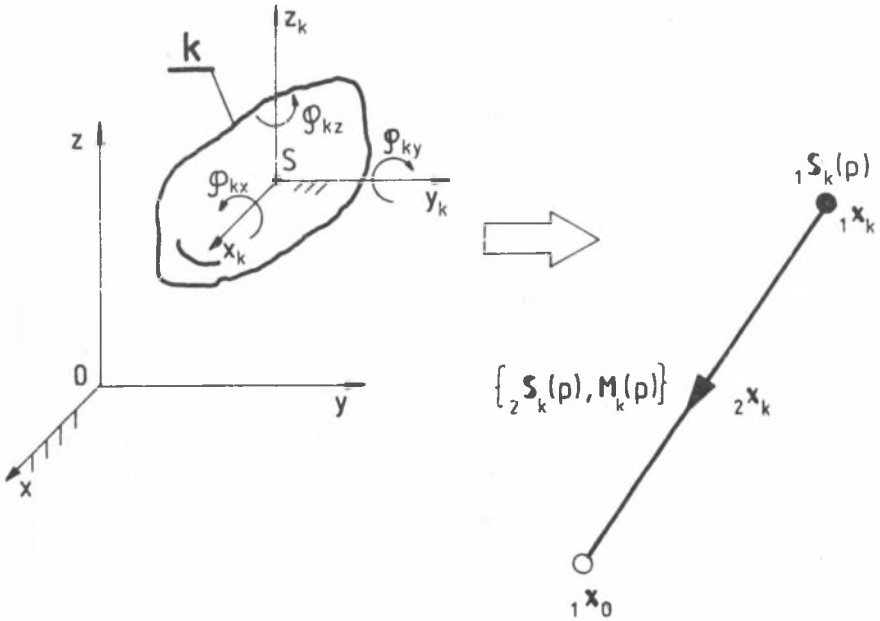
${}_1\mathbf{S}_k(p) = [\ x_k(p),\ y_k(p),\ z_k(p),\ \varphi_{kx}(p),\ \varphi_{ky}(p),\ \varphi_{kz}(p)\ ]$
jest wierszową macierzą współrzędnych uogólnionych (przemieszczeń masy k);

$_2S_k(p) = [\ F_{kx}(p),\ F_{ky}(p),\ F_{kz}(p),\ M_{kx}(p),\ M_{ky}(p),\ M_{kz}(p)\ ]$
jest wierszową macierzą sił bezwładności masy k;

$M_k(p) = \mathrm{diag}[\ m_k p^2,\ m_k p^2,\ m_k p^2,\ I_{kx} p^2,\ I_{ky} p^2,\ I_{kz} p^2]$
jest diagonalną macierzą sztywności dynamicznych elementu k, czyli wagą krawędzi k mgh.

Zakłada się wtedy, że krawędź $_2x_k$ odwzorowuje tę relację, a więc posiada przeporządkowaną bądź parę związanych zmiennych biegunowych i przepływowych $\{\ _1S_k,\ _2S_k\}$, bądź parę utworzoną przez jedną z tych zmiennych i macierz współczynników równania konstytutywnego, np. $\{\ _1S_k, M_k(p)\}$.

Graficzną postać tego przekształcenia ilustruje rys. 2.1.



Rys. 2.1. Graficzna postać reprezentacji bryły sztywnej w przestrzeni za pomocą elementu mgh

Fig. 2.1. Graphic form of a representation of a rigid body in space by the use of the mhg element

2) Element sprężysty o trzech składowych sprężystości liniowej względem trzech osi lokalnego układu współrzędnych elementu i trzech składowych sprężystości skrętnej względem tych osi

Równanie konstytutywne ma w takim przypadku postać:

$$ {}_1\mathbf{S}_k(p)\ \mathbf{C}_k(p) = {}_2\mathbf{S}_k(p), \tag{2.24} $$

gdzie:

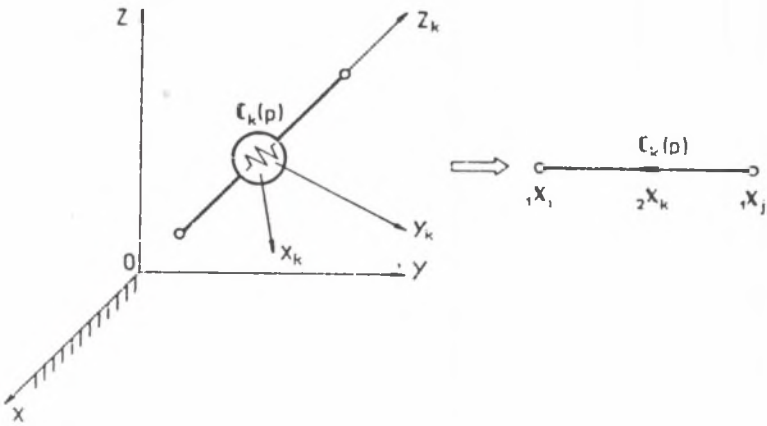
${}_1\mathbf{S}_k(p)$, podobnie jak w przypadku masy, jest wierszową macierzą sześciu własnych przemieszczeń elementu;

${}_2\mathbf{S}_k(p)$, podobnie jak w przypadku masy, jest macierzą wierszową sił uogólnionych w elemencie sprężystym;

$\mathbf{C}_k(p) = \mathrm{diag}[\ c_{kx},\ c_{ky},\ c_{kz},\ c_{\varphi kx},\ c_{\varphi ky},\ c_{\varphi kz}\ ]$ jest diagonalną macierzą współczynników sztywności liniowych i skrętnych elementu sprężystego k.

Zakłada się wtedy, że krawędź ${}_2\mathbf{x}_k$ odwzorowuje tę relację, a zatem posiada przyporządkowaną bądź parę zmiennych biegunowych i przepływowych $\{{}_1\mathbf{S}_k, {}_2\mathbf{S}_k\}$, bądź parę utworzoną przez jedną z tych zmiennych i macierz współczynników równania konstytutywnego, np. $\{\ {}_1\mathbf{S}_k,\ \mathbf{C}_k(p)\ \}$.

Graficzną postać tego przekształcenia ilustruje rys. 2.2.



Rys. 2.2. Graficzna postać reprezentacji elementu sprężystego w przestrzeni za pomocą elementu mgh

Fig. 2.2. Graphic form of a representation of an elastic element in space by the use of the mhg element

3) Element tłumieniowy w przestrzeni

W przypadku odwzorowywania elementu tłumieniowego równanie to będzie miało postać:

$$ {}_1\mathbf{S}_k(p)\ \mathbf{B}_k(p) = {}_2\mathbf{S}_k(p), \tag{2.25} $$

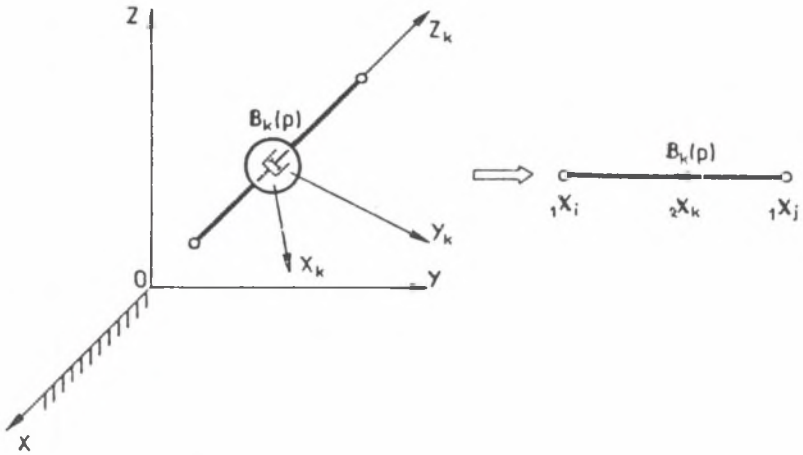
gdzie:

$_1S_k(p)$ i $_2S_k(p)$ są, analogicznie jak w przypadku elementu sprężystego, sześcioelementowymi macierzami wierszowymi własnych współrzędnych biegunowych i przepływowych elementu tłumieniowego;

$B_k(p) = \mathrm{diag}[\, b_{kx}p,\ b_{ky}p,\ b_{kz}p,\ b_{\varphi kx}p,\ b_{\varphi ky}p,\ b_{\varphi kz}p \,]$
jest diagonalną macierzą współczynników tłumienia liniowego i skrętnego elementu tłumieniowego k.

Zakłada się wtedy, że krawędź $_2x_k$ odwzorowuje tę relację, a zatem posiada przyporządkowaną bądź parę zmiennych biegunowych i przepływowych $\{_1S_k, {}_2S_k\}$, bądź parę utworzoną przez jedną z tych zmiennych i macierz współczynników równania konstytutywnego, np. $\{\ _1S_k,\ B_k(p)\ \}$.

Graficzną postać tego przekształcenia ilustruje rys. 2.3.



Rys. 2.3. Graficzna postać reprezentacji elementu tłumieniowego w przestrzeni za pomocą elementu mgh

Fig. 2.3. Graphic form of a representation of a damping element in space by the use of the mhg element

Ogólnie, element podatny można traktować jako element sprężysto-tłumieniowy, a jego opis przyjmie wtedy zwartą postać, łączącą parametry elementu sprężystego i tłumieniowego (jak pokazano w punkcie 4).

4) Element sprężysto-tłumieniowy w przestrzeni

W przypadku rozważania elementu podatnego jako elementu sprężysto - tłumieniowego, równanie konstytutywne ma postać:

$$_1S_k(p)\ W_k(p) = {}_2S_k(p), \tag{2.26}$$

gdzie:

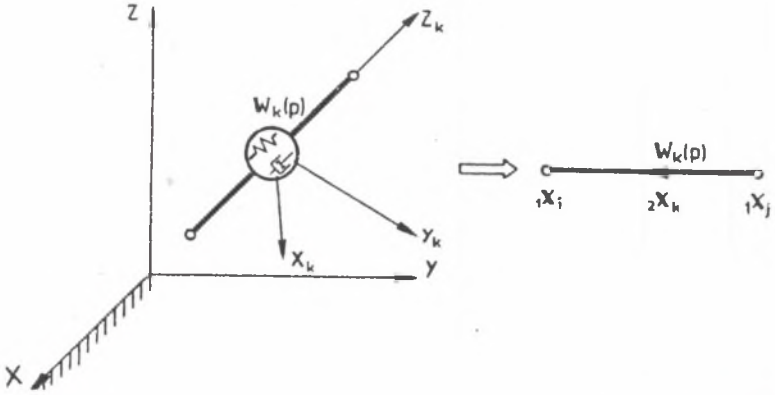
${}_1S_k(p)$ i ${}_2S_k(p)$ są, analogicznie jak w przypadku elementu sprężystego czy tłumieniowego - sześcioelementowymi macierzami wierszowymi własnych współrzędnych biegunowych i przepływowych elementu sprężysto-tłumieniowego,

$$W_k(p) = \mathrm{diag}[\ c_{kx} + b_{kx}p,\ c_{kx} + b_{ky}p,\ c_{kx} + b_{kz}p,\ c_{\varphi kx} + b_{\varphi kx}p,\ c_{\varphi kx} + b_{\varphi ky}p,\ c_{\varphi kx} + b_{\varphi kz}p\ ]$$

jest diagonalną macierzą współczynników sztywności dynamicznej liniowej i skrętnej elementu sprężysto-tłumieniowego k.

Zakłada się również wtedy, że krawędź ${}_2x_k$ odwzorowuje tę relację, a zatem posiada przyporządkowaną bądź parę zmiennych biegunowych i przepływowych $\{{}_1S_k, {}_2S_k\}$, bądź parę utworzoną przez jedną z tych zmiennych i macierz współczynników równania konstytutywnego, np. $\{\ {}_1S_k,\ W_k(p)\ \}$.

Graficzną postać tego przekształcenia ilustruje rys. 2.4.



Rys. 2.4. Graficzna postać reprezentacji elementu sprężysto-tłumieniowego za pomocą elementu mgh

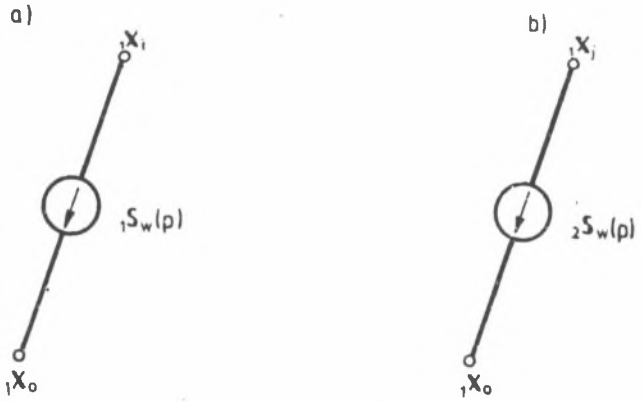
Fig. 2.4. Graphic form of a representation of an elastic-damping element in space by the use of the mhg element

W każdym z omówionych przypadków w wierzchołkach ${}_1x_i$ oraz ${}_1x_j$ krawędzi grafu przyporządkowane są sześcioelementowe macierze zmiennych biegunowych wyróżnionego początku i oraz końca j elementu k, a orientacja krawędzi jest dowolna. W pracy przyjęto orientację krawędzi grafów od wierzchołka o numerze wyższym do wierzchołka o numerze niższym.

Jeżeli waga krawędzi ${}_2x_k$ jest natomiast macierzą transformacji współrzędnych biegunowych elementu w jego lokalnym układzie współrzędnych

we współrzędne biegunowe innego, incydentnego z nim elementu w jego lokalnym układzie współrzędnych, to krawędź ${}_2\mathbf{x}_k$ ma wtedy charakter łuku mgp i odwzorowuje relację sprzężeń współrzędnych wyróżnionych elementów modelu. Przyjmuje się umownie, że łuk ten, nazywany macierzową krawędzią sprzężeń, jest zorientowany zgodnie z zasadą, że macierze zmiennych niezależnych wskazują wierzchołki źródła krawędzi sprzężenia, natomiast macierze zmiennych zależnych wskazują wierzchołki ujścia.

Gdy krawędzi ${}_2\mathbf{x}_k$ przyporządkowana jest macierz składowych odpowiedniego wzbudzenia biegunowego (niezależne przemieszczenia podukładu mechanicznego) lub wzbudzenia przepływowego (niezależne siły podukładu mechanicznego), wtedy krawędź ta ma charakter czynnej krawędzi mgb. W graficznej interpretacji modelu sieciowego krawędź ta oznaczona jest dodatkowo okręgiem z wpisanym symbolem danego wzbudzenia wraz z przyjętą jego orientacją (rys. 2.5).

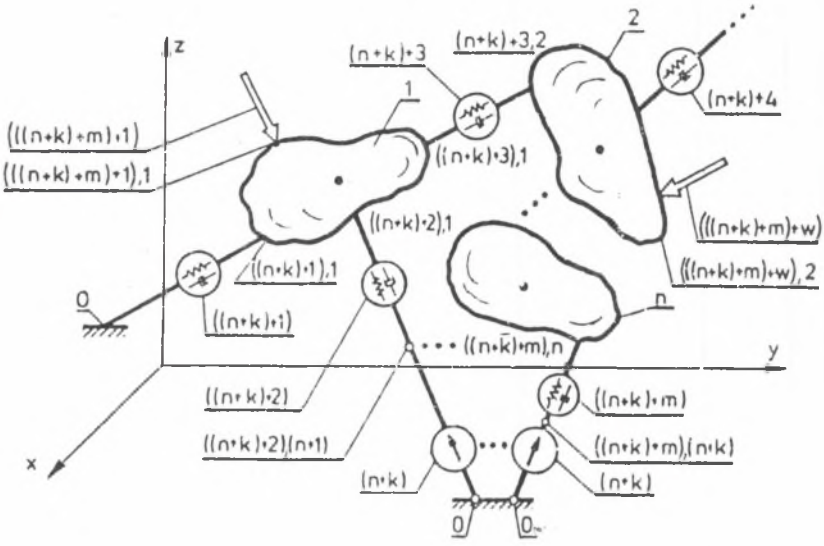


Rys. 2.5. Graficzna postać reprezentacji elementu czynnego układu mechanicznego za pomocą elementu mgh, a) reprezentacja wzbudzenia kinematycznego, b) reprezentacja wzbudzenia dynamicznego

Fig. 2.5. Graphic form of a representation of an active element in a mechanical system by the use of the mhg element, a) representation of kinematic excitation, b) representation of dynamical excitation

Dowolny podukład mechaniczny zlinearyzowanego, zdyskretyzowanego układu dynamicznego może być zatem odwzorowany za pomocą mgh, składającego się wyłącznie ze zdefiniowanych tu i zinterpretowanych graficznie na rys. 2.1. do 2.5. macierzowych elementów sieciowych.

W celu zilustrowania omówionego ciągu działań, zmierzającego do utworzenia mgh układu dynamicznego o dyskretnym rozkładzie parametrów, przyjęto model mechaniczny, jak na rys. 2.6.



Rys. 2.6. Model układu dynamicznego o dyskretnym rozkładzie parametrów

Fig. 2.6. Model of a dynamical system with discrete distribution of parameters

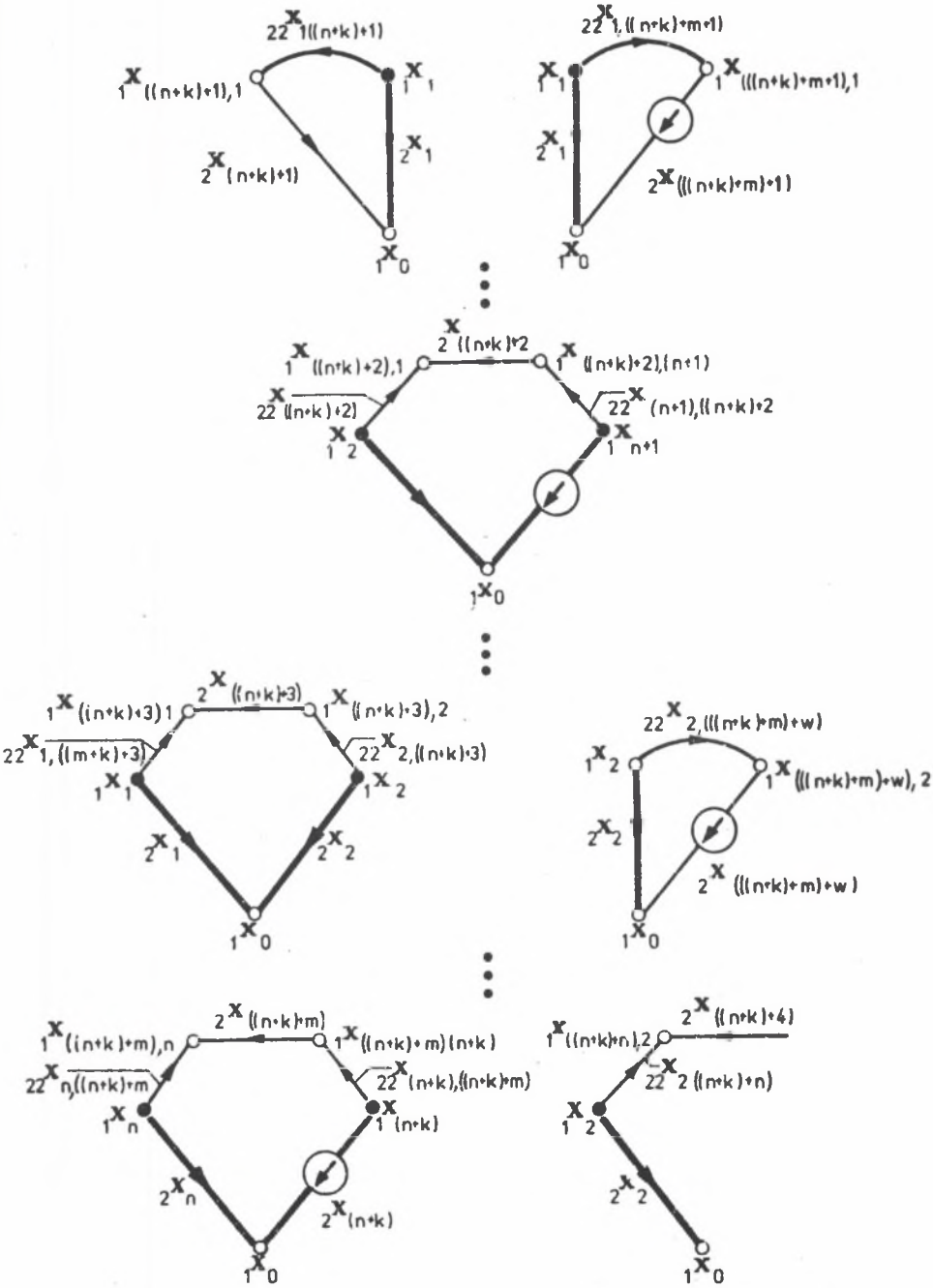
W modelu tym wyróżniono:

- n brył sztywnych (elementów inercyjnych), które ponumerowano od 1 do n,
- k wymuszeń kinematycznych, które ponumerowano od n+1 do n+k,
- m elementów sprężysto-tłumieniowych, które ponumerowano od ((n+k)+1) do ((n+k)+m),
- w wzbudzeń dynamicznych, które ponumerowano od (((n+k)+m)+1) do (((n+k)+m)+w).

Ponadto ponumerowano:

- punkty koincydencji wzbudzeń dynamicznych z elementami inercyjnymi, jako (((n+k)+m)+1),1 do (((n+k)+m)+w),2;
- punkty koincydencji elementów sprężysto-tłumieniowych z elementami inercyjnymi, jako ((n+k)+1),1 do ((n+k)+m),n;
- punkty koincydencji wzbudzeń kinematycznych z elementami sprężysto-tłumieniowymi, jako ((n+k)+2),(n+1) do ((n+k)+m),(n+k);
- punkty koincydencji elementów modelu z ostoją, jako 0.

Postępując zgodnie z podanym ciągiem odwzorowań i przyporządkowań, szczegółowo przedstawionym na wstępie podrozdziału 2.1.1, uzyskuje się mgh, jak na rys. 2.7.



Rys. 2.7. Macierzowy graf hybrydowy układu mechanicznego z rys. 2.6

Fig. 2.7. Matrix hybrid graph of the dynamical system from fig. 2.6

Przedstawiony mgh w swej geometrycznej interpretacji (rys.2.7) składa się z niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych, zbudowanych z:

- macierzowych wierzchołków głównych, oznaczonych symbolami od ${}_1\mathbf{x}_1$ do ${}_1\mathbf{x}_n$,
- macierzowych wierzchołków sprzężenia, oznaczonych symbolami od ${}_1\mathbf{x}_{((n+k)+1),1}$ do ${}_1\mathbf{x}_{((n+k)+m),(n+k)}$,
- macierzowych gałęzi drzewa, oznaczonych symbolami od ${}_2\mathbf{x}_1$ do ${}_2\mathbf{x}_{(n+k)}$,
- macierzowych elementów przeciwdrzewa, oznaczonych symbolami od ${}_2\mathbf{x}_{((n+k)+1)}$ do ${}_2\mathbf{x}_{(((n+k)+m)+w)}$,
- macierzowych krawędzi sprzężenia, oznaczonych symbolami od ${}_{22}\mathbf{x}_{1,((n+k)+1)}$ do ${}_{22}\mathbf{x}_{(n+k),((n+k)+m)}$,
- macierzowego wierzchołka odniesienia ${}_1\mathbf{x}_0$.

Należy zauważyć, że nałożenie na siebie identycznych krawędzi i wierzchołków nks tworzy pełny mgh układu dynamicznego z rys. 2.6.

Na geometrycznej interpretacji mgh nie zaznaczono macierzy parametrów i zmiennych, przyporządkowanych wszystkim krawędziom i wierzchołkom mgh. Zakłada się jednak, że jeżeli dany jest mgh układu mechanicznego, to dane są wszystkie, niezbędne przyporządkowania parametrów fizykalnych. Przyporządkowania te można zapisać w postaci tablic, lub - co dzieje się znacznie częściej - w postaci odpowiednich zbiorów cyfrowych w pamięci mikrokomputera. Trzeba także podkreślić, że praktyczne stosowanie metody mgh nie wymaga od Użytkownika konieczności tworzenia mgh w przedstawiony sposób, konieczny do jednoznacznego zdefiniowania mgh, celem jego samoczynnego tworzenia przez odpowiedni program numeryczny.

2.1.2. Macierzowy graf hybrydowy mechanicznego podukładu układu dynamicznego o dyskretno-ciągłym rozkładzie parametrów

Określona w podrozdziale 1.5 klasa rozwiązywanych zadań wskazuje, że badany układ dynamiczny może zawierać podukłady prętowe, drgające wzdłużnie, giętnie, bądź wzdłużno-giętnie. Badanie drgań takich podukładów jest zagadnieniem podstawowym, przedstawionym np. w pracach [28,38]. Polega ono na opisie zjawisk fizykalnych w takich przypadkach równaniami różniczkowymi cząstkowymi stopnia drugiego lub stopnia czwartego. W pracach [5,6,46] drgania układów ciągłych bada się przy zastosowaniu metod macierzowych.

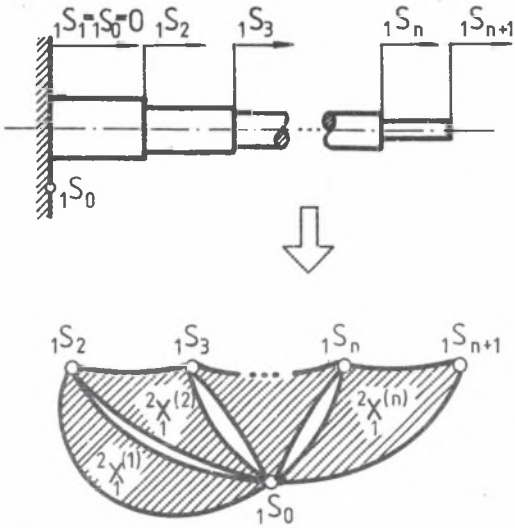
Prowadzone są także próby nieklasycznego badania drgań układów ciągłych metodami sieciowymi. Wśród tych metod należy wyróżnić metody grafów blokowych [8,59,60,61] i metodę grafów transformacji zmiennych [63], rozwijane w Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej.

W niniejszej pracy, stawiając sobie za cel rozwinięcie teorii i metod grafów hybrydowych, rozszerzono klasę podgrafów grafu hybrydowego (poza macierzowym podgrafem biegunowym i macierzowym podgrafem przepływowym) o podgraf blokowy podukładu o ciągłym rozkładzie parametrów.

Zgodnie z przyjętą i stosowaną w pracach [8,59,60] konwencją oznaczeń i metodyką postępowania, drgający element prętowy można przedstawić w postaci grafu blokowego kategorii k, z wyróżnionymi:

- wierzchołkami uogólnionych współrzędnych biegunowych "zewnętrznych", (przygotowanych do podłączenia kolejnych podukładów układu mechanicznego, bądź traktowanych jako "wyjścia", czyli poszukiwane odpowiedzi),
- wierzchołkami biegunowych współrzędnych "wewnętrznych", wyróżnionych w rozważanych podukładach ciągłych (elementach prętowych o odcinkowo stałych parametrach) w miejscach ich lokalnej koincydencji.

Przykład odwzorowania drgającego modelu prętowego za pomocą grafu blokowego [61] przedstawiono na rys. 2.8.



Rys. 2.8. Przykład odwzorowania drgającego wzdłużnie modelu prętowego za pomocą grafu blokowego

Fig. 2.8. Example of a transformation of the bar model vibrating longitudinally by the use of a hybrid graph

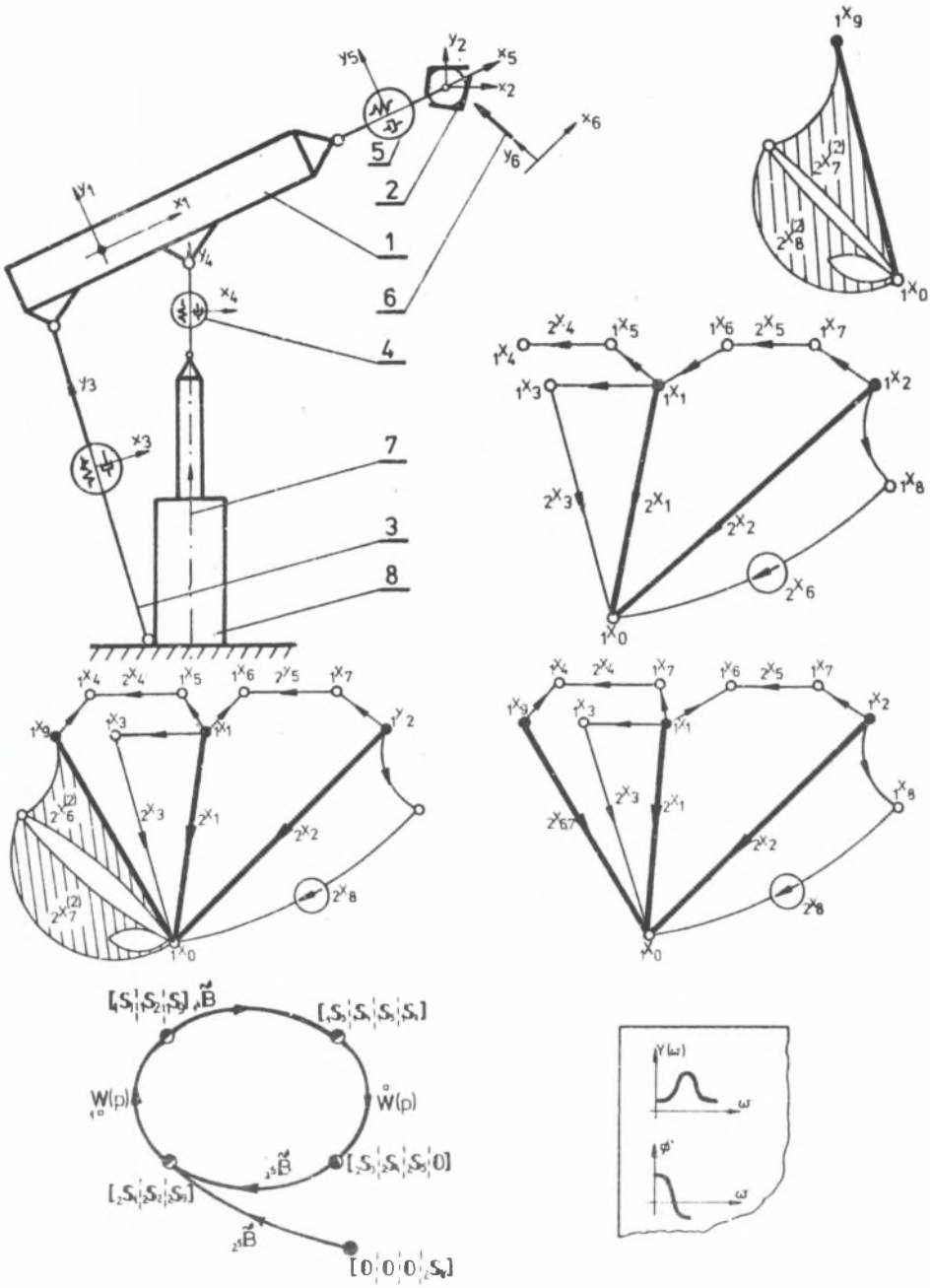
Należy zauważyć, że graf blokowy układu zbudowany jest z bloków podukładów prętowych o odcinkowo stałych parametrach, poprzez połączenie ze sobą wierzchołków tych bloków o tożsamościowo równych współrzędnych biegunowych (co wynika z fizykalnej koincydencji elementów mechanicznych w wyróżnionych punktach).

Jeżeli rozważany jest przypadek badania drgań układu dyskretno-ciągłego w ujęciu mgh, należy postąpić według algorytmu, przedstawionego w tablicy 2.1:

Tablica 2.1

KROK	DZIAŁANIE
1°	Przyjąć dyskretno-ciągły model fenemenologiczny badanego układu mechanicznego.
2°	Odwzorować dyskretny podukład układu mechanicznego w mgh (por. podrozdział 2.1).
3°	Odwzorować podukład prętowy układu mechanicznego (podukład o ciągłym rozkładzie parametrów) w graf blokowy, zgodnie z zasadami podanymi i stosowanymi w cytowanych już pracach [8,9,59,60,61].
4°	Odwzorować relacje sprzężeń punktów koincydencji elementów sprężysto-tłumieniowych układu dyskretnego z elementami układu prętowego w krawędzie transformacji uogólnionych współrzędnych biegunowych w biegunowe współrzędne zależne w ich lokalnych układach odniesienia. Krawędzie transformacji z przyporządkowanymi wagami transformacji posiadają cechy łuków grafu przepływowego i noszą nazwę krawędzi sprzężenia.
5°	Stosując metody i programy wyznaczania podatności dynamicznych układów ciągłych za pomocą grafów blokowych i liczb strukturalnych [8,59,60,61] zredukować blokowy podgraf grafu hybrydowego do macierzowej krawędzi o zastępczej podatności dynamicznej, zapisanej w postaci funkcji niestandardowej w podprogramach numerycznych.
6°	Dokonać algebraizacji powstałego w ten sposób macierzowego grafu hybrydowego, traktując uzyskane w kroku 4° krawędzie, jako gałęzie drzewa mgh o znanych funkcjach podatności dynamicznych.
7°	Dokonać transformacji powstałego w ten sposób macierzowego grafu hybrydowego w macierzowy graf przepływowy (mgh $\longrightarrow$ mgp) (por. podrozdział 3).
8°	Przeprowadzić obliczenia numeryczne poszukiwanych zespolonych charakterystyk dynamicznych układu dyskretno-ciągłego, bazując na metodzie transformacji mgh $\longrightarrow$ mgp i redukcji mgp, podstawiając w obliczeniach, w macierzy podatności dynamicznych drzewa mgh wyliczone wcześniej wartości np. przy użyciu programu PODA [62].

Przedstawiony w krokach 1° do 8° algorytm można zilustrować przekształceniami grafu, tak jak to pokazano na rys. 2.9.

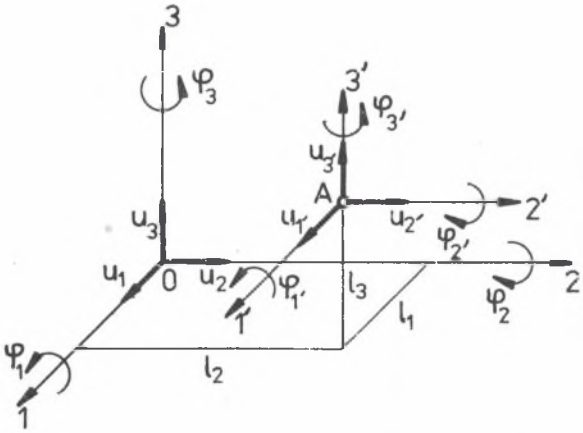


Rys. 2.9. Graficzna ilustracja algorytmu 2.1. postępowania podczas wyznaczania charakterystyk a-c-f układu dyskretno-ciągłego metodą mgh

Fig. 2.9 Graphic representation of the procedures of the algorithm 2.1 while determining the a-f-ph characteristics of a discrete-continuous system by the use of the mhg method

2.1.3. Tworzenie macierzy transformacji współrzędnych macierzowego podgrafu hybrydowego podukładu mechanicznego

Macierze transformacji współrzędnych T_{ij}, czyli macierze wag krawędzi przepływowych mgh, w przypadku gdy reprezentuje on mechaniczny podukład badanego układu dynamicznego, tworzy się jako iloczyny macierzy translacji S_{ij} i macierzy obrotu Θ_{ij} odpowiednich lokalnych układów współrzędnych, incydentnych ze sobą elementów modelu. Poszukiwana zależność, zwana transformacją przemieszczeń, została wyprowadzona w dwóch etapach. W pierwszym etapie wyznaczono wektor przemieszczenia elementu inercyjnego w punkcie A, w którym zaczepiony jest element sprężysto-tłumieniowy. Ilustruje to rys. 2.10, na którym przez 1,2,3 oznaczono osie układu współrzędnych, związanego ze środkiem masy elementu inercyjnego; natomiast przez 1',2',3' - osie układu po translacji do punktu A.



Rys. 2.10. Geometryczne parametry translacji przestrzennego układu współrzędnych

Fig. 2.10. Geometrical parameters of the translation of a spacial coordinate system

Przyjmując macierz przemieszczeń **U** w postaci:

$$\mathbf{U} = [\, u_1,\ u_2,\ u_3,\ \varphi_1,\ \varphi_2,\ \varphi_3 \,], \tag{2.27}$$

poszukuje się macierzy **U'** w postaci

$$\mathbf{U'} = [\, u_{1'},\ u_{2'},\ u_{3'},\ \varphi_{1'},\ \varphi_{2'},\ \varphi_{3'} \,]. \tag{2.28}$$

Zgodnie z rys. 2.10, przy założeniu małych przemieszczeń, wyrazy wektora **U'** są równe:

$$\begin{cases} u_1' = u_1 + \varphi_2 l_3 - \varphi_3 l_2 , \\ u_2' = u_2 + \varphi_3 l_1 - \varphi_1 l_3 , \\ u_3' = u_3 + \varphi_1 l_2 - \varphi_2 l_1 , \\ \varphi_1' = \varphi_1 , \\ \varphi_2' = \varphi_2 , \\ \varphi_3' = \varphi_3 , \end{cases} \tag{2.29}$$

gdzie l_1, l_2, l_3 - współrzędne zamocowania elementu sprężysto-tłumieniowego na elemencie inercyjnym względem układu związanego ze środkiem masy elementu inercyjnego.

Zależność (2.29) można zapisać w postaci macierzowej :

$$\mathbf{U'} = \mathbf{US} \tag{2.30}$$

gdzie:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l_3 & l_2 & 1 & 0 & 0 \\ l_3 & 0 & -l_1 & 0 & 1 & 0 \\ -l_2 & l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \tag{2.31}$$

W odniesieniu do układów płaskich, w których ruch odbywa się w płaszczyźnie 1 - 2, macierz **U'** posiada trzy składowe (rys. 2.11):

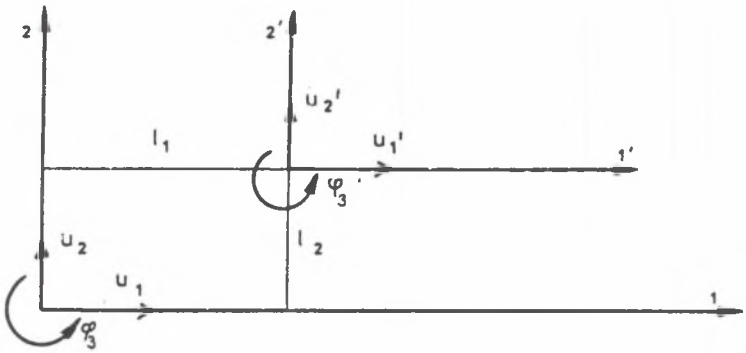
$$\mathbf{U'} = [\, u_1' \,,\, u_2' \,,\, \varphi_3' \,], \tag{2.32}$$

gdzie:

$$\begin{cases} u_1' = u_1 - l_2 \varphi_1 , \\ u_2' = u_2 + l_1 \varphi_1 , \\ \varphi_3' = \varphi_3 , \end{cases} \tag{2.33}$$

a macierz translacji **S** ma postać:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -l_2 & l_1 & 1 \end{bmatrix} . \tag{2.34}$$



Rys. 2.11. Geometryczne parametry translacji płaskiego układu współrzędnych

Fig. 2.11. Geometrical parameters of the translation of a flat coordinate system

W drugim etapie przeprowadzono transformację przemieszczeń rotacyjnych. Oznaczono przez:

U" - macierz elementów macierzy **U'**, po dokonaniu obrotów układu 1',2',3' do położenia 1",2",3", tak by jego osie pokryły się z przyjętym układem osi elementu sprężysto-tłumieniowego,

Θ - macierz kosinusów kierunkowych osi układu 1",2",3" względem osi układu 1',2',3'. Wtedy można zapisać:

$$\mathbf{U''} = \mathbf{U'}\Theta , \tag{2.35}$$

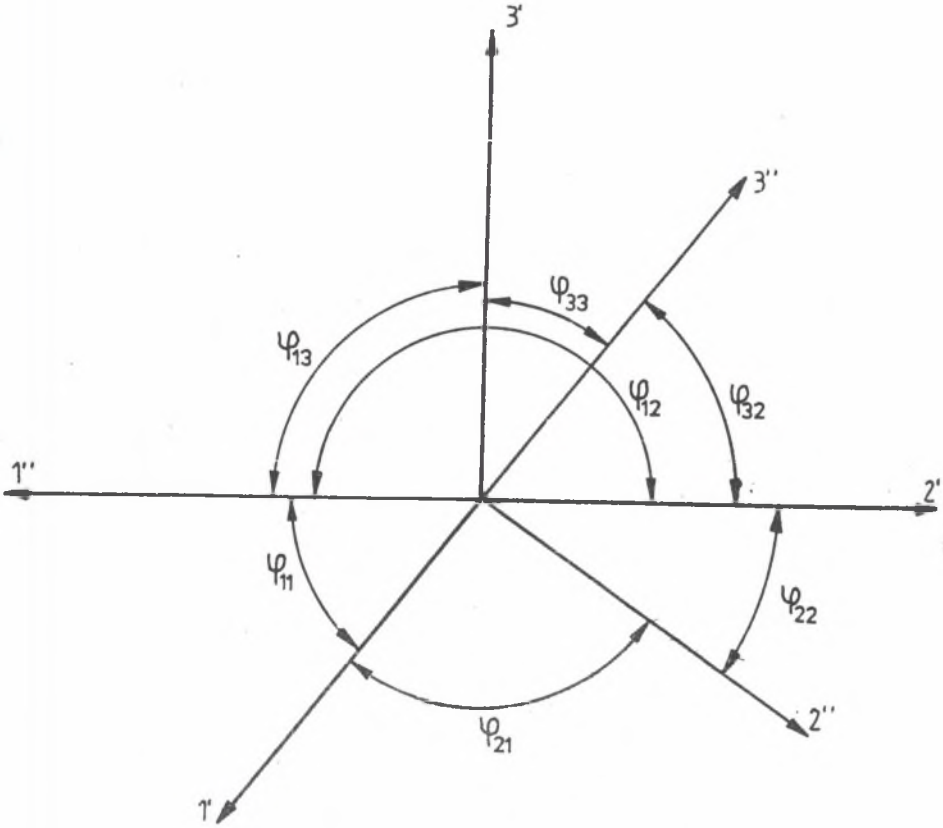
$$\mathbf{U''} = \mathbf{US}\Theta , \tag{2.36}$$

gdzie:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_* & 0 \\ 0 & \Theta_* \end{bmatrix} , \tag{2.37}$$

$$\Theta_* = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{11} & \cos\varphi_{12} & \cos\varphi_{13} \\ \cos\varphi_{21} & \cos\varphi_{22} & \cos\varphi_{23} \\ \cos\varphi_{31} & \cos\varphi_{32} & \cos\varphi_{33} \end{bmatrix}. \tag{2.38}$$

Omówione przekształcenie ilustruje rys. 2.12.



Rys. 2.12. Geometryczne parametry rotacji przestrzennego układu współrzędnych

Fig. 2.12. Geometrical parameters of the rotation of a spacial coordinate system

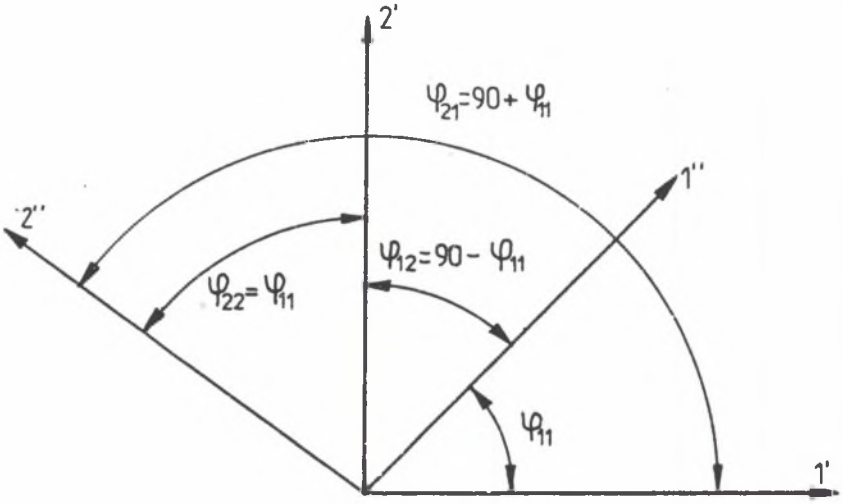
W przypadku układów płaskich blok współczynników kierunkowych znacznie się upraszcza, a po zastosowaniu oczywistych zależności:

$$\begin{cases} \varphi_{11} = \varphi , \\ \varphi_{21} = 90^{\circ} + \varphi \iff \cos\varphi_{21} = -\sin\varphi , \\ \varphi_{12} = 90^{\circ} - \varphi \iff \cos\varphi_{12} = \sin\varphi , \end{cases} \tag{2.39}$$

macierz kosinusów kierunkowych przyjmuje postać:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \tag{2.40}$$

Ilustruje to rys. 2.13.



Rys. 2.13. Geometryczne parametry rotacji płaskiego układu współrzędnych

Fig. 2.13. Geometrical parameters of the rotation of a flat coordinate system

W efekcie, macierz transformacji współrzędnych przyporządkowana krawędzi sprzężenia ${}_2\mathbf{x}_{ij}$ wynosi $T({}_2\mathbf{x}_{ij}) = S({}_2\mathbf{x}_{ij})\Theta({}_2\mathbf{x}_{ij})$, co w skrócie będzie zapisywane jako $\mathbf{T}_{ij} = \mathbf{S}_{ij}\Theta_{ij}$, gdzie indeksy i oraz j oznaczają transformację współrzędnych uogólnionych z elementu i do współrzędnych lokalnych elementu j. Nie mają one więc nic wspólnego z wymiarami macierzy S oraz Θ, czy też ich elementami.

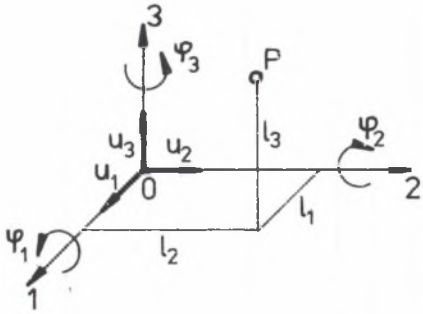
2.1.4. Cyfrowe tworzenie macierzy transformacji współrzędnych podukładu mechanicznego

Aby numerycznie algebraizować mgh, konieczne jest - poza sformułowaniem zasad niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych i niezależnych, macierzowych odcięć sprzężonych - podanie algorytmu tworzenia macierzy transformacji współrzędnych podukładu mechanicznego. W tym celu uogólniony kąt obrotu φ założono dodatni, gdy jest przeciwny do ruchu wskazówek zegara.

Pierwszą czynnością numerycznego tworzenia macierzy transformacji współrzędnych $\mathbf{T}_{ij}$ podukładu mechanicznego jest ustalenie macierzy translacji $\mathbf{S}_{ij}$. Macierz translacji jest tworzona poprzez badanie znaków poszczególnych współrzędnych zaczepienia elementów sprężysto-tłumieniowych na elemencie inercyjnym. Na tej podstawie identyfikowana jest jedna z ośmiu części układu współrzędnych. To pozwala z kolei każdej współrzędnej przypisać właściwy jej znak oraz pozycję w macierzy translacji.

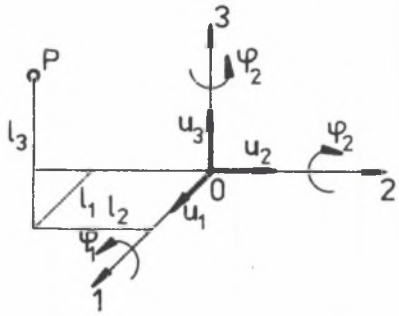
W przypadku układów współrzędnych przestrzennych identyfikacja przeprowadzona jest w sposób pokazany na rys. 2.14.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l_3 & l_2 & 1 & 0 & 0 \\ l_3 & 0 & -l_1 & 0 & 1 & 0 \\ -l_2 & l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



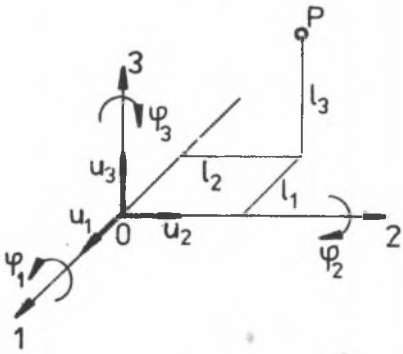
$$u_1'' = u_1 + l_3\varphi_2 - l_2\varphi_3, \quad u_2'' = u_2 - l_3\varphi_1 + l_1\varphi_3, \quad u_3'' = u_3 + l_2\varphi_1 - l_1\varphi_2,$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l_3 & -l_2 & 1 & 0 & 0 \\ l_3 & 0 & -l_1 & 0 & 1 & 0 \\ l_2 & l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



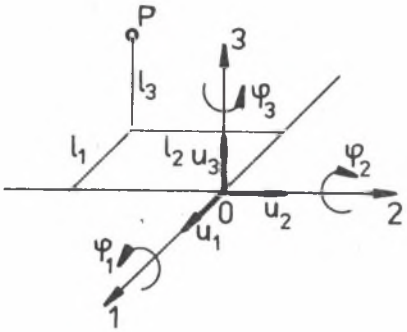
$$u_1'' = u_1 + l_3\varphi_2 + l_2\varphi_3, \quad u_2'' = u_2 - l_3\varphi_1 + l_1\varphi_3, \quad u_3'' = u_3 - l_2\varphi_1 - l_1\varphi_2,$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l_3 & l_2 & 1 & 0 & 0 \\ l_3 & 0 & l_1 & 0 & 1 & 0 \\ -l_2 & -l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



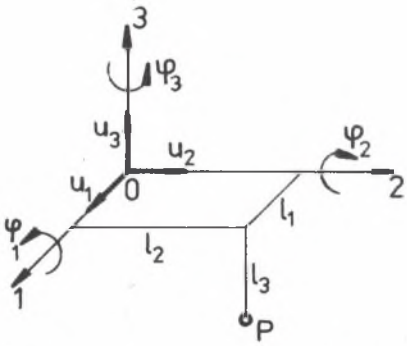
$$u_1'' = u_1 + l_3\varphi_2 - l_2\varphi_3, \quad u_2'' = u_2 - l_3\varphi_1 - l_1\varphi_3, \quad u_3'' = u_3 + l_2\varphi_1 + l_1\varphi_2,$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l_3 & -l_2 & 1 & 0 & 0 \\ l_3 & 0 & l_1 & 0 & 1 & 0 \\ l_2 & -l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



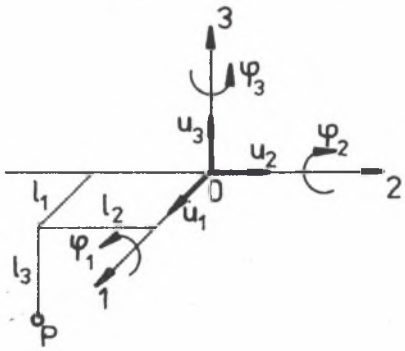
$$u_1'' = u_1 + l_3\varphi_2 + l_2\varphi_3, \quad u_2'' = u_2 - l_3\varphi_1 - l_1\varphi_3, \quad u_3'' = u_3 - l_2\varphi_1 + l_1\varphi_2,$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_3 & l_2 & 1 & 0 & 0 \\ -l_3 & 0 & -l_1 & 0 & 1 & 0 \\ -l_2 & l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



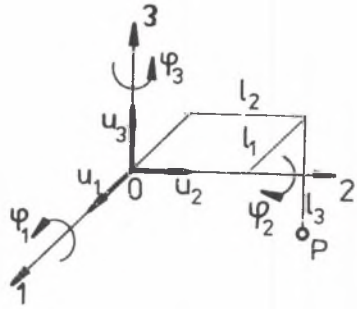
$$u_1'' = u_1 - l_3\varphi_2 - l_2\varphi_3, \quad u_2'' = u_2 + l_3\varphi_1 + l_1\varphi_3, \quad u_3'' = u_3 + l_2\varphi_1 - l_1\varphi_2,$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_3 & -l_2 & 1 & 0 & 0 \\ -l_3 & 0 & -l_1 & 0 & 1 & 0 \\ l_2 & l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



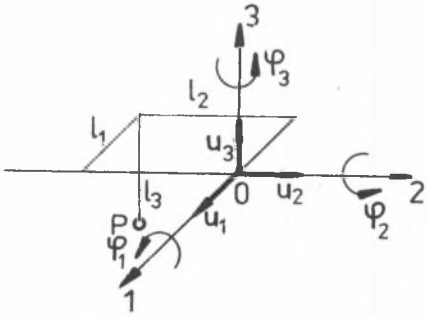
$$u_1'' = u_1 - l_3\varphi_2 + l_2\varphi_3, \quad u_2'' = u_2 + l_3\varphi_1 + l_1\varphi_3, \quad u_3'' = u_3 - l_2\varphi_1 - l_1\varphi_2,$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_3 & l_2 & 1 & 0 & 0 \\ -l_3 & 0 & l_1 & 0 & 1 & 0 \\ -l_2 & -l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



$$u_1'' = u_1 - l_3\varphi_2 - l_2\varphi_3, \quad u_2'' = u_2 + l_3\varphi_1 - l_1\varphi_3, \quad u_3'' = u_3 + l_2\varphi_1 + l_1\varphi_2,$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_3 & -l_2 & 1 & 0 & 0 \\ -l_3 & 0 & l_1 & 0 & 1 & 0 \\ l_2 & -l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



$$u_1'' = u_1 - l_3\varphi_2 + l_2\varphi_3, \quad u_2'' = u_2 + l_3\varphi_1 - l_1\varphi_3, \quad u_3'' = u_3 - l_2\varphi_1 + l_1\varphi_2,$$

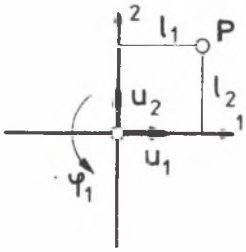
Rys. 2.14. Identyfikacja parametrów macierzy translacji układu przestrzennego

Fig. 2.14. Identifying the parameters of the matrix of the spacial system translation

W przypadku układów płaskich postępowanie jest analogiczne, przy czym macierz translacji przyjmuje postać uproszczoną (rys. 2.15).

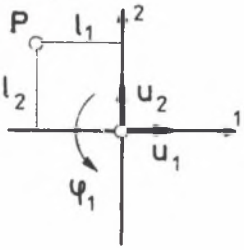
$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -l_2 & l_1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$u_1'' = u_1 - l_2\varphi_1, \quad u_2'' = u_2 + l_1\varphi_1,$$



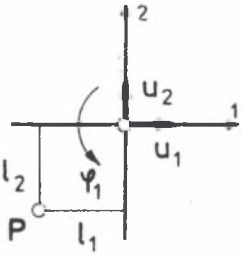
$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -l_2 & -l_1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$u_1'' = u_1 - l_2\varphi_1, \quad u_2'' = u_2 - l_1\varphi_1,$$



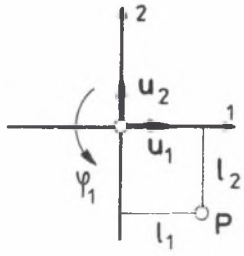
$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_2 & -l_1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$u_1'' = u_1 + l_2\varphi_1, \quad u_2'' = u_2 - l_1\varphi_1,$$



$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_2 & l_1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$u_1'' = u_1 + l_2\varphi_1, \quad u_2'' = u_2 + l_1\varphi_1,$$



Rys. 2.15. Identyfikacja parametrów macierzy translacji układu płaskiego

Fig. 2.15. Identifying the parameters of the matrix of the flat system translation

Następnie ustalana jest podmacierz Θ_* macierzy obrotu Θ, która ma postać:

$$\Theta_* = \begin{bmatrix} \underline{\cos\varphi_{11}} & \cos\varphi_{12} & \cos\varphi_{13} \\ \cos\varphi_{21} & \underline{\cos\varphi_{22}} & \cos\varphi_{23} \\ \cos\varphi_{31} & \cos\varphi_{32} & \underline{\cos\varphi_{33}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}. \tag{2.41}$$

Bezpośrednio wprowadzane są tylko wartości kątów φ_{ij}, $i=j=1,2,3$, w przypadku wyboru opcji wprowadzania kątów pomiędzy osiami układów współrzędnych incydentnych elementów. Pozostałe elementy macierzy Θ_* są obliczane przy wykorzystaniu złożenia trzech obrotów wokół trzech osi. Złożenie obrotów jest również obrotem, więc każde dowolne położenie dwóch układów współrzędnych X_1, Y_1, Z_1 oraz X_2, Y_2, Z_2 względem siebie można uzyskać składając trzy obroty $X_1(\alpha)$, $Y_1(\beta)$, $Z_1(\gamma)$. Takie złożenie obrotów przedstawia macierz Θ_{**}, która jest równa macierzy Θ_*:

$$\Theta_{**} = \left[\begin{array}{c:c:c} \cos\alpha\cos\gamma - & \cos\alpha\cos\beta\sin\gamma + & \sin\gamma\sin\beta \\ -\sin\alpha\sin\gamma\cos\beta & +\sin\alpha\cos\gamma & \\ \hline -\sin\alpha\cos\beta\cos\gamma - & -\sin\alpha\sin\gamma + & \cos\gamma\sin\beta \\ -\cos\alpha\sin\gamma & +\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma & \\ \hline \sin\alpha\sin\beta & -\sin\beta\cos\alpha & \cos\beta \end{array}\right]. \tag{2.42}$$

Można napisać, że:

$$\cos\beta = \cos\varphi_{33} = a_{33} \Leftrightarrow \beta = \varphi_{33}, \tag{2.43}$$

$$\cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma = a_{11}, \tag{2.44}$$

$$-\sin\alpha\sin\gamma + \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma = a_{22}, \tag{2.45}$$

$$\cos\alpha\cos\gamma - a_{33}\sin\alpha\sin\gamma = a_{11}, \tag{2.46}$$

$$a_{33}\cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\sin\gamma = a_{22}, \tag{2.47}$$

Dodając stronami równania (2.46) i (2.47), uzyskuje się:

$$a_{33}\cos\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\cos\gamma - a_{33}\sin\alpha\sin\gamma - \sin\alpha\sin\gamma = a_{11} + a_{22}, \tag{2.48}$$

$$(a_{33} + 1)(\cos\alpha\cos\gamma) - (a_{33} + 1)(\sin\alpha\sin\gamma) = a_{11} + a_{22}, \tag{2.49}$$

$$(a_{33} + 1)(\cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\sin\gamma) = a_{11} + a_{22}, \tag{2.50}$$

$$\cos(\alpha + \gamma) = \frac{a_{11} + a_{22}}{a_{33} + 1}, \tag{2.51}$$

$$\alpha + \gamma = \arccos\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{a_{33} + 1}\right). \tag{2.52}$$

Odejmując natomiast stronami równanie (2.46) od równania (2.47), otrzymuje się:

$$-a_{33}\cos\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma - a_{33}\sin\alpha\sin\gamma = a_{11} - a_{22}, \tag{2.53}$$

$$(1 - a_{33})\cos\alpha\cos\gamma + (1 - a_{33})\sin\alpha\sin\gamma = a_{11} - a_{22}, \tag{2.54}$$

$$(1 - a_{33})(\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma) = a_{11} - a_{22}, \tag{2.55}$$

$$\cos(\alpha - \gamma) = \frac{a_{11} - a_{22}}{1 - a_{33}}, \tag{2.56}$$

$$\alpha - \gamma = \arccos\left(\frac{a_{11} - a_{22}}{1 - a_{33}}\right). \tag{2.57}$$

Po rozwiązaniu układu równan (2.52) i (2.57) pozostanie:

$$\alpha = \frac{1}{2}\left[\arccos\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{a_{33} + 1}\right) + \arccos\left(\frac{a_{11} - a_{22}}{1 - a_{33}}\right)\right], \tag{2.58}$$

$$\gamma = \frac{1}{2}\left[\arccos\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{a_{33} + 1}\right) - \arccos\left(\frac{a_{11} - a_{22}}{1 - a_{33}}\right)\right], \tag{2.59}$$

$$\beta = a_{33}. \tag{2.60}$$

Wyznaczone wartości kątów α, β, γ z równań (2.58), (2.59) i (2.60) zostały podstawione do macierzy Θ_{ee} w celu obliczenia wartości jej poszczególnych elementów.

Odnośnie do układów przestrzennych macierz rotacji ma postać:

$$\Theta_{ij} = \begin{bmatrix} \Theta_{*} & 0 \\ 0 & \Theta_{*} \end{bmatrix} . \tag{2.61}$$

W przypadku układów płaskich macierz obrotu:

$$\Theta_{ij} = \Theta_{**} , \tag{2.62}$$

a po uproszczeniu:

$$\Theta_{ij} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{11} & \sin\varphi_{11} & 0 \\ -\sin\varphi_{11} & \cos\varphi_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \tag{2.63}$$

W przypadku tworzenia macierzy Θ_{*} za pomocą wprowadzenia kątów Eulera, wykorzystano zależność:

$$A \equiv X_1(\varphi)\ Y_1(\vartheta)\ Z_1(\psi), \tag{2.64}$$

z której po przekształceniach otrzymano:

$$\Theta_{***} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi - \cos\vartheta\sin\varphi\sin\psi & \sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\cos\vartheta\sin\psi & \sin\vartheta\sin\psi \\ -\cos\varphi\sin\psi - \sin\varphi\cos\vartheta\cos\psi & -\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\vartheta\cos\psi & \sin\vartheta\cos\psi \\ \sin\varphi\sin\vartheta & -\cos\varphi\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

Kąty φ, ϑ i ψ są kątami Eulera wprowadzanymi z klawiatury.

W przypadku układów przestrzennych macierz Θ ma postać:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_{\bullet\bullet\bullet} & 0 \\ 0 & \Theta_{\bullet\bullet\bullet} \end{bmatrix}. \tag{2.66}$$

Odnośnie do układów płaskich, po uproszczeniu, otrzymano:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.67}$$

Należy zaznaczyć, że jako dodatnie przyjęto kąty obrotu, których kierunki są przeciwne do ruchu wskazówek zegara.

2.2. ALGEBRAIZACJA MACIERZOWEGO GRAFU HYBRYDOWEGO

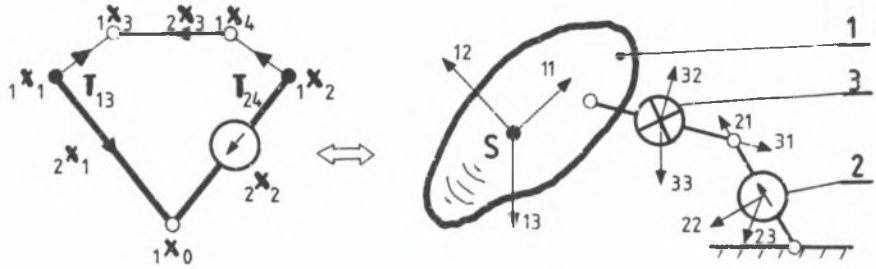
Zdefiniowany w podrozdziale 1.5.1. mgh modelu układu dynamicznego składa się z niezależnych, macierzowych cykli $\{ \mathbf{K}^s \}$ i niezależnych, macierzowych odcięć $\{ \mathbf{O}^s \}$. Ponadto w grafie tym wyróżnia się macierzowe drzewo $\underset{o}{\mathbf{X}}$ i przeciwdrzewo $\overset{o}{\mathbf{X}}$, składające się z gałęzi $\mathbf{x}_k \in \underset{o}{\mathbf{X}}$ i cięciw $\mathbf{x}_j \in \overset{o}{\mathbf{X}}$.

Każdy niezależny cykl mgh utworzony jest przez jedną krawędź o charakterze elementu mgb z wierzchołkami posiadającymi przyporządkowane współrzędne zależne układu (czyli cięciwę) oraz wszystkie incydentne z nią krawędzie o charakterze krawędzi mgb z wierzchołkami posiadającymi przyporządkowane macierze współrzędnych niezależnych układu (czyli gałęzie drzewa), (por.def.1.4, podr.1.6.4). Koincydencja wymienionych krawędzi odbywa się poprzez krawędzie o charakterze łuków mgp z przyporządkowanymi im macierzowymi wagami transformacji zmiennych (czyli krawędzie sprzężenia).

Z faktu, że elementy inercyjne podukładu mechanicznego mogą być łączone między sobą i z ostoją wyłącznie elementami sprężysto-tłumieniowymi, wzbudzenia dynamiczne oddziałują tylko na elementy inercyjne, a wzbudzenia kinematyczne - na elementy sprężysto-tłumieniowe, wynikają jedynie możliwe

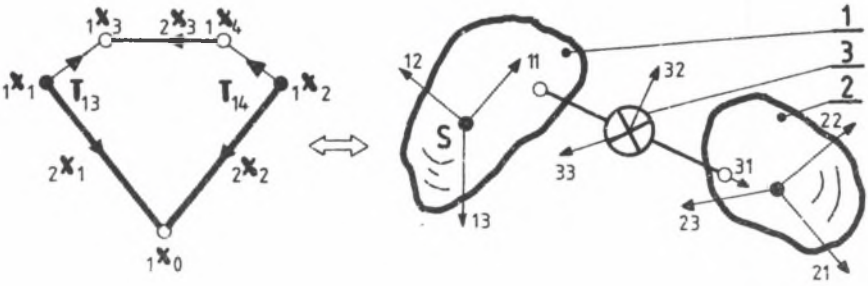
cztery typy niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych mgh podukładu mechanicznego modelowanego układu dynamicznego. Kontury te przedstawiają rysunki 2.16, 2.17, 2.18 i 2.19.

Należy podkreślić, że sprowadzenie grafu hybrydowego do postaci macierzowej, wraz z przyjętym opisem, umożliwiło bardzo istotne uproszczenie procesu formułowania sieciowych modeli układów dynamicznych w postaci mgh, z uwagi na sprowadzenie dużej różnorodności niezależnych konturów sprzężonych proponowanych w pracy [52], do czterech prostych, czytelnych konturów macierzowych (rys. 2.16 do 2.18), wyczerpujących wszystkie możliwości struktur koincydencji elementów w założonej klasie zadań.



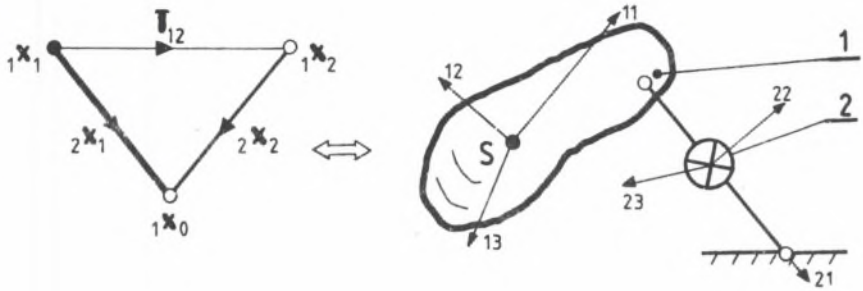
Rys. 2.16. Niezależny, macierzowy kontur sprzężony mgh z czynną gałęzią typu wzbudzenia biegunowego

Fig. 2.16. Independent matrix coupled outline with an active branch of a polar excitation type



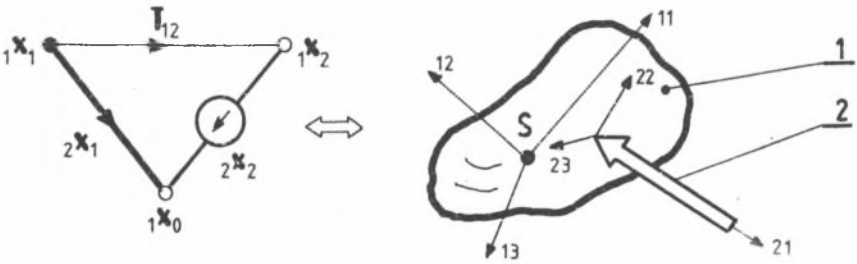
Rys. 2.17. Niezależny, macierzowy kontur sprzężony mgh bez wzbudzeń (postać I)

Fig. 2.17. Independent matrix coupled outline with no excitation (form I)



Rys. 2.18. Niezależny, macierzowy kontur sprzężony mgh bez wzbudzeń (postać II)

Fig. 2.18. Independent matrix coupled outline with no excitation (form II)



Rys. 2.19. Niezależny, macierzowy kontur sprzężony mgh z czynną gałęzią typu wzbudzenia przepływowego

Fig. 2.19. Independent matrix coupled outline with an active branch of a flow excitation type

Każde niezalezne odcięcie mgh utworzone jest przez jedną krawędź o charakterze łuku mgb z przyporządkowanymi w wierzchołkach macierzami zmiennych niezależnych układu (czyli gałąź drzewa) oraz wszystkie incydentne z nią krawędzie, także o cechach krawędzi mgb, z przyporządkowanymi w wierzchołkach zmiennymi zależnymi układu (czyli cięciwy), (por. def.1.5, podr.1.6.5). Koincydencja wymienionych krawędzi odbywa się poprzez łuki o charakterze elementów mgp, transformujące odpowiednio wyróżnione zbiory zmiennych (czyli krawędzie sprzężenia).

W zdefiniowanych w ten sposób cyklu i odcięciu mgh spełnione są zasady, tzw. cyklomatyczna i wierzchołkowa, wyrażające zerowanie się algebraicznych sum zmiennych biegunowych w zamkniętym cyklu i algebraicznych sum zmiennych przepływowych w każdym węźle cyklu. W analizowanych omawianą metodą układach, w ich części mechanicznej, zasada cyklomatyczna wyraża nierozdzielność przemieszczeń, a zasada wierzchołkowa równowagę sił wybranego odcięcia układu.

2.2.1. Zasada cyklomatyczna macierzowego grafu hybrydowego

Zasadę tę wyraża się następujaco:

"W każdym niezależnym cyklu K_i^s mgh algebraiczna suma macierzy zmiennych biegunowych cięciwy ${}_1\overset{o}{S}_i$ i iloczynów macierzy zmiennych biegunowych gałęzi drzewa ${}_{1ok}S$ przez macierze transformacji odpowiednich krawędzi sprzężenia T_{ki} jest macierzą zerową."

Kierunek obiegu cyklu wskazuje zwrot cięciwy, natomiast znaki składników tworzonej sumy algebraicznej są zależne od zgodności zwrotu gałęzi z kierunkiem obiegu cyklu (znak "+"), lub jej przeciwieństwa (znak "-").

Sformułowaną zasadę zapisano jako:

$$ {}_1\overset{o}{S}_i + \sum_k {}_{1ok}S\, T_{ki} = 0, \qquad (2.68) $$

gdzie:

$k = 1,2,\ldots,n$ - indeksy gałęzi $x_k \in \overset{o}{X}$ mgh, incydentnych przez krawędź sprzężenia ki z cięciwą i, $i = n+1, n+2,\ldots,n+m$ - indeksy cięciw $x_i \in \overset{o}{X}$ mgh.

Zasada cyklomatyczna generuje kolumny macierzy rozpływu zmiennych biegunowych, czyli macierzy wyrażającej zmienne biegunowe cięciw mgh przez zmienne biegunowe gałęzi drzewa mgh. Macierz rozpływu zmiennych biegunowych oznaczono przez ${}_{1s}B$.

2.2.2. Zasada wierzchołkowa macierzowego grafu hybrydowego

Zasadę tę wyraża się następująco:

"W każdym niezależnym odcięciu O^s mgh algebraiczna suma macierzy zmiennych przepływowych gałęzi drzewa ${}_{2ok}S$ i iloczynów macierzy zmiennych przepływowych cięciw ${}_{2}\overset{o}{S}_{i}$ przez macierze transformacji odpowiednich krawędzi sprzężenia T_{ik} jest macierzą zerową".

Znaki odpowiednich składników sumy algebraicznej zależą od zgodności orientacji krawędzi względem odcięcia (znak "+"), lub ich niezgodności (znak "-").

Sformułowaną zasadę zapisano jako:

$$ {}_{2ok}S + \sum_{i} {}_{2}\overset{o}{S}_{i}\, T_{ik} = 0, \tag{2.69} $$

gdzie:

$k = 1,2,\ldots,n$ - indeksy macierzowych gałęzi $\mathbf{x}_k \in \underset{o}{\mathbf{X}}$ mgh, $i = n+1, n+2,\ldots,n+m$ - indeksy macierzowych cięciw $\mathbf{x}_i \in \overset{o}{\mathbf{X}}$ mgh, incydentnych poprzez krawędzie sprzężenia ik z gałęzią k.

Zasada wierzchołkowa generuje kolumny macierzy rozpływu zmiennych przepływowych, czyli macierzy, wyrażającej zmienne przepływowe gałęzi drzewa mgh przez zmienne przepływowe cięciw. Macierz rozpływu zmiennych przepływowych oznaczono przez ${}_{2s}\mathbf{B}$ i łatwo zauważyć, że zachodzi relacja

$$ {}_{1s}\mathbf{B} = -{}_{2s}\mathbf{B}^{T}. \tag{2.70} $$

Macierze:

- rozpływu zmiennych biegunowych ${}_{1s}\mathbf{B}$,
- rozpływu zmiennych przepływowych ${}_{2s}\mathbf{B}$,
- sztywności dynamicznych elementów przeciwdrzewa $\overset{o}{\mathbf{W}}(p)$,
- podatności dynamicznych elementów drzewa ${}_{1o}\mathbf{W}(p)$,

spełniają zasadniczą rolę w algebraizacji mgh z uwagi na jego zastosowanie w cyfrowym badaniu charakterystyk a-c-f.

2.2.3. Macierz rozpływu zmiennych biegunowych macierzowego grafu hybrydowego

Macierz rozpływu zmiennych biegunowych ${}_{1s}\mathbf{B}$ mgh jest utworzona z bloków podmacierzy transformacji zmiennych $\mathbf{T}_{ij}$, przyporządkowanych krawędziom sprzężenia łączącym gałąź ${}_{2}\mathbf{x}_i \in \underset{o}{\mathbf{X}}$ z cięciwą ${}_{2}\mathbf{x}_j \in \overset{o}{\mathbf{X}}$. Podmacierze $\mathbf{T}_{ij}$ rozłożone są w macierzy ${}_{1s}\mathbf{B}$ w i wierszach oraz j kolumnach, gdzie i oznacza liczbę macierzowych gałęzi drzewa $\underset{o}{\mathbf{X}}$ mgh, a j - liczbę macierzowych cięciw przeciwdrzewa $\overset{o}{\mathbf{X}}$ mgh. Każdy blok $\mathbf{T}_{ij}$ macierzy ${}_{1s}\mathbf{B}$ jest niezależnie konstruowany, jak to opisano w podrozdziale 2.1.3 i wstawiany w macierz ${}_{1s}\mathbf{B}$ wraz ze znakiem e_{ij}, wynikającym z zasady cyklomatycznej mgh. Każda bowiem kolumna macierzy ${}_{1s}\mathbf{B}$ wyraża zasadę cyklomatyczną mgh odnośnie do jednego macierzowego cyklu, czyli zawiera współczynniki przekształconego równania algebraicznego zerowania się zmiennych biegunowych w cyklu.

Ogólna postać macierzy ${}_{1s}\mathbf{B}$ mgh jest zatem następująca:

$$
{}_{1s}\mathbf{B} = \begin{array}{c} \\ {}_{2}\mathbf{x}_1 \\ {}_{2}\mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ {}_{2}\mathbf{x}_i \\ \vdots \\ {}_{2}\mathbf{x}_{(n+k)} \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} {}_{2}\mathbf{x}_{((n+k)+1)} & {}_{2}\mathbf{x}_{((n+k)+2)} & {}_{2}\mathbf{x}_j & {}_{2}\mathbf{x}_{(((n+k)+m)+w)} \end{array} \\
\begin{bmatrix}
(eT)_{1,((n+k)+1)} & \cdots & & \cdots \\
(eT)_{2,((n+k)+1)} & \cdots & & \cdots \\
\vdots & & \vdots & \vdots \\
(eT)_{i,((n+k)+1)} & \cdots & (eT)_{i,j} & \cdots \\
\vdots & & \vdots & \vdots \\
(eT)_{(n+k),((n+k)+1)} & & \cdots & (eT)_{(n+k),((n+k)+1)}
\end{bmatrix}
\end{array}
\tag{2.71}
$$

gdzie:

$i \in \langle 1,2,\ldots,(n+k)\rangle$ - wskaźnik macierzowych gałęzi mgh,

$j \in \langle((n+k)+1),\ ((n+k)+2),\ldots,(((nn+k)+m)+w)\rangle$ - wskaźnik macierzowych cięciw mgh,

$(eT)_{ij}$ - macierz $\mathbf{T}_{ij}$ z odpowiednim znakiem e_{ij},

znaczenia symboli n, k, m, w takie, jak przyjęto w podrozdziale 2.1.1.

2.2.4. Macierz rozpływu zmiennych przepływowych macierzowego grafu hybrydowego

Macierz rozpływu zmiennych przepływowych ${}_{2^s}\mathbf{B}$ mgh zbudowana jest z bloków podmacierzy transformacji zmiennych $\mathbf{T}_{ji}$ przyprządkowanych krawędziom sprzężenia, łączącym gałęzie ${}_2\mathbf{x}_i \in \underset{o}{\mathbf{X}}$ z cięciwami ${}_2\mathbf{x}_j \in \overset{o}{\mathbf{X}}$. Podmacierze $\mathbf{T}_{ji}$ rozłożone są w j wierszach oraz i kolumnach, gdzie j oznacza liczbę macierzowych cięciw mgh, a i - liczbę macierzowych gałęzi mgh. Każdy blok $\mathbf{T}_{ji}$ macierzy ${}_{2^s}\mathbf{B}$ konstruowany jest tak, jak to opisano w podrozdziale 2.1.3 i wstawiany w macierz ${}_{2^s}\mathbf{B}$ wraz ze znakiem e_{ji}, wynikającym z zasady odcięć mgh. Każda bowiem kolumna macierzy ${}_{2^s}\mathbf{B}$ wyraża zasadę odcięć mgh odnośnie do gałęzi i drzewa, czyli zawiera współczynniki przekształconego równania algebraicznego zerowania się zmiennych przepływowych w wierzchołku głównym mgh.

Ogólna postać macierzy ${}_{2^s}\mathbf{B}$ mgh jest zatem następująca:

$$
{}_{2^s}\mathbf{B} =
$$

$$
\begin{array}{c}
 \\
{}_2\mathbf{x}_{((n+k)+1)} \\
{}_2\mathbf{x}_{((n+k)+2)} \\
\vdots \\
{}_2\mathbf{x}_j \\
\vdots \\
{}_2\mathbf{x}_{(((n+k)+m)+w)}
\end{array}
=
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc}
{}_2\mathbf{x}_1 & {}_2\mathbf{x}_2 \cdots & {}_2\mathbf{x}_i & \cdots & {}_2\mathbf{x}_{(n+k)}
\end{array} \\
\begin{bmatrix}
(eT)_{((n+k)+1),1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
(eT)_{((n+k)+2),1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
(eT)_{j,1} & \cdot & (eT)_{j,i} & \cdot & \cdot \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
(eT)_{(((n+k)+m)+w),1} & & & & {}_2\mathbf{x}_{(((n+k)+m)+w),(n+k)}
\end{bmatrix}
\end{array}
\tag{2.72}
$$

gdzie oznaczenia e, i, j, n, k, m, w są takie same, jak w przypadku macierzy ${}_{1^s}\mathbf{B}$ (2.71).

Zachodzi wspomniany już związek $\mathbf{B} = \mathbf{L}$

2.2.5. Macierz sztywności cięciw macierzowego grafu hybrydowego

Macierz sztywności cięciw $\overset{o}{W}(p)$ mgh jest diagonalną macierzą współczynników transformat Laplace'a równań konstytutywnych [60] elementów układu mechanicznego, odwzorowanych elementami przeciwdrzewa mgh. W przypadku gdy elementem przeciwdrzewa jest cięciwa reprezentująca wzbudzenia dynamiczne, odpowiadający jej blok macierzy $\overset{o}{W}(p)$ jest macierzą zerową. Ogólnie, macierz $\overset{o}{W}(p)$ jest macierzą diagonalną, zawierającą (m+w) bloków $w_k(p)$, zdefiniowanych w podrozdziale 2.1.1.

Postać macierzy $\overset{o}{W}(p)$ można przedstawić następująco:

$$\overset{o}{W}(p)=\mathrm{diag}[\, w_{((n+k)+1)}(p) \;\vdots\; \ldots \;\vdots\; w_i(p) \;\vdots\; \ldots \;\vdots\; w_{(((n+k)+m)+w)}(p) \,]. \quad (2.73)$$

W przypadku gdy blok $w_i(p)$ reprezentuje sztywność elementu sprężysto-tłumieniowego w przestrzeni, ma on postać:

$$w_i(p) = \mathrm{diag}\,[c_{ix}+b_{ix}p,\ c_{iy}+b_{ky}p,\ c_{iz}+b_{iz}p,\ c_{\varphi_{ix}}+b_{\varphi_{ix}}p,\ c_{\varphi_{iy}}+b_{\varphi_{iy}}p,\ c_{\varphi_{iz}}+b_{\varphi_{iz}}p]; \quad (2.74)$$

W przypadku gdy blok $w_i(p)$ reprezentuje wzbudzenia dynamiczne:

$$w_i(p) = \mathrm{diag}\,[0,0,\ldots,0].$$

2.2.6. Macierz podatności gałęzi drzewa macierzowego grafu hybrydowego

Macierz podatności gałęzi drzewa ${}_{1o}W(p)$ mgh jest diagonalną macierzą współczynników transformat Laplace'a równań konstytutywnych elementów układu mechanicznego, odwzorowanych elementami drzewa mgh. W przypadku gdy elementem drzewa jest gałąź reprezentująca wzbudzenia kinematyczne, odpowiadający jej blok macierzy ${}_{1o}W(p)$ jest macierzą zerową.

Ogólnie, macierz ${}_{1o}W(p)$ jest macierzą diagonalną, zawierającą (n+k) bloków, utworzonych przez n diagonalnych podmacierzy wag inercyjnych elementów masowych oraz k podmacierzy zerowych:

$${}_{1o}W(p)=\mathrm{diag}[(M_1p^2)^{-1} \;\vdots\; (M_2p^2)^{-1} \;\vdots\; \ldots \;\vdots\; (M_np^2)^{-1} \;\vdots\; \ldots \;\vdots\; 0 \;\vdots\; 0 \;\vdots\; \ldots \;\vdots\; 0 \;\vdots\;]. \quad (2.75)$$

Blok $\vdots (M_np^2)^{-1} \vdots$, w przypadku układu przestrzennego, ma postać:

$$(M_np^2)^{-1} = \mathrm{diag}\,[\,(m_np^2)^{-1},\ (m_np^2)^{-1},\ (m_np^2)^{-1},\ (I_{nx}p^2)^{-1},\ (I_{ny}p^2)^{-1},\ (I_{nz}p^2)^{-1}\,]. \quad (2.76)$$

2.2.7. Macierz odcięć sprzężonych macierzowego grafu hybrydowego

W podrozdziale 1.6.5 zdefiniowano niezależne odcięcie mgh. Obecnie zostanie wprowadzona definicja macierzy, wynikającej z tak zdefiniowanego podgrafu mgh.

D e f i n i c j a 2.1. Macierzą odcięć sprzężonych mgh nazywa się macierz ${}_2\mathbf{B} = \left[{}_2b_{pq}\right]_{3s(n+k)\times 3s(n+k+m+w)}$ złożoną z bloków podmacierzy ${}_2b_{pq}$, takich, że:

$$
{}_2b_{pq} = \begin{cases} (eT)_{pq}, & \text{jeżeli łuk } {}_2\mathbf{x}_q \text{ odcięcia p jest gałęzią drzewa } ({}_2\mathbf{x}_q = {}_2\mathbf{x}_p) \\ & \text{mgh, lub cięciwą o orientacji zgodnej (e oznacza znak +),} \\ & \text{lub przeciwnej (e oznacza znak -) do orientacji gałęzi} \\ & \text{względem tego odcięcia, połączoną z gałęzią drzewa} \\ & \text{krawędzią sprzężenia o wadze } T_{pq};\ (T_{pp} = 1), \\ 0 & , \text{ jeśli krawędź } {}_2\mathbf{x}_q \text{ nie wchodzi w odcięcie p,} \end{cases}
$$

s = 1 w przypadku układów płaskich, natomiast s = 2 w przypadku układów przestrzennych.

Zgodnie z definicją 2.1 macierz ${}_2\mathbf{B}$ można zapisać jako:

$$
{}_2\mathbf{B} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n \\ \vdots \\ n+k \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} {}_2\mathbf{x}_1 \ldots & \mathbf{x}_n & \ldots {}_2\mathbf{x}_{n+k} & \ldots {}_2\mathbf{x}_{n+k+m} & & \ldots {}_2\mathbf{x}_{n+k+m+w} \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|c|c|c}
1 \ldots & 0 & \ldots 0 & \ldots T_{1,(n+k+m)} & \ldots T_{1,(n+k+m+w)} \\
0 \ldots & 0 & \ldots 0 & \ldots T_{2,(n+k+m)} & \ldots T_{2,(n+k+m+w)} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 \ldots & 1 & \ldots 0 & \ldots T_{n,(n+k+m)} & \ldots T_{n,(n+k+m+w)} \\
\hline
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 \ldots & 0 & \ldots 1 & \ldots T_{(n+k),(n+k+m)} & \ldots 0
\end{array}\right]
\end{array}
\qquad (2.77)
$$

Zatem macierz odcięć mgh może być zapisana jako:

$$
{}_2\mathbf{B} = \left[\begin{array}{c|c|c|c}
1 & 0 & {}_{20}\mathbf{B}_{11} & {}_{20}\mathbf{B}_{12} \\
\hline
0 & 1 & {}_{20}\mathbf{B}_{21} & 0
\end{array}\right]_{3s(n+k)\times 3s(n+k+m+w)}, \qquad (2.78)
$$

gdzie:

$$
{}_{20}B_{11} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} {}_2x_{(n+k+1)} & {}_2x_{(n+k+2)} & \dots & {}_2x_{(n+k+m)} \end{array} \\
\begin{bmatrix}
T_{1,(n+k+1)} & T_{1,(n+k+2)} & \dots & T_{1,(n+k+m)} \\
T_{2,(n+k+1)} & T_{2,(n+k+2)} & \dots & T_{2,(n+k+m)} \\
\vdots & \vdots & & \\
T_{n,(n+k+1)} & T_{n,(n+k+2)} & \dots & T_{n,(n+k+m)}
\end{bmatrix}
\end{array}, \tag{2.79}
$$

$$
{}_{20}B_{12} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ n \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} {}_2x_{(n+k+m+1)} & {}_2x_{(n+k+m+2)} & \dots & {}_2x_{(n+k+m+w)} \end{array} \\
\begin{bmatrix}
T_{1,(n+k+m+1)} & T_{1,(n+k+m+2)} & \dots & T_{1,(n+k+m+w)} \\
T_{2,(n+k+m+1)} & T_{2,(n+k+2)} & \dots & T_{2,(n+k+m+w)} \\
\vdots & \vdots & & \\
T_{n,(n+k+m+1)} & T_{n,(n+k+2)} & \dots & T_{n,(n+k+m+w)}
\end{bmatrix}
\end{array}, \tag{2.80}
$$

$$
{}_{20}B_{21} = \begin{array}{c} \\ n+1 \\ n+2 \\ \vdots \\ n+k \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} {}_2x_{(n+k+1)} & {}_2x_{(n+k+2)} & & {}_2x_{(n+k+m)} \end{array} \\
\begin{bmatrix}
T_{(n+1),(n+k+1)} & T_{(n+1),(n+k+2)} & \dots & T_{(n+1),(n+k+m)} \\
T_{(n+2),(n+k+1)} & T_{(n+2),(n+k+2)} & \dots & T_{(n+2),(n+k+m)} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
T_{(n+k),(n+k+1)} & T_{(n+k),(n+k+2)} & \dots & T_{(n+k),(n+k+m)}
\end{bmatrix}
\end{array}, \tag{2.81}
$$

znaczenia symboli n,k,m,w takie, jak przyjęto w podrozdziale 2.1.1.

2.2.8. Macierz konturów sprzężonych macierzowego grafu hybrydowego

W podrozdziale 1.6.4 zdefiniowano niezależny kontur mgh. Obecnie zostanie wprowadzona definicja macierzy, wynikającej z tak zdefiniowanego podgrafu mgh.

D e f i n i c j a 2.2. Macierzą konturów sprzężonych mgh nazywamy macierz ${}_3B = \left[{}_3b_{pq} \right]_{3s(m+w)x3s(n+k+m+w)}$ złożoną z bloków podmacierzy ${}_2b_{pq}$, takich, że:

$$
{}_3b_{pq} = \begin{cases}
(eT)_{pq}, & \text{jeżeli łuk } {}_2x_q \text{ konturu sprzężonego p jest cięciwą } {}_2x_p \\
& ({}_2x_q = {}_2x_p), \text{ lub gałęzią o orientacji zgodnej (e oznacza} \\
& \text{znak +), lub przeciwnej (e oznacza znak -) do orientacji} \\
& \text{konturu sprzężonego, generowanej przez orientację} \\
& \text{tworzącej go macierzowej cięciwy } {}_2x_p; \ (T_{pp}=1), \\
0, & \text{gdy krawędź } {}_2x_q \text{ nie jest elementem konturu sprzężonego p,}
\end{cases}
$$

s = 1 w przypadku układów płaskich, natomiast s = 2 w przypadku układów przestrzennych.

Zgodnie z definicją 2.2 macierz ${}_3\mathbf{B}$ można zapisać jako:

$$
{}_3\mathbf{B} = \begin{array}{c}
 \\ (n+k+1) \\ (n+k+2) \\ \vdots \\ (n+k+m) \\ \vdots \\ (n+k+m+w)
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc}
{}_2\mathbf{x}_1 & \cdots & {}_2\mathbf{x}_n & \cdots & {}_2\mathbf{x}_{(n+k)} & \cdots & {}_2\mathbf{x}_{(n+k+m)} \cdots {}_2\mathbf{x}_{(n+k+m+w)}
\end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|ccc|c}
T_{(n+k+1),1} & \cdots & T_{(n+k+1),n} & \cdots & T_{(n+k+1),(n+k)} & 0 \cdots & 0 \\
T_{(n+k+2),1} & \cdots & T_{(n+k+2),n} & \cdots & T_{(n+k+2),(n+k)} & 0 \cdots & 0 \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
T_{(n+k+m),1} & \cdots & T_{(n+k+m),2} & \cdots & T_{(n+k+m),(n+k)} & 1 \cdots & 0 \\
\hline
\vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
T_{(n+k+m+w),1} & \cdots & T_{(n+k+m+w),2} & \cdots & 0 & 0 \cdots & 1
\end{array}\right]
\end{array}
\tag{2.82}
$$

Macierz konturów sprzężonych mgh może być zatem zapisana jako:

$$
{}_3\mathbf{B} = \left[\begin{array}{c|c|c|c}
{}_{30}\mathbf{B}_{11} & {}_{30}\mathbf{B}_{12} & 1 & 0 \\
\hline
{}_{30}\mathbf{B}_{21} & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]_{3s(m+w)\times 3s(n+k+m+w)}, \tag{2.83}
$$

gdzie:

$$
{}_{30}\mathbf{B}_{11} = \begin{array}{c}
 \\ n+k+1 \\ n+k+2 \\ \vdots \\ n+k+m
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc}
{}_2\mathbf{x}_1 & {}_2\mathbf{x}_2 & \cdots & {}_2\mathbf{x}_n
\end{array} \\
\left[\begin{array}{cccc}
T_{(n+k+1),1} & T_{(n+k+1),2} & \cdots & T_{(n+k+1),n} \\
T_{(n+k+2),1} & T_{(n+k+2),2} & \cdots & T_{(n+k+2),n} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
T_{(n+k+m),1} & T_{(n+k+m),2} & \cdots & T_{(n+k+m),n}
\end{array}\right]
\end{array}, \tag{2.84}
$$

$$
{}_{30}\mathbf{B}_{12} = \begin{array}{c}
 \\ n+k+1 \\ n+k+2 \\ \vdots \\ n+k+m
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc}
{}_2\mathbf{x}_{(n+1)} & {}_2\mathbf{x}_{(n+2)} & \cdots & {}_2\mathbf{x}_{(n+k)}
\end{array} \\
\left[\begin{array}{cccc}
T_{(n+k+1),(n+1)} & T_{(n+k+1),(n+2)} & \cdots & T_{(n+k+1),(n+k} \\
T_{(n+k+2),(n+1)} & T_{(n+k+2),(n+2)} & \cdots & T_{(n+k+2),(n+k)} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
T_{(n+k+m),(n+)1} & T_{(n+k+m),(n+2)} & \cdots & T_{(n+k+m),(n+k}
\end{array}\right]
\end{array}, \tag{2.85}
$$

$$
{}_{30}B_{21} = \begin{array}{c} \\ n+k+m+1 \\ n+k+m+2 \\ \vdots \\ n+k+m+w \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} {}_{2}x_{1} & {}_{2}x_{2} & \dots & {}_{2}x_{n} \end{array} \\
\begin{bmatrix}
T_{(n+k+m+1),1} & T_{(n+k+m+1),2} & \dots & T_{(n+k+m+1),n} \\
T_{(n+k+m+2),1} & T_{(n+k+m+2),2} & \dots & T_{(n+k+m+2),n} \\
\vdots & \vdots & & \vdots \\
T_{(n+k+m+w),1} & T_{(n+k+m+w),2} & \dots & T_{(n+k+m+w),n}
\end{bmatrix}
\end{array}, \qquad (2.86)
$$

znaczenia symboli n,k,m,w takie, jak przyjęto w podrozdziale 2.1.1.

Jak można zauważyć, zachodzą związki:

$$
{}_{30}B_{11} = - {}_{20}B^{T}_{11}, \quad {}_{30}B_{12} = - {}_{20}B^{T}_{21}, \quad {}_{30}B_{21} = - {}_{20}B^{T}_{12}. \qquad (2.87)
$$

2.3. GENEROWANIE RÓŻNICZKOWYCH RÓWNAŃ RUCHU UKŁADU MECHANICZNEGO ZE SPRZĘŻENIAMI LINIOWYMI NA PODSTAWIE JEGO MACIERZOWEGO GRAFU HYBRYDOWEGO

W podrozdziale tym wyprowadzono zależności, stanowiące macierzowe formuły generowania różniczkowych równań ruchu układów mechanicznych z liniowymi sprzężeniami, bazujące na mgh, jako modelu założonej klasy obiektów dynamicznych.

W podrozdziale 1.6.1 stwierdzono, że mgh powstaje jedynie w wyniku wzajemnie jednoznacznych odwzorowań struktury układu fizykalnego w strukturę grafu (por. podr. 2.1.1), a dzięki wykazanemu [57] izomorfizmowi pomiędzy układem fizykalnym i grafem liniowym stanowi jego pełny, izomorficzny model sieciowy. Z uwagi jednak na zdefiniowany sposób odwzorowywania i przekształcania współrzędnych układu fizykalnego w mgh, z teoretycznie nieskończonego zbioru podzbiorów możliwych współrzędnych układu [60] wybiera się jeden podzbiór tak zwanych współrzędnych symetrycznych, związanych ze zdefiniowanym drzewem (por. podr. 1.6.2) i przeciwdrzewem (por. podr. 1.6.3) mgh. Współrzędne, przyporządkowane drzewu mgh są więc współrzędnymi naturalnymi, zwanymi również zmiennymi Lagrange'a [60], a drzewo tworzące mgh nazywa się drzewem Lagrange'a mgh. Tak więc liczba niezależnych współrzędnych biegunowych, mających charakter współrzędnych uogólnionych Lagrange'a, jest równa liczbie stopni swobody układu dynamicznego, a zdefiniowany mgh opisuje ruch układu dynamicznego w jego przestrzeni konfiguracji we współrzędnych uogólnionych Lagrange'a.

Macierz współrzędnych biegunowych, opisującą przyjęty model układu, można w każdym przypadku zapisać jako:

$$ {}_{1}S = [\ {}_{11}S \mid {}_{12}S \mid {}_{13}S \mid {}_{14}S\ ]_{1x3s(n+k+m+w)}, \tag{2.88} $$

przy czym znaczenia bloków macierzy ${}_{1}S$ są takie, jak przyjęto w podrozdziale 2.1, czyli:

$[\ {}_{11}S\ ]_{1x3sn}$ - macierz biernych współrzędnych uogólnionych (liniowych przemieszczeń środków mas elementów inercyjnych i ich kątów obrotu względem głównych, centralnych osi bezwładności),

$[\ {}_{12}S\ ]_{1x3sk}$ - macierz czynnych współrzędnych uogólnionych (liniowych i kątowych przemieszczeń, reprezentujących wzbudzenia kinematyczne układu),

$[\ {}_{13}S\ ]_{1x3sm}$ - macierz liniowych i kątowych przemieszczeń elementów sprężysto-tłumieniowych w ich lokalnych układach współrzędnych),

$[\ {}_{14}S\ ]_{1x3sw}$ - macierz liniowych i kątowych przemieszczeń odpowiadających wzbudzeniom dynamicznym układu.

Macierz współrzędnych przepływowych można natomiast przedstawić, jako:

$$ {}_{2}S = [\ {}_{21}S \mid {}_{22}S \mid {}_{23}S \mid {}_{24}S\ ]_{1x3s(n+k+m+w)}, \tag{2.89} $$

gdzie:

$[\ {}_{21}S\ ]_{1x3sn}$ - macierz uogólnionych sił bezwładności elementów inercyjnych,

$[\ {}_{22}S\ ]_{1x3sk}$ - macierz uogólnionych sił, odpowiadających wzbudzeniom kinematycznym układu,

$[\ {}_{23}S\ ]_{1x3sm}$ - macierz uogólnionych sił elementów sprężysto-tłumieniowych,

$[\ {}_{24}S\ ]_{1x3sw}$ - macierz uogólnionych sił wzbudzających układu.

Odpowiednio, macierz operatorowych (por. [60]) sztywności elementów układu przyjmuje postać diagonalnej macierzy blokowej:

$$ [\ W(p)\ ] = \mathrm{diag}[\ {}_{1}W(p) \mid 0 \mid {}_{3}W(p) \mid 0\ ]_{3s(n+k+m+w)x3s(n+k+m+w)}, \tag{2.90} $$

gdzie, w kolejności występowania:

$\mathrm{diag}[\ {}_{1}W(p)\ ]_{3snx3sn}$ - macierz operatorowych sztywności dynamicznych elementów inercyjnych,

$\mathrm{diag}[\ 0\ ]_{3skx3sk}$ - zerowa macierz, odpowiadająca wzbudzeniom kinematycznym,

$\mathrm{diag}[\ {}_{3}W(p)\ ]_{3smx3sm}$ - macierz operatorowych sztywności elementów sprężysto-tłumieniowych układu,

$\mathrm{diag}[\ 0\ ]_{3swx3sw}$ - zerowa macierz, odpowiadająca wzbudzeniom dynamicznym.

Macierzowe równanie biegunowe układu przyjmie więc postać:

$$[\ {}_{11}S \mid 0 \mid {}_{13}S \mid 0\ ]\mathrm{diag}[\ {}_{1}W(p) \mid 0 \mid {}_{3}W(p) \mid 0\ ] = [\ {}_{21}S \mid 0 \mid {}_{23}S \mid 0\ ]. \tag{2.91}$$

W takim ujęciu zasadę cyklomatyczną mgh (2.68) można przedstawić następująco:

$$[\ {}_{11}S \mid {}_{12}S \mid {}_{13}S \mid {}_{14}S\ ] \left[\begin{array}{c:c:c:c} {}_{30}B_{11} & {}_{30}B_{12} & 1 & 0 \\ \hdashline {}_{30}B_{21} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]^{T} = 0, \tag{2.92}$$

a zasadę wierzchołkową mgh (2.69) - jako:

$$[\ {}_{21}S \mid {}_{22}S \mid {}_{23}S \mid {}_{24}S\ ] \left[\begin{array}{c:c:c:c} 1 & 0 & {}_{20}B_{11} & {}_{20}B_{12} \\ \hdashline 0 & 1 & {}_{20}B_{21} & 0 \end{array}\right]^{T} = 0. \tag{2.93}$$

Zasadę wierzchołkową można rozpisać również w postaci:

$$[\ [\ {}_{21}S \mid 0 \mid {}_{23}S \mid 0\ ] + [\ 0 \mid {}_{22}S \mid 0 \mid {}_{24}S\ ]\ ] \left[\begin{array}{c:c} 1 & 0 \\ \hdashline 0 & 1 \\ \hdashline {}_{20}B^{T}_{11} & {}_{20}B^{T}_{21} \\ \hdashline {}_{20}B^{T}_{12} & 0 \end{array}\right] = 0, \tag{2.94}$$

a po uwzględnieniu równania biegunowego (2.91)

$$[[\ {}_{11}S \mid 0 \mid {}_{13}S \mid 0\ ][\ W(p)\ ] + [\ 0 \mid {}_{22}S \mid 0 \mid {}_{24}S\ ]] \left[\begin{array}{c:c} 1 & 0 \\ \hdashline 0 & 1 \\ \hdashline {}_{20}B^{T}_{11} & {}_{20}B^{T}_{21} \\ \hdashline {}_{20}B^{T}_{12} & 0 \end{array}\right] = 0, \tag{2.95}$$

czyli:

$$[\ {}_{11}S \mid 0 \mid {}_{13}S \mid 0\ ][\ W(p)\ ] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ {}_{20}B^T_{11} & {}_{20}B^T_{21} \\ {}_{20}B^T_{12} & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ [\ 0 \mid {}_{22}S \mid 0 \mid {}_{24}S\ ] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ {}_{20}B^T_{11} & {}_{20}B^T_{21} \\ {}_{20}B^T_{12} & 0 \end{bmatrix} = 0. \qquad (2.96)$$

W wyniku przeprowadzonych przekształceń zasada wierzchołkowa przyjmie postać:

$$[\ {}_{11}S \mid 0 \mid {}_{13}S \mid 0\ ][\ W(p)\ ] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ {}_{20}B^T_{11} & {}_{20}B^T_{21} \\ {}_{20}B^T_{12} & 0 \end{bmatrix} + [[\ 0 \mid {}_{22}S\ ] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} +$$

$$+ [\ 0 \mid {}_{24}S\ ] \begin{bmatrix} {}_{20}B^T_{11} & {}_{20}B^T_{21} \\ {}_{20}B^T_{12} & 0 \end{bmatrix} = 0. \qquad (2.97)$$

Z zasady cyklomatycznej mgh (2.92) wynika:

$$[\ {}_{11}S\ ][\ {}_{30}B^T_{11}\ ] + [\ {}_{12}S\ ][\ {}_{30}B^T_{12}\ ] + [\ {}_{13}S\ ][\ 1\ ] = 0, \qquad (2.98)$$

czyli:

$$[\ {}_{13}S\ ] = -\ [\ {}_{11}S\ ][\ {}_{30}B^T_{11}\ ] - [\ {}_{12}S\ ][\ {}_{30}B^T_{12}\ ], \qquad (2.99)$$

a zatem:

$$[\ {}_{13}S\ ] = -[\ {}_{11}S \ \vdots\ {}_{12}S\ ]\begin{bmatrix} {}_{30}B^T_{11} \\ \hline {}_{30}B^T_{12} \end{bmatrix}, \tag{2.100}$$

a pamiętając o związkach (2.87), otrzymuje się:

$$[\ {}_{13}S\ ] = [\ {}_{11}S \ \vdots\ {}_{12}S\ ]\begin{bmatrix} {}_{20}B_{11} \\ \hline {}_{20}B_{21} \end{bmatrix}, \tag{2.101}$$

przez co macierz biernych zmiennych biegunowych można wyrazić jako:

$$[\ {}_{11}S \ \vdots\ 0 \ \vdots\ {}_{13}S \ \vdots\ 0\ ] = [\ {}_{11}S \ \vdots\ {}_{12}S\ ]\left[\begin{array}{c:c:c:c} 1 & 0 & {}_{20}B_{11} & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & {}_{20}B_{21} & 0 \end{array}\right]. \tag{2.102}$$

Podstawiając (2.102) do (2.97) uzyskuje się układ macierzowych równań różniczkowych ruchu układu dynamicznego z liniowymi sprzężeniami:

$$[\ {}_{11}S \ \vdots\ {}_{12}S\ ]\left[\begin{array}{c:c:c:c} 1 & 0 & {}_{20}B_{11} & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & {}_{20}B_{21} & 0 \end{array}\right][\ W(p)\ ]\left[\begin{array}{c:c} 1 & 0 \\ \hdashline 0 & 1 \\ \hdashline {}_{20}B^T_{11} & {}_{20}B^T_{21} \\ \hdashline {}_{20}B^T_{12} & 0 \end{array}\right] +$$

$$+ [[\ 0 \ \vdots\ {}_{22}S\ ]\left[\begin{array}{c:c} 1 & 0 \\ \hdashline 0 & 1 \end{array}\right] + [\ 0 \ \vdots\ {}_{24}S\ ]\left[\begin{array}{c:c} {}_{20}B^T_{11} & {}_{20}B^T_{21} \\ \hdashline {}_{20}B^T_{12} & 0 \end{array}\right] = 0. \tag{2.103}$$

gdzie: $p \equiv \frac{d}{dt}$.

W przypadku układów swobodnych macierz odcięć mgh ${}_2B$ (2.78) przyjmuje postać:

$$ {}_{2}B = \left[1 \;\vdots\; {}_{20}B_{11} \right]_{3sn \times 3s(n+m)}, \tag{2.104} $$

macierz cyklomatyczna mgh (2.83):

$$ {}_{3}B = \left[{}_{30}B_{11} \;\vdots\; 1 \right]_{3sm \times 3s(n+m)}, \tag{2.105} $$

macierz zmiennych biegunowych mgh (2.88):

$$ {}_{1}S = [\; {}_{11}S \;\vdots\; {}_{13}S \;]_{1 \times 3s(n+m)}, \tag{2.106} $$

macierz zmiennych przepływowych mgh (2.89):

$$ {}_{2}S = [\; {}_{21}S \;\vdots\; {}_{23}S \;]_{1 \times 3s(n+m)}, \tag{2.107} $$

a macierz sztywności układu diag[W(p)] ma wymiar 3s(n+m)x3s(n+m).

Zasada cyklomatyczna mgh w postaci macierzowej (2.92) przyjmuje wtedy postać:

$$ [\; {}_{11}S \;\vdots\; {}_{13}S \;] \left[{}_{30}B_{11} \;\vdots\; 1 \right]^{T} = 0, \tag{2.108} $$

zasada wierzchołkowa (2.93) przyjmuje postać:

$$ [\; {}_{21}S \;\vdots\; {}_{23}S \;] \left[1 \;\vdots\; {}_{20}B_{11} \right]^{T} = 0, \tag{2.109} $$

a równanie biegunowe (2.91) jest następujące:

$$ [\; {}_{11}S \;\vdots\; {}_{13}S \;][\; W(p) \;] = [\; {}_{21}S \;\vdots\; {}_{23}S \;]. \tag{2.110} $$

W tym przypadku zasada wierzchołkowa mgh układu swobodnego (2.109) z uwzględnieniem równania biegunowego (2.2.110) ma postać:

$$ [\; {}_{11}S \;\vdots\; {}_{13}S \;][\; W(p) \;] \left[1 \;\vdots\; {}_{20}B_{11} \right]^{T} = 0. \tag{2.111} $$

Z zasady cyklomatycznej (2.108) wynika:

$$ [\; {}_{11}S \;][\; {}_{30}B_{11}^{T} \;] + [\; {}_{13}S \;][\; 1 \;] = 0, \tag{2.112} $$

czyli:

$$ [\; {}_{13}S \;] = [\; {}_{11}S \;] \left[{}_{20}B_{11} \right]. \tag{2.113} $$

przez co można zapisać:

$$[\ {}_{11}S \ \vdots\ {}_{13}S\ ] = [\ {}_{11}S\ ]\left[\ 1 \ \vdots\ {}_{20}B_{11}\ \right]. \tag{2.114}$$

Podstawiając równanie (2.114) do równania (2.111) uzyskuje się:

$$[\ {}_{11}S\ ]\left[\ 1 \ \vdots\ {}_{20}B_{11}\ \right][\ W(p)\ ]\left[\ 1 \ \vdots\ {}_{20}B_{11}\ \right]^T = 0. \tag{2.115}$$

Biorąc pod uwagę (2.104), układ różniczkowych równań ruchu układu swobodnego przyjmuje postać:

$$[\ {}_{11}S\ ]\left[\ {}_{2}B\ W(p)\ {}_{2}B^T\ \right] = 0. \tag{2.116}$$

Łatwo zauważyć, że równanie charakterystyczne układu ze sprzężeniami liniowymi, dostarczające rozwiązań w postaci częstości drgań własnych, ma postać:

$$\det\left[\ {}_{2}B\ W(p)\ {}_{2}B^T\ \right] = 0. \tag{2.117}$$

Tak więc, biorąc pod uwagę możliwość cyfrowego generowania macierzy ${}_{2}B$, ${}_{3}B$, $W(p)$, a także macierzy zmiennych biegunowych i przepływowych układu na podstawie jego mgh, uzyskuje się sposób numerycznego generowania równań ruchu i równań charakterystycznych założonej klasy układów.

Należy zauważyć, że blok podmacierzy $[\ {}_{11}S\ ]_{1\times 3sn}$ jest macierzą współrzędnych uogólnionych głównych, w których energia kinetyczna E_k i energia potencjalna E_p układu wyrażają się poprzez proste formy kwadratowe:

$$E_k = \frac{1}{2}\ [\ {}_{11}\dot{S}\ ][\ M\ ][\ {}_{11}\dot{S}\ ]^T, \tag{2.118}$$

$$E_p = \frac{1}{2}\ [\ {}_{13}S\ ][\ C\ ][\ {}_{13}S\ ]^T, \tag{2.119}$$

Forma kwadratowa:

$$R = \frac{1}{2}\ [\ {}_{13}\dot{S}\ ][\ B\ ][\ {}_{13}\dot{S}\ ]^T \tag{2.120}$$

wyraża natomiast funkcję Rayleigha układu, gdzie: $[\ M\ ]$ jest diagonalną

macierzą parametrów inercyjnych układu, [C] jest diagonalną macierzą sztywności elementów sprężystych układu, a [B] - diagonalną macierzą współczynników tłumienia wiskotycznego elementów tłumieniowych w układzie.

Pamiętając o macierzowej postaci zasady cyklomatycznej (2.92) energię potencjalną można zapisać jako:

$$E_p = \frac{1}{2}\,[\,{}_{11}S \;\vdots\; {}_{12}S\,]\begin{bmatrix} {}_{30}B^T_{11} \\ \hdashline {}_{30}B^T_{12} \end{bmatrix}[\,C\,]\left[[\,{}_{11}S \;\vdots\; {}_{12}S\,]\begin{bmatrix} {}_{30}B^T_{11} \\ \hdashline {}_{30}B^T_{12} \end{bmatrix}\right]^T, \qquad (2.121)$$

a funkcję Rayleigha jako:

$$R = \frac{1}{2}\,[\,{}_{11}\dot{S} \;\vdots\; {}_{12}\dot{S}\,]\begin{bmatrix} {}_{30}B^T_{11} \\ \hdashline {}_{30}B^T_{12} \end{bmatrix}[\,B\,]\left[[\,{}_{11}\dot{S} \;\vdots\; {}_{12}\dot{S}\,]\begin{bmatrix} {}_{30}B^T_{11} \\ \hdashline {}_{30}B^T_{12} \end{bmatrix}\right]^T. \qquad (2.122)$$

W tym sensie zdefiniowany graf, jako model struktury dynamicznej układu można uważać za macierzowy graf hybrydowy w postaci Lagrange'a [7].

Przykład wygenerowania różniczkowych równań ruchu modelu robota IRb-6 przedstawioną metodą zamieszczono w dodatku D.5.

Należy podkreślić, że wprowadzony, zdefiniowany i zalgebraizowany macierzowy graf hybrydowy stanowi rozwinięcie, a zarazem uproszczenie swego pierwowzoru - grafu hybrydowego. Jednoznaczna odpowiedniość elementów obiektu fizykalnego i krawędzi mgh, a także jedynie cztercelementowy zbiór podstawowych niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych tego grafu zdecydowanie ułatwia stosowanie metody, nawet w przypadku dużej złożoności modelowanych obiektów. Brak konieczności tworzenia i algebraizowania mgh pozwala Użytkownikowi metody praktycznie nie pamiętać, że podstawą badania dynamiki przyjętej klasy układów jest abstrakcyjny obiekt, nazwany macierzowym grafem hybrydowym.

3. TRANSFORMACJE MACIERZOWEGO GRAFU HYBRYDOWEGO W MACIERZOWY GRAF PRZEPŁYWOWY

3.1. PODSTAWOWA METODA TRANSFORMACJI MACIERZOWEGO GRAFU HYBRYDOWEGO W MACIERZOWY GRAF PRZEPŁYWOWY

Podstawą zastosowań mgh w badaniu drgań złożonych układów dynamicznych jest transformacja mgh w mgp typu Masona. Transformacja ta jest możliwa po dokonaniu następujących przekształceń i klasyfikacji wprowadzonych już macierzy zmiennych biegunowych i macierzy zmiennych przepływowych:

$[\,{}_{11}S \;\vdots\; 0\,]$ - wierszowa macierz współrzędnych uogólnionych układu,

$[\,0 \;\vdots\; {}_{12}S\,]$ - wierszowa macierz wymuszeń kinematycznych układu,

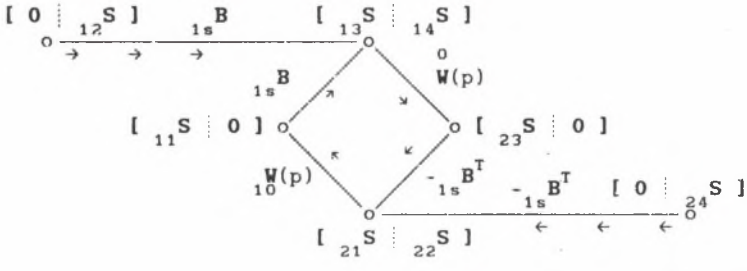
$[\,{}_{13}S \;\vdots\; {}_{14}S\,]$ - wierszowa macierz zmiennych biegunowych cięciw mgh,

$[\,{}_{23}S \;\vdots\; 0\,]$ - wierszowa macierz zmiennych przepływowych cięciw mgh,

$[\,0 \;\vdots\; {}_{24}S\,]$ - wierszowa macierz wymuszeń dynamicznych układu,

$[\,{}_{21}S \;\vdots\; {}_{22}S\,]$ - wierszowa macierz zmiennych przepływowych elementów drzewa mgh.

Biorąc pod uwagę wprowadzone zasady cyklomatyczną i wierzchołkową oraz algebraizację mgh, można wykazać, że każdy mgh transformuje się w odpowiadający mu mgp o następującej postaci, jak na rys. 3.1:

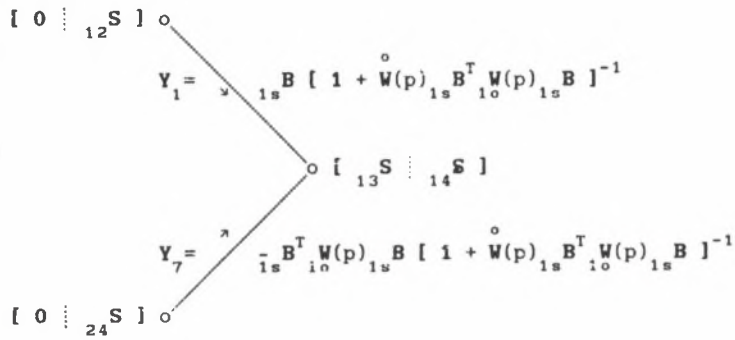


Rys. 3.1. Ogólna postać macierzowego grafu przepływowego po transformacji macierzowego grafu hybrydowego

Fig. 3.1. General form of a matrix flow graph after the matrix hybrid graph transformation

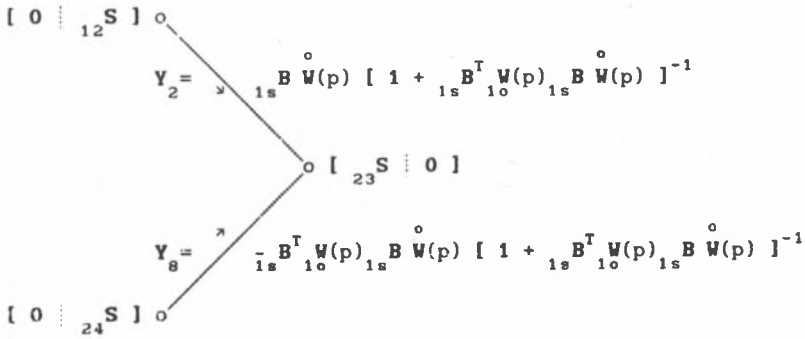
Na rys. 3.1 oznaczono dodatkowo przez ${}_{1o}W(p)$ diagonalną macierz podatności dynamicznych elementów drzewa mgh, natomiast przez $\overset{o}{W}(p)$ macierz sztywności dynamicznych wszystkich cięciw mgh.

Jak łatwo zauważyć, przedstawiony na rys. 3.1 mgp jest typowym grafem Masona z pętlą, o wyróżnionych dwóch wejściach (wierzchołkach źródłach) i możliwych do wyróżnienia czterech wyjściach (wierzchołkach upustach). Taki graf można zredukować do następujących czterech grafów prostych (rys. 3.2. + 3.5).



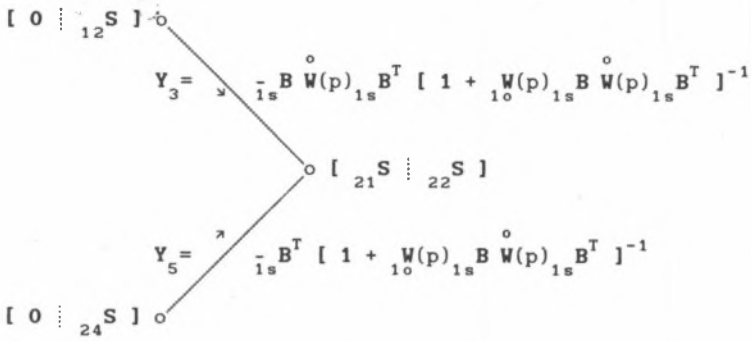
Rys. 3.2. Zredukowana postać mgp

Fig. 3.2. Reduced form of mfg



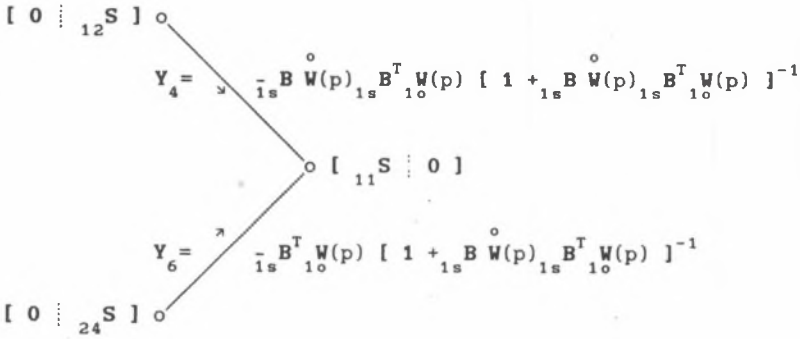
Rys. 3.3. Zredukowana postać mgp

Fig. 3.3. Reduced form of mfg



Rys. 3.4. Zredukowana postać mgp

Fig. 3.4. Reduced form of mfg



Rys. 3.5. Zredukowana postać mgp

Fig. 3.5. Reduced form of mfg

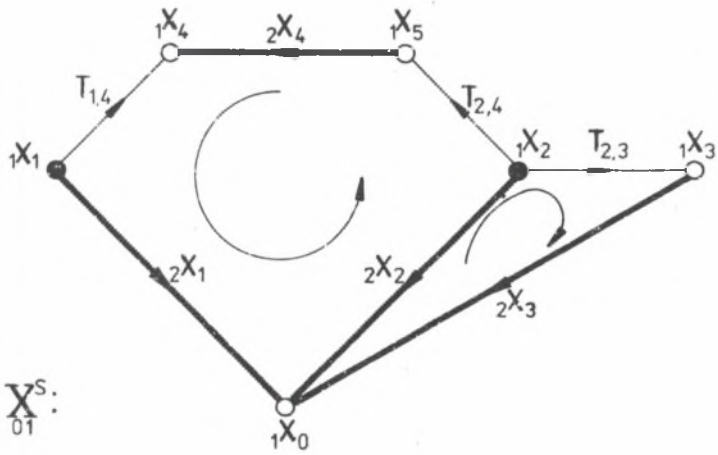
Tak zredukowane mgp dostarczają poszukiwanych formuł, wyrażających macierzowe charakterystyki dynamiczne badanego, drgającego układu mechanicznego, a stanowiących macierzowe wagi odpowiednich prostych ścieżek tych grafów. Wagi te na rys. 3.2 do 3.5 ponumerowano odpowiednio od Y_1 do Y_8. Tak zorganizowane zbiory danych o badanym układzie są z jednej strony łatwo dostępne poprzez automatyczne tworzenie i algebraizację mgh, zaś z drugiej strony stanowią czytelny algorytm cyfrowego wyznaczania charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych drgających układów mechanicznych.

3.2. SPECJALNE METODY TRANSFORMACJI MACIERZOWEGO GRAFU HYBRYDOWEGO W MACIERZOWY GRAF PRZEPŁYWOWY

3.2.1. Metoda fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej w zastosowaniu do macierzowych grafów hybrydowych

Przyjmijmy, że podstawą analizy jest model fenomenologiczny **M** swobodnego układu dynamicznego (nie poddanego wzbudzeniu). Zgodnie z algorytmem przedstawionym w rozdziale 2 dokonuje się transformacji modelu **M** w mgh $\underset{01}{X}$.

W celu ustalenia uwagi przyjmijmy, że uzyskany mgh składa się z dwóch (w takim przypadku jedynie możliwych) niezależnych konturów sprzężonych (nks), jak na rys. 3.6.



Rys. 3.6. Przykład mgh utworzonego z dwóch nks

Fig. 3.6. Example of mhg generated from two ico

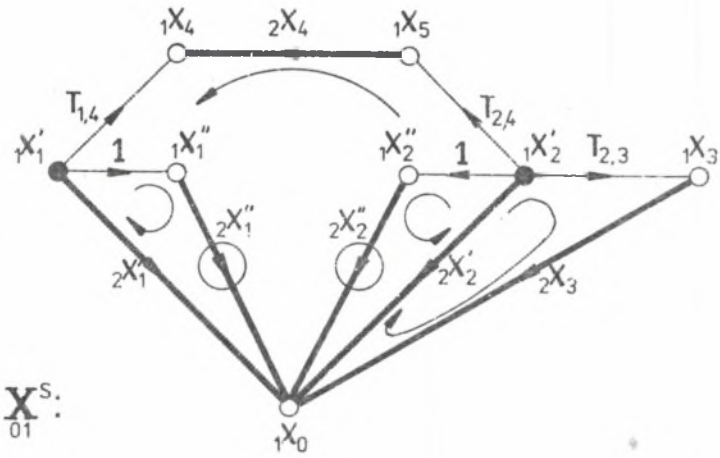
Graf z rys. 3.6 zawiera drzewo $\underset{o}{X} = \{ {}_2x_1, {}_2x_2 \}$, przeciwdrzewo $\overset{o}{X} = \{ {}_2x_3, {}_2x_4 \}$ oraz krawędzie sprzężenia $T = \{ T_{1,4}, T_{2,5}, T_{2,3} \}$. Macierz rozpływu zmiennych biegunowych $\underset{1}{B}^s$ tego grafu ma postać:

$$
{}_1^{s}B = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cc} 3 & 4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|c} 0 & -T_{1,4} \\ \hline T_{2,3} & T_{2,5} \end{array}\right] \end{array}. \tag{3.1}
$$

Macierz sztywności dynamicznych cięciw jest diagonalną macierzą podmacierzy sztywności elementów ${}_2\mathbf{x}_3$ i ${}_2\mathbf{x}_4$, a macierz podatności dynamicznych gałęzi drzewa jest diagonalną macierzą podmacierzy podatności dynamicznych elementów ${}_2\mathbf{x}_1$ i ${}_2\mathbf{x}_2$.

Dokonujemy teraz równoległego rozszczepienia każdej macierzowej gałęzi ${}_2\mathbf{x}_j$, (j=1,2) na krawędzie $<{}_2\mathbf{x}_j', {}_2\mathbf{x}_j''>$ tak, by krawędzie ${}_2\mathbf{x}_j''$ posiadały jedynie przyporządkowane macierze zmiennych biegunowych ${}_1S_{wj}$, równe tożsamościowo macierzom zmiennych biegunowych gałęzi ${}_2\mathbf{x}_j'$ drzewa (przy zerowej macierzy zmiennych przepływowych). Taka operacja jest możliwa poprzez połączenie wierzchołków gałęzi ${}_2\mathbf{x}_j'$ drzewa mgh z wierzchołkami krawędzi ${}_2\mathbf{x}_j''$, (j=1,2) za pomocą krawędzi sprzężenia o wagach 1.

W każdym utworzonym w ten sposób konturze sprzężonym będzie spełniona zasada cyklomatyczna (por. podr.2.4.1), przy niezakłóconym rozpływie zmiennych przepływowych w każdym węźle ${}_1\mathbf{x}_j'$ (por. podr.2.4.2). Graf z rys. 3.6, po omówionych przekształceniach, przyjmie postać jak na rys. 3.7.

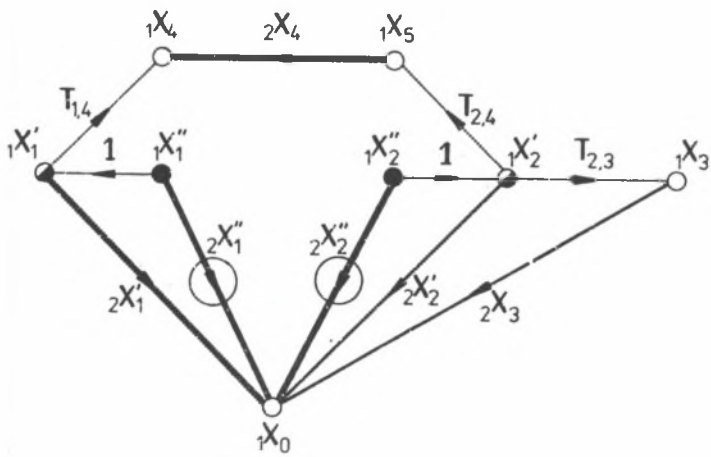


Rys. 3.7. Przykład mgh z rys. 3.6 po równoległym rozszczepieniu gałęzi
Fig. 3.7. Example of mhg (fig. 3.6) after the parallel split of tree branches

Kolejne przekształcenie grafu z rys. 3.7 polega na dokonaniu inwersji dwóch macierzowych łuków podgrafu przepływowego o wagach jednostkowych T = 1. Z uwagi na to, że inwersja łuku grafu przepływowego o wadze 1 nie zmienia wartości tej wagi po inwersji, przekształcony graf posiada jedynie drzewo $X_0''=\{{}_2x_1'', {}_2x_2''\}$ składające się z gałęzi, posiadających przyporządkowane jedynie macierze zmiennych biegunowych, równe tożsamościowo macierzom zmiennym biegunowym elementów inercyjnych układu swobodnego (współrzędnym uogólnionym). Gałęzie te można traktować jako macierzowe krawędzie czynne o wagach zwanych fikcyjnymi źródłami zmiennych biegunowych układu. Omówione przekształcenie prowadzi do pojawienia się w grafie wierzchołków pośrednich (rys. 3.8a).

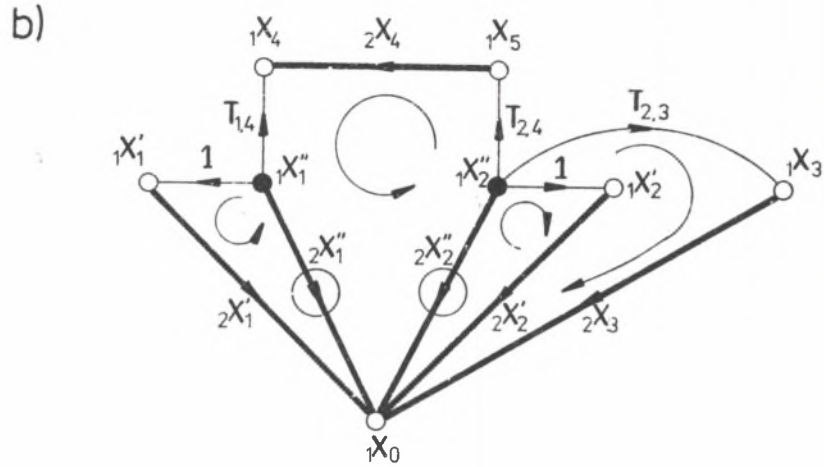
Proste przekształcenie równoległe macierzowych łuków przepływowych umożliwia uzyskanie ostatecznej postaci mgh z drzewem fikcyjnych źródeł zmiennych biegunowych (rys. 3.8 b).

a)



Rys. 3.8a. Przekształcony mgh z rys. 3.7 z wierzchołkami pośrednimi

Fig. 3.8a. Transformed mhg (fig. 3.7) with indirect vertexes



Rys. 3.8b. Przekształcony mgh z rys. 3.7 z drzewem fikcyjnych źródeł zmiennych biegunowych

Fig. 3.8b. Transformed mhg (fig. 3.7) with imaginary sources of polar variables of a tree

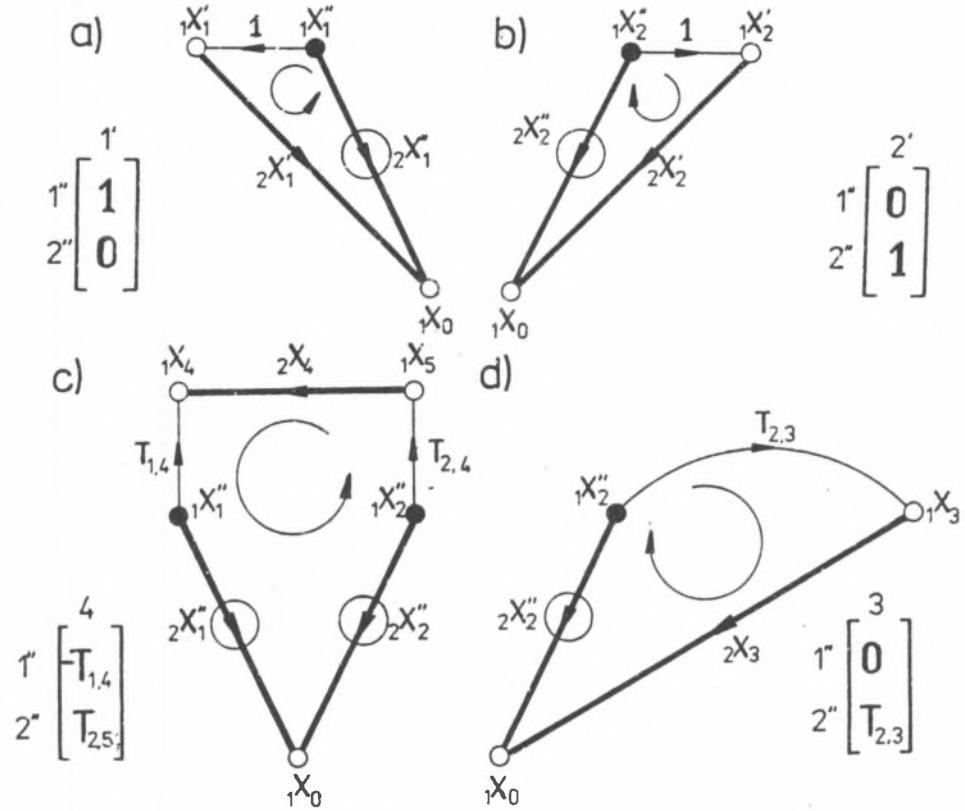
Tak przekształcony mgh opisuje teraz macierz rozpływu zmiennych biegunowych w postaci:

$$
{}_1^{s}B = \begin{array}{c} \\ 1'' \\ 2'' \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc} 1' & 2' & 3 & 4 \end{array} \\
\left[\begin{array}{c:c:c:c}
1 & 0 & 0 & -T_{1,4} \\
0 & 1 & T_{2,3} & T_{2,5}
\end{array}\right]
\end{array}, \tag{3.2}
$$

a macierz sztywności dynamicznych cięciw składa się z diagonalnych podmacierzy macierzy sztywności dynamicznych wszystkich elementów modelu, natomiast macierz podatności dynamicznych gałęzi drzewa zeruje się.

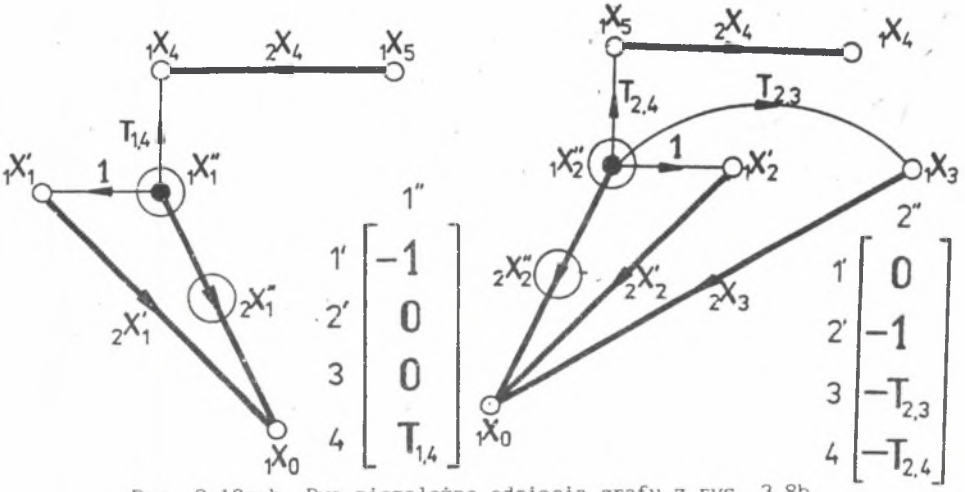
Wyróżnione cztery nks grafu z rys. 3.8b przedstawiono na rys. 3.9 a,b,c,d, uzupełniając dla ilustracji każdy nks generowaną przez niego kolumną macierzy rozpływu zmiennych biegunowych mgh.

Odpowiadające grafowi z rys. 3.8b dwa odcięcia pokazano na rys. 3.10a,b.



Rys. 3.9a,b,c,d. Wyróżnione niezależne kontury sprzężone mgh z rys. 3.8b

Fig. 3.9a,b,c,d. Independent coupled outlines of mhg (fig. 3.8b)

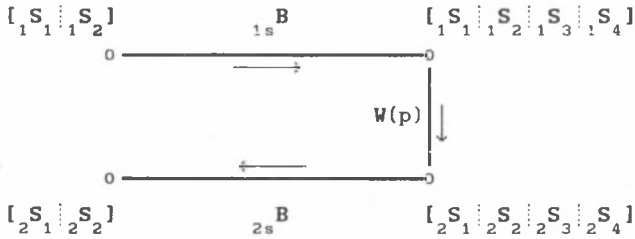


Rys. 3.10a,b. Dwa niezależne odcięcia grafu z rys. 3.8b

Fig. 3.10a,b. Two independent cuts of the graph (Fig. 3.8b)

Podobnie jak na rys. 3.9, na rys. 3.10 zapisano obok odcięć mgh odpowiadające im kolumny macierzy rozpływu zmiennych przepływowych ${}_{2s}B$ spełniającej warunek ${}_{2s}B = -{}_{1s}B^T$.

Przeprowadzając transformację mgh z rys.3.8 b w mgp X_{11}, uzyskuje się graf przepływowy bez pętli (rys. 3.11), a dokonując redukcji i inwersji grafu przepływowego bez pętli z rys. 3.11 otrzymuje się ścieżkę prostą mgp (rys. 3.12).



Rys. 3.11. Macierzowy graf przepływowy bez pętli, jako efekt transformacji mgh z rys. 3.8b

Fig. 3.11. Matrix signal flow graph without loops as a result of the transformation of mhg (fig. 3.8b)

Rys. 3.12. Uzyskana po redukcji i inwersji ścieżka prosta mgp z rys. 3.11

Fig. 3.12. Simple path of mfg (fig. 3.11) as a result of reduction and inversion

Inwersja ścieżki prostej mgp z rys.3.11 jest równoznaczna z założeniem, że wzbudzeniami w układzie są wzbudzenia przepływowe odziałujące na elementy ${}_2x_1$ i ${}_2x_2$, a odpowiedziami - zmienne biegunowe tych elementów. Transmitancja ścieżki prostej grafu z rys. 3.12 jest więc zespoloną funkcją podatności dynamicznej badanego układu, a przedstawione podejście upraszcza proces numerycznej analizy dynamicznej w przyjętej klasie zadań.

3.2.2. Metoda fikcyjnych źródeł zmiennej przepływowej w zastosowaniu do macierzowych grafów hybrydowych

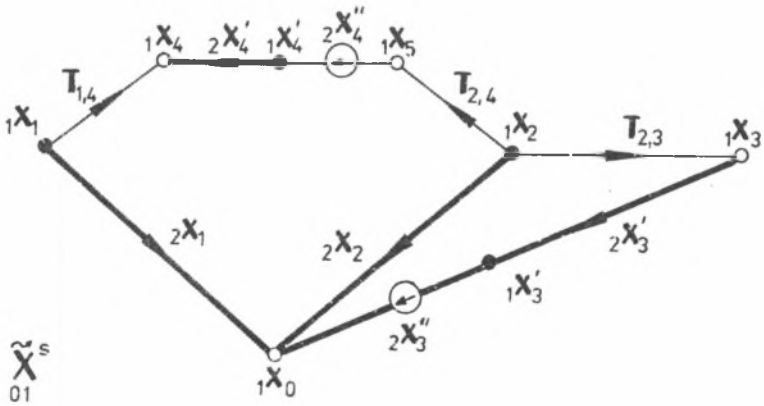
Omówiona w rozdziale 3.2.1 metoda fzzb umożliwia poszukiwanie charakterystyk dynamicznych układu pomiędzy dowolnym wyjściem i przepływowym wzbudzeniem. Upraszcza ona zarówno sposób przygotowania bazy danych, jak i sam proces obliczeń, przez zmniejszenie liczby wykonywanych operacji arytmetycznych.

Obecnie sformułowana zostanie kolejna metoda, nazwana metodą fikcyjnych źródeł zmiennej przepływowej (fzzp) mgh, umożliwiająca wyznaczanie zespolonych funkcji przejścia układu między zbiorem możliwych do przyjęcia wzbudzeń biegunowych a dowolnym zbiorem odpowiedzi. Podobnie jak w przypadku metody fzzb, podstawą analizy jest model fenomenologiczny **M** swobodnego układu dynamicznego (nie poddany żadnym wzbudzeniom). Zgodnie z algorytmem przedstawionym w rozdziale 2 dokonuje się transformacji swobodnego modelu **M** układu dynamicznego w mgh $\underset{o1}{X}^{s}$. W celu ustalenia uwagi, podobnie jak w podrozdziale 3.2.1 przyjmujemy, że uzyskany mgh składa się z dwóch jedynie w takim przypadku możliwych konturów sprzężonych, jak na rys. 3.6.

Graf $\underset{o1}{X}^{s}$ z rys. 3.6 utworzony jest z drzewa $\underset{o}{X} = \{ {}_2x_1, {}_2x_2 \}$, przeciwdrzewa $\overset{o}{X} = \{ {}_2x_3, {}_2x_4 \}$ oraz zbioru krawędzi sprzężenia $T = \{ T_{1,4}, T_{2,5}, T_{2,3} \}$.

Z kolei należy dokonać szeregowego rozszczepienia każdej macierzowej cięciwy ${}_2x_i$, (i=3,4) mgh na dwie krawędzie ${}_2x'_i$ oraz ${}_2x''_i$ tak, by krawędzie ${}_2x''_i$ posiadały jedynie przyporządkowane macierze zmiennych przepływowych ${}_2S''_{wi}$.

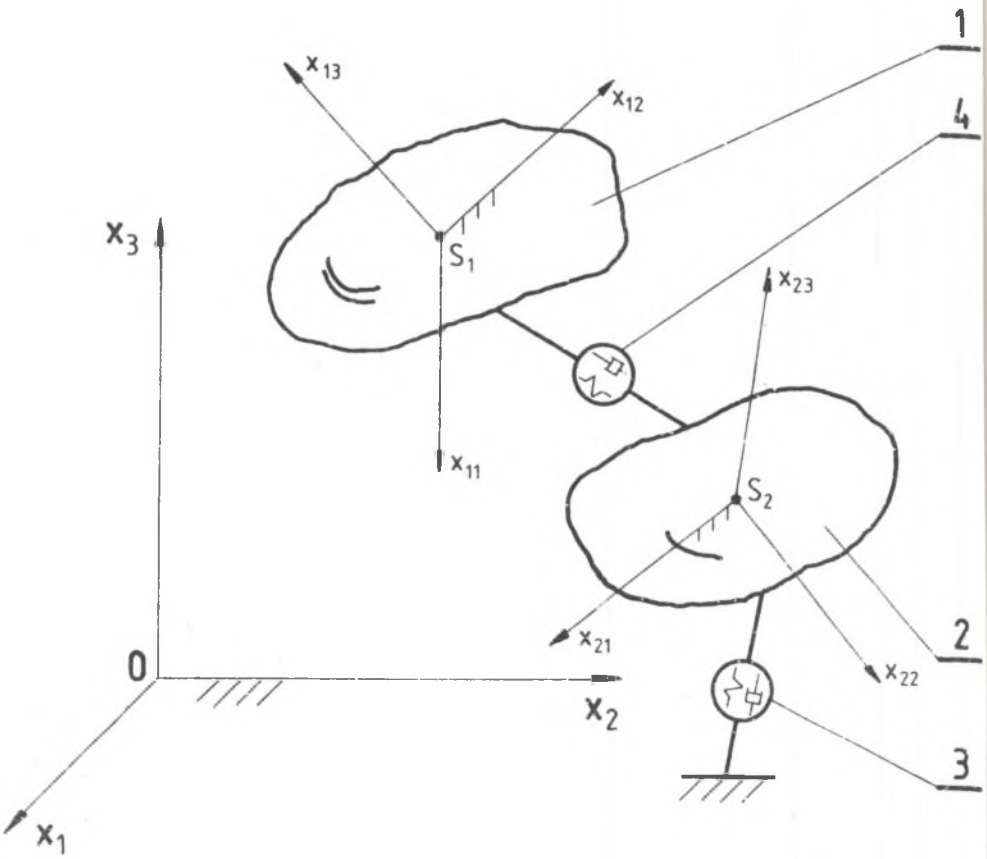
Graf $\underset{o1}{X}^{s}$ z rys. 3.6 przyjmie wtedy postać jak na rys. 3.13.



Rys. 3.13. Przykład mgh z wprowadzonymi fikcyjnymi źródłami zmiennej przepływowej

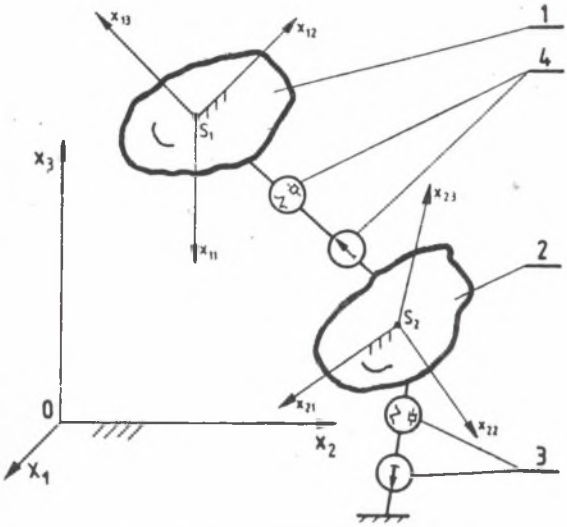
Fig. 3.13. Example of mhg with the introduced imaginary sources of a flow variable

Wyróżnione w ten sposób krawędzie ${}_2x_3''$ i ${}_2x_4''$, posiadające te same zmienne przepływowe co krawędzie ${}_2x_3'$ i ${}_2x_4'$ (zgodnie z zasadą odcięć w węzłach ${}_1x_4''$ i ${}_1x_3''$), traktuje się jako fikcyjne źródła zmiennej przepływowej (fzzp) grafu X_{01}^{s}, czyli jako fikcyjne wymuszenia przepływowe modelu dynamicznego (fikcyjne siły uogólnione w podukładzie mechanicznym). Fizykalna interpretacja podukładu mechanicznego układu dynamicznego nie jest w takich przypadkach oczywista i wymaga dodatkowego omówienia. Na rys. 3.14 przedstawiono model mechanicznego podukładu, którego graf zamieszczono na rys. 3.6. Odpowiadający mu model z wprowadzonymi fzzp pokazano na rys. 3.15.



Rys. 3.14. Schemat mechanicznego podukładu modelu M o mgh jak na rys. 3.6

Fig. 3.14. Diagram of the mechanical subsystem M model with mhg as in fig. 3.6

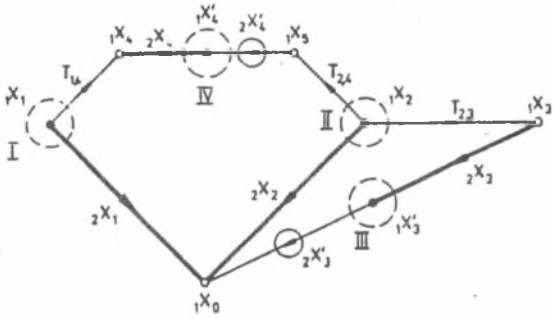


Rys. 3.15. Schemat mechanicznego podukładu modelu **M** z wprowadzonymi fzzp o mgh jak na rys. 3.13

Fig. 3.15. Diagram of the mechanical subsystem M model with the introduced isfv with mhg as in fig. 3.13

Należy zauważyć, że o ile wzbudzenie ${}_2S_{w3}'$ jest modelem zewnętrznego oddziaływania dynamicznego między ostoją a elementem c_3, to wzbudzenie ${}_2S_{w4}'$ jest modelem wewnętrznego oddziaływania pomiędzy elementem inercyjnym m_2 a elementem sprężystym c_4. Przekształcony mgh z rys. 3.13 umożliwia taki wybór drzewa $\underset{o}{X}$, by jego elementami były krawędzie, reprezentujące wszystkie rzeczywiste elementy modelu **M**, czyli $\underset{o}{X} = \{ {}_2x_1, {}_2x_2, {}_2x_3, {}_2x_4 \}$. W ten sposób przeciwdrzewo mgh jest zbiorem macierzowych krawędzi fzzp, czyli $\overset{o}{X} = \{ {}_2x_3', {}_2x_4' \}$.

Graf $\underset{o1}{X}^s$ z rys. 3.13 z wyróżnionym drzewem $\underset{o}{X}$ zamieszczono na rys. 3.16.



Rys. 3.16. Graf podukładu mechanicznego z rys. 3.15 z wyróżnionym drzewem $\underset{o}{X}$

Fig. 3.16. Graph of the mechanical subsystem (fig. 3.15) with tree **X** pointed out

Dokonane przekształcenie prowadzi do zredukowanego opisu macierzowego, z uwagi na to, że macierz wag sztywności dynamicznych elementów przeciwdrzewa $\overset{o}{X}$ jest zerowa, a macierz wag sztywności elementów drzewa zawiera wszystkie sztywności dynamiczne rzeczywistych elementów modelu **M**.

W rozważanym przykładzie będzie to:

$$\underset{o}{W} = [\ m_1 p^2 \ \vdots\ m_2 p^2 \ \vdots\ c_3 \ \vdots\ c_4\ ]. \tag{3.3}$$

Macierz rozpływu zmiennych biegunowych ${}_1^s\mathbf{B}$ grafu $\underset{o1}{X}^s$ z rys. 3.16 ma teraz postać:

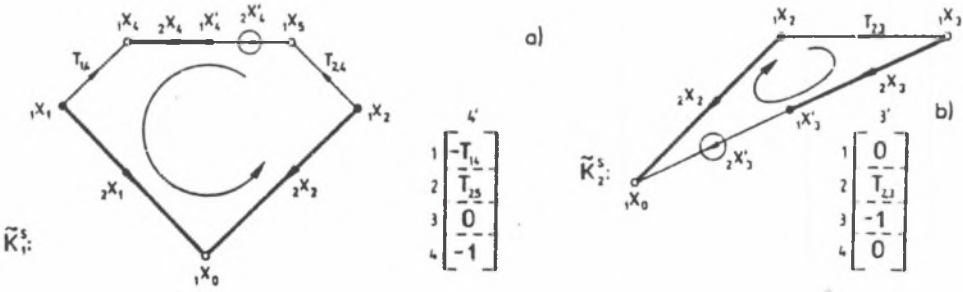
$$ {}_1^s\mathbf{B} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 3' & 4' \end{array} \\ \left[\begin{array}{c:c} 0 & -T_{1,4} \\ T_{2,3} & T_{2,5} \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{array}\right] \end{array}, \tag{3.4}$$

a odpowiadająca jej macierz rozpływu zmiennych przepływowych ${}_2^s\mathbf{B}$, równa co do wartości przeciwnej macierzy transponowanej ${}_1^s\mathbf{B}$, jest następująca:

$$ {}_2^s\mathbf{B} = -\,{}_1^s\mathbf{B}^T = \begin{array}{c} \\ 3' \\ 4' \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{c:c:c:c} 0 & -T_{2,3} & 1 & 0 \\ \hdashline T_{1,4} & -T_{2,5} & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array}. \tag{3.5}$$

Macierze ${}_1^s\mathbf{B}$ i ${}_2^s\mathbf{B}$ wynikają bezpośrednio z zasady macierzowych konturów sprzężonych i zasady odcięć sprzężonych mgh.

Wyróżnione dwa kontury sprzężone grafu z rys. 3.16 przedstawiono na rys. 3.17a,b.



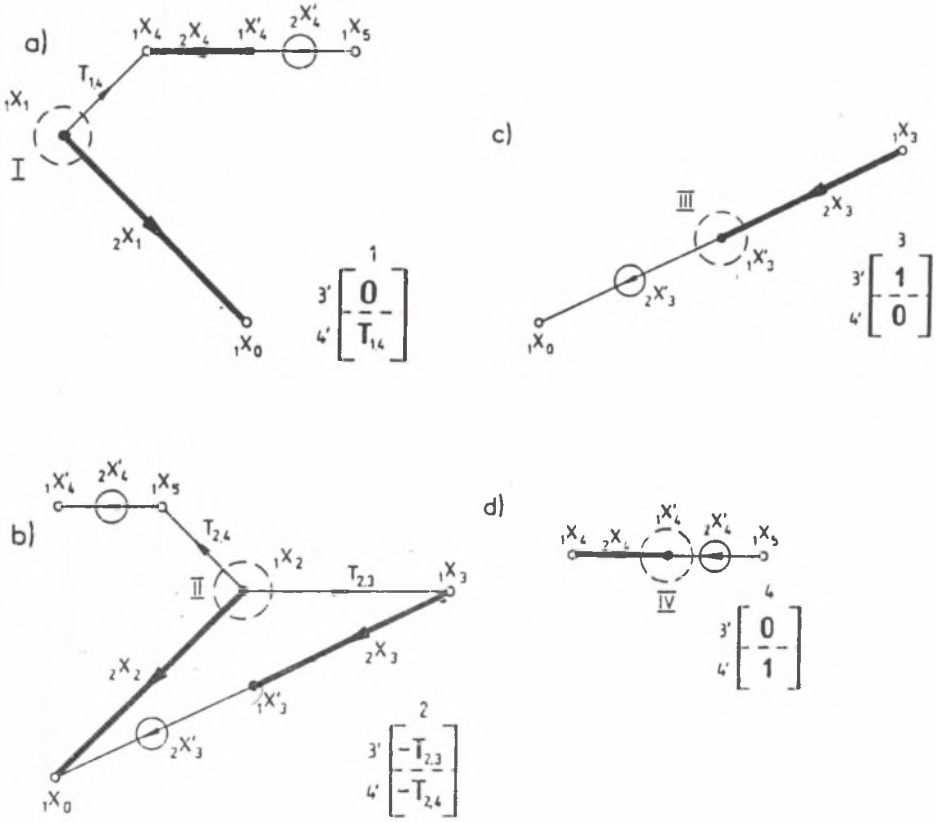
Rys. 3.17 a,b. Wyróżnione macierzowe kontury sprzężone (nks) grafu z wprowadzonymi fikcyjnymi źródłami zmiennej przepływowej z rys. 3.16

Fig. 3.17 a,b. Matrix coupled outlines of a graph with the introduced imaginary sources of the flow variables (fig. 3.16)

Na rys. 3.17 a,b zaznaczono w macierzowych konturach sprzężonych K_1^s i K_2^s ich kierunki obiegu, wskazywane przez przyjęty zwrot cięciwy (${}_2x_4'$ w K_1^s i ${}_2x_3'$ w K_2^s). Zgodnie z zasadą macierzowych konturów sprzężonych mgh zmienna biegunowa cięciwy wyrażona jest przez zmienne biegunowe gałęzi drzewa konturu z wagami:

1 - gdy przejście od cięciwy do gałęzi drzewa nie wymaga przejścia przez krawędź sprzężenia o wadze innej niż 1,

$T_{i,j}$ - gdy przejście od cięciwy do gałęzi drzewa konturu wymaga przejścia przez krawędź sprzężenia o wadze T_{ij} różnej od 1. Obok konturów K_1^s i K_2^s, na rys. 3.17a i b zapisano odpowiednie kolumny macierzy rozpływu zmiennych biegunowych ${}_1^sB$. Wyróżnione cztery odcięcia mgh z rys. 3.16 przedstawiono na rys. 3.18 a,b,c,d.

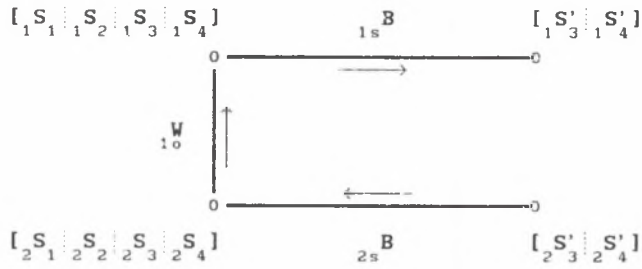


Rys. 3.18a,b,c,d. Wyróżnione cztery odcięcia mgh z rys. 3.16

Fig. 3.18a,b,c,d. Four mhg cuts (fig. 3.16)

Przy każdym z czterech wyróżnionych odcięć mgh na rys. 3.18a,b,c,d zapisano generowaną przez to odcięcie jedną kolumnę macierzy ${}_{2s}B$.

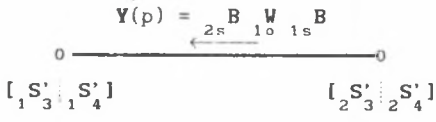
Dokonując transformacji mgh X^{s}_{oi} z rys.3.16 w macierzowy graf przepływowy (mgp) X_{11} uzyskuje się graf, jak na rys. 3.19.



Rys. 3.19. Macierzowy graf przepływowy z rys. 3.13 z wprowadzonymi fikcyjnymi źródłami zmiennej przepływowej (fzzp)

Fig. 3.19. Matrix signal flow graph (fig. 3.13) with fiction sources of the flow variable

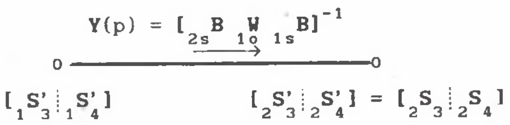
Zatem mgp uzyskany przez transformację mgh z fikcyjnymi źródłami zmiennych przepływowych nie zawiera pętli i tworzy ścieżkę prostą o wadze, Y'(p) (rys. 3.20).



Rys. 3.20. Ścieżka prosta mgp, uzyskanego przez transformację mgh z fzzp

Fig. 3.20. Simple path mfg as a result of the mhg transformation with fsfv

Inwersja ścieżki prostej mgp z rys.3.20 jest równoznaczna z przyjęciem, że wzbudzeniami w układzie z rys. 3.13 są zmienne biegunowe elementów 3' i 4', a zatem są to wzbudzenia biegunowe działające na układ w przyjętych miejscach 3' i 4'. Odpowiedzią jest zatem macierz zmiennych przepływowych, odpowiadających tym wzbudzeniom, czyli tożsamościowo jej równa macierz zmiennych przepływowych rzeczywistych elementów 3 i 4 układu, połączonych szeregowo z założonymi wzbudzeniami 3' i 4'. Wynik omówionego przekształcenia ilustruje rys. 3.21.



Rys. 3.21. Inwersja ścieżki prostej mgp z rys. 3.20
Fig. 3.21. Inverted simple path of mfg (fig. 3.20)

Tak więc, zauważając jeszcze, że ${}_{2s}B = -{}_{1s}B^{T}$, funkcja

$$Y(p) = [-{}_{1s}B^{T}\,{}_{1o}W(p)\cdot{}_{1s}B]^{-1} \tag{3.6}$$

reprezentuje zbiór transmitancji układu dynamicznego pomiędzy zbiorem wszystkich możliwych wzbudzeń biegunowych oraz generowanym przez nie zbiorem zmiennych przepływowych - sił uogólnionych w elementach sprężysto-tłumieniowych podukładu mechanicznego. Dysponując zbiorem odpowiedzi układu w postaci zmiennych przepływowych elementów układu dynamicznego, łatwo wyznaczyć - znając ich podatności dynamiczne - zmienne biegunowe elementów inercyjnych układu mechanicznego. Tak więc możliwe jest znalezienie pełnego zbioru charakterystyk dynamicznych układu poprzez zastosowanie - do modelu układu swobodnego - metody fzzb i fzzp mgh. Odnośny program numeryczny zawiera zatem jedynie dwie ścieżki, przy czym wprowadzanie zbiorów danych o układzie dynamicznym do mikrokomputera nie zależy od wyboru metody fzzb czy fzzp.

4. OPROGRAMOWANIE METODY MACIERZOWYCH GRAFÓW HYBRYDOWYCH BADANIA CHARAKTERYSTYK AMPLITUDOWO-CZĘSTOŚCIOWO-FAZOWYCH DRGAJĄCYCH UKŁADÓW DYNAMICZNYCH

Utworzone w niniejszej pracy oprogramowanie zostało tak zaprojektowane, by maksymalnie uprościć Użytkownikowi sposób posługiwania się nim. W tym celu cały pakiet programów podzielono na specjalistyczne segmenty.

Przyjęto dwie koncepcje oprogramowania omówionej metody, różniące się sposobem wprowadzania danych cyfrowych, dotyczących analizowanego układu.

Koncepcja pierwsza polega na konwersacyjnej współpracy Użytkownika oprogramowania z pakietem podczas tworzenia bazy danych. Wydaje się, że w przypadku zastosowania tego oprogramowania w dydaktyce takie funkcjonowanie programu ułatwia zrozumienie fizykalnej istoty jego działania, a z uwagi na niewielką złożoność laboratoryjnych zadań dydaktycznych nie stanowi nadmiernego utrudnienia. Użytkownik segmentu, nazwanego tu BAZA-D, odpowiada na stawiane przez program pytania dotyczące:

- sposobu wprowadzania danych (dysk lub klawiatura),
- rodzaju rozwiązywanego zagadnienia (płaskie lub przestrzenne),
- sposobu wprowadzania kątów położenia osi elementów inercyjnych, sprężysto-tłumieniowych, wzbudzeń biegunowych i wzbudzeń dynamicznych mechanicznego podukładu układu dynamicznego,
- liczby elementów inercyjnych, liczby wyróżnionych wymuszeń biegunowych, liczby elementów sprężysto-tłumieniowych, liczby wymuszeń dynamicznych,
- wartości mas i momentów bezwładności elementów inercyjnych,
- liczby elementów sprężysto-tłumieniowych i wzbudzeń dynamicznych zaczepionych na kolejnym elemencie inercyjnym układu,
- kątów między lokalnymi układami współrzędnych koincydentnych elementów, wartości liczbowych sprężystości i tłumienia przyjętych do obliczeń elementów modelu układu dynamicznego,
- zakresu częstości OMEGA badanej charakterystyki oraz numeru ścieżki wyznaczania odpowiedniej charakterystyki dynamicznej układu.

Koncepcja druga polega na edycyjnym tworzeniu bazy danych liczbowych

w postaci tablicy, w której odpowiednie wiersze i kolumny zostały zarezerwowane dla określonych parametrów układu. Ta koncepcja istotnie upraszcza etap tworzenia numerycznej bazy danych dla segmentu obliczeniowego, z uwagi na niezależne od właściwego programu tworzenie tablicy danych cyfrowych. W przypadku dużych układów o wielu elementach, przy złożonej konfiguracji geometrycznej, taki sposób wprowadzania danych pozwala, z uwagi na dużą przejrzystość, łatwo kontrolować poprawność ich zapisywania oraz wprowadzać niezbędne zmiany i korekty. Tworzenie dużych zbiorów liczbowych może być w takim przypadku rozłożone w czasie, a przygotowanie wielowariantowych zestawów danych do obliczeń badanego układu może polegać na prostym kopiowaniu zbiorów i wprowadzaniu wymaganych zmian parametrów.

4.1. WERSJA KONWERSACYJNEGO TWORZENIA BAZY DANYCH O UKŁADZIE

Omawiany w tym podrozdziale pakiet oprogramowania w swej wstępnej wersji został opracowany w ramach Centralnego Programu Badawczo-Rozwojowego 7.1 [40]. Z uwagi na jego ówczesne przeznaczenie do wyznaczania zespolonych charakterystyk dynamicznych robotów przemysłowych, pakiet nazwano G-ROBOT. Pakiet ten rozłożono na specjalistyczne segmenty, jak BAZA-D, GRAF-H, GRAF-W oraz uzupełniono go standardowym programem graficznym PLOTMIN.

4.1.1. Segment BAZA-D

Segment BAZA-D służy do utworzenia zbioru danych cyfrowych reprezentujących parametry inercyjne, sprężysto-tłumiące i strukturalne obiektu, a także do wizualizacji struktury dynamicznej układu w postaci niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych mgh. W wyniku zainicjowania działania segmentu BAZA-D Użytkownik dokonuje wyboru sposobu wprowadzania danych (dysk lub klawiatura), rodzaju rozwiązywanego zadania (płaskie lub przestrzenne) i sposobu wprowadzania kątów położenia osi elementów inercyjnych i sprężysto-tłumiących układu (kąty pomiędzy osiami elementów lub kąty Eulera). Wprowadzanie danych o badanym układzie dynamicznym sprowadza się do podawania odpowiedzi na stawiane przez program pytania odnośnie do liczby elementów inercyjnych, liczby wyróżnionych wymuszeń biegunowych, liczby elementów sprężystych i tłumiących oraz wymuszeń dynamicznych. Z kolei, w zależności od rodzaju rozpatrywanego zagadnienia, zostaje zadane pytanie o wartości mas i momentów bezwładności elementów

inercyjnych obiektu badań. Następnie zostaje zidentyfikowana liczba elementów sprężysto-tłumiących i wzbudzeń dynamicznych zaczepionych na kolejnym elemencie inercyjnym układu. Segment zapamiętuje numery tych elementów w przyjętym modelu oraz odpowiednie kąty pomiędzy osiami lokalnych układów współrzędnych. Ponadto segment identyfikuje współrzędne przyłożenia elementów sprężystych, tłumiących i wzbudzeń dynamicznych w lokalnych układach współrzędnych elementów inercyjnych. Segment sprawdza też kąty, pod jakimi nachylone są osie wzbudzeń biegunowych do odpowiednich osi elementów sprężystych i tłumiących. Następnie należy podać wartości liczbowe sprężystości i tłumienia przyjętych do obliczeń elementów modelu układu. Etap wprowadzania danych kończy się pytaniem o zakres częstości OMEGA badanej charakterystyki oraz o numer ścieżki wyznaczania odpowiedniej charakterystyki dynamicznej. Uruchomienie obliczeń segmentu BAZA-D (klawisz F3) powoduje samoczynne utworzenie macierzy rozpływu zmiennych biegunowych, macierzy sztywności dynamicznych cięciw i podatności dynamicznych gałęzi drzewa mgh układu. Użycie klawisza F4 umożliwia wygenerowanie graficznej postaci niezależnych konturów sprzężonych mgh.

W dodatku D.4 zamieszczono schemat blokowy funkcjonowania segmentu BAZA-D (rys. D.4.1) oraz schematy działania wyróżnionych na rys. D.4.1 trzech bloków decyzyjnych (rys. D.4.2, D.4.3 i D.4.4). Na rys. D.4.5 pokazano używane przez segment BAZA-D moduły rysunkowe tworzenia niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych macierzowego grafu hybrydowego, a na rys. D.4.6 a,b,c - uproszczony schemat bloku wprowadzania danych algorytmu z rys. D.4.1.

4.1.2. Segment GRAF-H

Segment GRAF-H wykonuje obliczenia na utworzonych przez segment BAZA-D bazach danych i bazach parametrów sterujących. Wyznaczone proste charakterystyki dynamiczne zapisywane są z odpowiednimi nagłówkami w zbiorze wynikowym o nazwie ustalonej przez Użytkownika w pierwszym kroku działania segmentu. Utworzony przez segment GRAF-H zbiór wynikowy jest zbiorem danych wejściowych ostatniego segmentu pakietu G-ROBOT i stanowi podstawę dalszych obliczeń, mających na celu sterowaną przez Użytkownika obróbkę wyników. Schemat blokowy segmentu GRAF-H przedstawiono na rys. D.4.7 (dodatek D.4).

4.1.3. Segment GRAF-W

Segment GRAF-W został opracowany na bazie wstępnie utworzonego programu w ramach realizacji pracy naukowo-badawczej [40] (por. rys. 3.8, s.100 w [40]), natomiast istotą jego działania jest komunikowanie się z Użytkownikiem, celem wyboru rodzaju wyznaczanych charakterystyk, a także możliwość współpracy w pakiecie z bazą wynikową segmentu GRAF-H.

Przyciśnięcie klawisza ESC powoduje przejście segmentu do działania, którego pierwszym krokiem jest pytanie o numer ścieżki (NSC = 1,2,3 lub 4), z których pierwsza wylicza proste charakterystyki amplitudowo-częstościowo-fazowe (NSC = 1), druga - amplitudę odpowiedzi układu na wzbudzenie dynamiczne bądź kinematyczne, będące procesem poliharmonicznym (NSC = 2), a trzecia - funkcję odpowiedzi układu na jednoczesne działanie na układ N wymuszeń dynamicznych i M wymuszeń biegunowych (NSC = 3). Podanie parametru NSC = 4 kończy obliczenia i powoduje powrót do systemu operacyjnego mikrokomputera.

W przypadku wyboru NSC = 1 program oczekuje odpowiedzi na pytanie o numer zrealizowanej przez segment GRAF-H ścieżki (IY), indeks wzbudzenia (I) i indeks poszukiwanej odpowiedzi (J). W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskuje się pięć zbiorów wynikowych (od dan1.plt do dan5.plt), zawierających odpowiednio zorganizowane zbiory danych wejściowych do standardowego programu graficznego, umożliwiającego przedstawienie wyników obliczeń w postaci wykresów.

Zbiory te zawierają następujące funkcje:

- dan1.plt - funkcja modułu zespolonej charakterystyki a-c-f od częstości MODY(OMEGA),
- dan2.plt - decybelowa funkcja modułu zespolonej charakterystyki a-c-f od częstości MODYDB(OMEGA),
- dan3.plt - funkcja kąta przesunięcia fazowego zespolonej charakterystyki a-c-f od częstości FIY(OMEGA),
- dan4.plt - fazowa postać funkcji a-c-f AIMAGY(REALY),
- dan5.plt - funkcja zmian części rzeczywistej charakterystyki a-c-f REALY od częstości OMEGA - REALY(OMEGA), przy czym kolumna lewa stanowi zbiór zmiennych niezależnych, a kolumna prawa - zbiór wartości funkcji.

W ten sposób Użytkownik otrzymuje wykresy charakterystyk amplitudowo-częstościowych w skali naturalnej, bądź decybelowej, a także wykresy kątów przesunięcia fazowego.

W przypadku wyboru NSC = 2 i zidentyfikowania ścieżki segmentu GRAF-H

(IY), segment GRAF-W oczekuje informacji o liczbie składowych harmonicznych założonego procesu poliharmonicznego wzbudzenia dynamicznego lub kinematycznego (N), indeksie miejsca przyłożenia tego wzbudzenia w układzie (I), indeksie miejsca poszukiwanej odpowiedzi (J) oraz amplitudach ALFA(II) poszczególnych składowych procesu poliharmonicznego i numerach KOM(II) kolejnych wartości OMEGA przyjętych w obliczeniach segmentu GRAF-H, (II = 1,2,...N). W wyniku obliczeń tej ścieżki programu Użytkownik otrzymuje wartość - w jednostkach naturalnych - zespolonej amplitudy wybranej odpowiedzi układu (zmiennej biegunowej bądź przepływowej elementu drzewa lub przeciwdrzewa mgh), jako odpowiedź na wzbudzenie kinematycznym lub dynamicznym procesem poliharmonicznym.

W przypadku NSC = 3 następuje identyfikacja numerów IY ścieżek segmentu GRAF-H, w których zrealizowano niezbędne obliczenia (należy podać jedynie mniejszy z dwóch numerów w parze), indeksu miejsca odpowiedzi układu (J), liczby wymuszeń przepływowych działających jednocześnie na układ (N), liczby jednocześnie działających wymuszeń biegunowych (M) oraz amplitud ALFA(II), kątów fazowych FIALFA(II), indeksów miejsc działania N wzbudzeń przepływowych IALFA(II), (II = 1,2,...,N), a także amplitud BETA(II), kątów fazowych FIBETA(II) i indeksów miejsc działania M wzbudzeń biegunowych IBETA(II), (II = 1,2,...,M). Po wykonaniu obliczeń w tej ścieżce segmentu GRAF-W Użytkownik otrzymuje - podobnie jak w przypadku NSC = 1 - pięć zbiorów wyników dan1.plt do dan5.plt, zawierających przygotowane do programu graficznego PLOTMIN współrzędne charakterystyk amplitudowo-częstościowych odpowiedzi w wybranym punkcie struktury dynamicznej układu na jednoczesne działanie N wymuszeń przepływowych i M wymuszeń biegunowych. Opisane komunikaty segmentu GRAF-W przedstawiono w tablicy 4.1, a schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W zamieszczono na rys. D.4.8 (dodatek D.4).

4.1.4. Wymagania sprzętowe i instalacja

Pliki wykonania zaimplementowane są na komputery klasy IBM PC XT oraz AT, wyposażone w koprocesor arytmetyczny i twardy dysk, z uwagi na duże wymiary zbiorów wynikowych. Wszystkie pliki pakietu należy umieścić we wspólnym katalogu, w którym będą przechowywane i w którym będą wykonywane obliczenia.

Tablica 4.1

SEGMENT GRAF-W PRZETWARZANIA WYNIKÓW SEGMENTU GRAF-H
Proszę podać nazwę zbioru z wynikami segmentu GRAF-H: Proszę podać numer ścieżki segmentu GRAF-W NOBL=1 - proste charakterystyki dynamiczne robota, NOBL=2 - amplituda odpowiedzi robota na wzbudzenie procesem poliharmonicznym, NOBL=3 - funkcja odpowiedzi robota na jednoczesne działanie N wymuszeń dynamicznych i M wymuszeń kinematycznych, NOBL=4 - zakończenie obliczeń segmentu GRAF-W
NOBL=1 Podaj IY - numer ścieżki segmentu GRAF-H, I - indeks wzbudzenia w układzie robota, J - indeks odpowiedzi w układzie robota,
NOBL=2 Podaj IY - numer ścieżki segmentu GRAF-H, N - liczbę składowych harmonicznych, I - indeks wzbudzenia w układzie robota, J - indeks odpowiedzi w układzie robota, [ALFA(II),KOM(II),II=1,N] - amplitudy kolejnych N składowych i numery kolejnych OMEGA z segmentu GRAF-H,
NOBL=3 Podaj IY - numer ścieżki segmentu GRAF-H (mniejszy z dwóch IY w danej parze, J - indeks odpowiedzi w układzie robota, N - liczbę wymuszeń dynamicznych, M - liczbę wymuszeń kinematycznych, [ALFA(II),FIALFA(II),IALFA(II),II=1,N] - amplitudy, kąty fazowe i indeksy N wzbudzeń dynamicznych, [BETA(II),FIBETA(II),IBETA(II),II=1,M] - amplitudy, kąty fazowe i indeksy M wzbudzeń kinematycznych,

4.2. WERSJA EDYCYJNEGO WPROWADZANIA ZBIORU DANYCH CYFROWYCH O UKŁADZIE

Jak już wcześniej wspomniano, edycyjne wprowadzanie danych cyfrowych o badanym układzie dynamicznym umożliwia wcześniejsze (poprzedzające właściwe posługiwanie się pakietem GRAHYB przy użyciu szybkiego mikrokomputera typu np. Super AT z koprocesorem arytmetycznym) przygotowanie zbioru danych za pomocą dowolnego mikrokomputera zgodnego z IBM PC z edytorem ekranowym (np. ne.exe). Nie blokuje się więc dostępu do szybkiego komputera w procesie wprowadzania informacji o badanym obiekcie. Utworzony plik o przyjętej nazwie z rozszerzeniem *.dat można przenieść do katalogu, w którym zainstalowany jest pakiet GRAHYB i dokonać właściwych obliczeń.

4.2.1. Pakiet GRAHYB

Aby zastosować pakiet GRAHYB do analizy drgań dowolnego, złożonego układu dynamicznego, należy wykonać następujący ciąg czynności wstępnych:

1. Przyjąć model fenomenologiczny układu dynamicznego.

2. Wyznaczyć w jednostkach SI:
   - masy m i momenty bezwładności I elementów inercyjnych układu,
   - sprężystości liniowe c i skrętne c_φ części sprężystych obiektu,
   - tłumienia liniowe b i skrętne b części tłumiących elementów układu.

3. Zdefiniować lokalne układy współrzędnych każdego elementu inercyjnego oraz sprężysto-tłumieniowego. Odnośnie do elementów inercyjnych najwygodniej jest przyjąć jako ich osie współrzędnych - główne centralne osie bezwładności.

4. Określić współrzędne zaczepienia elementów sprężysto-tłumieniowych w lokalnych układach współrzędnych elementów inercyjnych, z którymi są incydentne. Należy również określić kąty φ pomiędzy osiami lokalnych układów współrzędnych połączonych ze sobą elementów lub kąty Eulera, realizujące obrót układów. Za dodatnie należy przyjąć kąty skierowane przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

5. Ponumerować wszystkie elementy modelu układu dynamicznego. Numerację należy przeprowadzić w następującej kolejności:
   - elementy inercyjne,
   - wymuszenia kinematyczne,
   - elementy sprężysto-tłumieniowe,
   - wymuszenia przepływowe.

6. Ostatnimi informacjami, które należy wprowadzić, są:
   - wartość początkowa częstości OMM,
   - przyrost częstości DELOMM,
   - liczba kroków LKROK do wykonania przez program podczas wyliczania zadanej charakterystyki dynamicznej (w każdym kroku zostaje wyznaczona macierz wartości wszystkich charakterystyk dynamicznych obiektu w danej ścieżce segmentu obliczeniowego, po podstawieniu danej wartości częstości OMEGA),
   - numer ścieżki segmentu obliczeniowego IY (IY = 1,2,..,8), odpowiadającej funkcjom a-c-f Y1, Y2,...,Y8, które mają być zrealizowane przez segment obliczeniowy (w pozycji numeru ścieżki należy podać wartość logiczną 1-realizować lub 0 - pominąć).

Za pomocą wymienionych funkcji Y1, Y2, ..., Y8 transformuje się odpowiednio:

Y1 - wymuszenia biegunowe układu w zmienne przepływowe elementów sprężysto-tłumieniowych,

Y2 - wymuszenia biegunowe układu w zmienne biegunowe elementów sprężysto-tłumieniowych,

Y3 - wymuszenia biegunowe układu w zmienne przepływowe elementów inercyjnych,

Y4 - wymuszenia biegunowe układu w zmienne biegunowe elementów inercyjnych,

Y5 - wymuszenia przepływowe układu w zmienne przepływowe elementów inercyjnych,

Y6 - wymuszenia przepływowe układu w zmienne biegunowe elementów inercyjnych,

Y7 - wymuszenia przepływowe układu w zmienne biegunowe elementów sprężysto-tłumieniowych,

Y8 - wymuszenia przepływowe układu w zmienne przepływowe elementów sprężysto-tłumieniowych.

7. Następnie należy założyć zbiór dyskowy w postaci prezentowanej przez tablicę 4.2.

Po uruchomieniu segmentu GRAHYB.EXE należy podać nazwę zbioru danych i zbioru wyników wraz z DOS-owską ścieżką dostępu, w przypadku archiwizowania zbiorów poza aktualną kartoteką. Segment tworzy i wizualizuje mgh w postaci zbioru macierzowych konturów sprzężonych (nks) mgh, dokonuje algebraizacji mgh, tworząc niezbędne zbiory, reprezentujące odpowiednie macierze ${}_{1}^{s}\mathbf{B}$, $\overset{o}{\mathbf{W}}$ i ${}_{1}^{o}\mathbf{W}$, przeprowadza obliczenia wskazanych parametrem sterującym NSC ścieżek programu, wyliczając żądane macierze funkcji przejścia układu oraz tworzy niedostępne dla Użytkownika zbiory obliczonych parametrów poszukiwanych charakterystyk.

Działanie segmentu GRAHYB przedstawiono w dodatku D.4 (rys. D.4.9).

Tablica 4.2

Nr wiersza w pętli	Pozycja w wierszu	Opis parametrów (r - liczba rzeczywista) (c - liczba całkowita) (z - liczba zespolona)
SEGMENT DANYCH PODSTAWOWYCH		
1	1	rodzaj zagadnienia 1 - płaskie, 2 - przestrzenne
1	2	rodzaj wprowadzanych kątów 1 - kąty pomiędzy osiami elementów układu 2 - kąty Eulera obrotów układu
2	1	c) liczba elementów inercyjnych układu
2	2	c) liczba wymuszeń biegunowych
2	3	c) liczba elementów sprężysto-tłumieniowych
2	4	c) liczba wymuszeń przepływowych
PĘTLA CZYTANIA KOINCYDENCJI ELEMENTÓW INERCYJNYCH UKŁADU		
1	1	c) numer elementu inercyjnego
1	2	r) wartość masy
1	3 opcj.do 5	r) wartość momentu bezwładności (opcjonalnie względem trzech osi)
2	1	c) liczba elementów sprężysto-tłumieniowych zaczepionych na danym elemencie inercyjnym
2	2	c) liczba wymuszeń przepływowych działających na dany element inercyjny
PĘTLA WSPÓŁRZĘDNYCH I KĄTÓW		
1	1	c) numer elementu sprężysto-tłumieniowego; następnie wg numeracji nr wymuszenia przepływowego
1	2 do 3 opcj.do 4	r) współrzędne zaczepienia elementu sprężysto-tłumieniowego na elemencie inercyjnym lub współrzędne przyłożenia wymuszenia przepływowego
1	4 opcj.5 do 7	r) kąty pomiędzy osiami elementów

c.d. tablicy 4.2

PĘTLA KOINCYDENCJI WYMUSZEŃ BIEGUNOWYCH UKŁADU ORAZ KĄTÓW POMIĘDZY OSIAMI TYCH WYMUSZEŃ A OSIAMI ELEMENTÓW SPRĘŻYSTO-TŁUMIENIOWYCH		
1	1	c) numer wymuszenia biegunowego
2	1	c) liczba elementów sprężysto-tłumieniowych, na który działa dane wymuszenie biegunowe
3	1	c) nr elementu sprężysto-tłumieniowego, na które działa dane wymuszenie biegunowe
3	2	r) kąty pomiędzy osiami wymuszeń biegunowych a osiami elementów sprężysto-tłumieniowych
PĘTLA WARTOŚCI PARAMETRÓW SPRĘŻYSTYCH I TŁUMIENIOWYCH		
1	1	i) nr elementu sprężysto - tłumieniowego
1	2 do 3 opcj.2 do 4	c) wartości sprężystości i tłumienia w ruchu postępowym (sprężystość, tłumienie)
1	4 opcj.5 do 7	c) wartości sprężystości i tłumienia w ruchu obrotowym (sprężystość, tłumienie)
SEGMENT PARAMETRÓW STERUJĄCYCH		
1	1	r) wartość początkowa częstości
1	2	r) wartość przyrostu częstości w pętli
1	3	i) liczba kroków do wykonania w pętli
2	1 do 8	i) parametr kierujący obliczenia do jednej z ośmiu ścieżek programu

4.2.1.1. Wymagania sprzętowe i instalacja

Pliki wykonania zaimplementowane są na komputery klasy IBM PC XT i AT wyposażone w koprocesor arytmetyczny i stały dysk. Wszystkie pliki pakietu należy umieścić we wspólnym katalogu, w którym będą przechowywane i w którym będą wykonywane obliczenia.

5. PRZYKŁADY BADANIA DYNAMIKI ZŁOŻONYCH UKŁADÓW FIZYCZNYCH METODĄ MACIERZOWYCH GRAFÓW HYBRYDOWYCH

W rozdziale tym przedstawiono przykłady zastosowań opracowanej metodyki badania złożonych układów dynamicznych przy użyciu macierzowych grafów hybrydowych. Układami technicznymi, przyjętymi jako obiekty analizy, są: robot przemysłowy IRb-6 produkowany przez zakłady MERA-PIAP w Warszawie oraz suwnica K1 wraz z podukładem wibroizolacji kabiny operatora, działająca w zakładach "Konstal" w Chorzowie. Obydwa wymienione obiekty były przedmiotem wnikliwych badań w ramach Centralnych Programów Badan Podstawowych oraz Badawczo-Rozwojowego, realizowanych przez Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej w latach 1985 do 1990.

W każdym przypadku, przy zastosowaniu metody macierzowych grafów hybrydowych, tok postępowania można sprowadzić do następującego algorytmu (tablica 5.1):

Tablica 5.1

1) Przyjęcie układu technicznego, jako obiektu badań,
2) Idealizacja obiektu badań do modelu fenomenologicznego,
3) Transformacja modelu fenomenologicznego obiektu w macierzowy graf hybrydowy,
   3.1) Transformacja topologiczna,
   3.2) Transformacja parametrów fizykalnych,
4) Algebraizacja mgh,
5) Transformacja mgh $\longrightarrow$ mgp,
6) Redukcja mgp do macierzowej ścieżki prostej,
7) Obliczenie cyfrowe właściwej zespolonej charakterystyki a-c-f,
8) Interpretacja wyników obliczeń numerycznych.

W zależności od rodzaju badanego obiektu i postawionego zadania, szczegółowe postępowanie w krokach 3) i 5) ulega odpowiednim modyfikacjom.

5.1. WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYK AMPLITUDOWO-CZĘSTOŚCIOWO-FAZOWYCH ROBOTA PRZEMYSŁOWEGO TYPU IRb-6

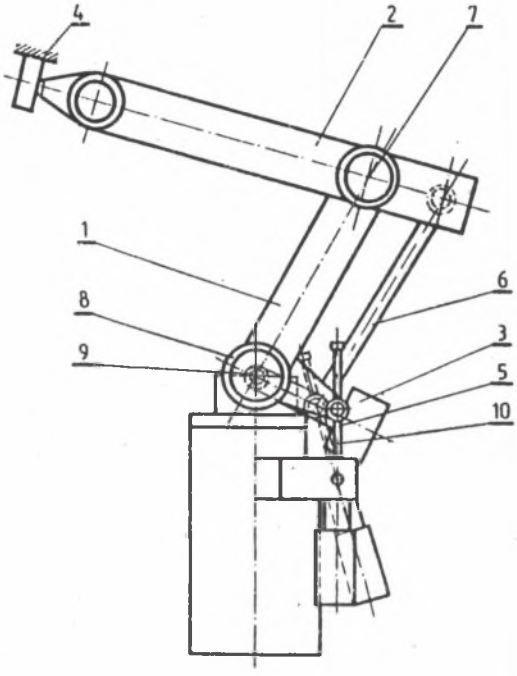
Jak już stwierdzono w podr. 1.1, w Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej prowadzone są od wielu lat prace naukowo-badawcze pod ogólnym tytułem "modelowanie robotów i manipulatorów". Jednym z kierunków tych badań było rozwinięcie teorii i zastosowań grafów hybrydowych do wyznaczania charakterystyk a-c-f robotów przemysłowych, czym zajmował się autor niniejszej pracy. Opracowaną metodykę przedstawiono na sympozjum IFToM [71], a w realizowanych pracach naukowo-badawczych [40,41] stosowano do badania płaskiego modelu dyskretnego robota IRb-6.

Obecnie przedstawione zostaną wyniki szczegółowej analizy robota IRb-6 w przypadku przyjęcia modelu zdyskretyzowanego przy przyjęciu danych liczbowych, uzyskanych w ramach badań [40].

5.1.1. Wyznaczanie charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych dyskretnego modelu robota przemysłowego

Zgodnie z algorytmem przedstawionym w tablicy 5.1, w kroku 1 przyjęto, jako obiekt badań, robot przemysłowy typu IRb, produkowany przez Przemysłowy Instytut Automatyki i Pomiarów MERA-PIAP w Warszawie, na licencji firmy ASEA. Robot ten produkowany jest w dwóch wersjach, o udźwigu do 6kg (IRb-6) oraz o udźwigu do 60kg (IRb-60).

Schemat przyjętego do badań robota przedstawiono na rys. 5.1.

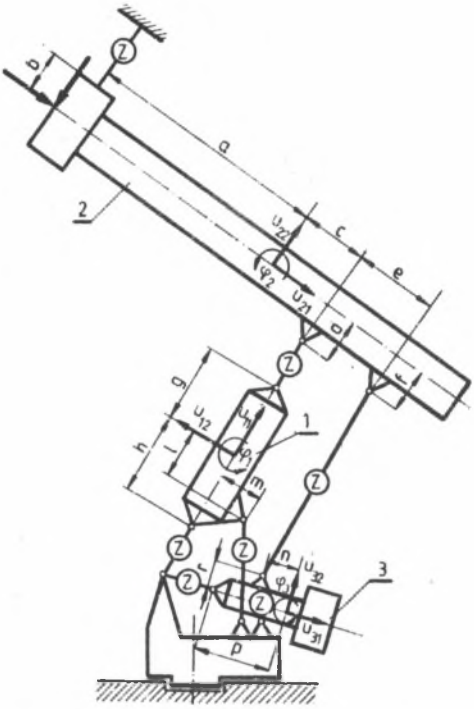


Rys. 5.1. Schemat robota przemysłowego IRb-6

Fig. 5.1. Diagram of IRb-6 industrial robot

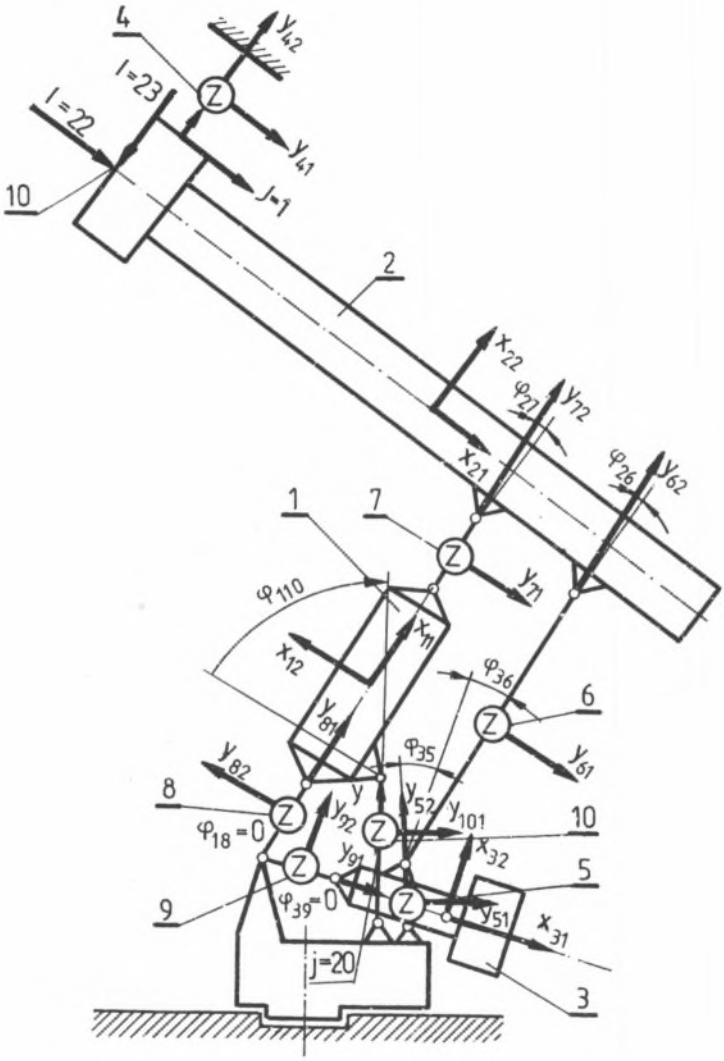
W wyniku idealizacji obiektu, w kroku 2 przyjęto model fenomenologiczny robota w formie zdyskretyzowanej, wyróżniając elementy inercyjne w postaci ładunku, ramienia górnego, ramienia dolnego, korpusu i podstawy oraz elementy sprężysto-tłumieniowe, odwzorowujące oddziaływania pomiędzy chwytakiem i ramieniem górnym, ramieniem górnym i ramieniem dolnym, ramieniem dolnym i korpusem oraz odwzorowujące śruby sterujące ruchami ramion. Założono przestrzenną konfigurację modelu oraz możliwość pojawienia się oddziaływań dynamicznych od procesu technologicznego, w którym uczestniczy badany robot.

Przyjęty do badań, zdyskretyzowany model fenomenologiczny robota IRb-6, poddanego działaniu wzbudzeń dynamicznych, ze zbiorem niezbędnych cech geometrycznych przedstawiono na rys. 5.2, a model robota IRb-6 z założonym zbiorem niezbędnych kątów między osiami elementów zamieszczono na rys. 5.3.



Rys. 5.2. Zdyskretyzowany model fenomenologiczny robota IRb-6, poddanego działaniu wzbudzeń dynamicznych

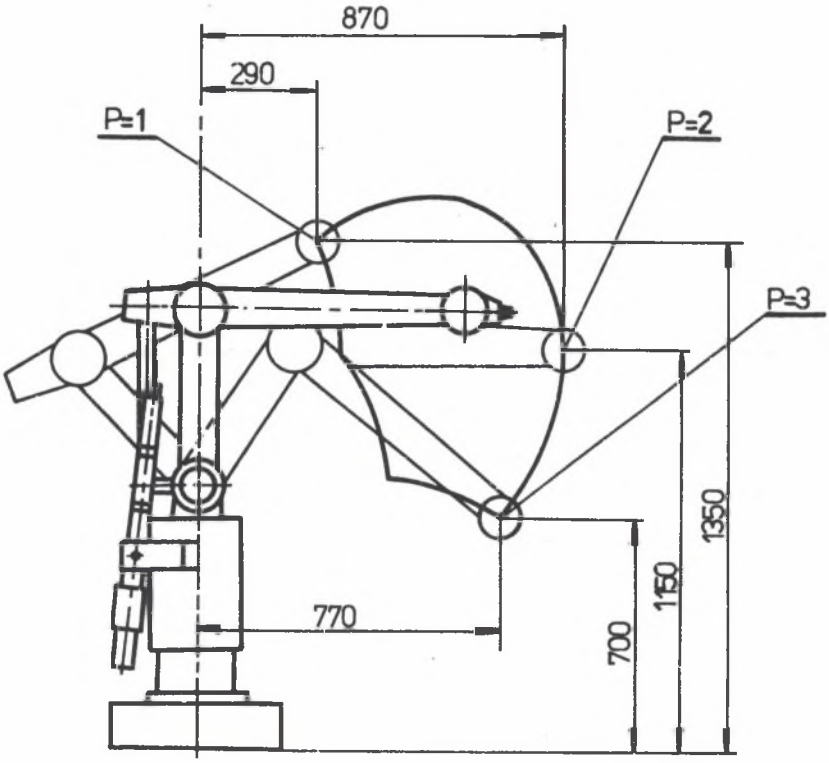
Fig. 5.2. Discreted phenomenological model of IRb-6 robot subjected to dynamical excitation



Rys. 5.3. Zdyskretyzowany model robota IRb-6 z założonym zbiorem niezbędnych kątów między osiami elementów

Fig. 5.3. Discreted model of IRb-6 with the genereted set of essential angles between the axes of elements

Obliczenia charakterystyk dynamicznych robota IRb-6 przeprowadzono w trzech położeniach, przedstawionych na rys. 5.4 i oznaczonych symbolami P=1, P=2 i P=3. Przyjęte do obliczeń położenia robota wynikają z obsługiwanej przez niego strefy roboczej.



Rys. 5.4. Wybrane do analizy cyfrowej trzy położenia robota IRb-6
Fig. 5.4. Three working position of IRb-6 chosen for digital analysis

W wyniku przeprowadzonej analizy dokumentacji technicznej robota, wyznaczono jego parametry geometryczne, inercyjne oraz sprężysto-tłumieniowe, a uzyskane wyniki zestawiono w tablicy 5.2.

Tablica 5.2

Symbol	a	b	c	d	e	f	g
Wartość [m]	0.520	0.134	0.080	0.270	0.070	0.207	0.249

Symbol	h	m	n	p	r
Wartość [m]	0.200	0.135	0.095	0.201	0.062

Numer elementu inercyjnego	Masa elementu [kg]	Masowy moment bezwładności [kgm^2]
1	10.8867	48.3308E-2
2	10.6071	2.8397E-2
3	7.2504	5.3152E-2

Numer elementu sprężystego	Sprężystość elementu w kierunku 1 [N/m]	Sprężystość elementu w kierunku 2 [N/m]	Sprężystość skrętna elementu [Nm/rad]
4	0.0	0.0	0.0
5	1.2000E+8	7.9744E+7	0.0
6	0.0	3.3600E+7	0.0
7	1.2000E+8	6.3618E+7	0.0
8	8.9861E+7	1.2000E+8	0.0
9	9.2779E+7	1.2000E+8	0.0
10	0.0	2.1455E+8	0.0

W wyniku działania pakietu programów numerycznych G-ROBOT, po wczytaniu struktury i parametrów układu, poprzez udzielanie odpowiedzi na pytania stawiane przez segment BAZA-D, utworzony został zbiór informacji o badanym obiekcie i zbiór $\{K^s\}$ niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych mgh modelu fenomenologicznego robota IRb-6 z rys. 5.2, przez co samoczynnie zostaną wykonane kroki 3) do 5) algorytmu z tablicy 5.1.

W tablicy 5.3 przedstawiono, utworzony przez ten segment, zbiór informacji o badanym obiekcie, a na rys. 5.5 zbiór $\{K^s\}$ niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych mgh modelu fenomenologicznego robota IRb-6 z rys. 5.2.

Tablica 5.3

Wydruk bazy danych segmentu BAZA-D kontrolz.tex		
b1s(1,1)=0	b1s(2,17)=0	b1s(4,13)=0
b1s(1,2)=0	b1s(2,18)=0	b1s(4,14)=0
b1s(1,3)=0	b1s(2,19)=0.2144355	b1s(4,15)=0
b1s(1,4)=0	b1s(2,24)=-0.9767381	b1s(4,16)=0
b1s(1,5)=0	b1s(3,1)=0	b1s(4,17)=0
b1s(1,6)=0	b1s(3,2)=0	b1s(4,18)=0
b1s(1,7)=0	b1s(3,3)=0	b1s(4,19)=0
b1s(1,8)=0	b1s(3,4)=0	b1s(4,20)=0
b1s(1,9)=0	b1s(3,5)=0	b1s(4,21)=0
b1s(1,10)=-1	b1s(3,6)=0	b1s(4,22)=1
b1s(1,11)=0	b1s(3,7)=0	b1s(4,23)=0
b1s(1,12)=0	b1s(3,8)=0	b1s(4,24)=0
b1s(1,13)=-1	b1s(3,9)=0	b1s(5,1)=0
b1s(1,14)=0	b1s(3,10)=0	b1s(5,2)=0
b1s(1,15)=0	b1s(3,11)=-0.207	b1s(5,3)=0
b1s(1,16)=0	b1s(3,12)=-1	b1s(5,4)=0
b1s(1,17)=0	b1s(3,13)=0	b1s(5,5)=0
b1s(1,18)=0	b1s(3,14)=0.2489999	b1s(5,6)=0
b1s(1,19)=-0.976738	b1s(3,15)=-1	b1s(5,7)=-0.04535214
b1s(1,20)=-0.214435	b1s(3,16)=0	b1s(5,8)=0.998971
b1s(1,21)=0	b1s(3,17)=0	b1s(5,9)=0
b1s(1,22)=0	b1s(3,18)=0	b1s(5,10)=-0.0453521
b1s(1,23)=0	b1s(3,19)=-0.1747467	b1s(5,11)=0.998971
b1s(1,24)=0	b1s(3,20)=0.1663988	b1s(5,12)=0
b1s(2,1)=0	b1s(3,21)=-1	b1s(5,13)=0
b1s(2,2)=0	b1s(3,22)=0	b1s(5,14)=0
b1s(2,3)=0	b1s(3,23)=0	b1s(5,15)=0
b1s(2,4)=0	b1s(3,24)=0	b1s(5,16)=0
b1s(2,5)=0	b1s(4,1)=0	b1s(5,17)=0
b1s(2,6)=0	b1s(4,2)=0	b1s(5,18)=0
b1s(2,7)=0	b1s(4,3)=0	b1s(5,19)=0
b1s(2,8)=0	b1s(4,4)=0	b1s(5,20)=0
b1s(2,9)=0	b1s(4,5)=0	b1s(5,21)=0
b1s(2,10)=0	b1s(4,6)=0	b1s(5,22)=0
b1s(2,11)=-1	b1s(4,7)=-0.099897104	b1s(5,23)=1
b1s(2,12)=0	b1s(4,8)=0.045352175	b1s(5,24)=0
b1s(2,13)=0	b1s(4,9)=0	b1s(6,1)=0
b1s(2,14)=-1	b1s(4,10)=0.998971	b1s(6,2)=0
b1s(2,15)=0	b1s(4,11)=-0.0453521	b1s(6,3)=0
b1s(2,16)=0	b1s(4,12)=0	b1s(6,4)=0

c.d. tablicy 5.3

Wydruk bazy danych segmentu BAZA-D kontrolz.tex		
b1s(6,5)=0	b1s(7,21)=0	b1s(9,13)=0
b1s(6,6)=0	b1s(7,22)=0	b1s(9,14)=0
b1s(6,7)=-0.0823544	b1s(7,23)=0.2144355	b1s(9,15)=0
b1s(6,8)=-0.270543	b1s(7,24)=-0.9767381	b1s(9,16)=0
b1s(6,9)=-1	b1s(8,1)=0	b1s(9,17)=0.201
b1s(6,10)=0.085994	b1s(8,2)=0	b1s(9,18)=-1
b1s(6,11)=0.13023	b1s(8,3)=0	b1s(9,19)=0
b1s(6,12)=1	b1s(8,4)=0.918253	b1s(9,20)=0
b1s(6,13)=0	b1s(8,5)=-0.395993	b1s(9,21)=0
b1s(6,14)=-1	b1s(8,6)=0	b1s(9,22)=1
b1s(6,15)=0	b1s(8,7)=0.0453521	b1s(9,23)=0
b1s(6,16)=0	b1s(8,8)=0.998971	b1s(9,24)=0
b1s(6,17)=-1	b1s(8,9)=0	b1s(10,1)=0
b1s(6,18)=0	b1s(8,10)=0	b1s(10,2)=0
b1s(6,19)=0	b1s(8,11)=-0.207	b1s(10,3)=0
b1s(6,20)=0	b1s(8,12)=-1	b1s(10,4)=0.90866
b1s(6,21)=0	b1s(8,13)=0	b1s(10,5)=0.41752
b1s(6,22)=0	b1s(8,14)=0.2489999	b1s(10,6)=0
b1s(6,23)=-0.51999	b1s(8,15)=-1	b1s(10,7)=-0.04535214
b1s(6,24)=1	b1s(8,16)=0	b1s(10,8)=0.998971
b1s(7,1)=0	b1s(8,17)=-1	b1s(10,9)=0
b1s(7,2)=0	b1s(8,18)=0	b1s(10,10)=-0.0453521
b1s(7,3)=0	b1s(8,19)=-0.1747467	b1s(10,11)=0.998971
b1s(7,4)=-0.395993	b1s(8,20)=0.1663988	b1s(10,12)=0
b1s(7,5)=-0.918253	b1s(8,21)=-1	b1s(10,13)=0.6282
b1s(7,6)=0	b1s(8,22)=0	b1s(10,14)=0.778
b1s(7,7)=0.998971	b1s(8,23)=0	b1s(10,15)=0
b1s(7,8)=-0.0453521	b1s(8,24)=0	b1s(10,16)=-0.4581
b1s(7,9)=0	b1s(9,1)=0	b1s(10,17)=0.8888
b1s(7,10)=0	b1s(9,2)=0	b1s(10,18)=0
b1s(7,11)=0	b1s(9,3)=0	b1s(10,19)=0.7804
b1s(7,12)=0	b1s(9,4)=0.0626824	b1s(10,20)=0.6252
b1s(7,13)=0	b1s(9,5)=-0.0945511	b1s(10,21)=0
b1s(7,14)=0	b1s(9,6)=-1	b1s(10,22)=0
b1s(7,15)=-1	b1s(9,7)=0.0662446	b1s(10,23)=1
b1s(7,16)=-1	b1s(9,8)=0.0920904	b1s(10,24)=0
b1s(7,17)=0	b1s(9,9)=1	b1s(11,1)=0
b1s(7,18)=-1	b1s(9,10)=0.998971	b1s(11,2)=0
b1s(7,19)=0	b1s(9,11)=-0.0453521	b1s(11,3)=0
b1s(7,20)=0	b1s(9,12)=0	b1s(11,4)=-0.41752

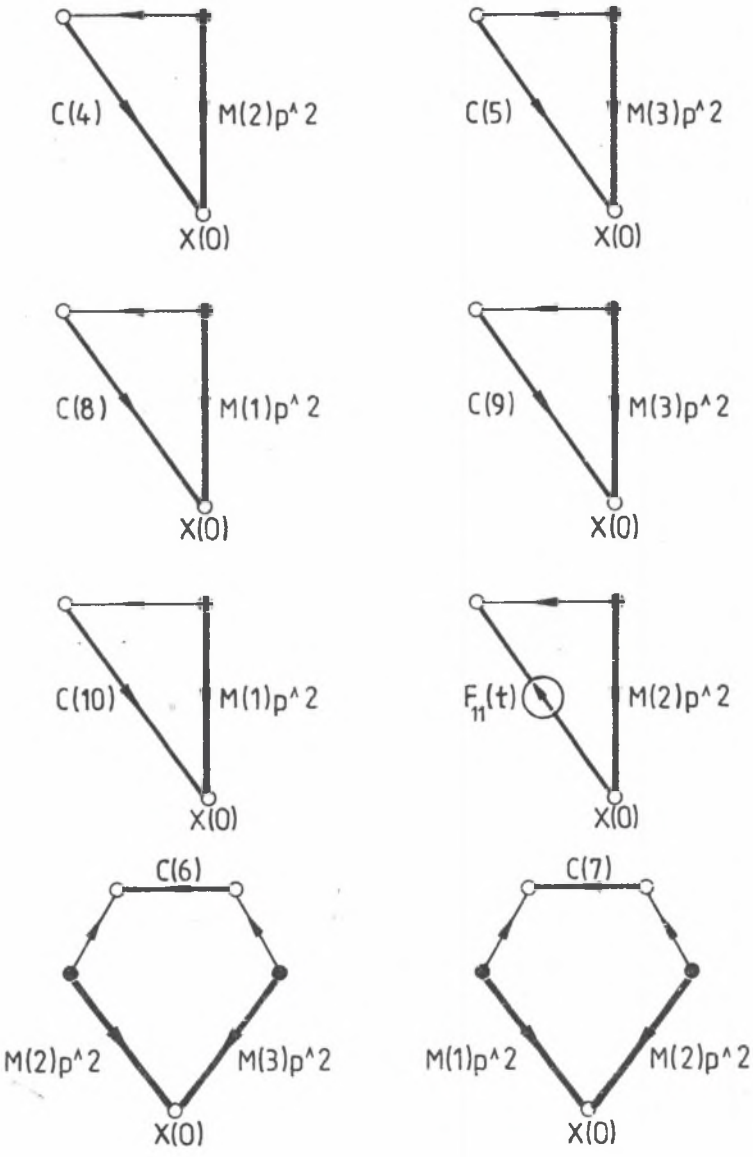
c.d. tablicy 5.3

Wydruk bazy danych segmentu BAZA-D kontrolz.tex		
b1s(11,5)=0.90866	b1s(11,20)=0.7804	b1s(12,11)=0
b1s(11,6)=0	b1s(11,21)=0	b1s(12,12)=0
b1s(11,7)=-0.0823544	b1s(11,22)=0	b1s(12,13)=0
b1s(11,8)=-0.270543	b1s(11,23)=-0.51999	b1s(12,14)=0
b1s(11,9)=-1	b1s(11,24)=1	b1s(12,15)=1
b1s(11,10)=0.085994	b1s(12,1)=0	b1s(12,16)=0
b1s(11,11)=0.13023	b1s(12,2)=0	b1s(12,17)=0
b1s(11,12)=1	b1s(12,3)=0	b1s(12,18)=1
b1s(11,13)=-0.778	b1s(12,4)=-0.395993	b1s(12,19)=0
b1s(11,14)=0.6282	b1s(12,5)=-0.918253	b1s(12,20)=0
b1s(11,15)=0	b1s(12,6)=1	b1s(12,21)=1
b1s(11,16)=-0.8888	b1s(12,7)=0.998971	b1s(12,22)=0
b1s(11,17)=-0.4581	b1s(12,8)=-0.0453521	b1s(12,23)=0
b1s(11,18)=0	b1s(12,9)=0	b1s(12,24)=0
b1s(11,19)=-0.6252	b1s(12,10)=0	

Wydruk bazy danych segmentu BAZA-D baza 21.dan i 23.dan			
12	1	7.250400066	0.63618E+08
24	1	0.05315199867	0.0
10	1	0.0	0.89861E+08
1	1	0.0	0.12E+09
100	1	0.0	0.0
1	1	0.0	0.92779E+08
1		0.0	0.12E+09
		0.0	0.0
10.88669968		0.12E+09	0.0
10.88669968		0.79744E+08	0.21455E+09
0.4833079875		0.0	0.0
10.60709953		0.0	0.0, 0.0
10.60709953		0.336E+08	0.0, 0.0
0.02839699946		0.0	0.0, 0.0
7.250400066		0.12E+09	

Wynikiem działania segmentu GRAF-H jest zbiór binarny wartości funkcji przejścia badanego robota pomiędzy założonym zbiorem wymuszeń i przyjętym zbiorem odpowiedzi. Zbiór ten stanowi dane do kolejnego segmentu przetwarzającego, wyznaczającego i wizualizującego w postaci graficznej odpowiednie zbiory zespolonych charakterystyk a-c-f robota IRb-6. Wykresy tych charakterystyk zamieszczono w dodatku D.5 na rys. D.5.1 do D.5.32.

Czas obliczeń macierzy charakterystyk dynamicznych robota, o modelu jak na rys. 5.2, odpowiadającej jednej wartości częstości ω, przy użyciu mikrokomputera typu IBM 386 z koprocesorem 387, wynosił około 5s.



Rys. 5.5. Zbiór { K^s} niezależnych, macierzowych konturów sprzężonych mgh modelu robota IRb-6 z rys. 5.2, utworzonych przez segment BAZA-D pakietu G-ROBOT

Fig. 5.5. { K^s} set of independent matrix coupled outlines of IRb-6 model (fig. 5.2) generated by BAZA-D segment of G-ROBOT pack

5.1.1.1. Dyskusja uzyskanych wyników

Z przeprowadzonych obliczeń numerycznych i uzyskanych wyników można wysnuć następujące wnioski:

1) Wzdłużne przemieszczenia końca chwytaka robota (J=1) w położeniu pierwszym (P=1) od wzbudzenia dynamicznego w kierunku osiowym (I=22) są znacznie mniej istotne od przemieszczeń w tym kierunku (J=1), wywołanych wzbudzeniem siłowym, działającym w kierunku poprzecznym (I=23). Różnica ta jest szczególnie widoczna w strefie pierwszego i czwartego rezonansu. Strefy te charakteryzują się zarówno znaczną różnicą poziomu przemieszczeń końca chwytaka (około 20[dB]), jak również istotną różnicą szerokości pasm rezonansowych (por. dodatek D.5, rys. D.5.1 i D.5.2). Świadczy to o silnym sprzężeniu drgań poprzecznych z drganiami podłużnymi górnego ramienia robota, a także - co jest oczywiste - wiąże się z większą od wzdłużnej - poprzeczną podatnością końca chwytaka robota.

2) Strefy rezonansowe układu robota w położeniu P=1 leżą w zakresach: ω_1=250[rad/s], ω_2=1650[rad/s], ω_3=1850[rad/s] i ω_4=3000[rad/s].

3) Strefą najwyższych przemieszczeń wzdłużnych końca chwytaka, wywołanych wzbudzeniem dynamicznym, pochodzącym od narzędzia umocowanego w chwytaku robota jest strefa ω=500÷1500[rad/s].

4) W każdym przypadku zastosowania robota IRb-6 do pracy w warunkach wzbudzeń dynamicznych pochodzących od chwytaka należałoby sprawdzić oczekiwany poziom przemieszczeń głowicy roboczej, wynikający z uzyskanych wykresów (por. dodatek D.5, rys. D.5.1 i D.5.2).

5) Podobnie jak w przypadku odpowiedzi wzdłużnej, różnice - lecz w zakresie wyższych przemieszczeń (około 20[dB] w strefie pierwszego rezonansu) - widoczne są na rys. D.5.3 i D.5.4, ilustrujących poprzeczne (J=2) przemieszczenia chwytaka od wymuszeń osiowych (I=22) i poprzecznych (I=23).

6) Wzbudzenie siłą poprzeczną końca chwytaka robota wywołuje - szczególnie w pierwszym i czwartym rezonansie - przemieszczenia poprzeczne wyższe o około 30[dB] od przemieszczeń wzdłużnych.

7) Zarówno poziomy, jak i szerokości drugiego i trzeciego pasma rezonansowego (ω_2=1650[rad/s] i ω_3=1850[rad/s]), w przypadku przemieszczeń podłużnych końca chwytaka, są niemal identyczne (rys. D.5.3 i D.5.4).

8) Na rys. D.5.5 i D.5.6 przedstawiono poziomy wydłużeń śruby regulacyjnej 5 (rys. 5.3) ramienia górnego robota od wzbudzeń dynamicznych o indeksach I=22 (wzdłuż osi ramienia górnego) i I=23 (poprzecznie do osi ramienia górnego). Wydłużenia te (niższe o rząd od przemieszczeń końca chwytaka) charakteryzują się wyraźnym zawężeniem pierwszej i czwartej strefy rezonansowej, przy uwydatnieniu się szerokości i poziomu pasma drugiego oraz trzeciego. Nadal siła poprzeczna działająca na koniec chwytaka wywołuje o około 10[dB] wyższe odkształcenia śruby regulacyjnej 5 niż siła osiowa, szczególnie w strefie pierwszego i czwartego rezonansu. Wyniki zamieszczone na rys. D.5.5 i D.5.6 mogą byc podstawą oszacowania naprężeń dynamicznych w śrubie regulacyjnej 5 robota, przy wykonywaniu zadanej operacji technologicznej, związanej ze wzbudzeniem siłowym końca chwytaka.

9) Na rys. D.5.7 i D.5.8 przedstawiono poziomy wydłużeń śruby regulacyjnej 10 ramienia dolnego robota (rys. 5.3) od wzbudzeń dynamicznych o indeksach I=22 i I=23. Można stwierdzić wyższe o około 10[dB] wydłużenia śruby regulacyjnej 10 niż śruby regulacyjnej 5 (rys. 5.3), przy jednoczesnym uaktywnieniu się pierwszej i czwartej strefy rezonansowej, a obniżeniu poziomu i szerokości drugiej i trzeciej strefy rezonansowej. Uzyskane wyniki umożliwiają ocenę naprężeń w śrubie regulacyjnej 10 robota od wzbudzeń dynamicznych, wynikających z wykonywania przez robot procesu technologicznego.

10) Na rys. D.5.9 ÷ D.5.16 pokazano serię wyników obliczeń, jak w przypadku rys. D.5.1 ÷ D.5.8, w drugim położeniu robota (średni wysięg, położenie P=2 na rys. 5.4). Zasadniczą różnicą w tym przypadku jest przesunięcie się trzeciej strefy rezonansowej układu robota z ω_3=1850[rad/s] do ω_3'=2400[rad/s] i czwartej strefy rezonansowej z ω_4=300[rad/s] do ω_4'=3300[rad/s], przy praktycznie nie zmienionej strefie pierwszej i drugiej. Wynik ten jest świadectwem zmiennej struktury dynamicznej badanego obiektu, wynikającej ze zmian położenia (wysięgu) robota.

Porównanie odpowiadających sobie wykresów (rys. D.5.1 z rys. D.5.9, D.5.2 z D.5.10, D.5.3 z D.5.11, D.5.4 z D.5.12, D.5.5 z D.5.13, D.5.6 z D.5.14, D.5.7 z D.5.15 i D.5.8 z D.5.16) pozwala ponadto zauważyć, że:

a) W położeniu P=2 nastąpiło obniżenie poziomu przemieszczeń wzdłużnych chwytaka o około 20[dB] w porównaniu z położeniem P=1; szerokości pasm rezonansowych pozostały praktycznie nie zmienione (rys. D.5.1 i D.5.9).

b) Poprzeczne przemieszczenia chwytaka w położeniu P=1 i P=2 pozostają prawie nie zmienione i to ze względu na ich poziom, jak i charakter przebiegu (rys. D.5.3 i D.5.4 oraz D.5.11 i D.5.12), przy ważności wniosku o przesunięciu się trzeciej i czwartej strefy rezonansowej.

c) Porównanie wydłużeń śruby 5, regulującej położenie ramienia górnego w pozycji P=1 (rys. D.5.5 i D.5.6) oraz P=2 (rys. D.5.13 i D.5.14) wykazuje, że położenie to jest silnie niekorzystne dla śruby 5, szczególnie w strefie drugiego rezonansu, przy poprzecznym wzbudzeniu końca chwytaka. Poziom ten jest wyższy od poziomu w położeniu P=1 o około 15[dB], a druga strefa rezonansowa obejmuje obszar od 650[rad/s] do 2000[rad/s].

d) Praktycznie nie zaobserwowano wpływu zmian położenia z P=1 do P=2 na poziomy i przebiegi wydłużeń śruby regulacyjnej 10 ramienia dolnego robota (rys. 5.3).

e) Rysunki D.5.17 do D.5.24 (położenie robota P=3) odpowiadają kolejno wynikom uzyskanym dla położenia P=1 (rys. D.5.1 do D.5.8) oraz położenia P=2 (rys. D.5.9 do D.5.16). W położeniu trzecim (najniższe położenie chwytaka) nastąpiło kolejne przesunięcie się pasm rezonansowych robota. I tak stwierdzono pierwszą strefę rezonansową ω_1''=400[rad/s], nie zmienioną drugą strefę ω_2''=1650[rad/s] oraz trzecią strefę ω_3''=2100[rad/s]. W zakresie do 3500[rad/s] nie stwierdzono czwartej strefy rezonansowej, co wskazuje na jej przesunięcie w górę, poza ten zakres.

f) W położeniu P=3 nastąpiło, w przypadku pionowych przemieszczeń chwytaka, rozszerzenie się pierwszej strefy rezonansowej, przy jednoczesnym zwiększeniu poziomu tych przemieszczeń w stosunku do położeń P=1 i P=2.

g) Porównanie poziomych przemieszczeń końca chwytaka w położeniu P=3 z położeniami P=1 i P=2 wskazuje, że poza odsunięciem się czwartej strefy rezonansowej, przebiegi tych przemieszczeń w przedziale częstości od 0[rad/s] do 30000[rad/s] są bardzo podobne w położeniach P=1 i P=3. Strefa ω=2400[rad/s] jest w położeniu P=3 strefą niskich przemieszczeń, podobnie jak położeniu P=1, gdy tymczasem w położeniu pośrednim P=2 była strefą rezonansu przemieszczeń chwytaka.

h) Rys. D.5.5, D.5.13 i D.5.21 oraz D.5.6, D.5.14 i D.5.22 wskazują, że najbardziej niekorzystnym położeniem ze względu na przemieszczenia śruby 5 jest położenie pośrednie P=2 i to zarówno ze względu na szerokości, jak i na poziomy pasm rezonansowych.

i) Śruba 10 regulująca położenie ramienia dolnego nie jest wrażliwa na zmiany położenia robota (por. rys. D.5.7 i D.5.8 z rys. D.5.15 i D.5.22 oraz D.5.23 i D.5.24).

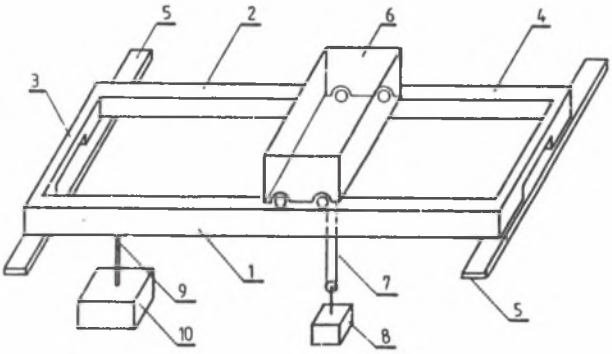
Zbiorcze wykresy przemieszczeń końca chwytaka robota, wydłużeń śruby regulacyjnej 5 oraz śruby regulacyjnej 10 w trzech wyróżnionych położeniach P=1, P=2 i P=3 zestawiono na rys. D.5.25 ÷ D.5.32. Wykresy te dobrze ilustrują omówione wnioski z przeprowadzonych obliczeń numerycznych. Należy podkreślić, że wyniki w postaci graficznej są jedynie wizualizacją odpowiadających im tablic cyfrowych, z których Użytkownik metody może dokładnie odczytać interesujące poziomy przemieszczeń i sił elementów robota, a także położenia stref częstości rezonansowych. Tablic wyników numerycznych nie zamieszczano w pracy z uwagi na ich duże objętości i małą poglądowość. Użytkownik metody posiada te wyniki w postaci zbiorów dyskowych i w przypadku konkretnych obliczeń technicznych może i powinien z nich korzystać.

5.2. Wyznaczanie charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych modelu układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy

Podczas realizacji pracy naukowo-badawczej [44], wykonywanej w ramach Centralnego Programu Badań Podstawowych, zlecono Instytutowi Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej opracowanie metod numerycznego wspomagania procesu konstruowania układów wibroizolacji kabin operatorów suwnic, w zakresie oceny ich charakterystyk a-c-f, z zastosowaniem metod grafów. W celu realizacji postawionego zadania, zdecydowano zastosować - jako algebraiczne modele układów fizykalnych - macierzowe grafy hybrydowe i grafy blokowe. W ramach pracy przyjęto ciąg modeli obiektu badań, dokonano identyfikacji parametrów geometrycznych, sprężystych oraz inercyjnych modeli, utworzono niezbędne bazy danych cyfrowych, dokonano obliczeń numerycznych i wyznaczono zbiory charakterystyk a-c-f przyjętych do analizy modeli.

Układ wibroizolacji kabiny operatora suwnicy jest integralnym elementem złożonego układu mechanicznego, którym jest suwnica, działająca w konkretnych warunkach eksploatacyjnych, poddana działaniu rzeczywistych wzbudzeń kinematycznych, pochodzących od drgań podłoża hali fabrycznej oraz warunków współdziałania kół jezdnych i jezdni, a także wymuszeń dynamicznych, wynikających z wirowania elementów niewyważonych oraz realizowanego

przez suwnicę procesu podnoszenia i opuszczania ładunków. Tworzenie modeli obiektu badań rozpoczęto zatem od rozważenia układu suwnicy K1, badanej w trakcie realizacji pracy [43], działającej w zakładach "Konstal" w Chorzowie. Rozważany układ suwnicy, przedstawiony poglądowo na rys. 5.6, składa się z belek pomostowych 1 i 2, czołownic 3 i 4, wózka 6, zespołu lin 7, ładunku 8, układu wibroizolacji kabiny operatora 9 i kabiny wraz z operatorem 10. Cały układ suwnicy może poruszać się po jezdni podsuwnicowej 5. Tak założony obiekt badań poddano dyskretyzacji, tworząc zdyskretyzowane modele samej suwnicy, wózka suwnicy oraz układu wibroizolacji kabiny operatora.



Rys. 5.6. Poglądowy schemat suwnicy wraz z układem wibroizolacji kabiny operatora

Fig. 5.6. Pictorial diagram of the overhead crane and a vibroisolating system of the operators cage

5.2.1. Ciąg zdyskretyzowanych modeli suwnicy i układu wibroizolacji kabiny operatora

Celem utworzenia zdyskretyzowanego modelu suwnicy z rys. 5.6 podzielono jego belki dźwigara na szesnaście sztywnych elementów masowych 1 ÷ 16, pomiędzy którymi wyróżniono oznaczone symbolicznie elementy sprężysto-tłumieniowe EST_E. Czołownice 18 i 19 oraz wózek 17 modelowano w postaci brył o sześciu stopniach swobody każda, sprzężonych z układem dźwigarów. Sztywność jezdni podsuwnicowej 20 modelowano czterema elementami sprężysto-tłumieniowymi EST_J. Sztywność układu linowego 21, na którym podwieszono ładunek 22 modelowano elementem sprężysto-tłumieniowym EST_L o numerze 21. Model ten, poddany działaniu wymuszeń dynamicznych $F_w(t)$ oraz wymuszeń ki-

nematycznych $W_{1k}(t)$, (i=1,2,3,4), przedstawiono na rys. 5.7. Na podstawie charakterystyki techniczno-ruchowej przyjęto parametry suwnicy. Parametry te są następujące :

- masa suwnicy m_s = 31500 [kg],
- masa belki dźwigara 1 m_{B1} = 10758 [kg],
- masa belki dźwigara 2 m_{b2} = 9892 [kg],
- geometryczny moment bezwładności przekroju dźwigara względem osi x: $I_x = 7.71\ 10^{-4}$ [m^4],
- geometryczny moment bezwładności przekroju dźwigara względem osi y: $I_y = 1.81\ 10^{-3}$ [m^4],
- geometryczny moment bezwładności przekroju dźwigara względem osi z: $I_z = 6.53\ 10^{-3}$ [m^4],
- rozpiętość mostu suwnicy l = 32 [m],
- pole przekroju dźwigara $A = 2.9\ 10^{-2}$ [m^2],
- rozstaw kół wózka b = 1.8 [m].

Sztywny element inercyjny dźwigara przedstawiono na rys. 5.8. Wyznaczone parametry inercyjne i sprężysto - tłumieniowe zdyskretyzowanych elementów dźwigara wynoszą:

- masa sztywnego elementu dźwigara 1 m_{E1} = 1344.75 [kg], (elementy 1 ÷ 8),
- masa sztywnego elementu dźwigara 2 m_{E2} = 1236.50 [kg], (elementy 9 ÷ 16),
- masowe momenty bezwładności elementów sztywnych 1 ÷ 8 dźwigara 1: I_x^{E1} = 35.76 [kgm^2], I_Y^{E1} = 1877 [kgm^2], I_Z^{E1} = 2096 [kgm^2],
- masowe momenty bezwładności elementów sztywnych 9 ÷ 16 dźwigara 2: I_x^{E2} = 32.88 [kgm^2], I_Y^{E2} = 1725.9 [kgm^2], I_Z^{E2} = 1927.3 [kgm^2],
- sztywności elementów sprężysto-tłumieniowych belek EST_E: k_x=1.523 10 [N/m], k_y=4.64 10 [N/m], k_z=4.64 10 [N/m], k_φ=1.542 10[N/m], k_ψ=0.95 10 [N/m], k_ϑ=3.43 10 [N/m],
- współczynniki tłumienia elementów sprężysto - tłumieniowych w kierunku osi OY $c_{E1} = 1.65\ 10^3$ [Ns/m], $c_{E2} = 1.58\ 10^3$ [Ns/m].

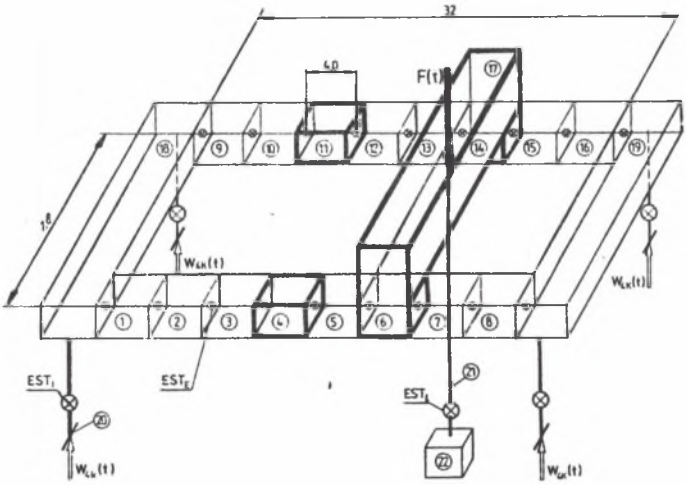
Czołownicę suwnicy zamodelowano bryłą sztywną o sześciu stopniach swobody w postaci, jak na rysunku 5.9.

Parametry geometryczne elementu z rys. 5.9 wynoszą:

a = 0.6 [m], b = 0.4 [m], c = 4.2 [m], d = 0.368 [m], g = 0.016 [m], h_1 = 0.292 [m], h_2 = 0.192 [m],

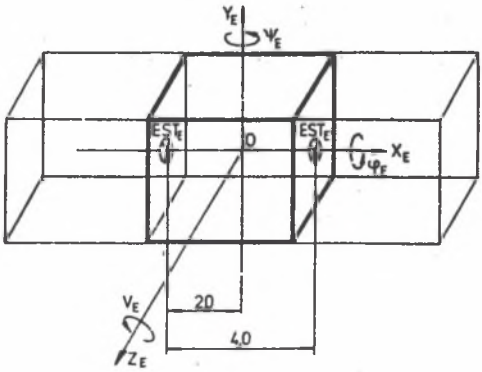
a parametry inercyjne:

m_{cz} = 948 [kg], I_x^{cz} = 1514 [kgm^2], I_y^{cz} = 1488 [kgm^2], I_z^{cz} = 77.4 [kgm^2].



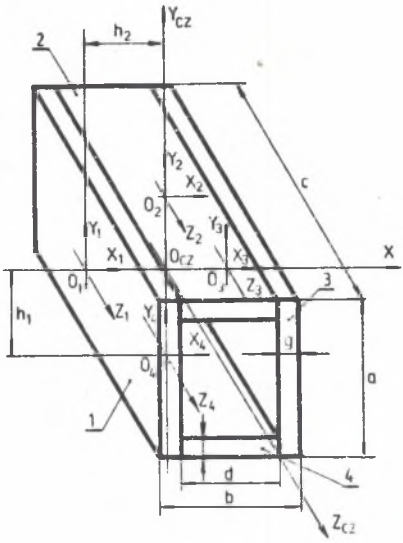
Rys. 5.7. Zdyskretyzowany model suwnicy K1 z rys. 5.6

Fig. 5.7. Discreted model of K1 overhead crane (fig. 5.6)



Rys. 5.8. Sztywny element inercyjny dźwigara

Fig. 5.8. Stiff inertial element of the girder

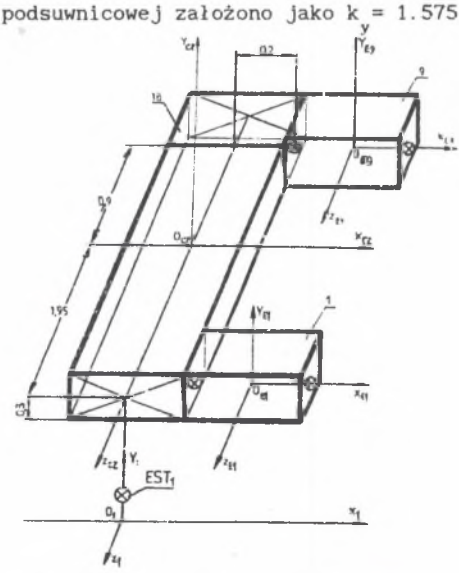


Rys. 5.9. Postać elementu modelującego czołownicę suwnicy

Fig. 5.9. Representation of the element modelling the overhead's front

Współrzędne zaczepienia elementów sprężysto-tłumieniowych w układzie czołownicy pokazano na rys. 5.10.

Sztywność jezdni podsuwnicowej założono jako k = 1.575 10 [N/m].



Rys. 5.10. Współrzędne zaczepienia elementów sprężysto-tłumieniowych w układzie czołownicy

Fig. 5.10. Coordinates of the hitch of elastic-damping elements in the front's system

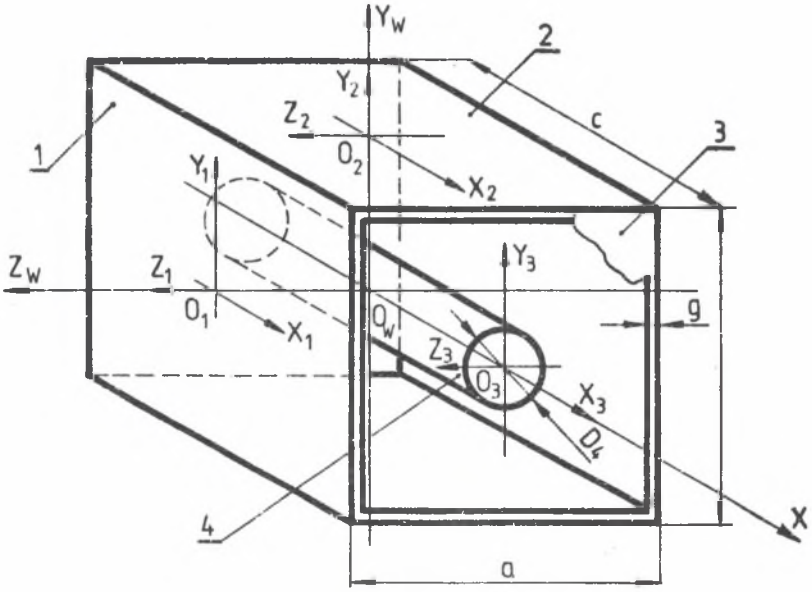
Na rys. 5.11 przedstawiono model wózka badanej suwnicy. Obudowę przyjęto w postaci płyt 1,2 i 3 o grubości g, natomiast silnik i bęben linowy - w postaci walca 4 o średnicy D i długości c.

Parametry geometryczne wózka wynoszą:

$a = 1.8$[m], $b = 2$ [m], $c = 4$ [m], $D = 0.32$ [m], $g = 0.006$ [m],

natomiast parametry inercyjne:

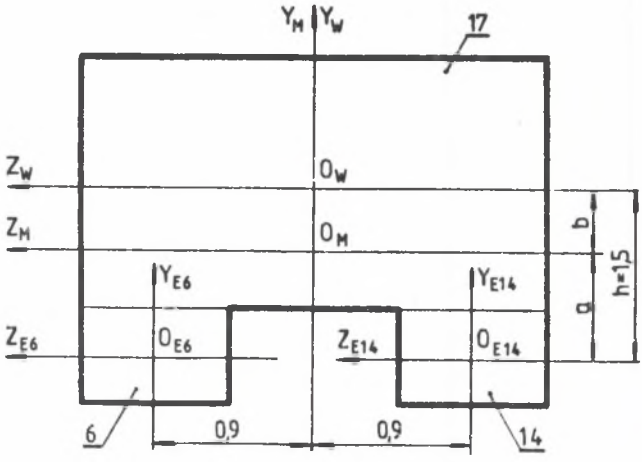
$m_w = 4220$ [kg], $I_x^w = 1927$ [kgm^2], $I_y^w = 7433$ [kgm^2], $I_z^w = 7585$ [kgm^2].



Rys. 5.11. Model wózka badanej suwnicy

Fig. 5.11. Model of the overhead's block carriage

Przyjęto, że wózek stanowi jedną bryłę z utrzymującymi go elementami sztywnymi belek. Takie położenie środka masy zastępczej bryły wózka suwnicy ilustruje rys. 5.12.



Rys. 5.12. Położenie środka masy zastępczej bryły wózka suwnicy

Fig. 5.12. Location of the middle of the equivalent solid mass of the overhead's block carriage

Obliczone wartości parametrów geometrycznych modelu z rys.5.12 wynoszą:

$$a = 0.93\ [m],\ b = 0.57\ [m],\ h = 1.5\ [m].$$

Obliczone wartości parametrów inercyjnych modelu z rys. 5.12 wynoszą:

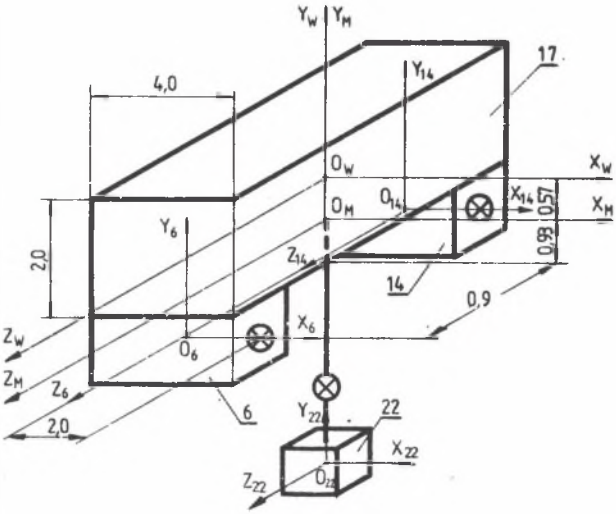
$$m = 6801\ [kg],\ I^w = 7690.2\ [kgm^2],\ I^w = 13126.8\ [kgm^2],\ I^w = 15211.8\ [kgm^2].$$

Współrzędne zaczepienia elementów sprężysto-tłumieniowych belek w układzie współrzędnych $(OXYZ)_M$, (rys. 5.13) wynoszą:

$$x_M = 2\ [m],\ y_M = -0.93\ [m],\ z_M = 0.9\ [m].$$

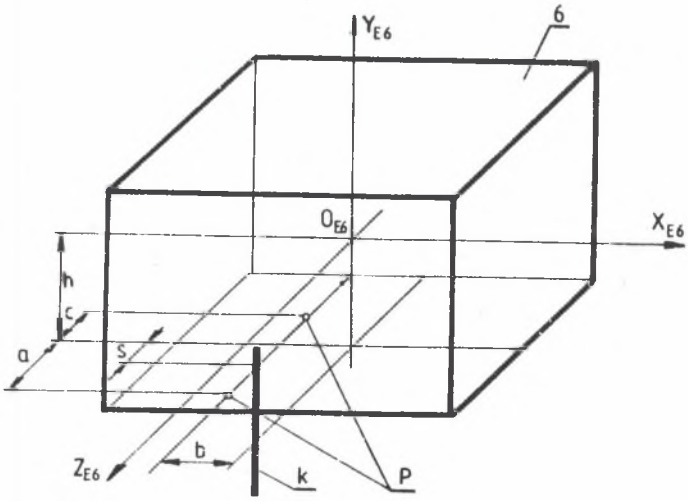
Ponadto założono podwieszenie ładunku o masie $m_L = 5000$ [kg] w środku masy bryły zastępczej wózka za pośrednictwem elementu sprężysto-tłumieniowego liny. W granicach zmian długości liny od 1 ÷ 8 [m] przyjęto współczynnik sztywności liny w przedziale od $2.28\ 10^7$ [N/m] do $1.6\ 10^8$ [N/m]. Założony układ bryły wózka wraz z ładunkiem i przyjętymi parametrami sprężysto-tłumieniowymi belek i liny przedstawiono na rys. 5.13.

Na rys. 5.14 przedstawiono sposób zamocowania kabiny operatora do mostu suwnicy. Przez P oznaczono punkt przyłączenia elementów sprężysto-tłumieniowych modelu układu wibroizolacji kabiny do elementu sztywnego dźwigara suwnicy. Prostą, na której znajduje się środek ciężkości kabiny, oznaczono literą k.



Rys. 5.13. Układ bryły wózka suwnicy wraz z ładunkiem oraz elementami sprężysto-tłumieniowymi belek i liny

Fig. 5.13. System of block carriage lump, together with the load and elastic - damping elements of the beams and rope



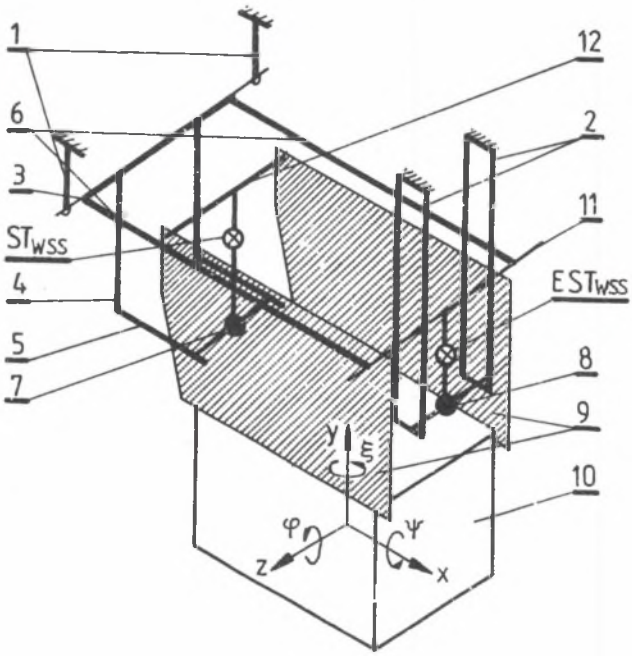
Rys. 5.14. Sposób mocowania kabiny do mostu suwnicy

Fig. 5.14. Way of installing the cage to the overhead's bridge

Oznaczone na rys. 5.14 parametry geometryczne wynoszą:

a = 0.88 [m], b = 1.7 [m], c = 0.73 [m], h = 0.675 [m], s = 0.13 [m].

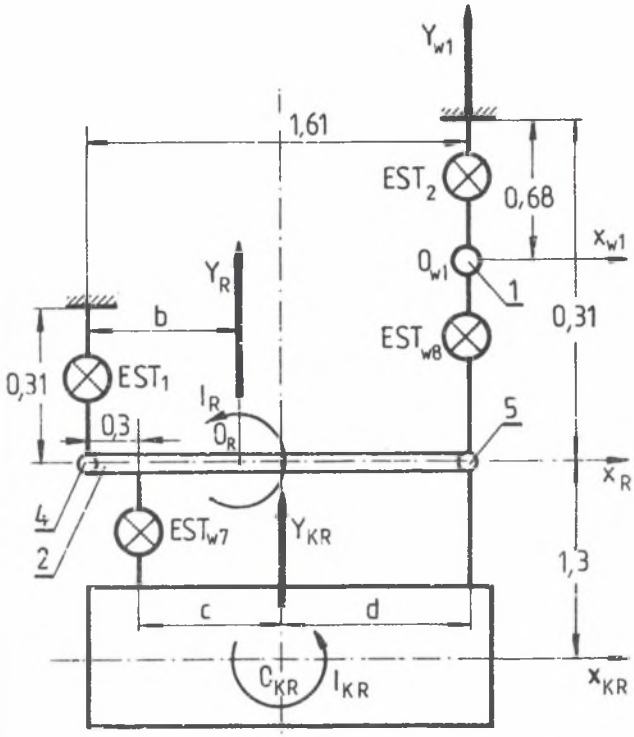
W zakresie podukładu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy posłużono się modelem, opracowanym i wykonanym w ramach pracy [43]. Jest to układ dwóch wibroizolatorów stałej siły, o schemacie, jak na rys. 5.15. Wibroizolator 8 podwieszony jest na wieszakach 2 zamocowanych sztywno do mostu suwnicy i połączony obrotowo belką 12 z wieszakami 9 kabiny 10. Rama połączona jest obrotowo z elementami 1, poprzez które przymocowana jest do mostu suwnicy.



Rys. 5.15. Model podwieszenia kabiny operatora suwnicy na układzie wibroizolacji

Fig. 5.15. Model of suspending the operator's cage from the vibroisolation system

Do wstępnych obliczeń przyjęto płaski model układu wibroizolacji kabiny, jak na rys. 5.16.

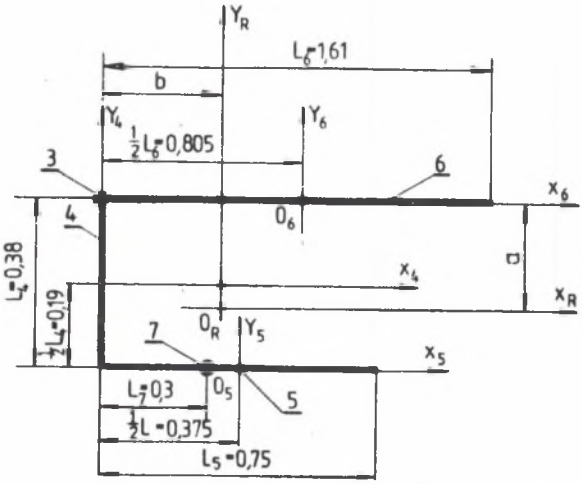


Rys. 5.16. Płaski model układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy

Fig. 5.16. Flat model of the vibroisolation operator's cage

Elementem masowym 1 modeluje się masę wibroizolatora 8 z rys. 5.15, elementem masowym 2 - ramę złożoną z elementów 3,4,5 i 6 oraz wibroizolator 7, elementem masowym 3 - kabinę 10 wraz z blachami mocującymi 9. Sztywności i tłumienia wibroizolatorów 7 i 8 z rys. 5.15 odwzorowano elementami sprężysto-tłumieniowymi 7 i 8. Sztywności i tłumienia elementów zawieszenia układu wibroizolacji z rys. 5.15 oznaczono na rys. 5.16 elementami sprężysto-tłumieniowymi 1 i 2. Numery 4 oraz 5 na rys. 5.16 oznaczają przeguby w modelu układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy. W pracy [44] obliczono sztywności elementów 1 i 2 z rys. 5.15 jako: $k_1 = 1.49\ 10^9$ [N/m], $k_2 = 1.36\ 10^9$ [N/m]. Zredukowany moment bezwładności kabiny wraz z blachami łączącymi 9 wynosi $J_z^{KR} = 400$ [kgm^2], zredukowana masa kabiny po uwzględnieniu blach 9 $m_{RK} = 1107$ [kg].

Na rys. 5.17 przedstawiono płaski model ramy podwieszenia kabiny operatora suwnicy.



Rys. 5.17. Płaski model ramy podwieszenia kabiny operatora suwnicy

Fig. 5.17. Flat model of the joint frame of the operator's cage

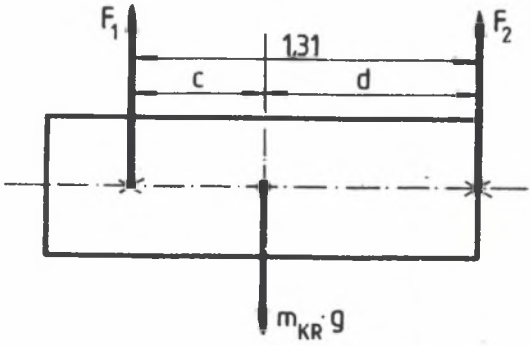
W pracy [44] wyznaczono parametry inercyjne ramy z rys. 5.17, jako:

$$m_R = 219 \text{ [kg]}, \quad I^R_{ZR} = 19.8 \text{ [kgm}^2\text{]}.$$

Współrzędne położenia środka masy ramy wyliczono, jako:

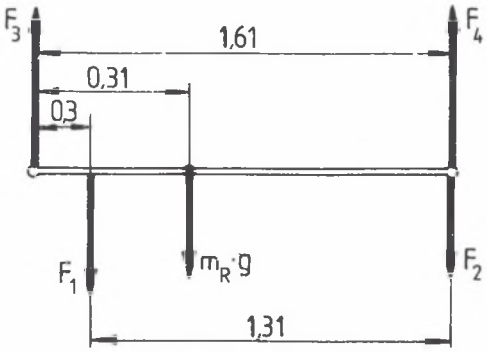
$$a = 0.31 \text{ [m]}, \quad b = 0.344 \text{ [m]}.$$

Położenie kabiny dobrano tak, aby równomiernie obciążyć wibroizolatory 7 i 8. Na podstawie rys. 5.18 i 5.19 obliczono wartość c = 0.56 [m].



Rys. 5.18. Rozkład obciążeń wibroizolatorów kabiny operatora suwnicy ciężarem własnym kabiny

Fig. 5.18. Distribution of the load of vibroisolators by the cage weight



Rys. 5.19. Schemat rozkładu obciążeń wibroizolatorów w przyjętym modelu układu kabiny operatora suwnicy

Fig. 5.19. Diagram of the distribution of vibroisolators in the model of operator's cage

Kolejnym modelem w utworzonym ciągu modeli układu suwnicy jest model dyskretny o zredukowanej liczbie stopni swobody.

Parametry inercyjne zredukowanego modelu mostu suwnicy wynoszą:

$$m_{EZ1} = 2698.5 \text{ [kg]}, \quad m_{EZ2} = 2473.0 \text{ [kg]}.$$

Zredukowane momenty bezwładności elementów sztywnych belki 1 (rys.5.21) wynoszą:

$$I_x^{EZ1} = 71.52 \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad I_y^{EZ1} = 14512.0 \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad I_z^{EZ1} = 14950.0 \text{ [kgm}^2\text{]}.$$

Zredukowane momenty bezwładności elementów sztywnych belki 2 wynoszą:

$$I_x^{EZ2} = 65.76 \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad I_y^{EZ2} = 13343.8 \text{ [kgm}^2\text{]}, \quad I_z^{EZ2} = 71.52 \text{ [kgm}^2\text{]}.$$

Zredukowane sztywności elementów sprężysto-tłumieniowych belek wynoszą:

$$k_x = 0.7615\ 10^9 \text{ [N/m]}, \quad k_y = 2.32\ 10^8 \text{ [N/m]}, \quad k_z = 2.32\ 10^9 \text{ [N/m]},$$
$$k_\phi = 0.771\ 10^7 \text{ [N/m]}, \quad k_\psi = 0.475\ 10^8 \text{ [N/m]}, \quad k_\vartheta = 1.715\ 10^8 \text{ [N/m]}.$$

Przyjęto, że wózek stanowi jedną bryłę z utrzymującymi go elementami sztywnymi, wynikającymi z podziału belek. Układ składający się z elementów 2,7 i 9 oznaczono przez M, jej masę - przez $m_M = 9382.5$ [kg]. Przyjęty w tym kroku model wózka wraz z obliczonym położeniem środka masy przedsta-

wiono na rys. 5.22. Parametry geometryczne oznaczone na rys. 5.22 przez a, b i h przyjmują wartości:

$$a = 0.675\ [m],\ b = 0.852\ [m]\ i\ h = 1.5\ [m].$$

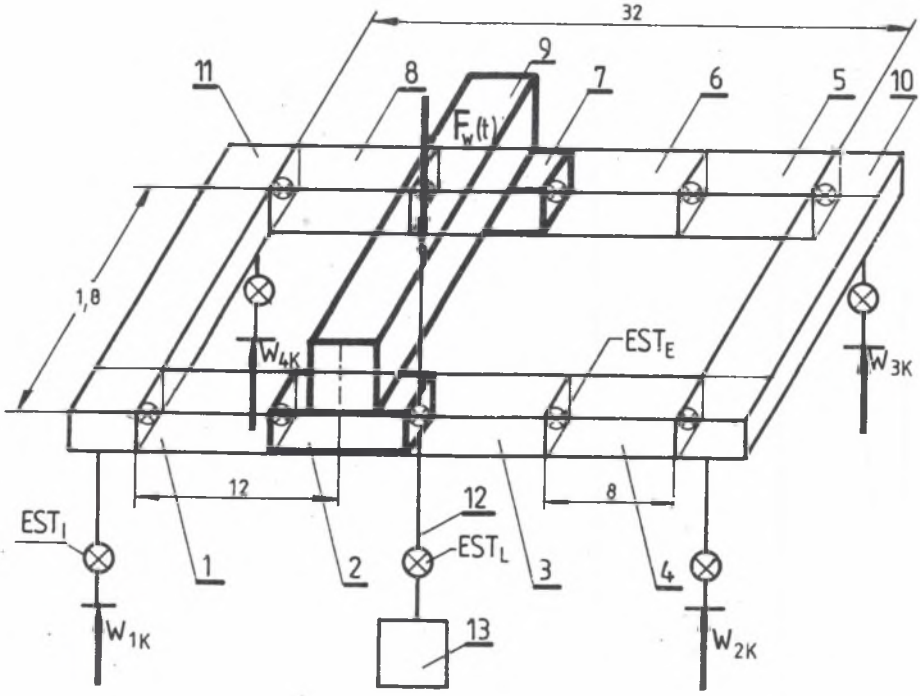
Parametry inercyjne bryły M (rys. 5.22 i 5.23) w układzie współrzędnych $(OXYZ)_M$ wynoszą:

$$I^M_{XM} = 11470\ [kgm^2],\ I^M_{YM} = 39291\ [kgm^2],\ I^M_{ZM} = 41506\ [kgm^2].$$

Współrzędne x_M, y_M i z_M wynoszą:

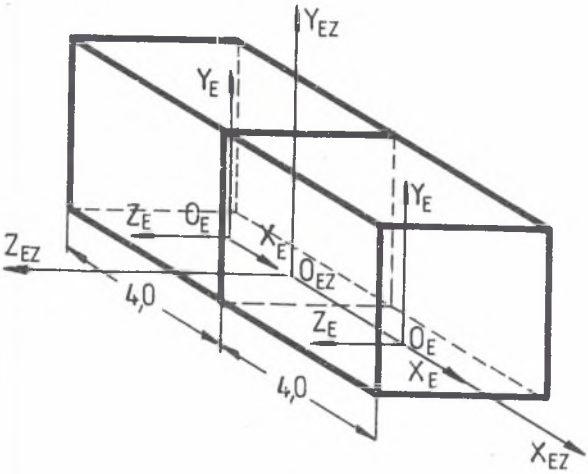
$$x_M = 4.0\ [m],\ y_M = -0.675\ [m],\ z_M = 0.9\ [m].$$

Model dyskretny układu suwnicy wraz z kabiną operatora, przy zredukowanej liczbie stopni swobody pokazano na rys. 5.20.



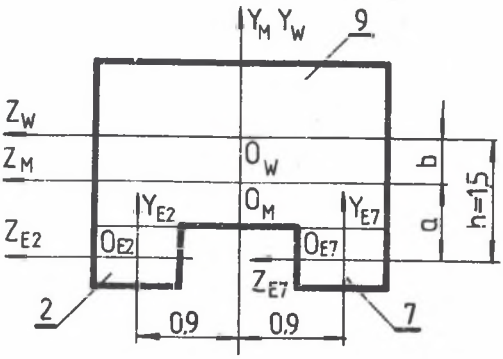
Rys. 5.20. Model dyskretny układu suwnicy o zredukowanej liczbie stopni swobody

Fig. 5.20. Discreted model of the overhead crane system with the reducted number of movement grades



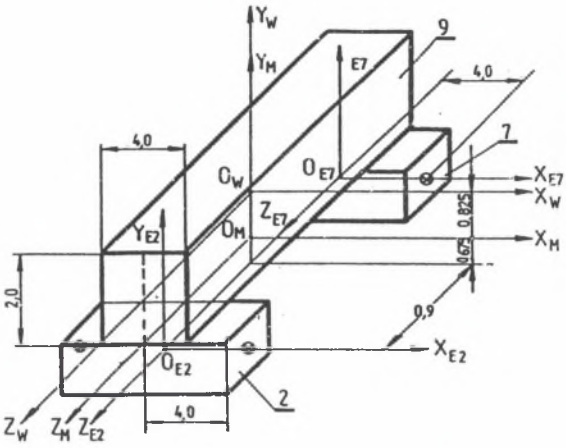
Rys. 5.21. Zredukowany, sztywny element inercyjny belki 1 modelowanej suwnicy

Fig. 5.21. Reducted, stiff inertial element of beam 1 of the overhead crane



Rys. 5.22. Rzut modelu zredukowanego wózka suwnicy

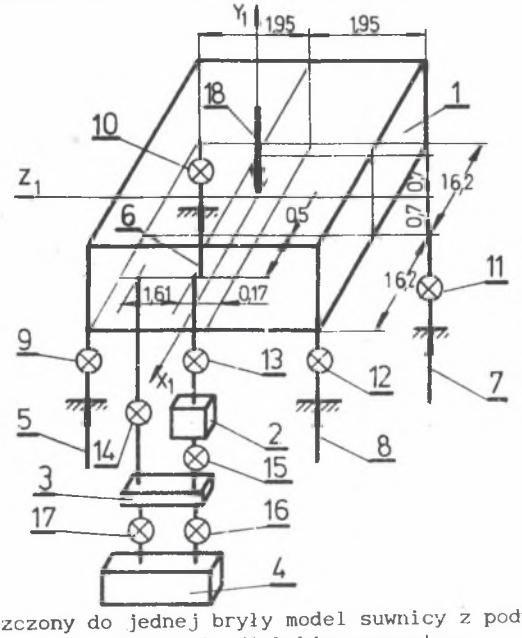
Fig. 5.22. Projection of the reducted model of the block carriage



Rys. 5.23. Schemat zredukowanego modelu wózka suwnicy

Fig. 5.23. Diagram of the reducted model of the block carriage

Ostatnim, przyjętym dc rozważań, uproszczonym modelem suwnicy z kabiną operatora, podwieszoną na układzie wibroizolacji, jest model, pokazany na rys. 5.24.



Rys. 5.24. Uproszczony do jednej bryły model suwnicy z podwieszoną na układzie wibroizolacji kabiną operatora

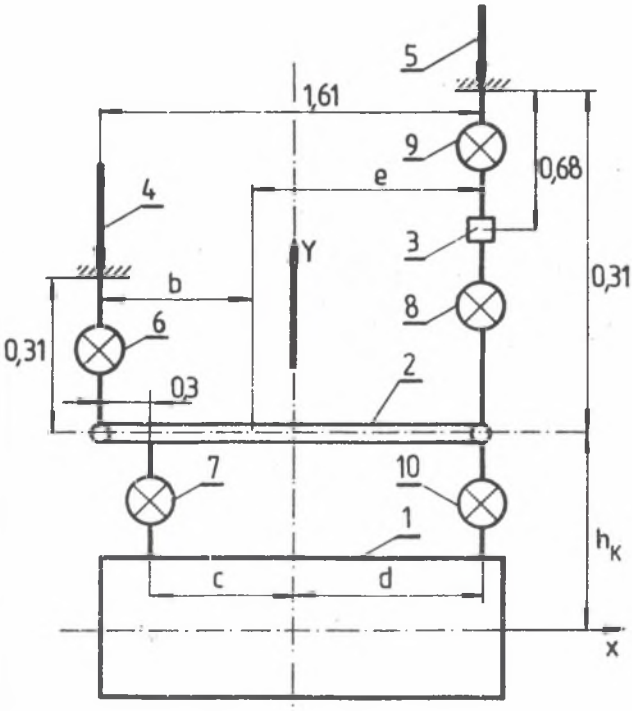
Fig. 5.24. Overhead crane model with the vibroisolation operator's cage suspended to the system, simplified to one lump

Model z rys. 5.24 składa się z jednej bryły przestrzennej, modelującej suwnicę oraz opisanego wcześniej układu kabiny wraz z wibroizolatorem.

Zredukowane parametry inercyjne suwnicy przyjęto jako:
m_1= 31500 [kg], I^{m1}_{x1}= 25000 [kgm^2], I^{m1}_{y1}= 2400000 [kgm^2], I^{m1}_{z1}= 2200000 [kgm^2]
Sztywność jezdni podsuwnicowej modelują elementy sprężysto-tłumieniowe EST_j. Na most suwnicy oddziałuje zredukowane wymuszenie dynamiczne $F_w(t)$ oraz cztery wzbudzenia kinematyczne $W_{ki}(t)$, (i=1,2,3 i 4).

5.2.2. Obliczenia numeryczne charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych wybranych modeli układów wibroizolacji kabiny operatora suwnicy

Do obliczeń charakterystyk a-c-f przyjęto model układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy jak na rys. 5.25.



Rys. 5.25. Przyjęty do obliczeń model układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy

Fig. 5.25. Vibroisolation model of the overhead crane's operator's cage accepted for calculations

Założono wstępnie ciąg trzech wartości sztywności wibroizolatorów 7 i 8 (10^4 [N/m], 10^5 [N/m] i 10^6 [N/m]) oraz oddziaływanie wymuszeń kinematycznych 4 i 5. Porównując otrzymane charakterystyki a-c-f z wynikami pomiarów, przeprowadzonymi na obiekcie rzeczywistym w ramach pracy [43], przyjęto sztywność wibroizolatora $c_w = 10^5$ [N/m]. Przy tej sztywności wyznaczono:

- siły bezwładności i przemieszczenia pionowe kabiny,
- siły w sprężynach wibroizolatora,
- ugięcia względne sprężyn wibroizolatorów.

Przyjmując równoczesne działanie wymuszeń kinematycznych 4 i 5 o parametrach:

- wymuszenie 4 - amplituda 0.2 10^{-4} [m], kąt przesunięcia fazowego 0°,
- wymuszenie 5 - amplituda 0.3 10^{-4} [m], kąt przesunięcia fazowego 0°,

wyznaczono całkowite przemieszczenia środka masy kabiny oraz działającą na kabinę siłę bezwładności.

Niezbędne dane numeryczne do pakietu GRAHYB zestawiono w tablicy 5.4.

Tablica 5.4

1 1	9 0.0 0.0 0.0
3 2 5 0	4
1 1107.0 400.0	1
2 0	6 0.0
7 -0.56 1.3 0.0	5
10 0.75 1.3 0.0	1
2 219.0 20.0	9 0.0
4 0	6 (0.0, 0.0) (1.49E+9, 0.0) (0.0, 0.0)
7 -0.04 0.0 0.0	7 (0.0, 0.0) (1.00E+5, 0.0) (0.0, 0.0)
8 1.27 0.0 0.0	8 (0.0, 0.0) (1.00E+5, 0.0) (0.0, 0.0)
6 -.034 0.0 0.0	9 (0.0, 0.0) (1.36E+9, 0.0) (0.0, 0.0)
10 1.27 0.0 0.0	10 (0.0, 0.0) (1.0E+12, 0.0) (0.0, 0.0)
3 160.0 0.0	5. 0.2 100
2 0	1 1 1 1 0 0 0 0
8 0.0 0.0 0.0	

Czas obliczeń macierzy charakterystyk dynamicznych badanego układu, odpowiadającej jednej wartości częstości ω, przy użyciu mikrokomputera typu IBM 386 z koprocesorem 387, wynosił około 8s.

W dodatku D.5, na rys. D.5.33 do D.5.36 zamieszczono charakterystyki a-c-f pionowych przemieszczeń kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4, a na rys. D.5.37 do D.5.40 - od wymuszenia kinematycznego 5.

Na rys. D.5.41 do D.5.44 zamieszczono charakterystyki a-c-f sił bezwładności kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4, a na rys. D.5.45 do D.5.48 - od wymuszenia kinematycznego 5.

Na rys. D.5.49 do D.5.52 zamieszczono charakterystyki a-c-f sił w sprężynach wibroizolatorów kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4, a na rys. D.5.53 do D.5.56 - od wymuszenia kinematycznego 5.

Na rys. D.5.57 do D.5.60 przedstawiono charakterystyki a-c-f ugięć sprężyn wibroizolatorów kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4, a na rys. D.5.61 do D.5.64 - od wymuszenia kinematycznego 5.

Na rys. D.5.65 do D.5.68 pokazano charakterystyki a-c-f sił bezwładności i przemieszczeń kabiny operatora suwnicy od jednocześnie działających wymuszeń kinematycznych 4 i 5.

Z kolei przeprowadzono obliczenia przestrzennego modelu suwnicy z układem wibroizolacji kabiny operatora, jak to pokazano na rys. 5.24.
Dane cyfrowe do pakietu GRAHYB w tym przypadku przedstawiono w tablicy 5.5.

Tablica 5.5

```
2  1
4  4  9  1
1 31500.0 25000.0 2400000.0 2200000.0
6  1
9  16.2  -0.7  1.95  0.0  0.0  0.0
10  -16.2  -0.7  1.95  0.0  0.0  0.0
11  -16.2  -0.7  -1.95  0.0  0.0  0.0
12  16.2  -0.7  -1.95  0.0  0.0  0.0
13  0.5  -0.7  0.17  0.0  0.0  0.0
14  0,5  -0.7  1.78  0.0  0.0  0.0
18  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
2  160.0  0.0  0 0  0.0
2  0
13  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
15  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
3  219.0  20.0  25.0  30.0
4  0
14  0.0  0.0  0.34  0.0  0.0  0.0
15  0.0  0.0 -1.27  0.0  0.0  0.0
16  0.0  0.0 -1.27  0.0  0.0  0.0
17  0.0  0.0  0.04  0.0  0.0  0.0
 4  1100.0  400.0  400.0  400.0
2  0
16  0.0  1.3 -0.75  0.0  0.0  0.0
17  0.0  1.3  0.56  0.0  0.0  0.0
5
1
9  0.0  0.0  0.0
6
1
10  0.0  0.0  0.0
7
1
11  0.0  0.0  0.0
8  1  12  0.0  0.0
 9 (1.0E12,0.0) (1.6E7,0.0) (1.0E12,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
10 (1.0E12,0.0) (1.6E7,0.0) (1.0E12,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
11 (1.0E12,0.0) (1.6E7,0.0) (1.0E12,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
12 (1.0E12,0.0) (1.6E7,0.0) (1.0E12,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
13 (2.0E9,0.0) (1.36E9,0.0) (2.0E09,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
14 (1.0E09,0.0) (1.5E9,0.0) (1.0E09,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
15 (1.0E12,0.0) (1.0E5,0.0) (1.0E12,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
16 (1.0E12,0.0) (1.0E12,0.0) (1.0E12,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
17 (1.0E12,0.0) (1.0E5,0.0) (1.0E12,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0) (0.0,0.0)
5.0  0.1  100    0  0  0  1  0  0  0  0
```

W dodatku D.5, na rys. D.5.70 ÷ D.5.74 przedstawiono charakterystyki a-c-f przestrzennego modelu układu suwnicy i kabiny operatora, o modelu jak na rys. 5.24.

5.2.2.1. Dyskusja uzyskanych wyników

Na rys. D.5.33 ÷ D.5.70 zamieszczono graficzną ilustrację obliczeń numerycznych charakterystyk a-c-f układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy (por. rys. 5.25).

W szczególności, na rysunkach:

- D.5.33 ÷ D.5.36 pokazano przebiegi pionowych przemieszczeń kabiny od wzbudzenia kinematycznego 4,
- D.5.37 ÷ D.5.40 przedstawiono przebiegi pionowych przemieszczeń kabiny od wzbudzenia kinematycznego 5, zakładając trójwartościowy ciąg parametrów sprężystych wibroizolatorów układu,
- D.5.41 ÷ D.5.44 zilustrowano przebiegi sił bezwładności, działających na środek masy kabiny, przy środkowej wartości sztywności wibroizolatora c_w=10E5[N/m], od wymuszenia kinematycznego 4,
- D.5.45 ÷ D.5.48 zilustrowano przebiegi sił bezwładności, działających na środek masy kabiny, przy środkowej wartości sztywności wibroizolatora c_w=10E5[N/m], od wymuszenia kinematycznego 5,
- D.5.49 ÷ D.5.52 przedstawiono zmiany wartości amplitud sił dynamicznych w sprężynach wibroizolatorów od wymuszenia kinematycznego 4,
- D.5.53 ÷ D.5.56 przedstawiono zmiany wartości amplitud sił dynamicznych w sprężynach wibroizolatorów od wymuszenia kinematycznego 5,
- D.5.57 ÷ D.5.64 pokazano przebiegi a-c-f ugięć sprężyn 7 i 8 wibroizolatora od wymuszenia kinematycznego 4 i 5.

Zakładając równoczesne działanie wzbudzeń kinematycznych 4 i 5 na układ kabiny operatora suwnicy, przy założeniu amplitud wzbudzenia odpowiednio 0.2E-4[m] i 0.3E-4[m], wyznaczono i pokazano na rys. D.5.65 ÷ D.5.68 bezwzględne, wypadkowe siły bezwładności i przemieszczenia środka masy kabiny operatora suwnicy, podwieszonej na układzie wibroizolacji, ze sprężynami o sztywnościach c=10E5[N/m].

Stwierdzono, że dwie podstawowe częstości układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy leżą w zakresach ω_1=3.5[rad/s] i ω_2=5[rad/s], przy sztywności sprężyn wibroizolatorów c_w=10E4[N/m]; ω_1'=11.8[rad/s], ω_2'=15.8[rad/s], przy sztywności sprężyn wibroizolatorów c_w=10E5[N/m] oraz ω_1''=37.5[rad/s] i ω_2''=50[rad/s], przy sztywności sprężyn wibroizolatorów c_w=10E6[N/m]. Obserwuje się zatem zmiany częstości drgań własnych układu, proporcjonalne do pierwiastka z ilorazu sztywności sprężyn wibroizolatora

(w tym przypadku $\sqrt{10}$). Zatem wpływ zmian sztywności na strefy rezonansowe badanego układu jest tak istotny, jak w przypadku układu jednomasowego z jednym elementem sprężystym. Maksymalną skuteczność układu wibroizolacji obserwuje się w strefie ω_o=11.8[rad/s] przy c_w=10E+4[N/m], ω_o'=13.5[rad/s] przy c_w=10E5[N/m] oraz ω_o''=42[rad/s] przy c_w=10E6[N/m]. Wynika z tego wniosek, że możliwe jest obliczenie najskuteczniejszych parametrów sprężystych układu wibroizolacji, dostrajających układ do spodziewanych lub rozpoznanych badaniami, rzeczywistych częstości wzbudzeń układu. Szerokości stref rezonansowych układu wibroizolacji kabiny są niewielkie - rzędu kilku rad/s - w każdym z rozważanych przypadków sztywności sprężyn wibroizolatorów, co może świadczyć o dużej skuteczności układu w przypadku izolacji kabiny od drgań, pochodzących od wzbudzeń kinematycznych.

Wykresy w skali rzeczywistej (rys. D.5.33, D.5.35, D.5.37, D.5.39 D.5.41, D.5.43, D.5.45, D.5.47, D.5.49, D.5.51, D.5.53, D.5.55, D.5.57, D.5.59, D.5.61, D.5.63), pozwalają odczytać poziomy przemieszczeń kabiny operatora suwnicy (w [m]), siły bezwładności, działające na kabinę (w [N]) oraz siły w sprężynach układu wibroizolacji (w [N]); stanowić to może podstawę konstrukcyjnych obliczeń wytrzymałościowych układu lub oceny jego skuteczności z uwagi na wpływ drgań na organizm ludzki.

Wykresy w skali decybelowej (rys. D.5.34, D.5.38, D.5.42, D.5.46, D.5.50, D.5.54, D.5.58, D.5.62) zawierają ponadto informacje o szybkości zmian badanej wielkości fizycznej w funkcji częstości wzbudzenia.

Przyjmując w dalszym ciągu, że $c_w=10^5$[N/m], obliczono całkowitą siłę bezwładności kabiny, w przypadku jednoczesnego działania wzbudzeń kinematycznych 4 i 5 (rys. D.5.66 i D.5.64) oraz wypadkowe przemieszczenia kabiny (rys. D.5.67 i D.5.68), przy założeniu, że amplitudy wymuszeń kinematycznych wynoszą 0.2E-4[m] i 0.3E-4[m]. Stwierdzono dużą skuteczność układu wibroizolacji, poza wąskimi strefami rezonansu. Wyznaczone siły bezwładności nie przekraczały kilku - kilkunastu [N] w zakresie częstości wzbudzenia 5÷25[rad/s], natomiast przemieszczenia pionowe kabiny były praktycznie równe zeru.

Drugi cykl obliczeń układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy dotyczył modelu przestrzennego, pokazanego na rys. 5.24, przy danych zestawionych w tablicy 5.5. Model ten, stanowiący połączenie układu

wibroizolacji kabiny wraz ze zredukowaną bryłą suwnicy 1, posiada 48 stopni swobody, przy wyróżnionych czterech wzbudzeniach kinematycznych i jednym wzbudzeniu dynamicznym. Przebadano strefę częstości wzbudzenia od 5[rad/s] do 35[rad/s] z krokiem 0.5[rad/s]. Na rys. D.5.70 przedstawiono charakterystykę a-c-f przemieszczeń pionowych kabiny operatora suwnicy, przy założeniu jednoczesnego działania czterych wzbudzeń kinematycznych, pochodzących od kół jezdnych suwnicy (elementy czynne 5,6,7,8 na rys. 5.24) o amplitudzie 0.003[m] oraz jednego wzbudzenia dynamicznego, w postaci siły działającej na zredukowaną bryłę suwnicy, o amplitudzie 1[T]. Na rys. D.5.70 pokazano odpowiednią decybelową charakterystykę a-c-f, ilustrującą szybkość zmian pionowych przemieszczeń środka masy kabiny. Na rys. D.5.71 pokazano charakterystykę a-c-f poziomych przemieszczeń kabiny operatora suwnicy, przy uwzględnieniu różnicy faz wzbudzeń kinematycznych 5 i 6 oraz 7 i 8 o 180 stopni, a na rys. D.5.72 - decybelową charakterystykę dynamiki zmian tych przemieszczeń. Dodatkowo, na rys. D.5.73 przedstawiono funkcję podatności dynamicznej układu, między siłą, działającą na most suwnicy, a przemieszczeniami środka masy kabiny operatora, a na rys. D.5.74 - decybelową charakterystykę zmian podatności dynamicznej.

6. PODSUMOWANIE

We wstępie do niniejszej pracy sprecyzowano jej cel, którym jest rozwinięcie teorii i metod grafów hybrydowych. Grafy hybrydowe wprowadzono w Instytucie Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej i stosowano - od około dziesięciu lat - w realizacji prac naukowo-badawczych oraz w dydaktyce przedmiotów z bloku mechanika, teoria maszyn i mechanizmów oraz drgania mechaniczne.

W zakresie więc r o z w i n i ę c i a t e o r i i g r a f ó w h y b r y d o w y c h sformułowany cel osiągnięto poprzez:

- wprowadzenie macierzowej postaci grafu hybrydowego, co zdecydowanie upraszcza zarówno samą postać grafu hybrydowego, jak również prowadzone na tym grafie przekształcenia, a także umożliwia rozszerzenie zastosowań mgh do modelowania mechanicznych układów dyskretnych, o dowolnej konfiguracji elementów czynnych i biernych,

- rozszerzenie struktury mgh o podgrafy blokowe i ich macierzowe podgrafy zastępcze, co stwarza możliwości badania układów dyskretno-ciągłych, przy dysponowaniu stabelaryzowanymi lub funkcyjnymi postaciami charakterystyk dynamicznych podukładów o ciągłym rozkładzie parametrów,

- zdefiniowanie podstawowych elementów macierzowego grafu hybrydowego, jak drzewo, przeciwdrzewo, macierzowy kontur sprzężony, macierzowe odcięcie sprzężone, co pozwala na wprowadzenie jednoznacznej definicji mgh,

- zdefiniowanie uogólnionej zasady cyklomatycznej i zasady odcięć mgh, co umożliwia podanie algorytmu algebraizacji mgh.

Utworzony n o w y m o d e l s i e c i o w y układu mechanicznego, umożliwiający odwzorowywanie geometrycznej i dynamicznej struktury złożonych układów mechanicznych, nazwano m a c i e r z o w y m g r a f e m h y b r y d o w y m (mgh).

W zakresie rozwinięcia metod grafów hybrydowych cel pracy osiągnięto przez:

- wyprowadzenie macierzowej postaci różniczkowych równań ruchu założonej klasy układów dynamicznych,

- sformułowanie podstawowej i specjalnych metod transformacji mgh - mgp, jako podstawy badania dynamiki układów drgających,

- zbudowanie pakietu programów numerycznych na komputery zgodne z IBM PC, użytecznych zarówno dla praktyków projektantów, konstruktorów czy użytkowników maszyn, jak i studentów studiów technicznych, umożliwiających stosowanie opracowanej metody zarówno bez konieczności poznania i stosowania jej formalizmu, ale także praktycznie bez potrzeby tworzenia grafu, jako pośredniego obiektu abstrakcyjnego procesu modelowania i analizy układu technicznego.

Pierwsza ze sformułowanych metod specjalnych, czyli metoda fzzb, umożliwia poszukiwanie charakterystyk dynamicznych układu pomiędzy dowolnym wyjściem i przepływowym wzbudzeniem. Metoda ta upraszcza zarówno sposób przygotowania bazy danych, jak i sam proces obliczeń, przez zmniejszenie liczby wykonywanych operacji arytmetycznych.

Druga metoda specjalna, czyli metoda fzzp, upraszcza wyznaczanie zespolonych funkcji przejścia układu między zbiorem możliwych do przyjęcia wzbudzeń biegunowych a dowolnym zbiorem odpowiedzi. Tak więc można, poprzez zastosowanie do modelu układu swobodnego metody fzzb i fzzp mgh, znaleźć zdefiniowany zbiór charakterystyk dynamicznych układu.

Realizacja celu pracy polegała na:

- formalnym zdefiniowaniu modelu sieciowego w postaci mgh wraz z jego podstawowymi elementami i możliwymi przekształceniami,

- sformułowaniu podstaw teoretycznych i metodyki numerycznego algebraizowania mgh na podstawie danych strukturalnych i fizykalnych o obiekcie badań,

- zastosowaniu zdefinowanego mgh do modelowania zjawisk dynamicznych w układach fizykalnie niejednorodnych,

- utworzeniu dwóch pakietów oprogramowania metody mgh na komputery zgodne z IBM PC XT/AT,

- numerycznym przebadaniu modeli dynamicznych robota IRb-6 oraz układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy.

Traktując praktyczną użyteczność metody mgh jako cel nadrzędny, opracowano dwa pakiety oprogramowania, znacznie ograniczające lub zupełnie wykluczające konieczność znajomości przez Użytkownika teorii grafów w ogóle, a mgh w szczególności. Zaimplementowano więc na komputerze IBM PC AT wersję konwersacyjną tworzenia bazy danych, współdziałającą z Użytkownikiem w trybie stawiania pytań o strukturze modelowanego układu, tworzącą samoczynnie zbiór danych do programu obliczeniowego, w postaci macierzy ${}_{1s}\mathbf{B}$, ${}_{2s}\mathbf{B}$, $\overset{o}{\mathbf{W}}$ i ${}_{1o}\mathbf{W}$ oraz wersję edycyjnego wprowadzenia zbioru danych cyfrowych o układzie, polegającą na wcześniejszym przygotowaniu zdefiniowanej tablicy. Tablica ta zawiera informacje o modelowanym układzie, niezbędne do utworzenia przez pakiet zbioru danych cyfrowych o strukturze, jak w wersji konwersacyjnej. Ta koncepcja istotnie uprościła etap tworzenia numerycznej bazy danych do segmentu obliczeniowego, z uwagi na niezależne od właściwego programu tworzenie tablicy danych cyfrowych. W przypadku dużych układów o wielu elementach, przy złożonej konfiguracji geometrycznej, taki sposób wprowadzania danych pozwala, z uwagi na dużą przejrzystość, łatwo kontrolować poprawność ich zapisywania oraz wprowadzać niezbędne zmiany i korekty. Tworzenie dużych zbiorów liczbowych jest w takim przypadku rozłożone w czasie, a przygotowanie wielowariantowych zestawów danych do obliczeń badanego układu polega na prostym kopiowaniu zbiorów i wprowadzaniu wymaganych zmian parametrów w zdefiniowanych tablicach.

Pliki wykonania zaimplementowano na komputery zgodne z IBM PC XT oraz AT, wyposażone w koprocesor arytmetyczny i twardy dysk.

W zakresie badania dynamiki złożonych układów fizycznych opracowaną metodą macierzowych grafów hybrydowych wyznaczono zbiór charakterystyk dynamicznych robota przemysłowego IRb-6, w postaci modelu o dyskretnym rozkładzie parametrów, w trzech położeniach roboczych. Położenia te stanowią konkretyzację zmiennej struktury geometrycznej układu. Wyznaczono także zbiór charakterystyk dynamicznych modelu układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy. Sformułowane metody i programy numeryczne odnoszą się do badania charakterystyk amplitudowo-częstościowo-fazowych układów mechanicznych,

drgających wokół przyjętego położenia równowagi. Układy te przedstawiono w postaci modeli dyskretnych i dyskretno-ciągłych, zawierających mechaniczne elementy inercyjne, sprężysto-tłumieniowe i prętowe o znanych charakterystykach dynamicznych oraz czynne elementy w postaci biegunowych i przepływowych wzbudzeń mechanicznych. Zatem badane układy traktowano jako wielowymiarowe, wielowejściowe i wielowyjściowe obiekty dynamiczne, niejednorodne zarówno z uwagi na sprzężenia zmiennych mechanicznych, jak i z uwagi na charakter rozkładu parametrów elementów tworzących model. Założono ponadto możliwość badania przestrzennych modeli układów drgających, czyli układów z liniowymi sprzężeniami dynamicznymi, niejednorodnych geometrycznie i strukturalnie, poddanych jednoczesnemu działaniu zbiorów wymuszeń biegunowych i przepływowych, przy możliwej dowolnej konfiguracji elementów układu między sobą, identyfikowanej współrzędnymi punktów koincydencji elementów i kątami pomiędzy ich osiami.

Podejmując i realizując cel rozprawy wykazano - zdaniem autora - słuszność stwierdzenia, że:

macierzowe grafy hybrydowe $\underset{o1}{X}^{s}$ *stanowią rozwinięcie teorii i metod grafów hybrydowych* $\underset{o1}{X}^{s}$ *i stwarzają dogodną podstawę cyfrowej analizy złożonych układów dynamicznych o niejednorodnej strukturze fizykalnej i geometrycznej,*

które na wstępie przyjęto za tezę niniejszej pracy.

Podkreślając liczne zalety sformułowanej metody mgh, autor dostrzega także jej wady i niedoskonałości, które w dalszym ciągu badań w tym kierunku powinny zostać wyeliminowane. Przede wszystkim przyjęty formalizm algebraiczny i numeryczny ogranicza zastosowanie metody mgh do układów zlinearyzowanych, o stałych parametrach. Ograniczenie to nie odnosi się jednak do samego modelu sieciowego, którym jest macierzowy graf hybrydowy, umożliwiający odwzorowanie układów mechanicznych o nieliniowych charakterystykach elementów składowych i generowanie różniczkowych równań ruchu. Należałoby zatem podjąć dalsze próby rozszerzenia zastosowań metody mgh na układy nieliniowe. W ten sposób ważny problem generowania różniczkowych równań ruchu złożonych układów dynamicznych mógłby być rozwiązywany przy zastosowaniu zaproponowanych modeli sieciowych, zawierających pełną

informację zarówno o strukturze, jak i o parametrach układu fizykalnego.

Elementy mgh zdefiniowane w pracy odnoszą się do mechanicznych elementów układu dynamicznego. Wiele jednak obiektów elektrycznych, hydraulicznych czy pneumatycznych może także znaleźć swoją interpretację w postaci krawędzi mgh, a zidentyfikowane sprzężenia elektro-mechaniczno-hydrauliczno-pneumatyczne mogłyby zostać odwzorowane odpowiednimi macierzowymi krawędziami sprzężenia o właściwych wagach transformacji zmiennych. Zatem problem badania układów o mieszanej strukturze fizykalnej powinien stanowić dalszy etap rozwinięcia teorii i metod mgh.

Niniejsza praca dotyczy więc praktycznie metod analizy złożonych układów dynamicznych. Rozwój metod syntezy układów dynamicznych, w tym także metod stosujących formalizm teorii grafów, sugeruje podjęcie prób zastosowań modeli sieciowych w postaci mgh, jako obiektów topologicznych syntezy układów dynamicznych, także o mieszanej strukturze fizykalnej.

Przedstawiony w pracy aparat analityczny oparto na metodach macierzowych. Poza wieloma związanymi z tym korzyściami, należy zdawać sobie sprawę z płynących stąd ograniczeń, jak choćby zwolnienie szybkości obliczeń mikrokomputerów przez konieczność odwracania dużych macierzy zespolonych, czy duża zajętość pamięci operacyjnej. Wydaje się, że konieczna jest ciągła optymalizacja stosowanego oprogramowania poprzez włączanie do segmentów obliczeniowych nowych, standardowych procedur numerycznych. Pewne efekty w zakresie ekonomiki obliczeń numerycznych można by osiągnąć poprzez zmianę użytego języka oprogramowania na inny, nastawiony szczególnie na działania macierzowe (np. GAUSS).

Próby zastosowań metod symbolicznych w cyfrowym modelowaniu układów dynamicznych mogłyby także zostać połączone z modelowaniem układów w postaci macierzowych grafów hybrydowych.

Zarysowane kierunki rozwoju z zastosowaniem macierzowych grafów hybrydowych wymagają dalszych, czasochłonnych badań naukowych oraz możliwości dostępu do sprzętu komputerowego o dużej mocy obliczeniowej.

LITERATURA

[1] Arczewski K.: Application of Graph Theory to the Determination of Kinetic Energy of Rigid Body Systems, J. Franklin Inst., 324(3), 1987.

[2] Arczewski K.: Metody strukturalne badania dynamiki złożonych układów mechanicznych. Prace Naukowe Pol. Warszawskiej, Mechanika Z.115, Warszawa 1988.

[3] Bellert S., Woźniacki H.: Analiza i synteza układów elektrycznych metodą liczb strukturalnych. WNT, Warszawa 1968.

[4] Biderman V.L.: Prikladnaja teorija mechaničeskich kolebanij, "Vysšaja Škola", Moskva, 1972.

[5] Bishop R.E.D., Gladwell G.M.L., Michaelson S.: Macierzowa analiza drgań. WNT, Warszawa 1972.

[6] Bishop R.E.D., Johnson D.G.: The Mechanics of Vibration. Cambridge University Press 1960.

[7] Brown E.T.: Lagrangian Bond Graphs, [w:] Primenenie teorii grafov sviazi v technike, "MIR", Moskva, 1974, s.42÷51.

[8] Buchacz A.: Metoda grafów i liczb strukturalnych w badaniu drgań złożonych układów mechanicznych. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1978.

[9] Buchacz A.: Synteza drgających układów prętowych w ujęciu grafów i liczb strukturalnych. Z. N. Pol. Śl. Z(104), Gliwice 1990.

[10] Buchacz A., Świder J., Wojnarowski J.: Numeryczna analiza zmian trajektorii ruchu przesiewaczy przy założonych niesymetriach geometrycznych i dynamicznych. XI Symp. Drgania w Ukł. Fiz., Poznań-Błażejewko, 24÷26 maja 1984.

[11] Buchacz A., Świder J., Wojnarowski J.: Komputerowe wspomaganie badań drgających, przestrzennych układów mechanicznych. V Konf. Metody i Środki Projektowania Automatycznego. Instytut Podstaw Budowy Maszyn Pol. Warszawskiej, 4÷6 grudnia 1985, s.66÷74.

[12] Buchacz A., Świder J., Wojnarowski J.: Badanie drgających, złożonych układów dynamicznych metodą grafów hybrydowych. Cz.I, Wielowariantowy model dynamiczny przesiewacza węgla. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Mechanika, Z.83, Gliwice 1986, s.22÷32.

[13] Buchacz A., Świder J., Wojnarowski J.: Badanie drgających, złożonych układów dynamicznych metodą grafów hybrydowych. Cz.II, Obliczenia numeryczne. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Mechanika, Z.83, Gliwice 1986, s.34÷79.

[14] Cannon Jr. R.H.: Dynamika układów fizycznych. WNT, Warszawa 1973.

[15] Charari F., Palmer E.: Perečislenije grafov, Izd. "Mir", Moskva 1977 (tłum. książki: Harary F., Palmer E.: Graphical Enumeration. Academic Press, New York and London 1973).

[16] Chen W.K.: Applied Graph Theory, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1976.

[17] Chou J., Kesavan H.K., Singhal K.: A System Approach to Three-Dimensional Multibody System Using Graph-Theoretic Models, IEEE Trans. on SMC, 20(2), 1986, s.219÷230.

[18] Cruz J.: Układy ze sprzężeniem zwrotnym. PWN, Warszawa 1977.

[19] Deo N.: Teoria grafów i jej zastosowania w technice i informatyce. PWN, Warszawa 1980.

[20] Dunajevskij S.Ja., Krylov D.A., Mazija K.V.: Modelowanie elementów układów elektromechanicznych. WNT, Warszawa 1970.

[21] Dżygadło Z.,Kaliski S.,Solarz L.,Włodarczyk E.: Drgania i fale. PWN, Warszawa 1966.

[22] Euler L.: Solutio problems ad geometriam situs pertinentis. Commentarii Academiae Scientiarium Imperialis Petropolitanae 8, 1736, 128÷140. (za pracą [2])

[23] Fedorovič V.N., Orlova M.I., Ivanov A.A.: Rasčiot dinamičeskich modielej s "Ryčagami svjazi" mechaničeskich i elektromechaničeskich kolebatelnych sistem metodom grafov. Voprosy Radioelektroniki, Serija Technika Provodnoj svjazi, 1971.

[24] Gawroński W., Kruszewski J., Ostachowicz W., Tarnowski J., Wittbrodt E.: Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji. Arkady, Warszawa 1984.

[25] Gradeckij V.G., ukasjan A.A., Grydev A.I., Cernoucko F.L.: O vlijanii uprugoj podatlivosti konstrukcii robotov na ich dinamiku. Mechanika Tverdogo Tela,, No. 3, 1985.

[26] Groover M.P., Weiss M., Nagel R.N., Odrey N.G.: Industrial Robotics Technology, programming, and applications. McGraw-Hill Book Company, 1986.

[27] Kaczorek T.: Teoria wielowymiarowych układów dynamicznych, WNT, Warszawa 1983.

[28] Kaliski S.,red.: Drgania i fale - mechanika techniczna. T.III, PWN, Warszawa 1986.

[29] Karnopp D.C., Rosenberg R.C.: Analysis and Simulation of Multiport Systems - The Bond Graph Approach to Physical System Dynamics. M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1968.

[30] Kin N. Tong: Teorija mechaničeskich kolebanij, Gosudarstwiennoe naučno - techničeskoe izdatelstvo Mašinostroitelnoj Literatury, Moskva, 1963r. (tłum. książki: Kin. N. Tong: Theory of Mechanical Vibration, John Wiley & Sons INC, New York London).

[31] Kochenburger R.: Modelowanie układów dynamicznych przy użyciu maszyn matematycznych. WNT, Warszawa 1975. (tłum. książki: Kochenburger R.J.: Computer Simulation of Dynamic Systems. Prentice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA 1972).

[32] Koenig H.E., Blackwell W.A.: Teorija elektromechaničeskich sistem. Energija, Moskva 1965. (Tłum. książki: Electromechanical System Theory. Mc Graw-Hill Book Company, New York 1961).

[33] Kontorowicz M.I.: Rachunek operatorowy i procesy w układach elektrycznych. WNT, Warszawa 1968. (Tłum. książki: Kontorovič M.I.: Operacjonnoje iščislenie i processy v eleličeskich cepiach. "Nauka", Moskva 1964.

[34] Kruszewski J. i in.: Metoda sztywnych elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1975.

[35] Kulikowski J.L.: Zarys teorii grafów. PWN, Warszawa 1986.

[36] Mason S.J., Zimmermann H.J.: Electronic circuits, signals, and systems. Wiley, New York, 1960.

[37] Nowak A.: Zastosowanie grafów i liczb strukturalnych w badaniu wrażliwości mechanicznych układów eliminacji drgań. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1979.

[38] Osiński Z.: Teoria drgań. PWN, Warszawa 1978.

[39] Paynter H.M.: Analysis and Design of Engineering Systems. M.I.T. Press, Cambridge, Mass. 1960.

[40] Praca NB-653, CPBR-7.1: "Roboty Przemysłowe", cel poznawczy nr 203, punkt kontrolny 1÷4, Gliwice 1986÷1989.

[41] Praca NB-262, CPBP 02.13, temat 5.1: "Modele dynamiczne robotów i manipulatorów", etap 1÷3, Gliwice 1986÷1989.

[42] Praca NB-237:"Analityczne i doświadczalne badania uniwersalnego wysięgnika do maszyn górniczych", etap 1÷3, Gliwice 1985÷1988.

[43] Praca NB-312/RMT-4/87, CPBP Nr 02.05 "Rozwój podstaw budowy, eksploatacji i badań maszyn roboczych ciężkich, w tym budowlanych", Podprogram 04: Niezawodność maszyn, etapy I,II,III,IV, Gliwice, 1987 ÷ 1990.

[44] Praca NB-312/RMT-4/87, CPBP Nr 02.05 "Rozwój podstaw budowy, eksploatacji i badań maszyn roboczych ciężkich, w tym budowlanych", Podprogram 04: Niezawodność maszyn, Temat 04.09.01: "Opracowanie układów wibroizolacji kabin operatorów maszyn roboczych ciężkich", etap V, Gliwice, 1990.

[45] Puchała A.: Dynamika maszyn i układów elektromechanicznych. PWN, Warszawa 1977.

[46] Rakowski G.: Zastosowanie macierzy do analizy statycznej i dynamicznej prętów prostych. Bibl. Inż. i Bud., 17, Arkady, Warszawa 1968.

[47] Raven F.H.: Automatic Control Engineering. McGraw-Hill Book Company, 1978.

[48] Robichaud L., Boisvert M., Robert J.: Grafy przepływu sygnałów. PWN, Warszawa 1968.

[49] Seshu S., Reed M.B.: Linear Graphs and Electrical Networks. Addison-Wesley, Reading Mass., 1961.

[50] Sinev A.V.: Nelinejnyje kolebanija i perechodnye processy v mašinach Nauka, Moskva, 1972.

[51] Skurichin V.I., Sifrin V.B., Dubrovskij V V.: Matematičeskoe modelirovanie, "Technika", Kiev, 1983r.

[52] Świder J.: Grafy hybrydowe w modelowaniu drgających układów mechanicznych z liniowymi sprzężeniami. Praca doktorska, Gliwice 1981.

[53] Świder J., Wojnarowski J.: Cyfrowe wyznaczanie zbioru charakterystyk dynamicznych drgających układów mechanicznych metodą grafów nieplanarnych. Problemy dynamiki konstrukcji, PAN, IPPT, Pol. Rzeszowska, Rzeszów-Łańcut, listopad 1979, s.297÷305.

[54] Świder J., Wojnarowski J.: Application of hybrid graphs for dynamics analisis of nonlinear three-dimensional systems. INCO-X, Varna-Droujba, 12÷17 września 1984, s.762÷765.

[55] Świder J., Wojnarowski J.: Issledovanie vibracii složnych dinamičeskich sistem pri pomošči gibridnych grafov. XV Inter. Conf. on Dyn. of Machines Interdynamics'85, Berlin - Frankfurt/Oder, GDR, November 3÷9, 1985, Edit. by B. Heimann und H. Friedrich, Karl-Marx-Stadt 1986, s.229÷238.

[56] Takahashi Y., Rabins M.J., Auslander D.M.: Sterowanie i systemy dynamiczne, WNT, Warszawa, 1976. (Tłum. książki: Takahashi Y., Rabins M.J., Auslander D.M.: Control and Dynamics Systems. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts, USA).

[57] Trent H.M.: Isomorphism between Oriented Linear Graphs and Lumped Physical Systems. Acoust. Coc. Am., (1955), s.500 ÷ 527.

[58] Węgrzyn S.: Podstawy automatyki. PWN, Warszawa, 1972.

[59] Wojnarowski J.: Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych. PTMTS, Gliwice 1977.

[60] Wojnarowski J.: Zastosowanie grafów w analizie drgań układów mechanicznych. PWN, Warszawa-Wrocław 1981.

[61] Wojnarowski J., Buchacz A.: Modelowanie układów prętowych za pomocą grafów i liczb strukturalnych. Arch. Inż. Ląd., 4, XXV, (1970), s.705÷727.

[62] Wojnarowski J., Buchacz A., Nowak A., Świder J.: Modelowanie drgań układów mechanicznych metodami grafów i liczb strukturalnych. Skrypty Uczelniane Pol. Śl., Nr 1266, Gliwice 1986.

[63] Wojnarowski J., Nowak A.: Grafy transformacji zmiennych jako modele drgających układów ciągłych. Mech. Teor.i Stos., 1,26,(1988), 21÷41.

[64] Wojnarowski J., Świder J.: Przestrzenne grafy biegunowe i grafy przepływu sygnałów w modelowaniu układów mechanicznych. Arch. Inż. Lądowej, Tom XXVI, Z.2(1980), s.389÷406.

[65] Wojnarowski J., Świder J.: Badanie drgań złożonych przekładni zębatych z zastosowaniem grafów hybrydowych. XIII Międzynarodowa Konf. Dynamiki Maszyn, Inter-dynamics'81, Jadwisin k. Warszawy, 6÷10 kwietnia 1981.

[66] Wojnarowski J., Świder J.: Metoda sieciowa wyznaczania przełożeń przekładni różnicowych. Prace IMiPKM Pol. Śl. Z.71, 1982.

[67] Wojnarowski J., Świder J.: The hybrid graph method for determining the gear ratios in complex gear trains. Proc. of the Six World Congress on Theory of Machines & Mechanisms, December 15÷20, 1983, New Delhi, India, Vol.II.

[68] Wojnarowski J., Świder J.: Zastosowanie grafów hybrydowych w analizie dynamicznej układów przestrzennych. VI Konf. Met. Komp. w Mech. Konstr., Białystok, czerwiec 1983, (streszczenie).

[69] Wojnarowski J., Świder J.: Gibridnye grafy s nelinejnymi graniami kak modeli kolebliuscichsja mechanizmow manipuljatora. Mezvuzovskij Tematiceskij Sbornik Naucnych Trudov, Vibrotechnika, 60(3), 1988, s.122÷124.

[70] Wojnarowski J., Świder J.: Grafy hybrydowe jako modele drgających mechanizmów manipulatorów. III Ogólnopolska Konf. Maszyn Włókienniczych i Dźwigowych, Bielsko-Biała, 13÷15. 04. 1988, s.275÷280.

[71] Wojnarowski J., Świder J.: The Research of Manipulator Model of Dynamical Flexibility with the Method of Matrix Hybrid Graphs. RoManSy 7, Proceedings of the Seventh CISM-IFToMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators, Paris 1990, s.326÷333.

[72] Wojnarowski J., Świder J., Buchacz A.: Modelowanie struktury mechanizmów manipulatorów robotów z zastosowaniem grafów. Sympozjon Modelowanie w Mechanice, PTMTS o.Gliwce, Kudowa-Zdrój, 1987, s.431÷442.

[73] Woroszył S.: Przykłady i zadania z teorii drgań. PWN, Warszawa 1979.

[74] Wróbel G.: Modele algebry liniowej w systemowej formalizacji obiektów mechanicznych. Praca doktorska, Politechanika Śląska, Gliwice 1982.

[75] Zienkiewicz O. C.: Metoda elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1972.

[76] Zykov A.A..: Osnovy teorii grafov. Nauka, Moskva 1987.

MACIERZOWE GRAFY HYBRYDOWE W OPISIE DRGAJĄCYCH, ZŁOŻONYCH UKŁADÓW MECHANICZNYCH

S t r e s z c z e n i e

Praca dotyczy sformułowania metody macierzowych grafów hybrydowych, badania dynamiki złożonych układów mechanicznych. Zawiera definicję stosowanego w pracy modelu sieciowego, a także definicje jego zasadniczych elementów, jak drzewo, przeciwdrzewo, niezależny macierzowy kontur sprzężony i niezależne, macierzowe odcięcie sprzężone. Stosowane w pracy grafy są grafami macierzowymi, posiadającymi połączone cechy grafów przepływowych i biegunowych oraz grafów kategorii k. W zakresie zastosowania macierzowych grafów hybrydowych, jako modeli niejednorodnych układów dynamicznych rozważono przypadki modelowania podukładu mechanicznego o dyskretnym i dyskretno - ciągłym rozkładzie parametrów. Podano metodę tworzenia macierzy transformacji współrzędnych macierzowego podgrafu hybrydowego podukładu mechanicznego. Generowanie tych macierzy realizowane jest samoczynnie przez program, na podstawie informacji strukturalnych i geometrycznych o układzie. Podstawą zastosowania macierzowego grafu hybrydowego do badania dynamiki układu drgającego jest algebraizacja tego grafu i jego transformacja w macierzowy graf przepływowy. Sformułowano niezbędne do tego zasady - cyklomatyczną i wierzchołkową mgh i podano sposoby tworzenia macierzy: rozpływu zmiennych biegunowych, rozpływu zmiennych przepływowych, sztywności dynamicznych cięciw i podatności dynamicznych gałęzi drzewa macierzowego grafu hybrydowego. Metody transformacji mgh ⇒ mgp podzielono na metodę podstawową i metody specjalne. Wśród metod specjalnych wyróżniono metody fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej i fikcyjnych źródeł zmiennej przepływowej. Metody specjalne polegają na wprowadzeniu do macierzowego grafu hybrydowego dodatkowych krawędzi, którym nadaje się cechy wzbudzeń kinematycznych lub dynamicznych. Upraszcza to opis grafu hybrydowego oraz postać tworzonego macierzowego grafu przepływowego. Sformułowane metody analizy układów dynamicznych oprogramowano, a pakiety programów zaimplementowano na komputery typu IBM PC XT/AT. W szczególności opracowano wersję konwersacyjną tworzenia bazy danych, współpracującą z Użytkownikiem w trybie zadawania pytań o strukturze modelowanego układu, tworzącą samoczynnie zbiór danych do programu obliczeniowego, a także wersję edycyjnego wprowadzenia zbioru danych cyfrowych o układzie, polegającą na wcześniejszym przygotowaniu zdefiniowanej tablicy, zawierającej informacje o modelowanym układzie, niezbędne do utworzenia przez pakiet zbioru danych cyfrowych o strukturze, jak w wersji konwersacyjnej. Rozwiązano przykładowe zadania badania opracowaną metodą dynamiki złożonych układów fizycznych. Wyznaczono zbiór charakterystyk dynamicznych robota przemysłowego IRb-6, w postaci modelu o dyskretnym rozkładzie parametrów, w trzech różnych położeniach roboczych, implikujących zmienną strukturę geometryczną układu oraz modelu układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy. Badane układy traktowane są jako wielowymiarowe, wielowejściowe i wielowyjściowe układy dynamiczne, niejednorodne za-

równo z uwagi na sprzężenia zmiennych mechanicznych, jak i z uwagi na charakter rozkładu parametrów elementów tworzących model, a celem badań jest uzyskanie pełnej informacji o dynamice obiektu w postaci jego macierzowej charakterystyki a-c-f. Założono możliwości badania przestrzennych modeli układów drgających, a zatem modeli z liniowymi sprzężeniami dynamicznymi, niejednorodnych tak geometrycznie, jak i strukturalnie, poddanych jednoczesnemu działaniu zbiorów wymuszeń biegunowych i przepływowych, przy możliwej dowolnej konfiguracji elementów układu między sobą, identyfikowanej jedynie współrzędnymi punktów koincydencji elementów i kątami pomiędzy ich osiami. W zakresie ilustracji sformułowanych metod rozważono przypadek analizy dynamicznej robota przemysłowego IRb-6 oraz układu suwnicy wraz z podukładem wibroizolacji kabiny operatora.

MATRIX HYBRID GRAPHS IN DESCRIPTIONS OF COMPLEX VIBRATING MECHANICAL SYSTEMS

S u m m a r y

The paper deals with the formulation of the matrix hybrid graph (mhg) method to test the dynamics of composite mechanical systems. It contains the definition of the network model and of its essential elements. All graphs used in the paper are matrix graphs with combined features of both flow, polar and category k graphs. Concerning the application of mhg to models of heterogeneous dynamical systems, examples of the modelling of mechanical subsystem with both discrete and discrete - continuous distribution of parameters have been dicussed. A method of generating matrices of coordinates transformation has been presented, concerning a matrix hybrid subgraph of a mechanical system. These matrices are automatically generated by a program, on the basic of structural and geometrical information about the system. The algebraic expression of the graph and its transformation into the matrix flow graph (mfg) constitutes the basic for applying the matrix graph to test the dynamics of a vibrating system. Principles necessary for this have been formulated; i.e: the cyclomathic principle and the vertex mhg principle, also ways of generating matrices have been presented: dissolution of polar and flow variables, dynamical stifness of chords, dynamical flexibility of mhg tree branches. Methods of the mhg $\longrightarrow$ mfg transformation have been divided to the basic and special methods. As far as special methods are concerned, methods of imaginary sources of a polar variable have been pointed out, together with methods of imaginary sources of a flow variable. Special methods consist in introducing additional edges into a mhg and attributing features of kinematical or dynamical excitation to these edges. This simplifies the description of the hybrid graph and the form of the generated mfg. Next, the formulated methods of the analysis of dynamical systems have been programmed and program packets have been implemented to IBM PC computers. Particularly, a conversational processing version of generating data bases has been worked out which cooperates with the user by asking questions about the structure of a model system and which automatically generates data sets required for a calculation program; also a version of the editional loading of digital sets of data about the system has been created, consisting in the previous preparation of a defined problem board which contains information about the model system. This information is crucial to the generation of digital data sets by the packet, just as it is the care with the conversational processing version. Examples of testing the dynamics of complex physical system by this method have been given. A set of the dynamical characteristics of IRb-6 industrial robot has been formed by the use of the model with a discrete distribution of parameters for three different working positions, which imply a variable geometrical structure of both the system and the vibro - protective model of the overhead crane operator's cage. The systems that have been tested are regarded to be multidimensional, multiinput and multioutput dynamical

systems which are heterogeneous, due to the configuration of mechanical variables and to the characteristic distribution of the parameters of elements making up the model. The purpose of this research is to obtain satisfactory information about the dynamics of the object by making its dynamical characteristics. It has been assumed that it is possible to test spacial models of vibrating systems, i.e: models characterised by linear dynamical couplings, which are both structurally and geometrically heterogeneous and which are subjected to polar and flow sets of functions at the same time, with an arbitrary configuration of elements of the system, determined only by the coordinates of the convergence points of elements and by the angles between their axes. With regard to the illustration of the methods, an example of the dynamical analysis of IRb-6 robot and of the overhead crane system has been presented.

МАТРИЧНО-ГИБРИДНЫЕ ГРАФЫ В ОПИСАНИИ СЛОЖНЫХ КОЛЕБЛЮЩИХСЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

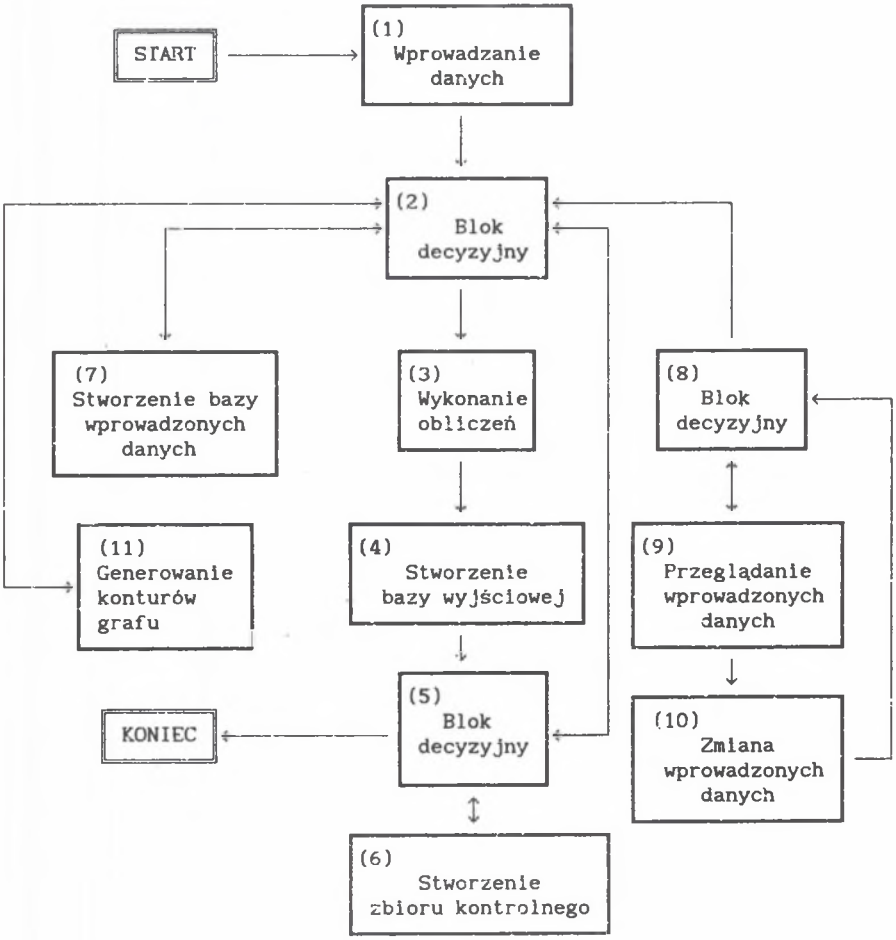
Р е з ю м е

Работа касается поставления метода матрично-гибридных (м-г) графов (м-гг), исследования динамики сложных механических систем. Содержит определение применяемой в работе сетевой модели, а также определения ее основных элементов таких как дерево, противдерево, независимый связанный матричный контур и независимый связанный отрез. Применяемые в работе графы являются матричными графами, обладающими соединенными свойствами матричных графов сигналов (мгс) и полюсных графов, а также графов к-той категории. В области применения м-гг, как моделей неоднородных динамических систем, обсуждены случаи моделирования механической подсистемы с сосредоточенными и распределенными параметрами. Дан метод создавания матрицы трансформации переменных м-г подграфа механической подсистемы. Генерирование этих матриц реализуется автоматически при помощи программы ЭВМ, на основе структурных и геометрических информаций о системе. Основой применения м-гг для исследования динамики колеблющейся системы является алгебраизация этого графа и его трансформация в мгс. Для этого в работе поставлены необходимые цикломатический и вершинный принципы м-гг и даны способы создавания следующих матриц: расхода полюсных переменных, расхода поточных переменных, динамических жесткостей хорд и динамических податливостей ветвей дерева м-гг. Трансформации м-гг в мгс разделено на основную и специальные методы. Среди специальных выделены методы: мнимых источников полюсной и поточной переменных. Специальные методы состоят в том, чтобы в м-гг ввести дополнительные грани, которым придается признаки кинематических или динамических возбуждений. Такой подход упращивает описание гибридного графа а также вид создаваемого м-гг. Поставленные методы анализа динамических систем были реализованы в виде систем вычислительных программ, с помощью ЭВМ типа IBM PC XT/AT. Особенно разработан диалогический вариант поставления базиса данных, взаимодействующий с пользователем способом задавания вопросов, касающихся структуры моделированной системы. Этот вариант автоматически поставляет множество данных для ЭВМ. Разработан также издательский вариант введения множества данных, касающихся системы. Этот вариант состоит в том, чтобы предварительно определить таблицу, которая содержит информации, касающиеся моделированной системы. Эти информации являются необходимыми для поставления при помощи системы программ множества вычислительных данных, касающихся структуры механической системы, так, как в случае диалогического варианта. Решены примерные задачи исследования, при помощи разработанного метода, динамики сложных физических систем. Определено множество

динамических характеристик промышленного робота типа IRb-6 в виде: дискретной модели для трех его робочих положений, с которых возникает переменная геометрическая структура системы, а также виброизоляционной модели кабины оператора мостового крана. Исследованные системы рассматривается как многомерные, многовходные и многовыходные динамические системы, которые являются неоднородными, учитывая как переменные механические связи так и характер распределения параметров элементов модели. Цель испытаний это получение полной информации, касающейся динамики объекта в виде амплитудно-частотно-фазовой матричной характеристики (а-ч-х).

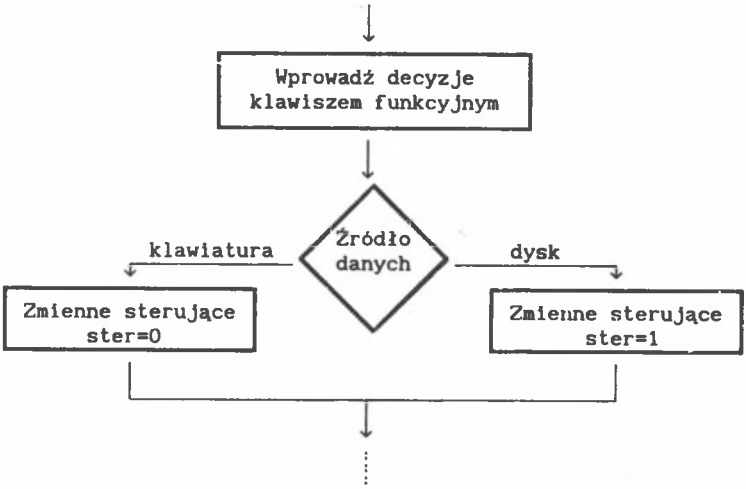
D O D A T E K D.4

UPROSZCZONE ALGORYTMY PROGRAMÓW NUMERYCZNYCH OPISANYCH W ROZDZIALE 4



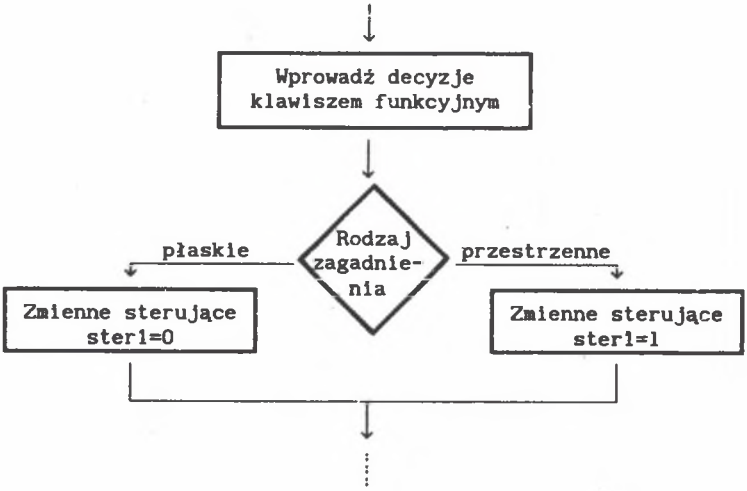
Rys. D.4.1. Schemat blokowy segmentu BAZA-D

Fig. D.4.1. Block diagram of BAZA-D



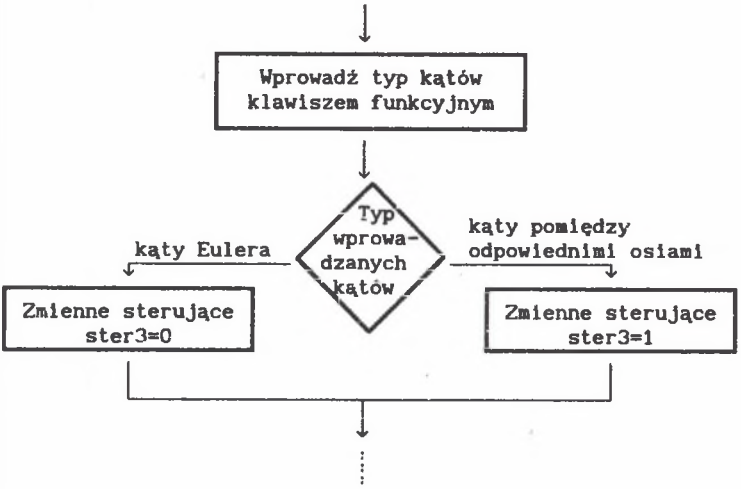
Rys. D.4.2. Schemat działania wyróżnionego na rys. D.4.1 bloku decyzyjnego

Fig. D.4.2. Diagram of procedures of the decision block (fig. D.4.1)



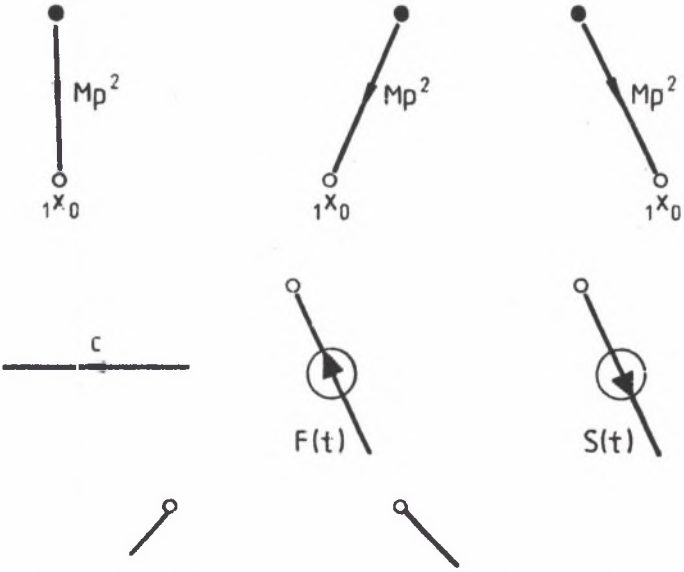
Rys. D.4.3. Schemat działania wyróżnionego na rys. D.4.1 bloku decyzyjnego

Fig. D.4.3. Diagram of procedures of the decision block (fig. D.4.1)



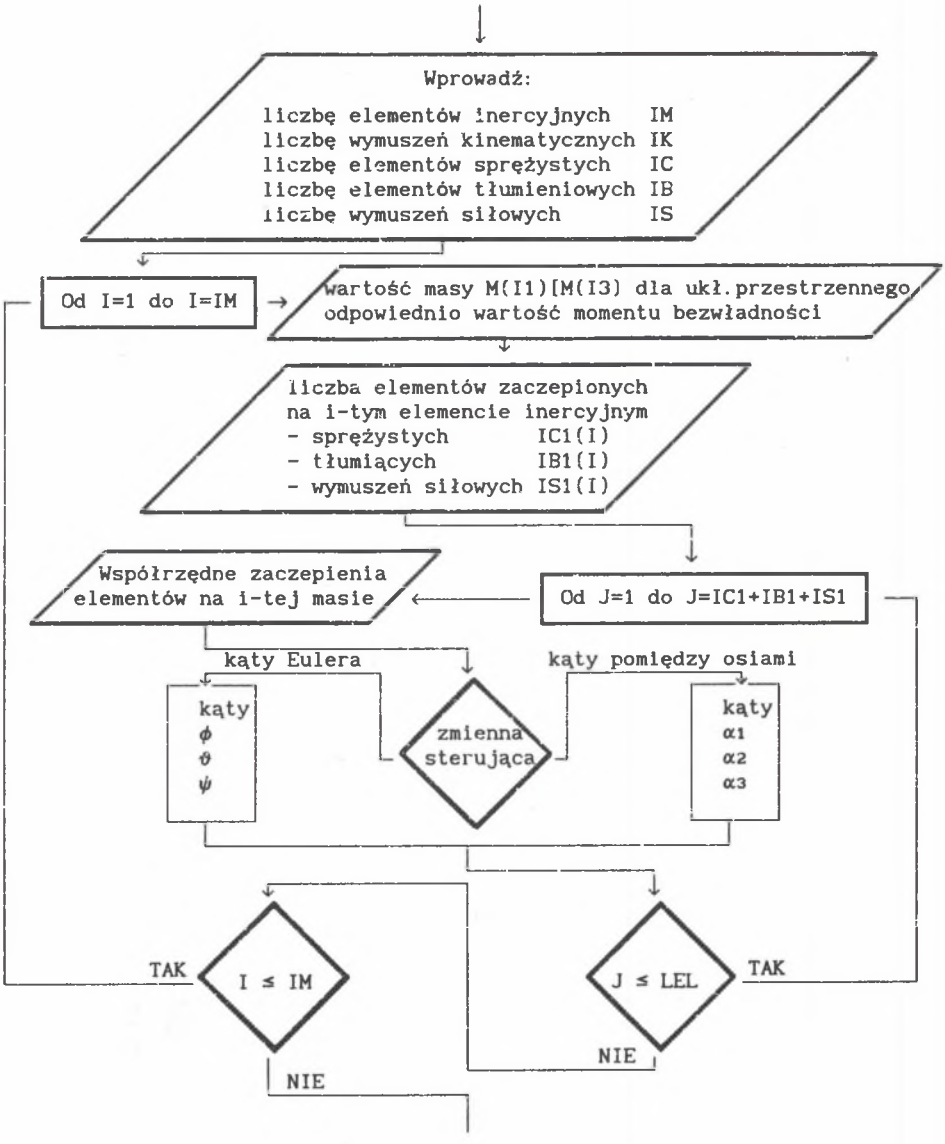
Rys. D.4.4. Schemat działania wyróżnionego na rys. D.4.1 bloku decyzyjnego

Fig. D.4.4. Diagram of procedures of the decision block (fig. D.4.1)



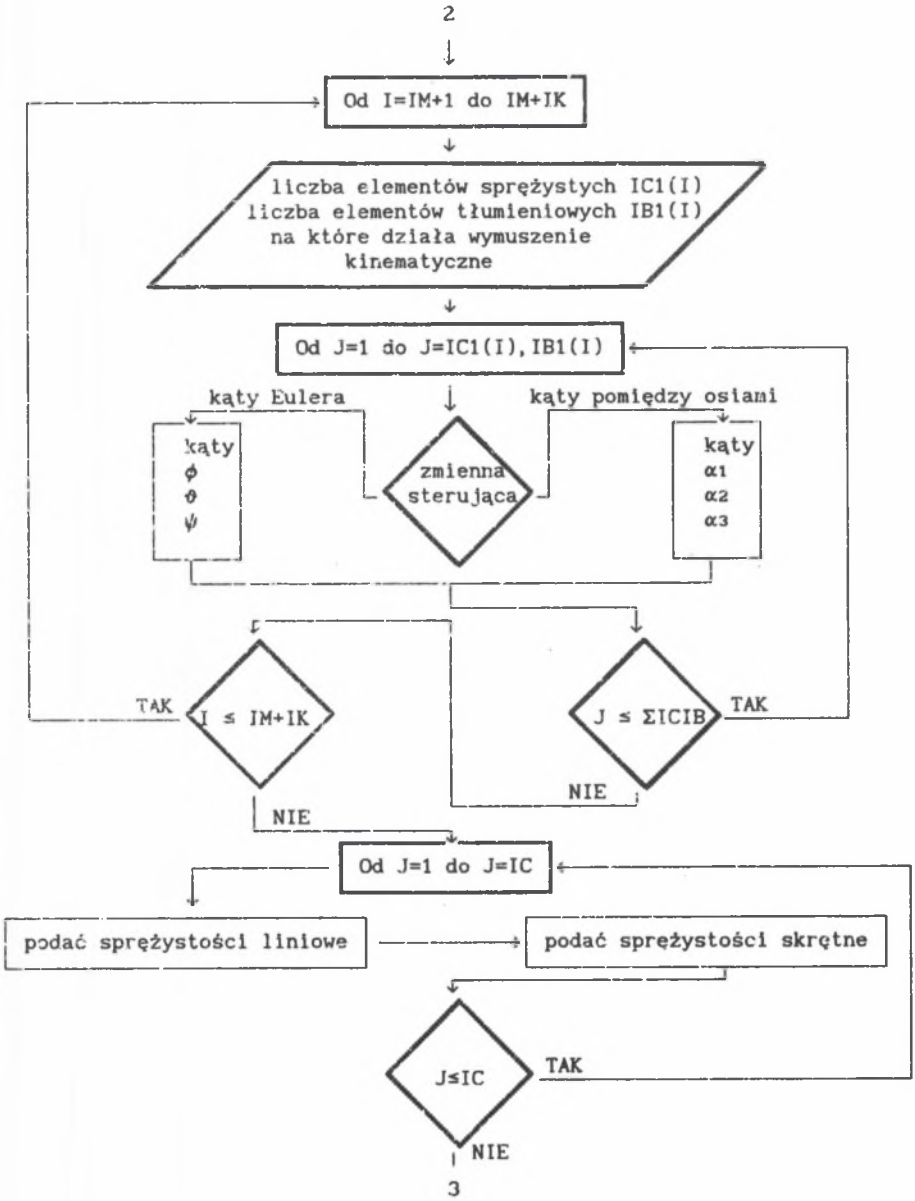
Rys. D.4.5. Moduły rysunkowe tworzenia niezależnych macierzowych konturów sprzężonych macierzowego grafu hybrydowego

Fig. D.4.5. Graphic modules of the generation of independent matrix coupledout lines of mhg



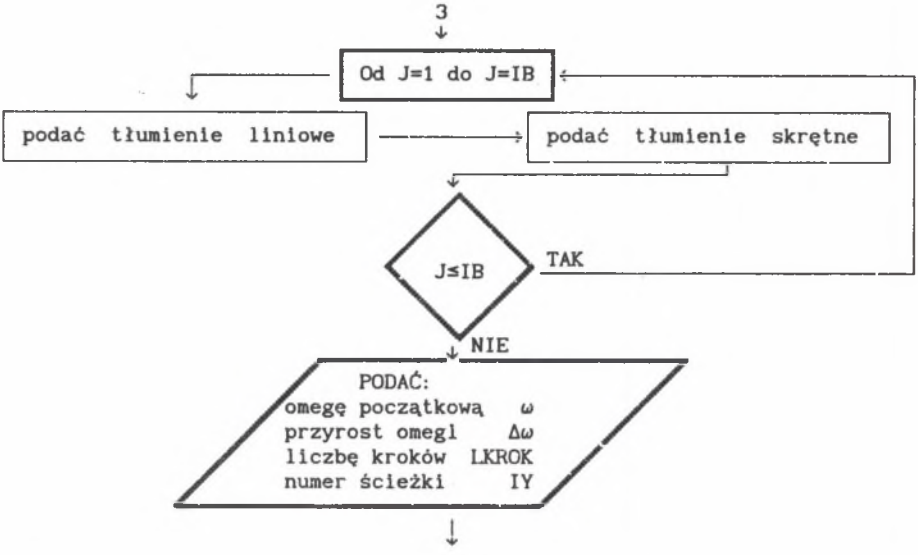
Rys. D.4.6a. Uproszczony schemat bloku wprowadzania danych algorytmu z rys. D.4.1

Fig. D.4.6a. Simplified diagram of the block introducing the data of the algorithm (fig. D.4.1)



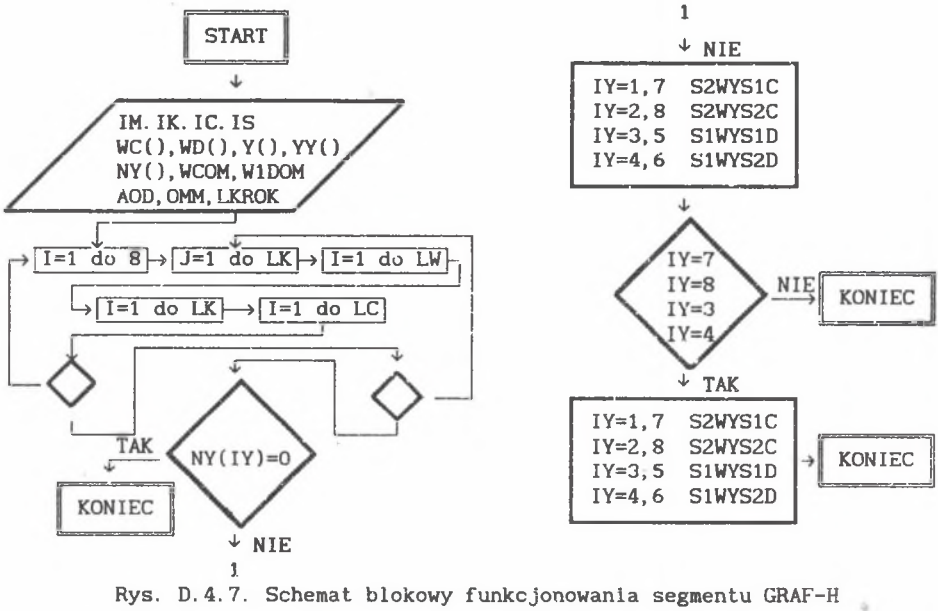
Rys. D.4.6b. Uproszczony schemat bloku wprowadzania danych algorytmu z rys. D.4.1

Fig. D.4.6b. Simplified diagram of the block introducing the data of the algorithm (fig. D.4.1)



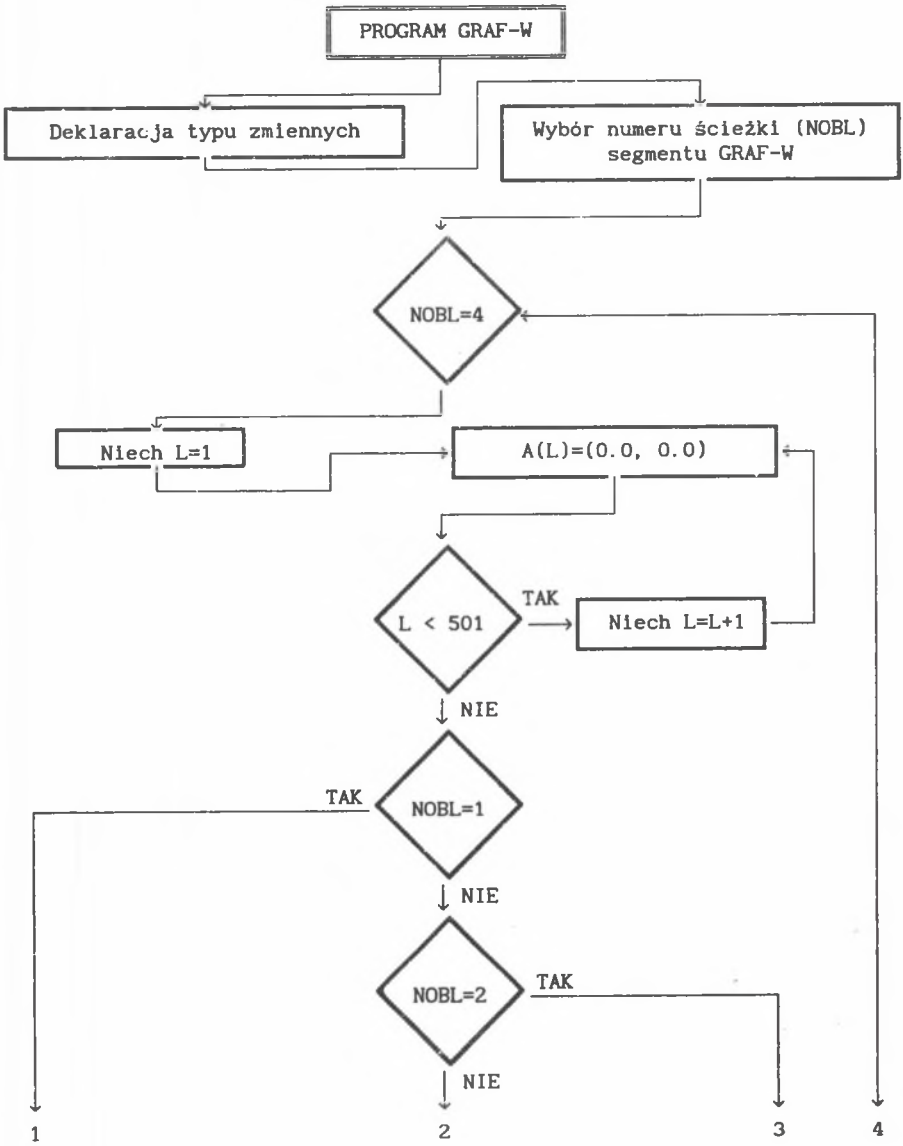
Rys. D.4.6c. Uproszczony schemat bloku wprowadzania danych algorytmu z rys. D.4.1

Fig. D.4.6c. Simplified diagram of the block introducing the data of the algorithm (fig. D.4.1)



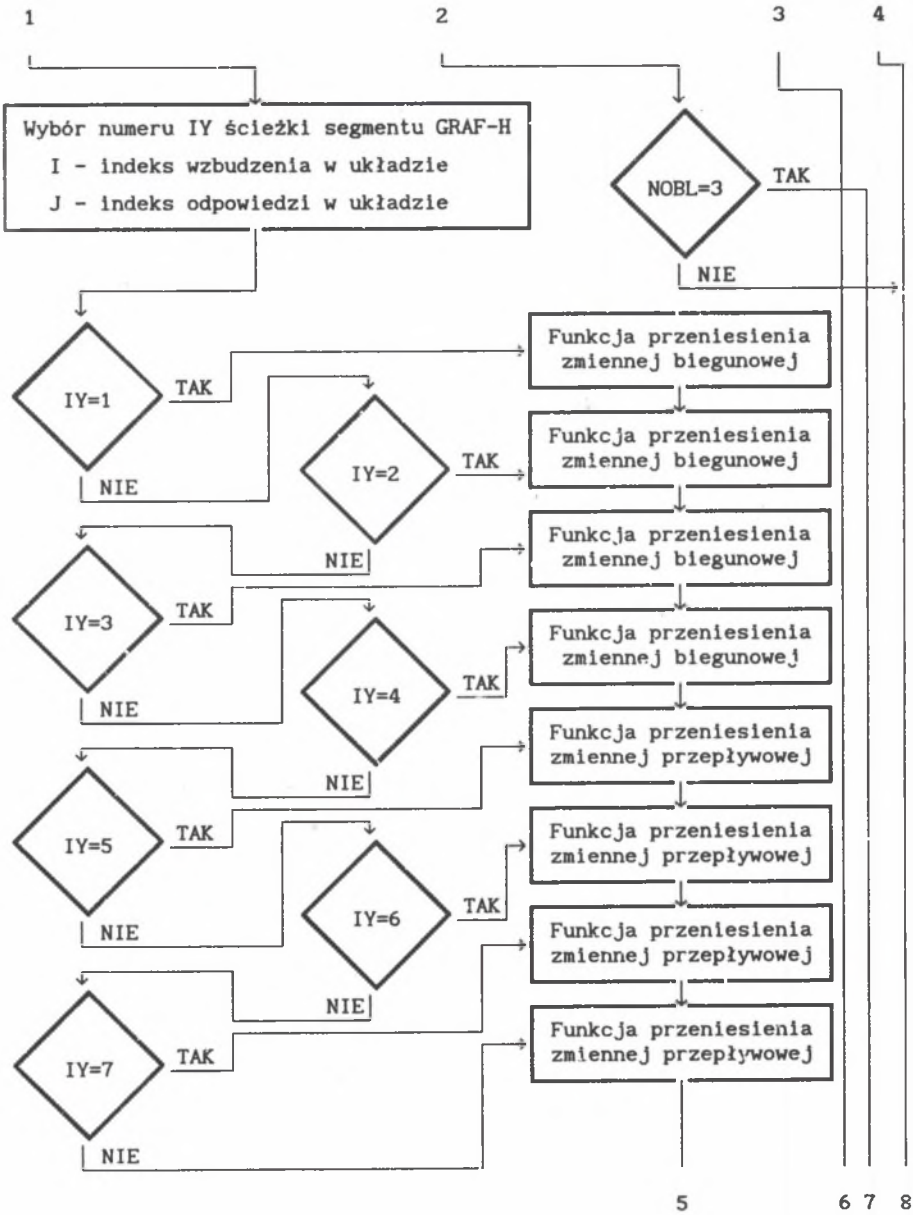
Rys. D.4.7. Schemat blokowy funkcjonowania segmentu GRAF-H

Fig. D.4.7. Block diagram of the functioning of GRAF-H segment



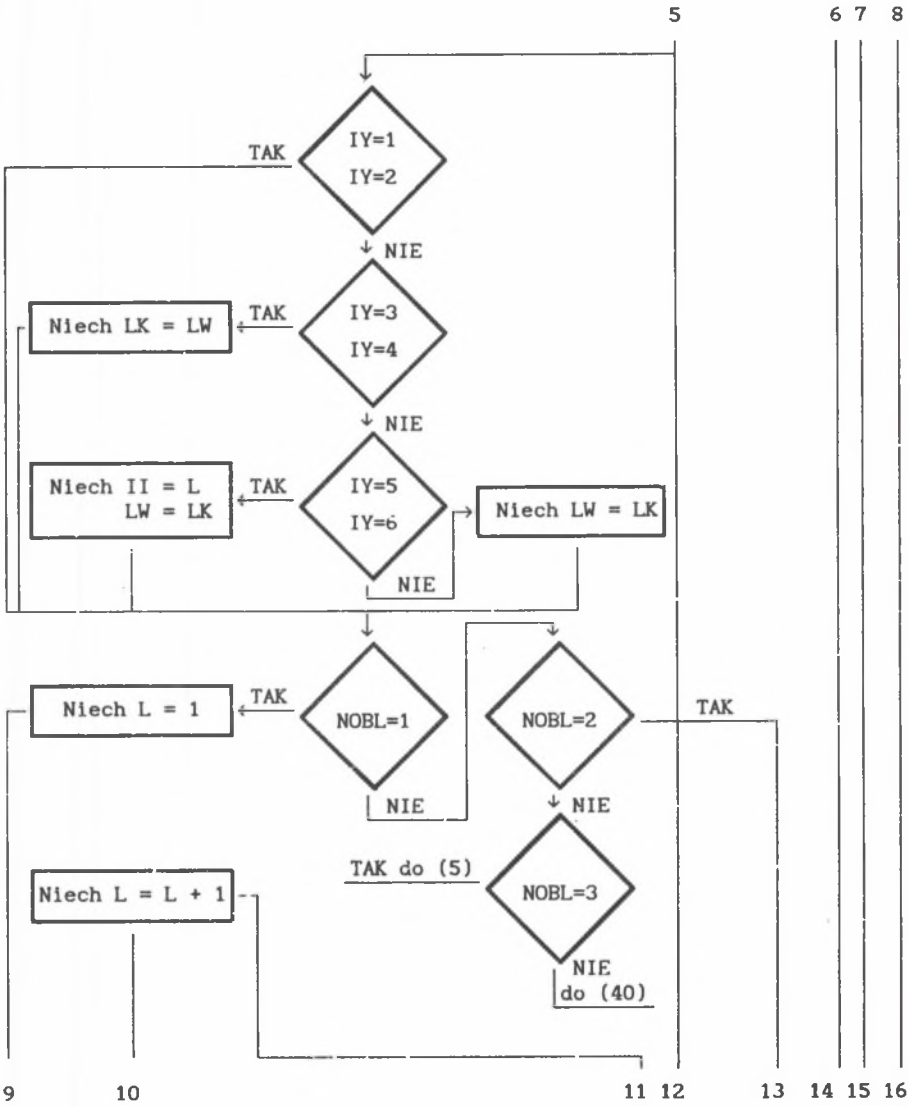
Rys. D.4.8a. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.8a. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



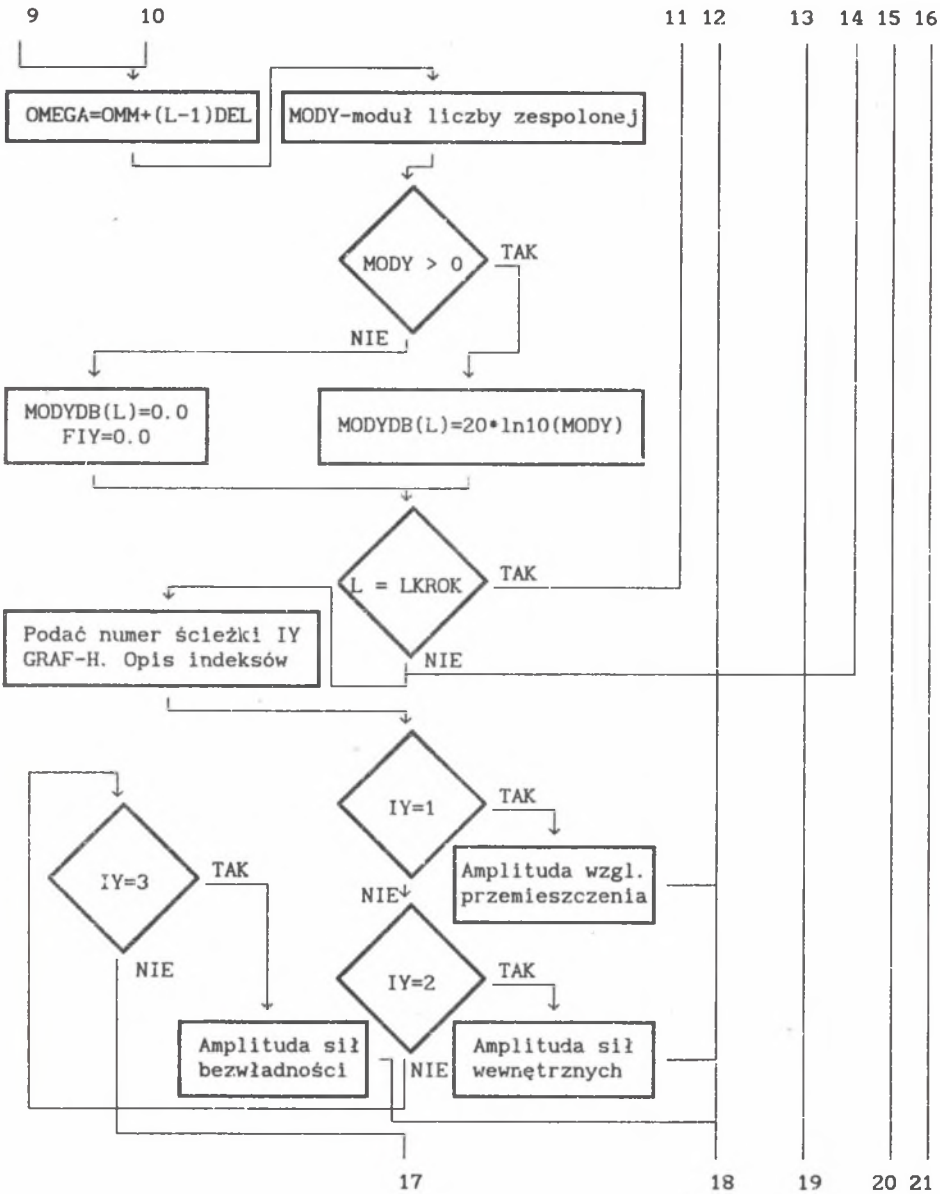
Rys. D.4.8b. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.8b. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



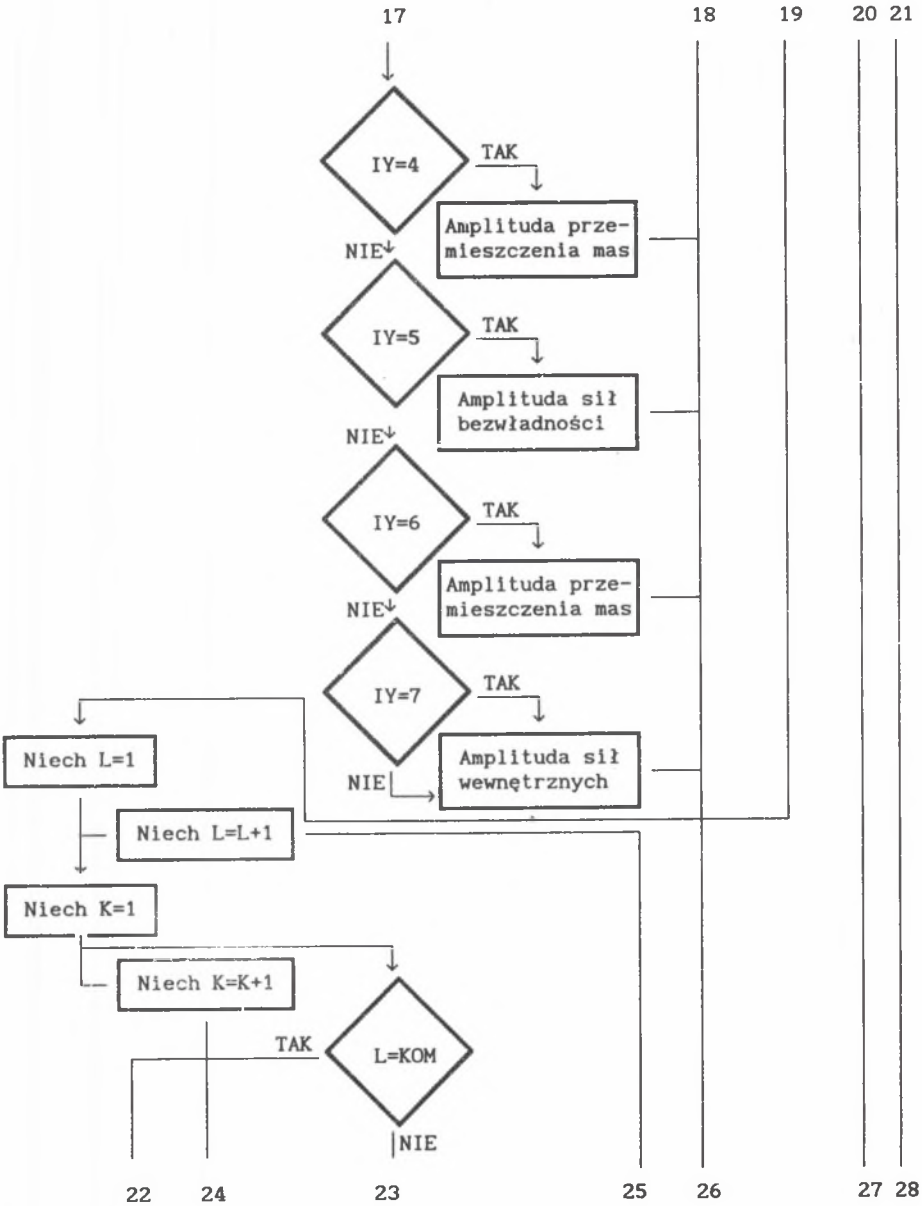
Rys. D.4.8c. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.8c. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



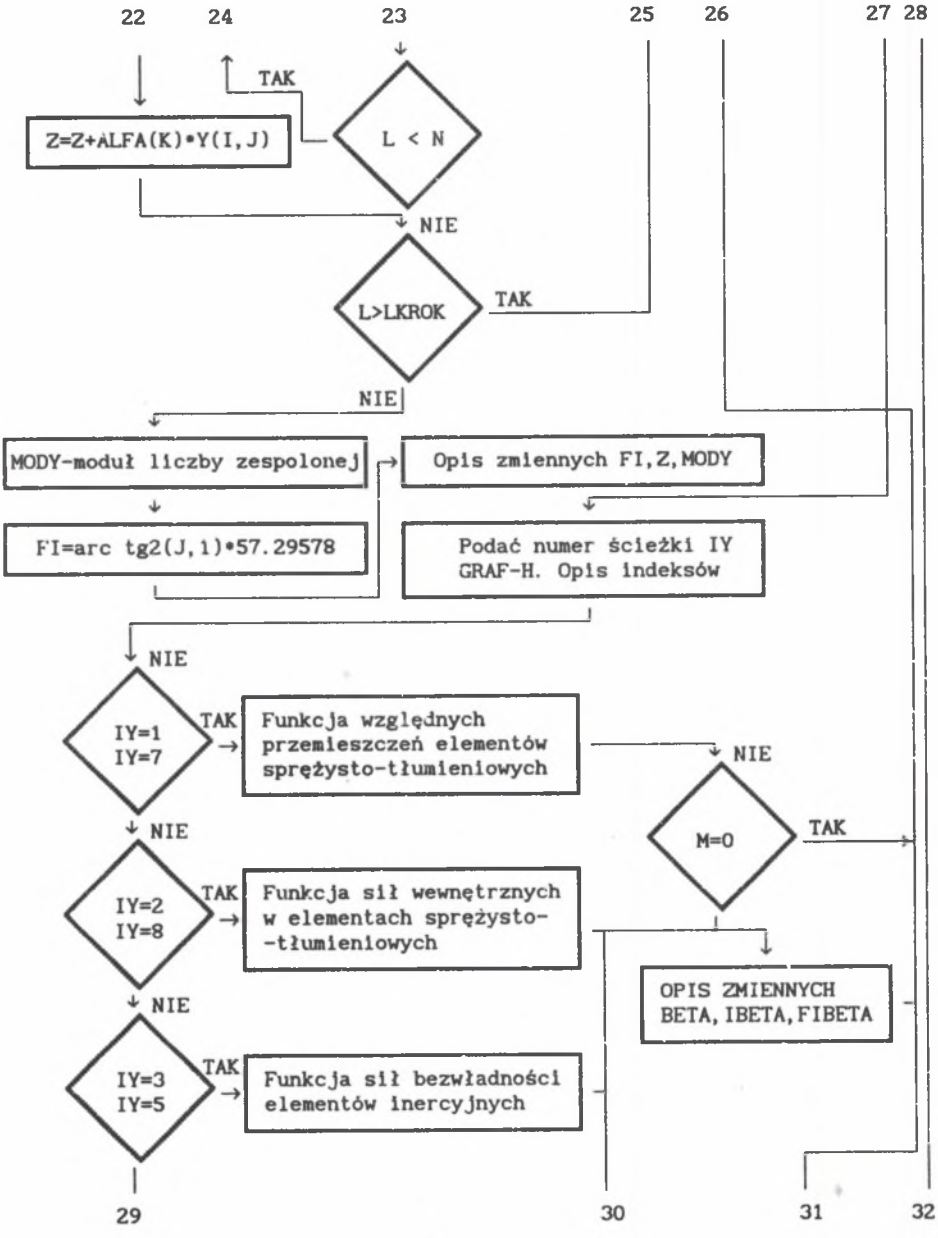
Rys. D.4.8d. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.8d. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



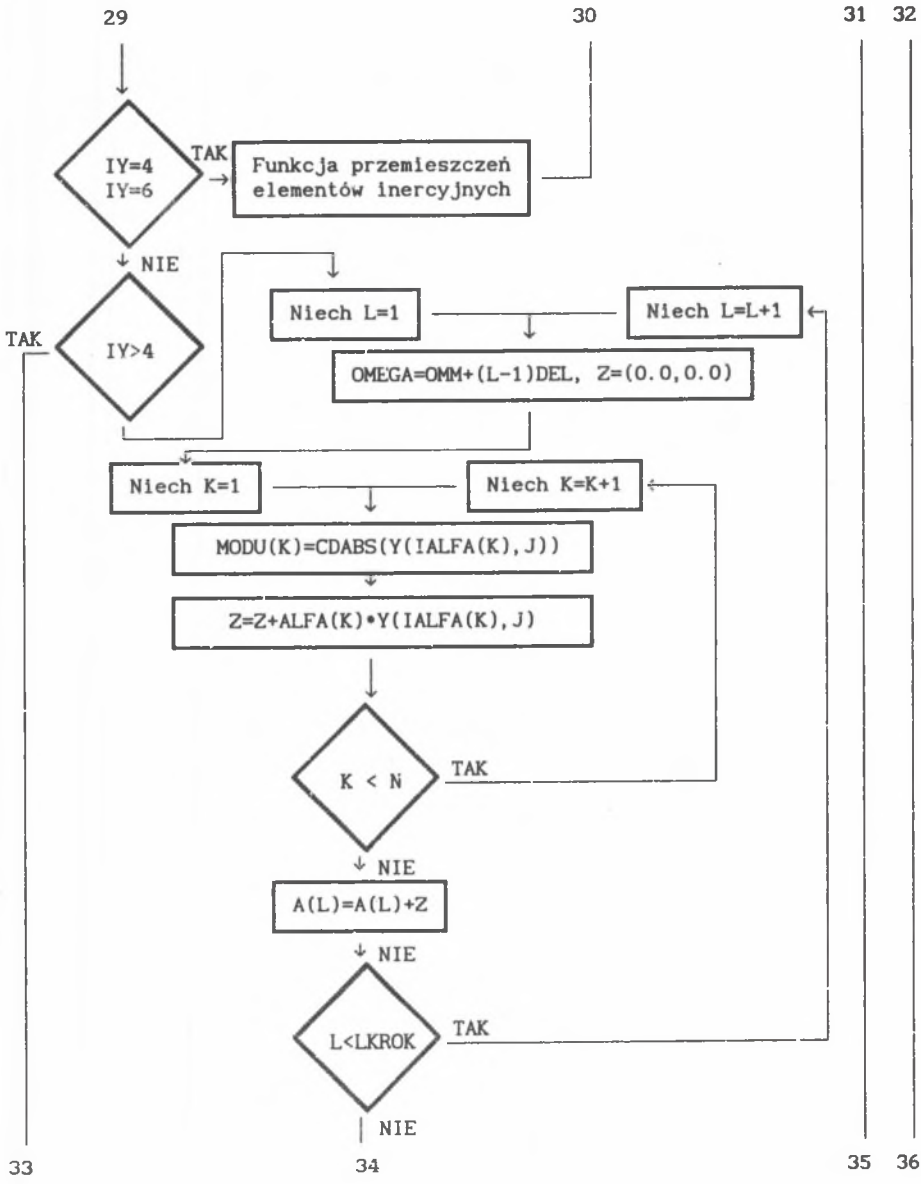
Rys. D.4.8e. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.8e. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



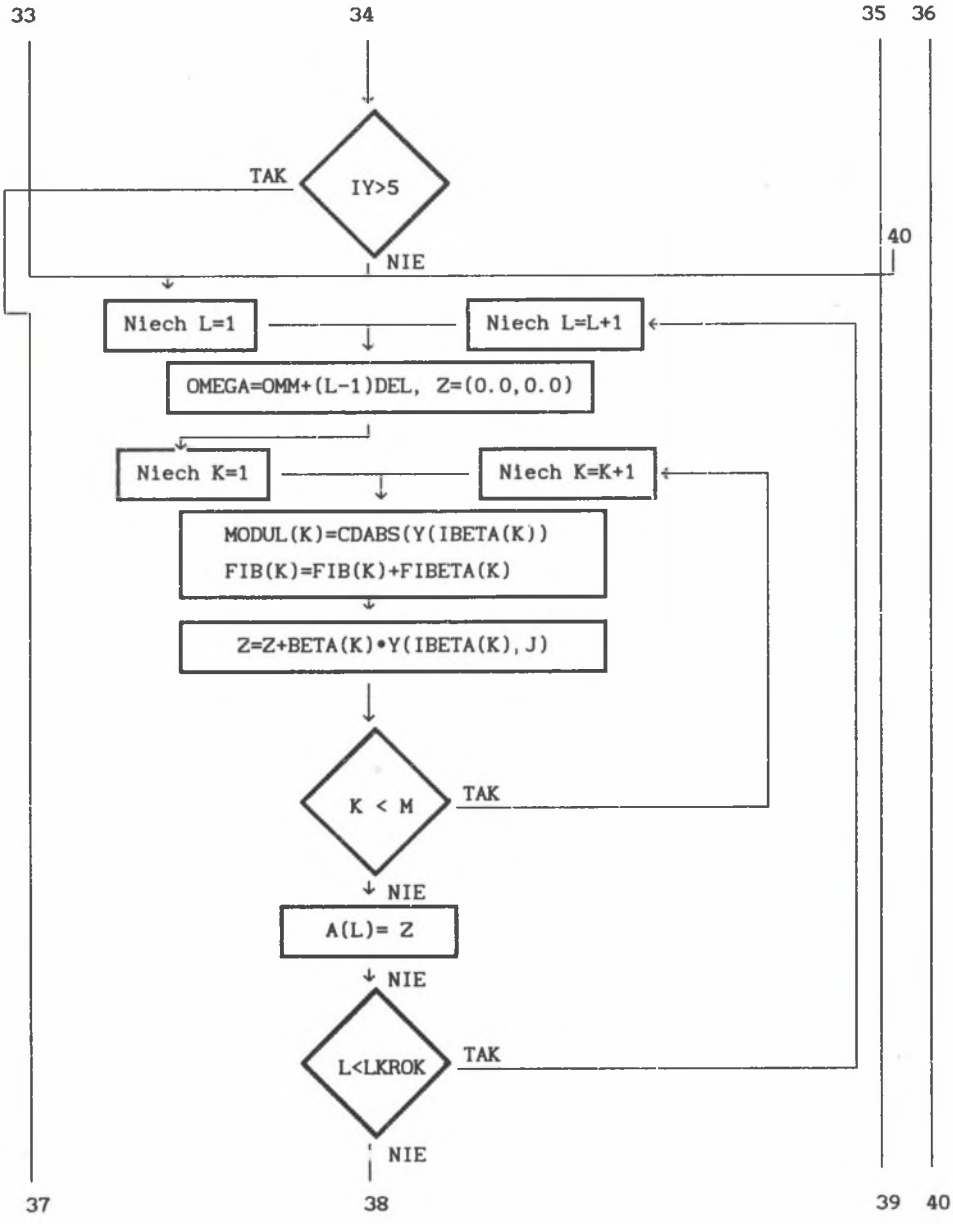
Rys. D.4.8f. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.8f. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



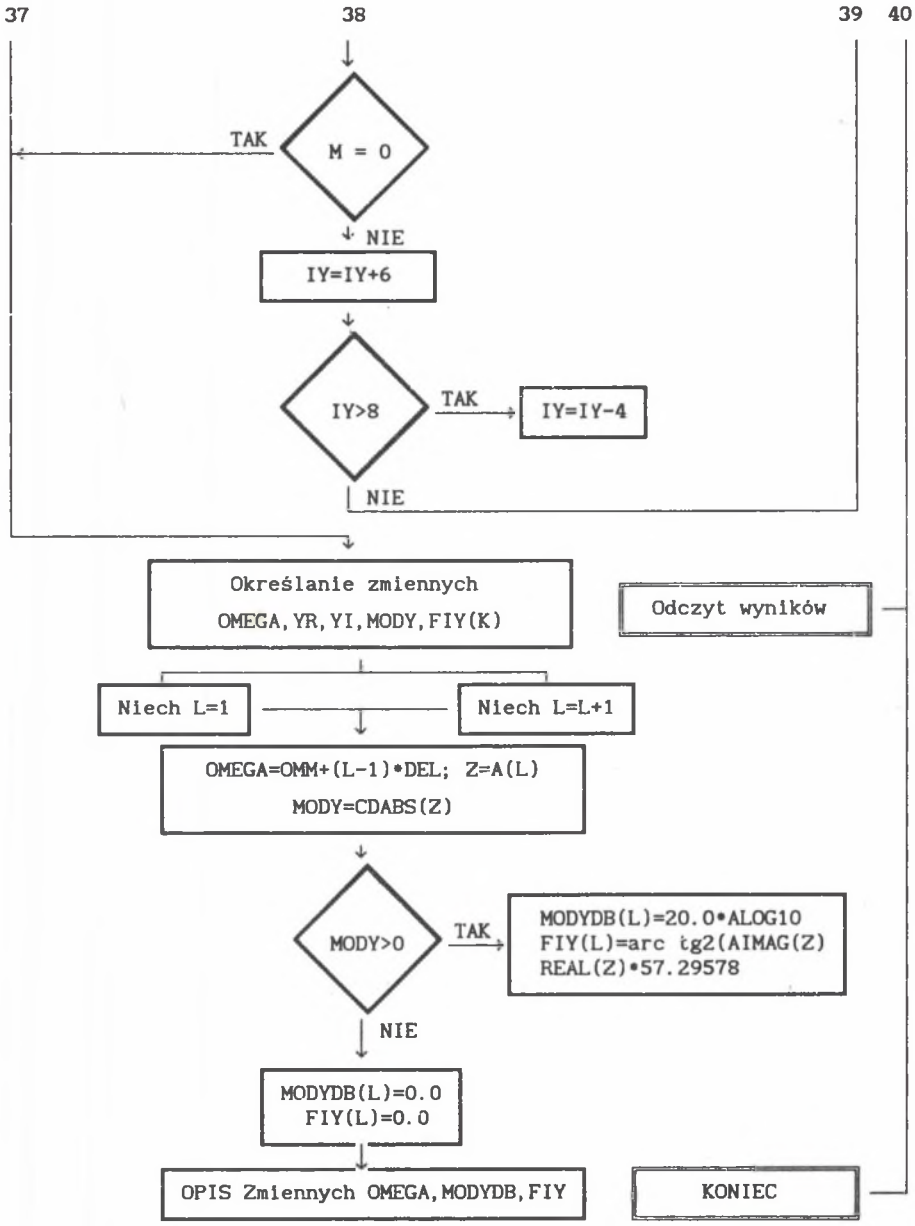
Rys. D.4.8g. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.8g. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



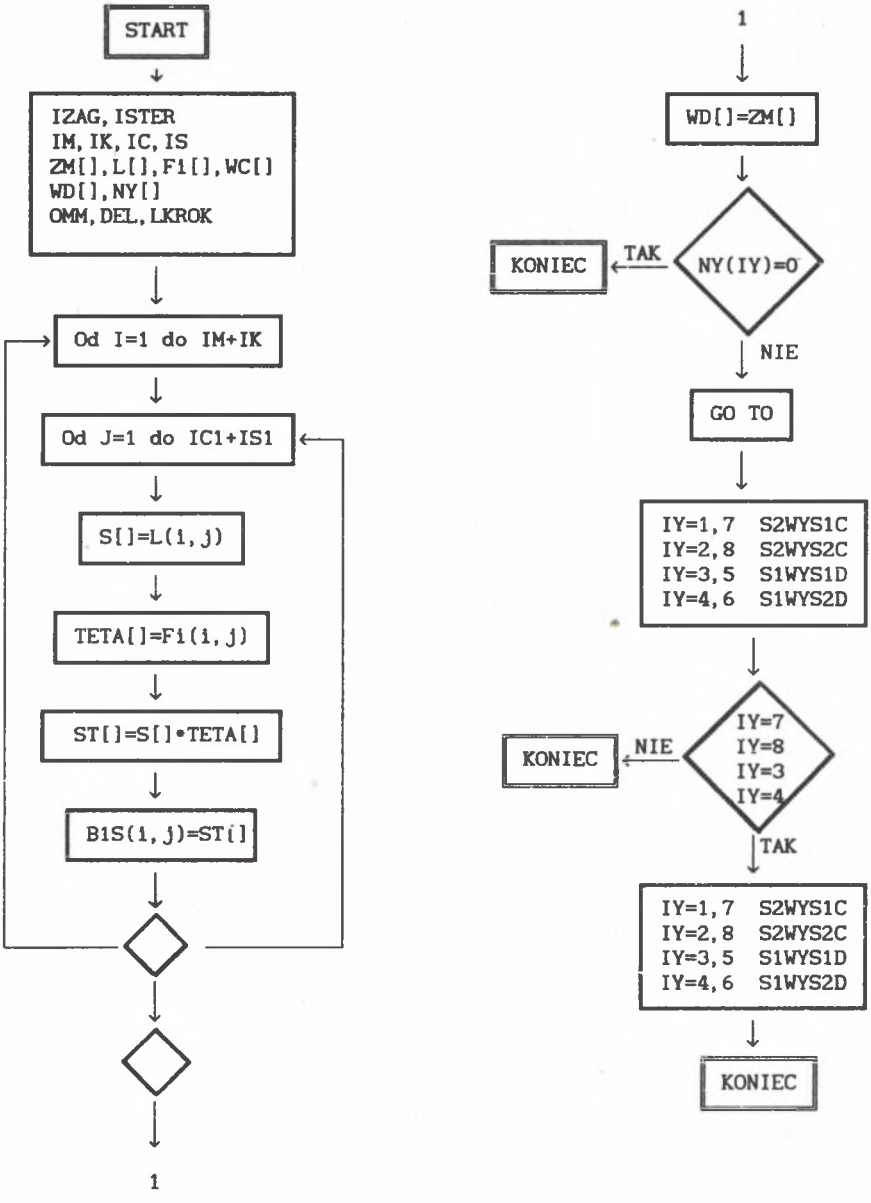
Rys. D.4.8h. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.8h. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



Rys. D.4.81. Schemat algorytmu działania segmentu GRAF-W

Fig. D.4.81. Diagram of the algorithm of the functioning of GRAF-W segment



Rys. D.4.9. Schemat działania segmentu GRAHYB

Fig. D.4.9. Diagram of the functioning of GRAHYB segment

D O D A T E K D.5 a

PRZYKŁAD WYZNACZENIA RÓŻNICZKOWYCH RÓWNAŃ RUCHU ROBOTA IRb-6 O MODELU JAK NA RYS. 5.2, METODĄ MGH PRZEDSTAWIONĄ W PODROZDZIALE 2.3

W podrozdziale 2.3 pracy sformułowano metodę tworzenia różniczkowych równań ruchu założonej klasy modeli fizykalnych, przy zastosowaniu mgh i zdefiniowanych zasad, odnoszących się do tych grafów - a przez występujący izomorfizm pomiędzy strukturą mgh i strukturą dynamiczną układu - także do badanych obiektów.

W podrozdziale 5.1.1 wprowadzono zdyskretyzowany model robota przemysłowego IRb-6, jak na rys. 5.1, 5.2 i 5.3. Niezbędne dane numeryczne, dotyczące parametrów inercyjnych, sprężystych i geometrycznych robota zestawiono w tablicy 5.1.

Celem utworzenia układu równań różniczkowych, opisujących drgający ruch wymuszony przyjętego modelu robota zapisano następujące macierze, występujące w równaniu (2.103):

$$ {}_{11}S = [\, x_{11},\ x_{12},\ \varphi_{13},\ x_{21},\ x_{22},\ \varphi_{23},\ x_{31},\ x_{32},\ \varphi_{33} \,], $$

$$ {}_{12}S = 0, $$

$$ {}_{13}S = [\, x_{51},\ x_{52},\ \varphi_{53},\ x_{61},\ x_{62},\ \varphi_{63},\ x_{71},\ x_{72},\ \varphi_{73},\ x_{81},\ x_{82},\ \varphi_{83},\ x_{91},\ x_{92},\ \varphi_{93},\ x_{10\ 1},\ x_{10\ 2},\ \varphi_{10\ 3} \,], $$

$$ {}_{14}S = [\, x_{11\ 1},\ x_{11\ 2},\ \varphi_{11\ 3} \,], $$

$$ {}_{22}S = 0, $$

$$ {}_{24}S = [\, F_{11\ 1},\ F_{11\ 2},\ M_{11\ 3} \,], $$

$$ W(p) = \mathrm{diag}[\, M_1 p^2 \mid M_2 p^2 \mid M_3 p^2 \mid C_5 \mid C_6 \mid C_7 \mid C_8 \mid C_9 \mid C_{10} \mid 0 \,], $$

$$ [\, M_i \,] = \mathrm{diag}[\, m_i,\ m_i,\ I_i \,], \quad (i=1,2,3), $$

$$ [\, C_i \,] = \mathrm{diag}[\, c_{i1},\ c_{i2},\ c_{\varphi 3} \,], \quad (i=5,6,\ldots,10), $$

$$
{}_{20}B_{11} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{array} \\ \left[\begin{array}{c:c:c:c:c:c} 0 & 0 & T_{17} & T_{18} & 0 & T_{1\ 10} \\ 0 & T_{26} & T_{27} & 0 & 0 & 0 \\ T_{35} & T_{36} & 0 & 0 & T_{39} & 0 \end{array}\right] \end{array},
$$

$$
{}_{20}B_{12} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}\!\!\left[\begin{array}{c} 0 \\ T_{2\ 11} \\ 0 \end{array}\right], \quad {}_{20}B_{21} = 0,
$$

gdzie:

$$
T_{17} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ g & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_{18} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & h & 1 \end{bmatrix},
$$

$$
T_{1\ 10} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{1\ 10} & \sin\varphi_{1\ 10} & 0 \\ -\sin\varphi_{1\ 10} & \cos\varphi_{1\ 10} & 0 \\ -m\cos\varphi_{1\ 10} - l\sin\varphi_{1\ 10} & -m\sin\varphi_{1\ 10} + l\cos\varphi_{1\ 10} & 1 \end{bmatrix},
$$

$$
T_{26} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{26} & \sin\varphi_{26} & 0 \\ -\sin\varphi_{26} & \cos\varphi_{26} & 0 \\ -f\cos\varphi_{26} - (c+e)\sin\varphi_{26} & f\sin\varphi_{26} + (c+e)\cos\varphi_{26} & 1 \end{bmatrix},
$$

$$
T_{27} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{27} & \sin\varphi_{27} & 0 \\ -\sin\varphi_{27} & \cos\varphi_{27} & 0 \\ d\cos\varphi_{27} - c\sin\varphi_{27} & d\sin\varphi_{27} + c\cos\varphi_{27} & 1 \end{bmatrix},
$$

$$
T_{35} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{35} & \sin\varphi_{35} & 0 \\ -\sin\varphi_{35} & \cos\varphi_{35} & 0 \\ -r\cos\varphi_{35} + n\sin\varphi_{35} & -r\sin\varphi_{35} - n\cos\varphi_{35} & 1 \end{bmatrix},
$$

$$
T_{36} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{36} & \sin\varphi_{36} & 0 \\ -\sin\varphi_{36} & \cos\varphi_{36} & 0 \\ -r\cos\varphi_{36} + n\sin\varphi_{36} & -r\sin\varphi_{36} - n\cos\varphi_{36} & 1 \end{bmatrix},
$$

$$T_{39} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -p & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_{2\,11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -a & 1 \end{bmatrix}.$$

W takim ujęciu równanie (2.103) można zapisać jako:

$$_{11}S[\ 1 \ \vdots\ {}_{20}B_{11} \ \vdots\ 0\ ]W(p)\begin{bmatrix} 1 \\ {}_{20}B^T_{11} \\ {}_{20}B^T_{12} \end{bmatrix} + {}_{24}S\ {}_{20}B^T_{12} = 0.$$

Uzyskana zależność reprezentuje układ dziewięciu równań ruchu, opisujących drgania modelu robota IRb-6 we współrzędnych uogólnionych $_{11}S$.

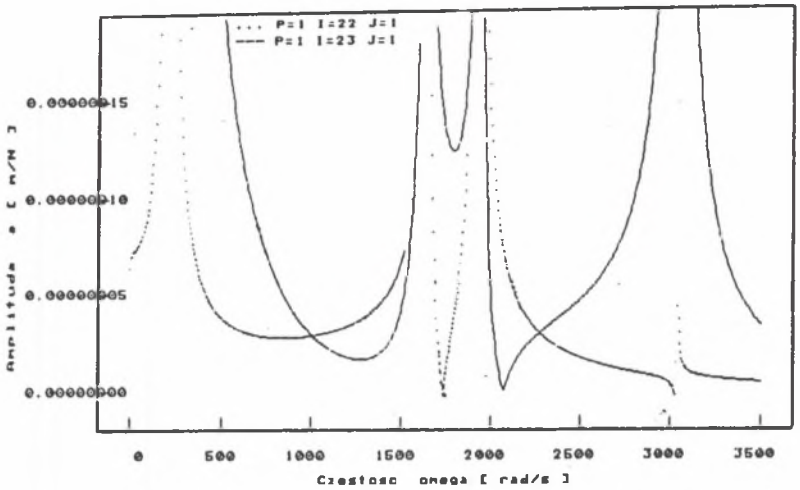
D O D A T E K D.5 b

WYKRESY CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH ROBOTA IRb-6 ORAZ UKŁADU SUWNICY WRAZ Z KABINĄ PODWIESZONĄ NA WIBROIZOLATORACH

Na rys. D.5.1 do D.5.32 zamieszczono wykresy charakterystyk amplitudowo-częstościowych modelu robota przemysłowego IRb-6 przyjętego i opisanego w podrozdziale 5.1.1.

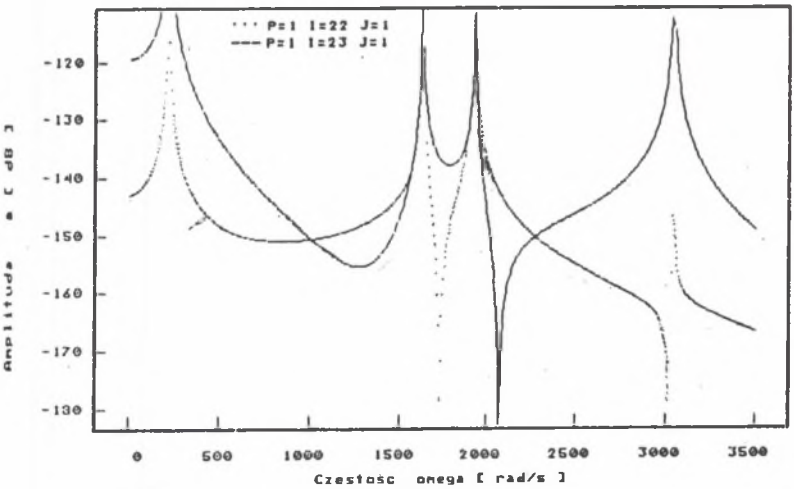
Na rys. D.5.33 do D.5.74 zamieszczono wykresy charakterystyk amplitudowo-częstościowych modeli układu suwnicy, które utworzono i opisano w podrozdziale 5.2.1.

Wnioski dotyczące wyników obliczeń zamieszczonych w niniejszym dodatku stanowią treść podrozdziałów 5.1.1.1 oraz 5.2.2.1.



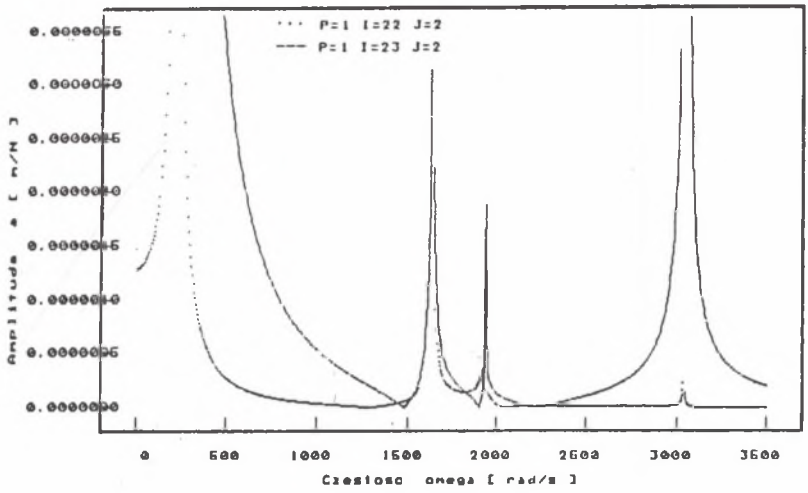
Rys. D.5.1. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.1. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1 (compare with fig. 5.4) showing relative shift ofthe grab end in function of dynamical excitation



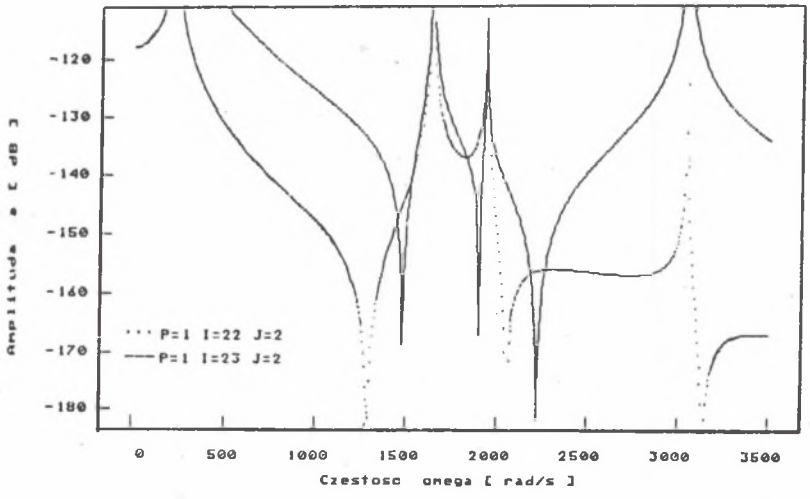
Rys. D.5.2. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.2. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



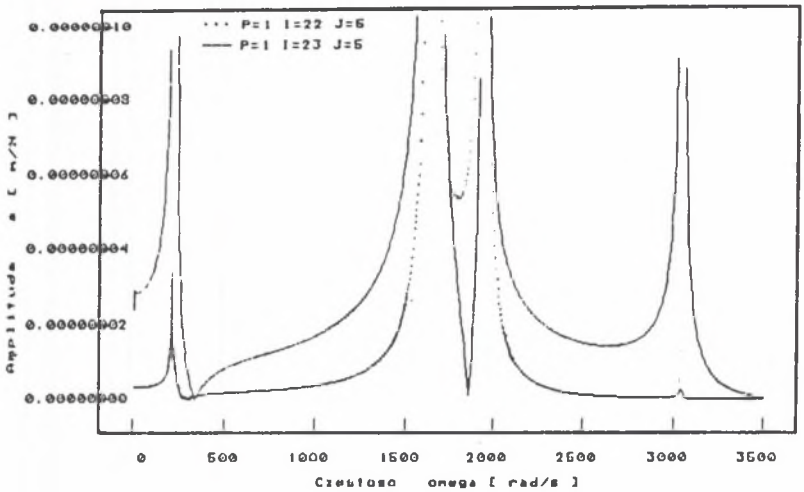
Rys. D.5.3. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.3. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



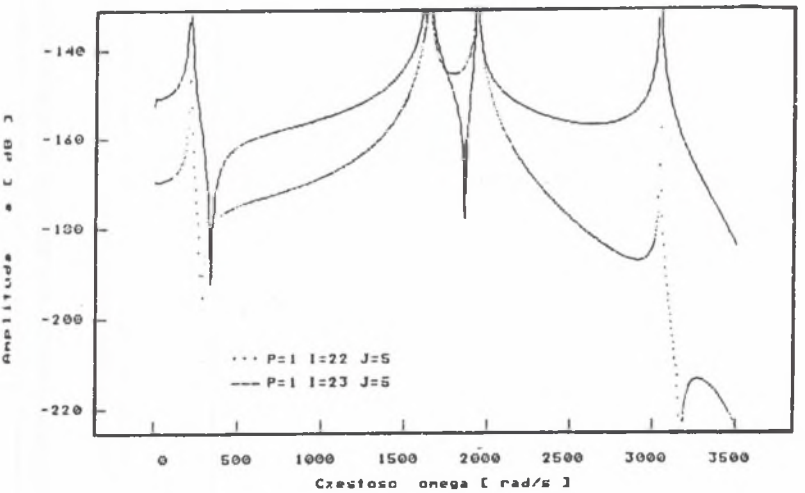
Rys. D.5.4. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.4. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



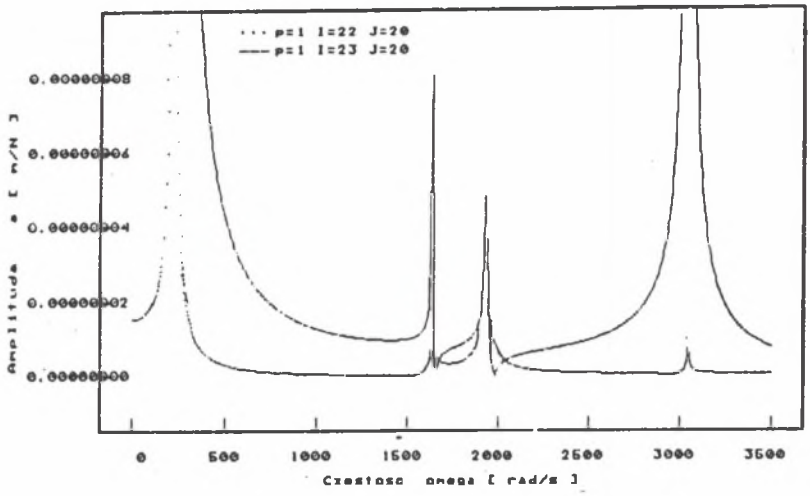
Rys. D.5.5. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 5 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.5. Actual amplitude and frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (5) in function of dynamical excitation



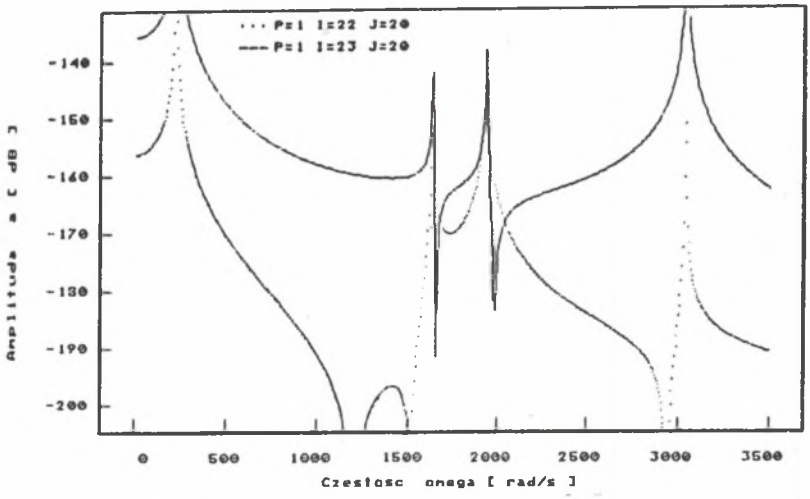
Rys. D.5.6. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 5 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.6. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (5) in function of dynamical excitation



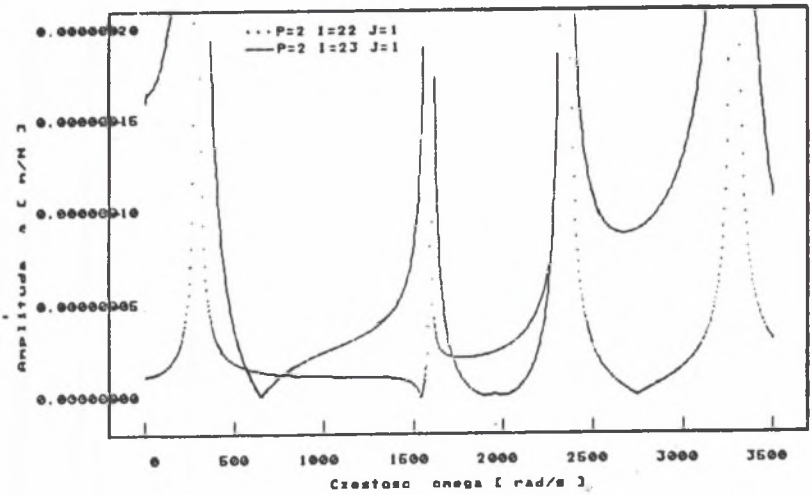
Rys. D.5.7. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 10 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.7. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (10) in function of dynamical excitation



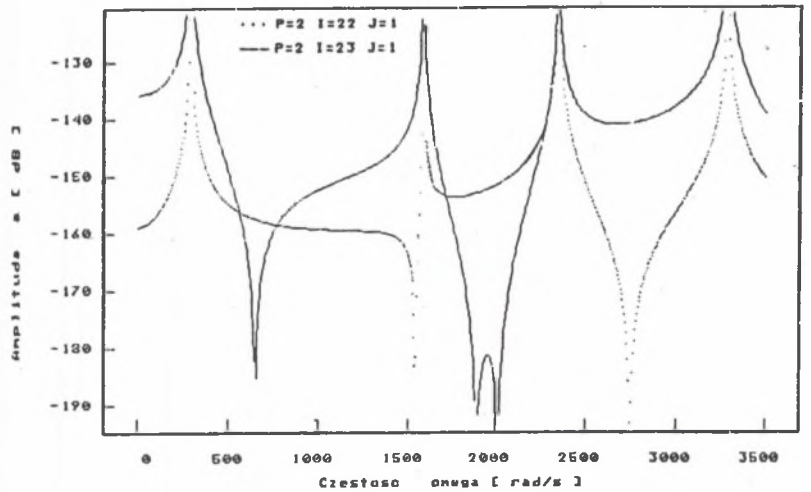
Rys. D.5.8. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys.5.3 w położeniu 1 (por.rys.5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 10 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.8. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (10) in function of dynamical excitation



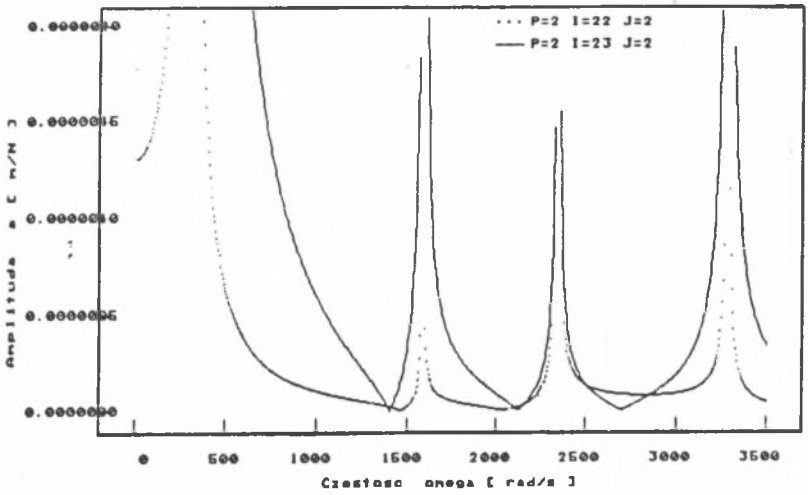
Rys. D.5.9. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 2 (por.rys.5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.9. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 2 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



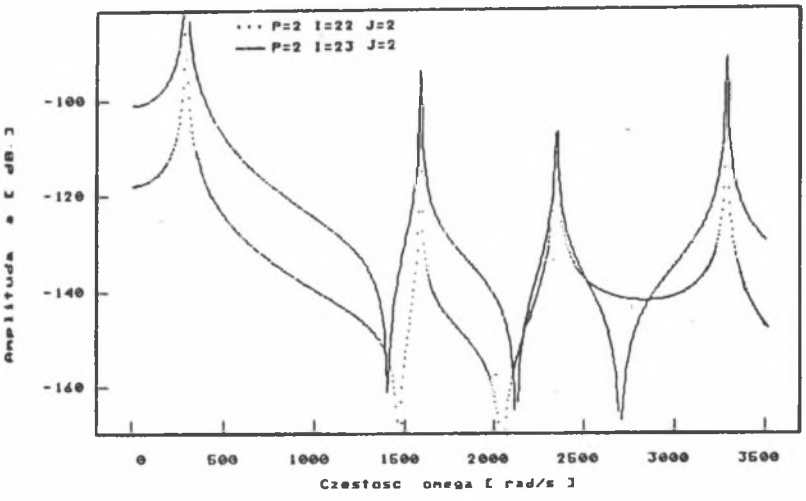
Rys. D.5.10. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 2 (por.rys.5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.10. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 2 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



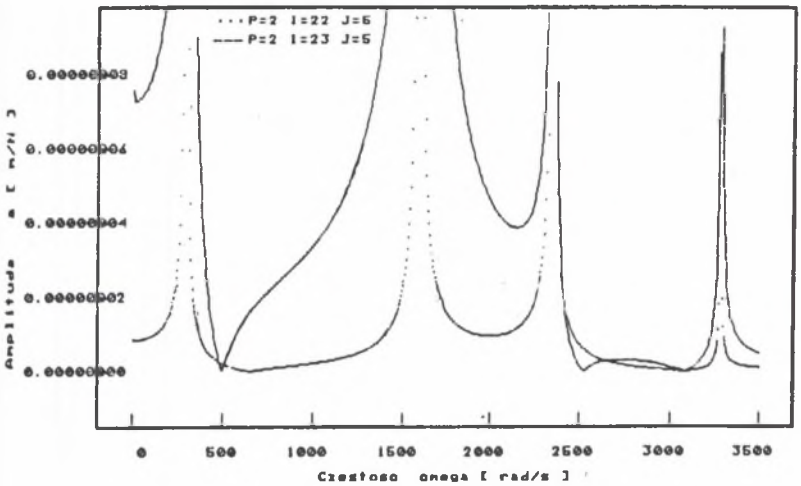
Rys. D.5.11. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 2 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.11. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 2 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



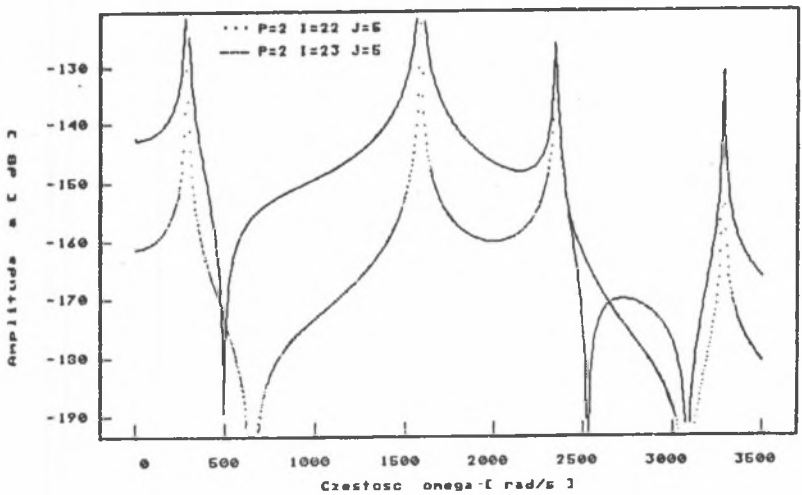
Rys. D.5.12. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 2 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.12. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 2 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



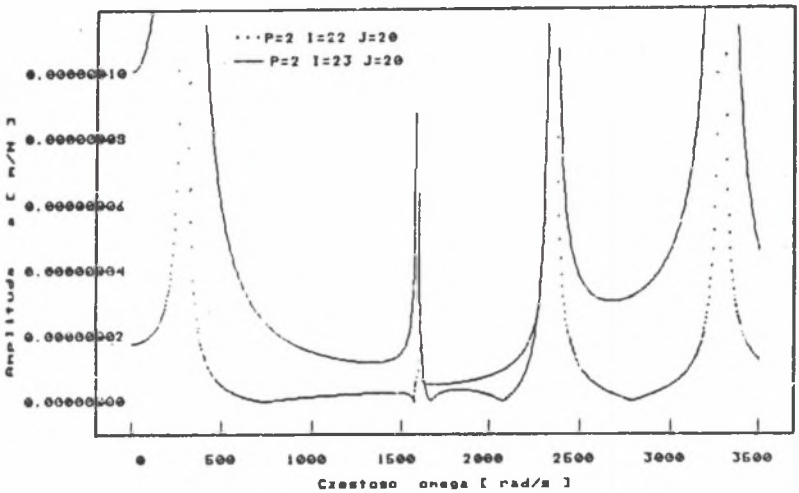
Rys. D.5.13. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 2 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 5 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.13. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 2 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (5) in function of dynamical excitation



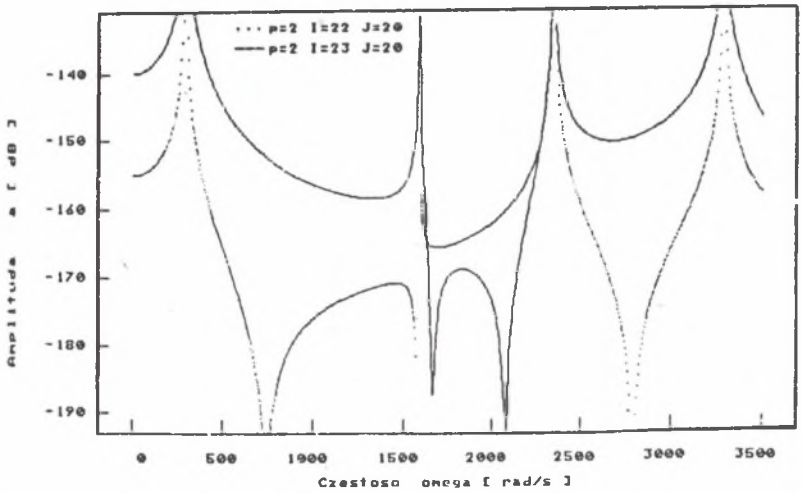
Rys. D.5.14. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 2 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 5 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.14. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 2 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (5) in function of dynamical excitation



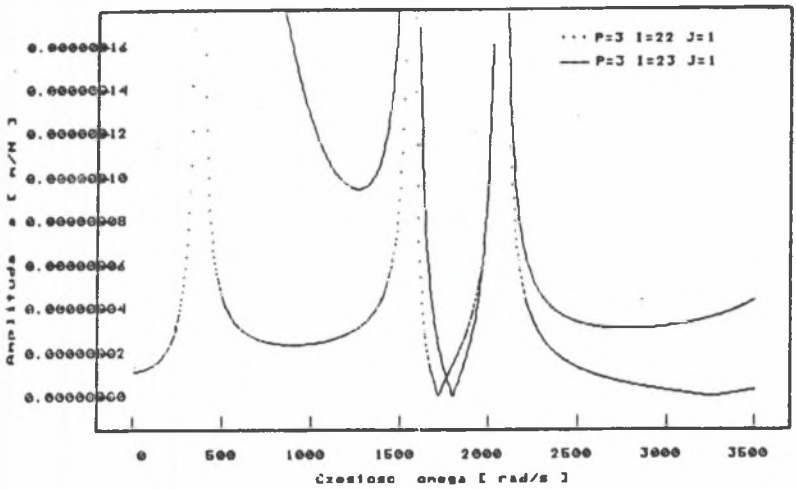
Rys. D.5.15. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 2 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 10 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.15. Actual amplitude and frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 2 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (10) in function of dynamical excitation



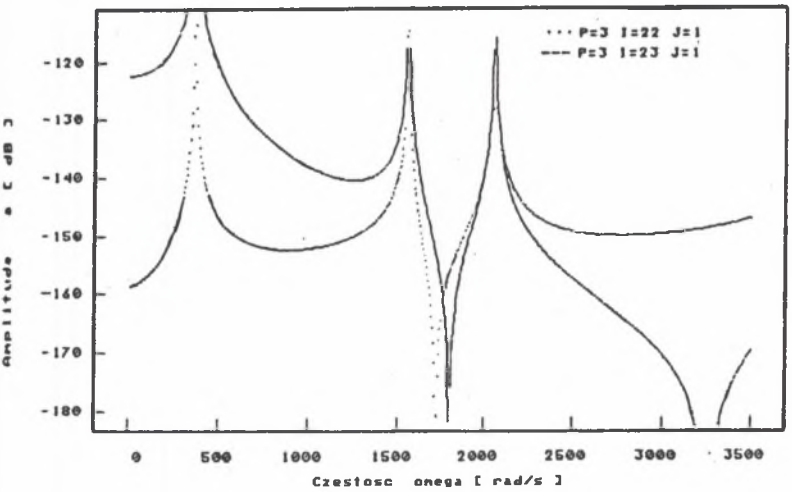
Rys. D.5.16. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 2 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 10 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.16. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 2 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (10) in function of dynamical excitation



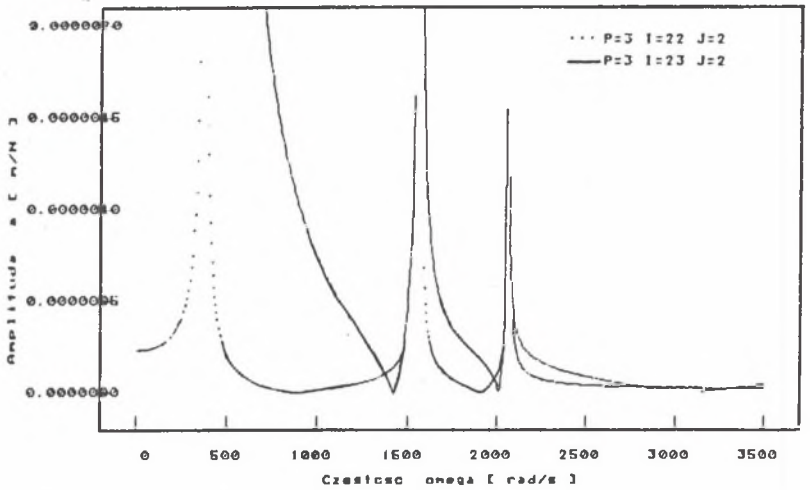
Rys. D.5.17. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.17. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 3 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



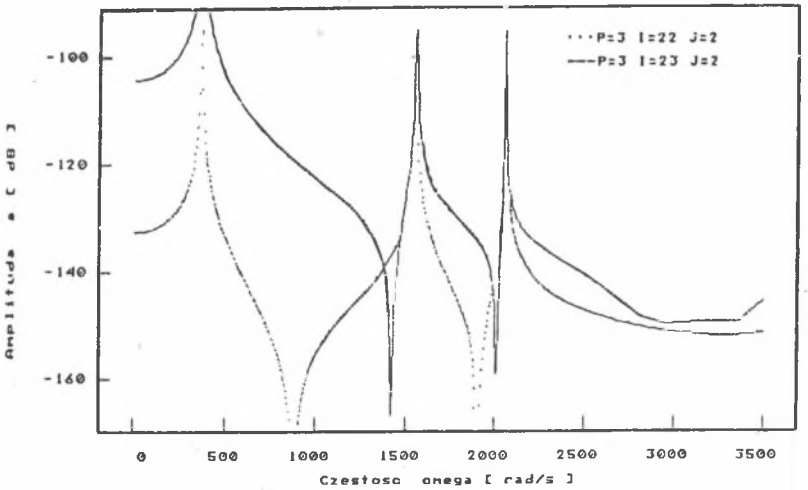
Rys. D.5.18. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.18. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 3 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



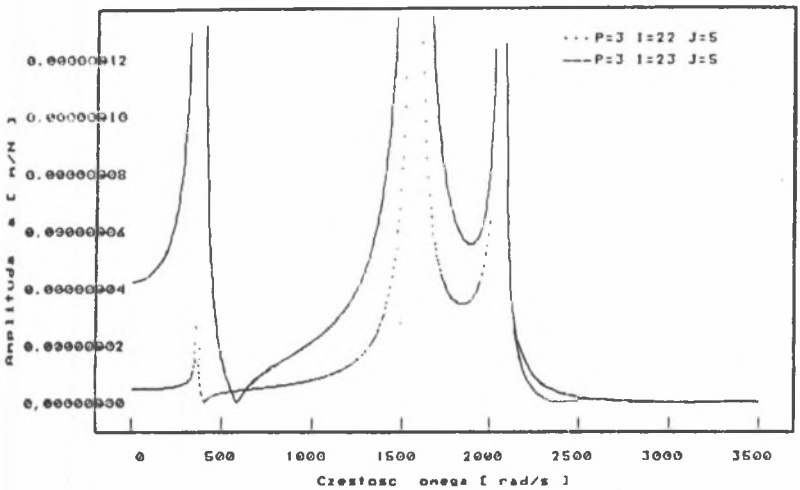
Rys. D.5.19. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.19. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 3 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



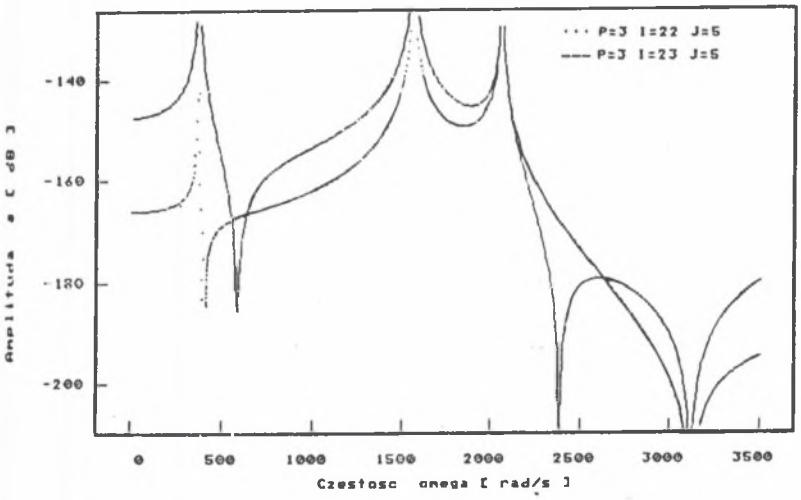
Rys. D.5.20. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.20. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 3 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



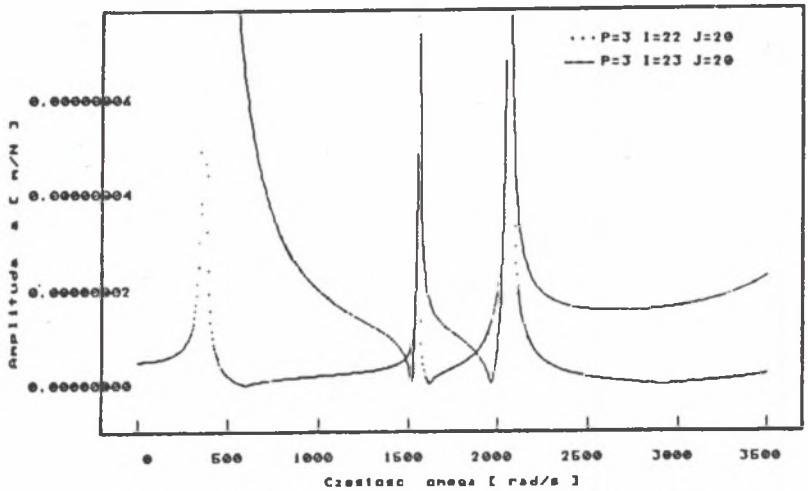
Rys. D.5.21. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 5 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.21. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 3 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (5) in function of dynamical excitation



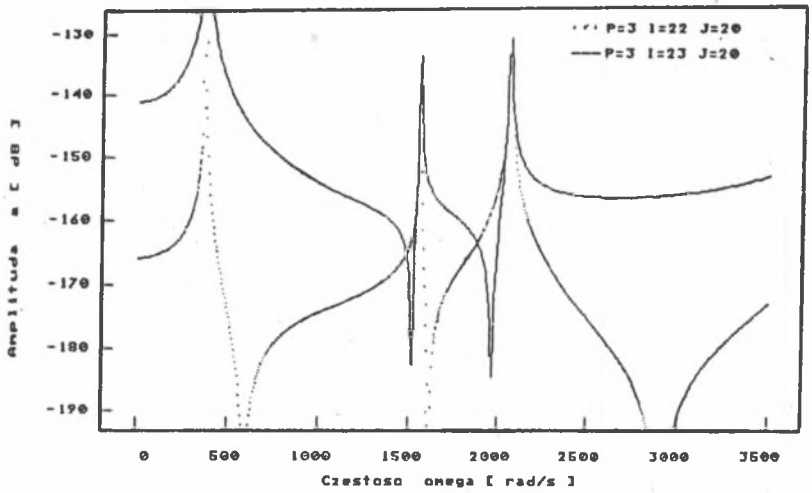
Rys. D.5.22. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 5 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.22. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 3 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (5) in function of dynamical excitation



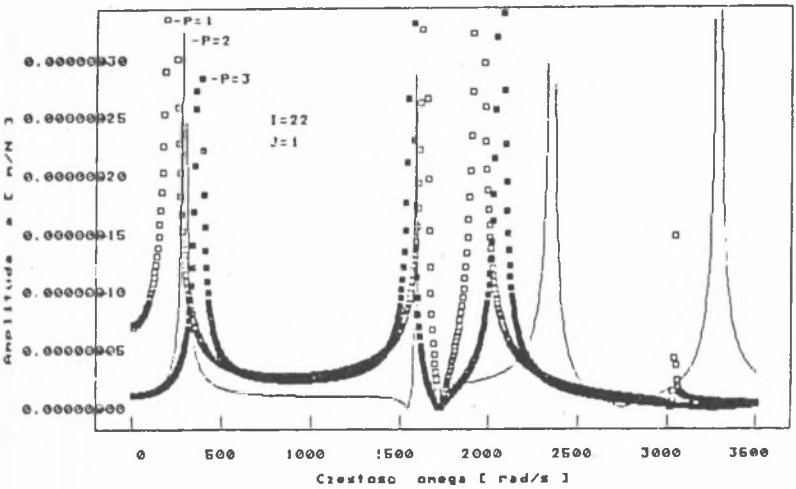
Rys. D.5.23. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 10 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.23. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 3 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (10) in function of dynamical excitation



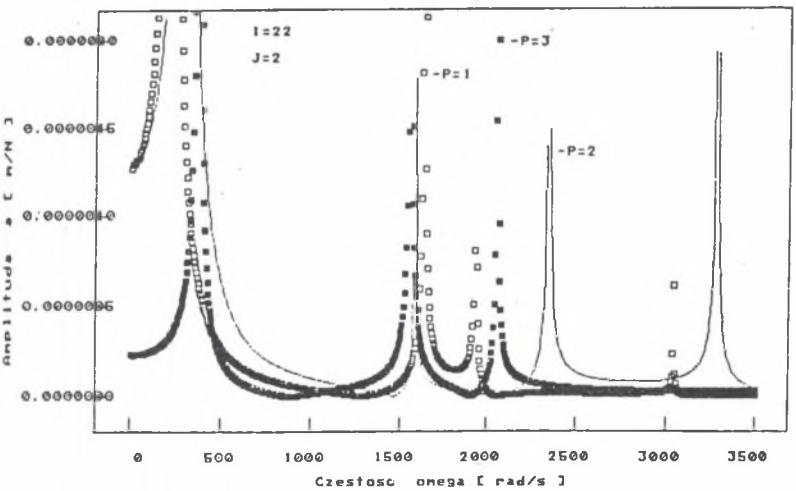
Rys. D.5.24. Decybelowe charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby nastawczej 10 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.24. Decibel amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 3 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (10) in function of dynamical excitation



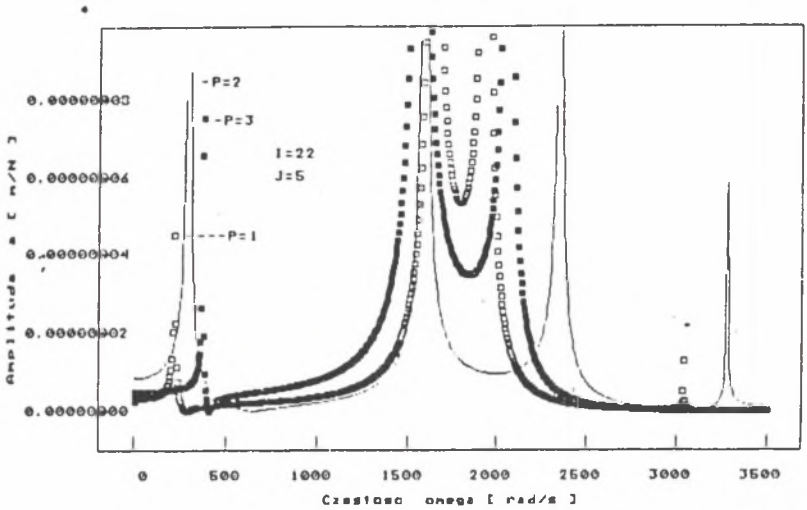
Rys. D.5.25. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1,2 i 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń siłowych

Fig. D.5.25. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1,2 and 3 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



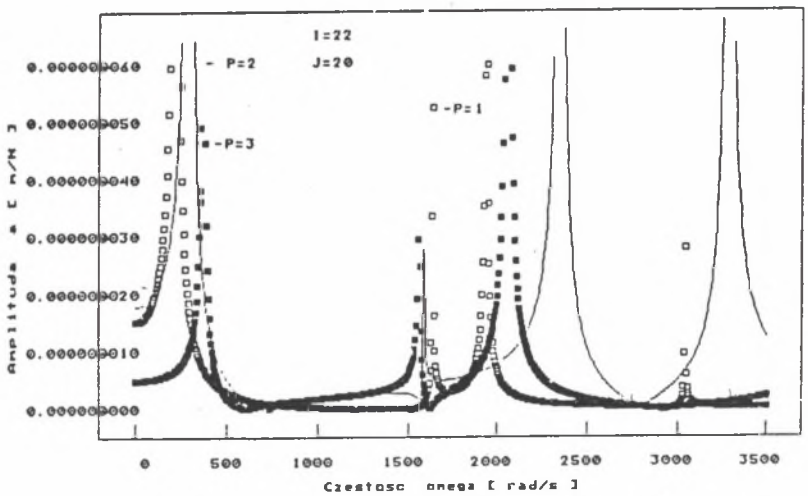
Rys. D.5.26. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1,2 i 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń siłowych

Fig. D.5.26. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1,2 and 3 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



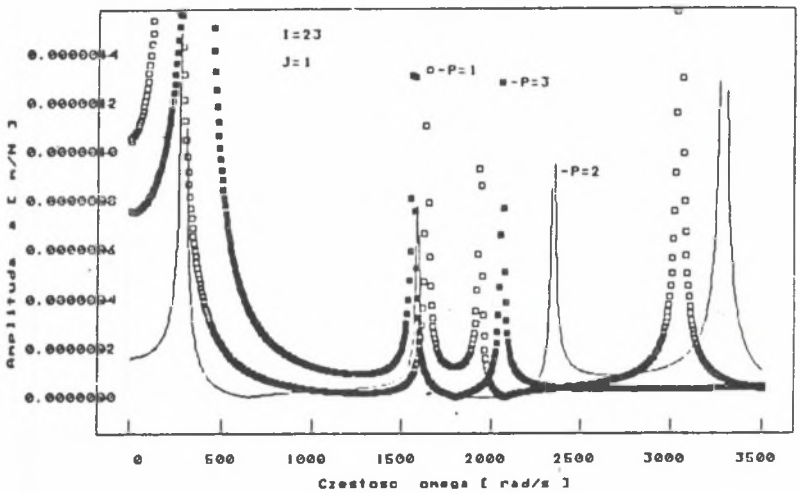
Rys. D.5.27. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1,2 i 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby 5 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.27. Actual ampitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1,2 and 3 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (5) in function of dynamical excitation



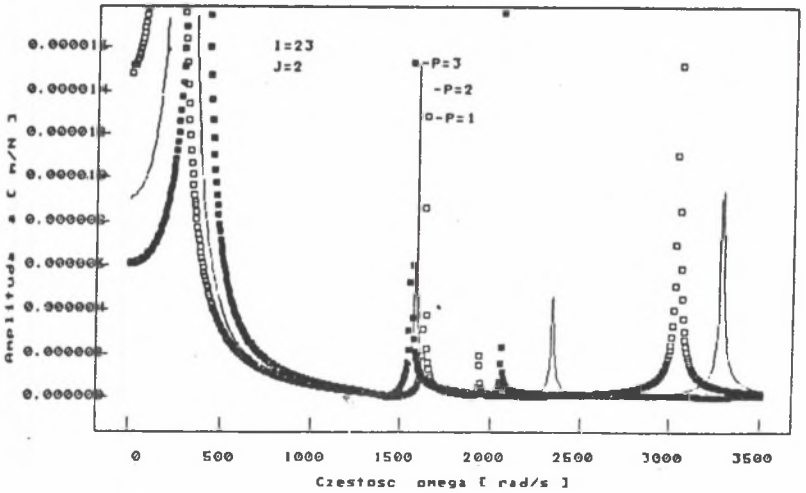
Rys. D.5.28. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1,2 i 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby 10 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.28. Actual ampitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1,2 and 3 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (10) in function of dynamical excitation



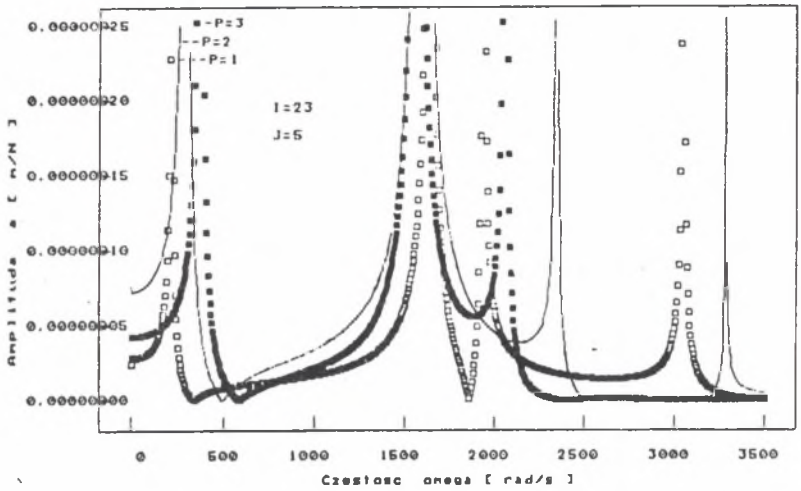
Rys. D.5.29. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1,2 i 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń siłowych

Fig. D.5.29. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1,2 and 3 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



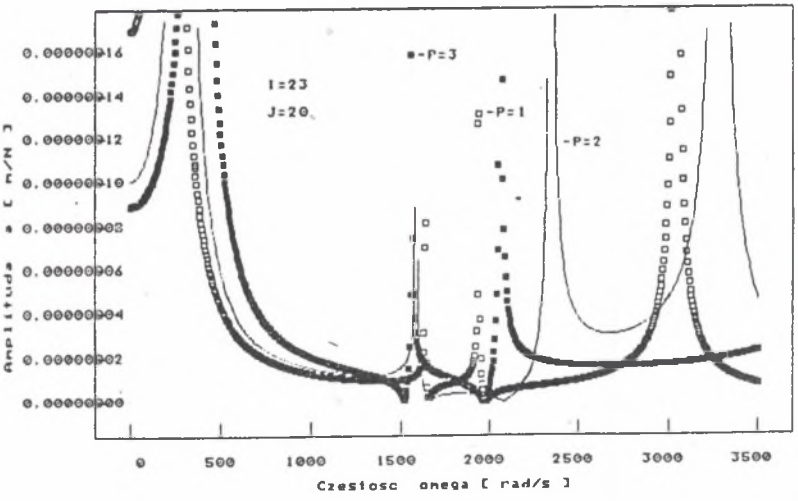
Rys. D.5.30. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1,2 i 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne przemieszczenia końca chwytaka w funkcji wymuszeń siłowych

Fig. D.5.30. Actual amplitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1,2 and 3 (compare with fig. 5.4) showing relative shift of the grab end in function of dynamical excitation



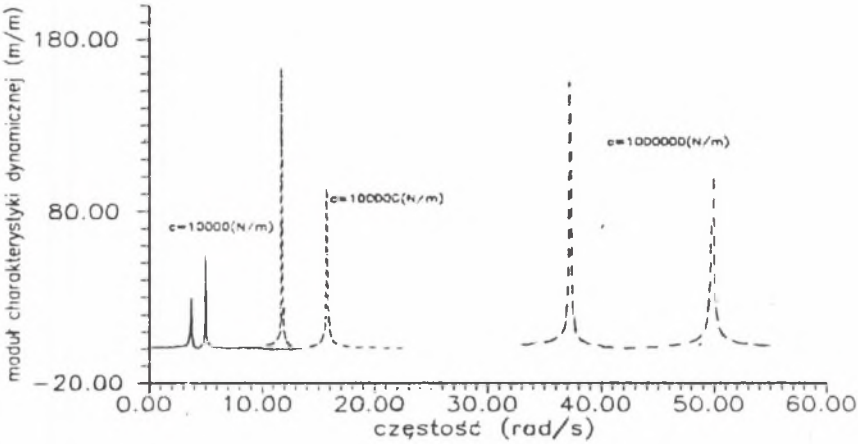
Rys. D.5.31. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1,2 i 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby 5 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.31. Actual ampitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1,2 and 3 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (5) in function of dynamical excitation



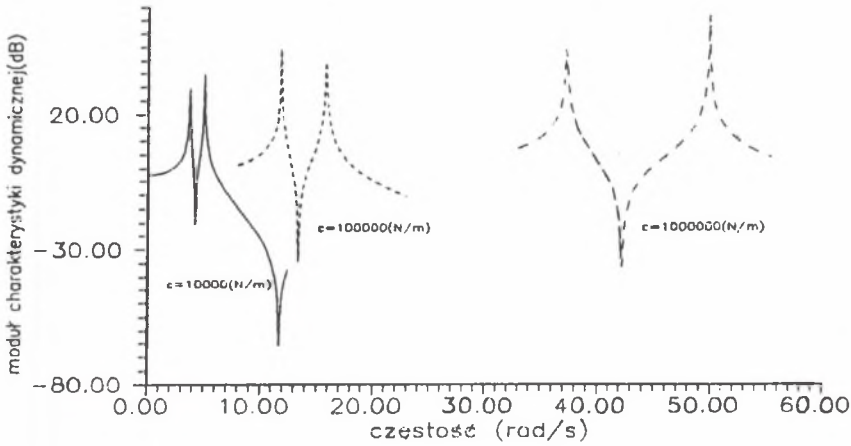
Rys. D.5.32. Rzeczywiste charakterystyki amplitudowo-częstościowe modelu robota IRb-6 z rys. 5.3 w położeniu 1,2 i 3 (por. rys. 5.4), wyrażające względne ugięcia śruby 10 w funkcji wymuszeń dynamicznych

Fig. D.5.32. Actual ampitude-frequency characteristics of IRb-6 model (fig. 5.3) in position 1,2 and 3 (compare with fig. 5.4) showing relative deflection of the adjusting screw (10) in function of dynamical excitation



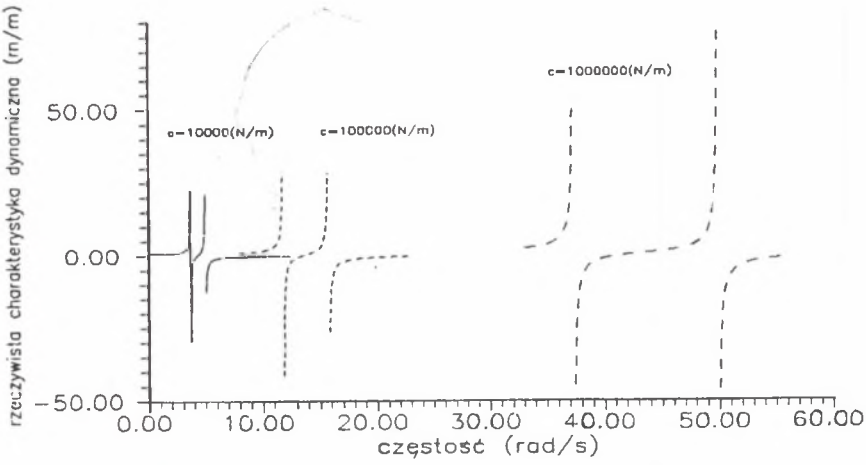
Rys. D.5.33. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.33. Vertical shift of the cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolators



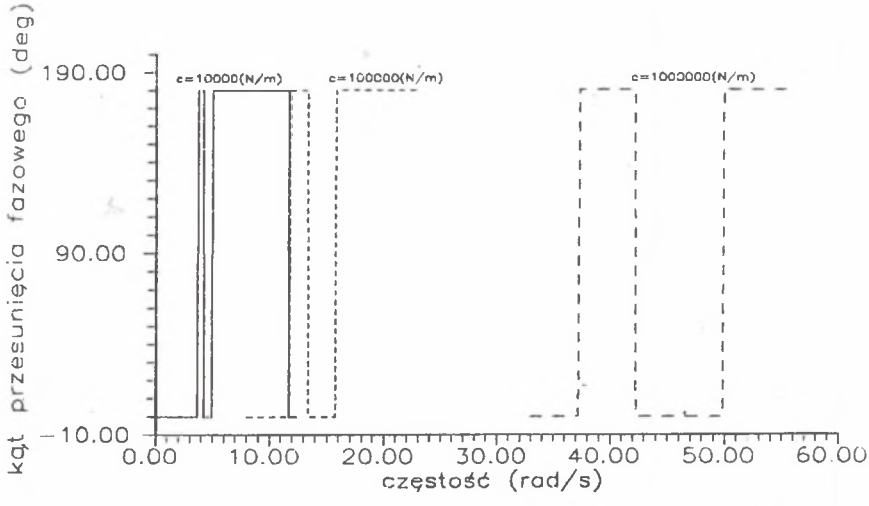
Rys. D.5.34. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.34. Vertical shift of the cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolators



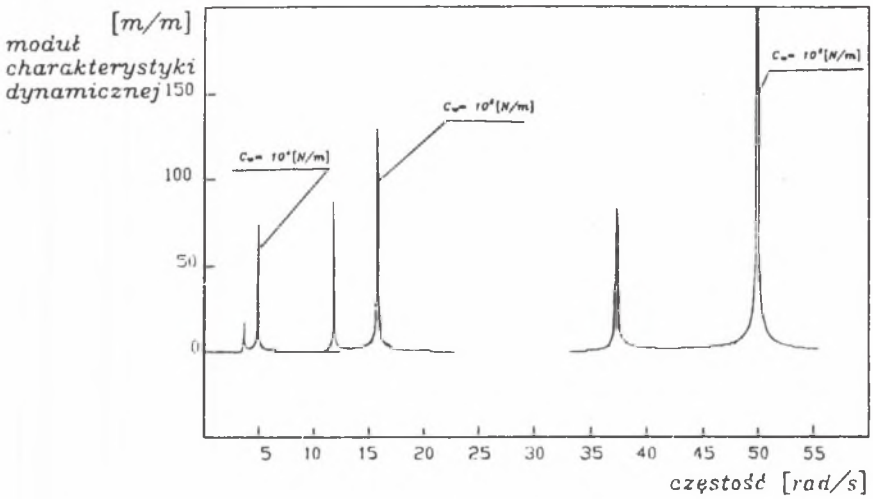
Rys. D.5.35. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.35. Vertical shift of the cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolators



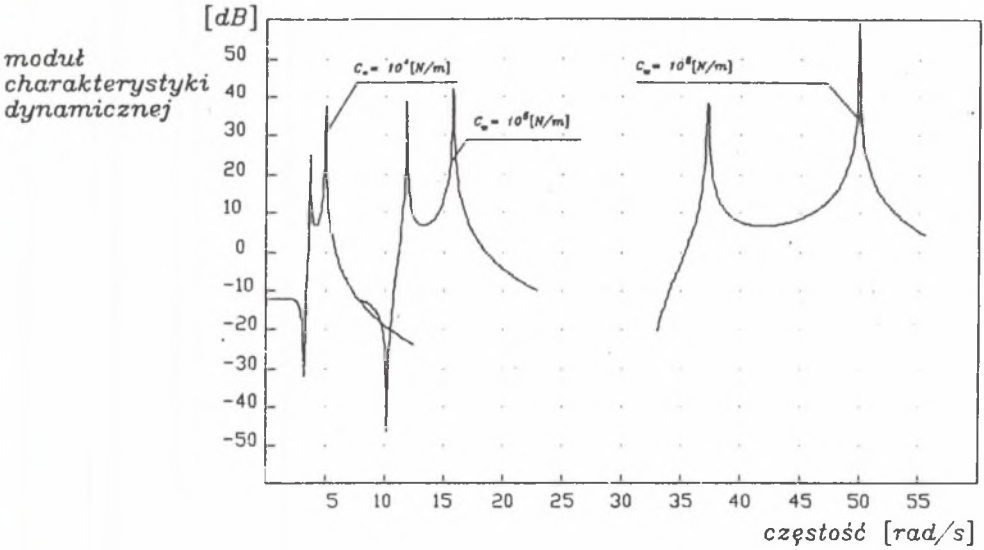
Rys. D.5.36. Kąt przesunięcia fazowego pionowych przemieszczeń kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.36. Angle of the phase shift of vertical movements of the operator's cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



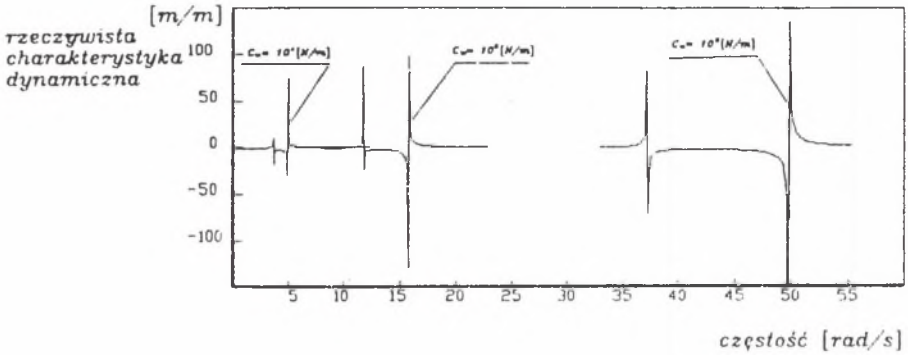
Rys. D.5.37. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.37. Vertical shift of the cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25) for stiffness of the vibroisolators different



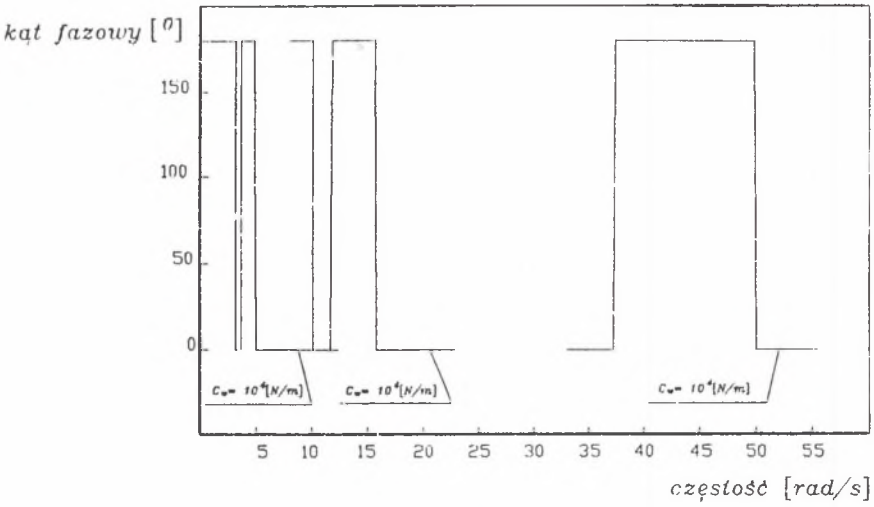
Rys. D.5.38. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.38. Vertical shift of the cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25) for stiffness of the vibroisolators different



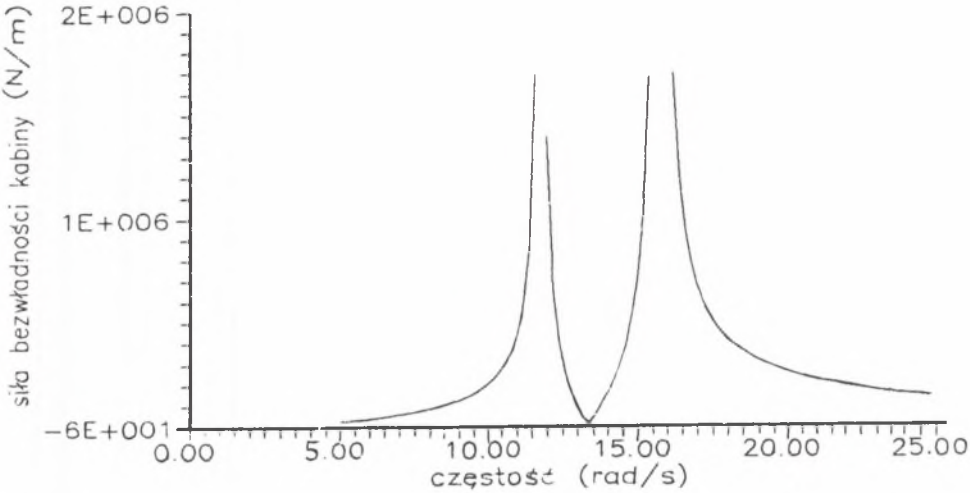
Rys. D.5.39. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.39. Vertical shift of the cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25) for stiffness of the vibroisolators different



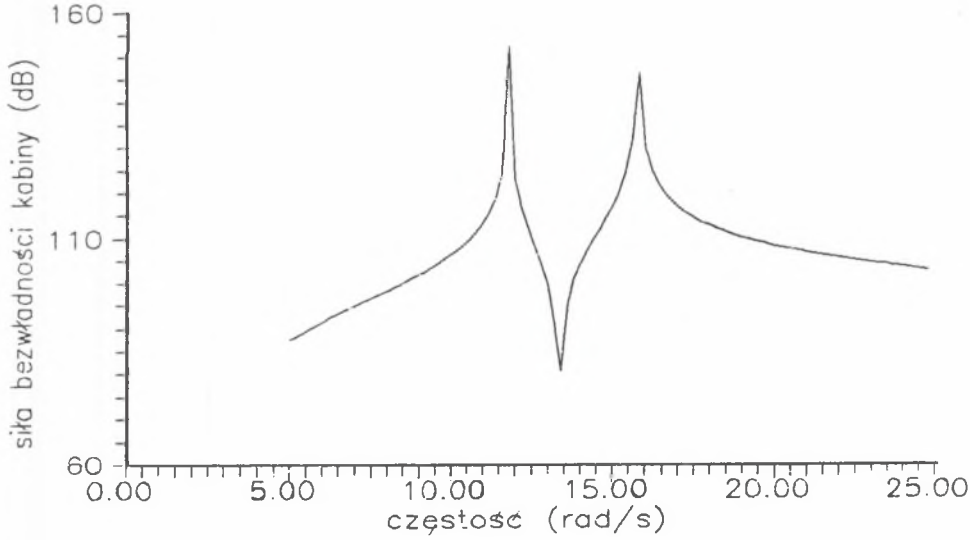
Rys. D.5.40. Kąt przesunięcia fazowego pionowych przemieszczeń kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.40. Angle of the phase shift of vertical movements of the operator's cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



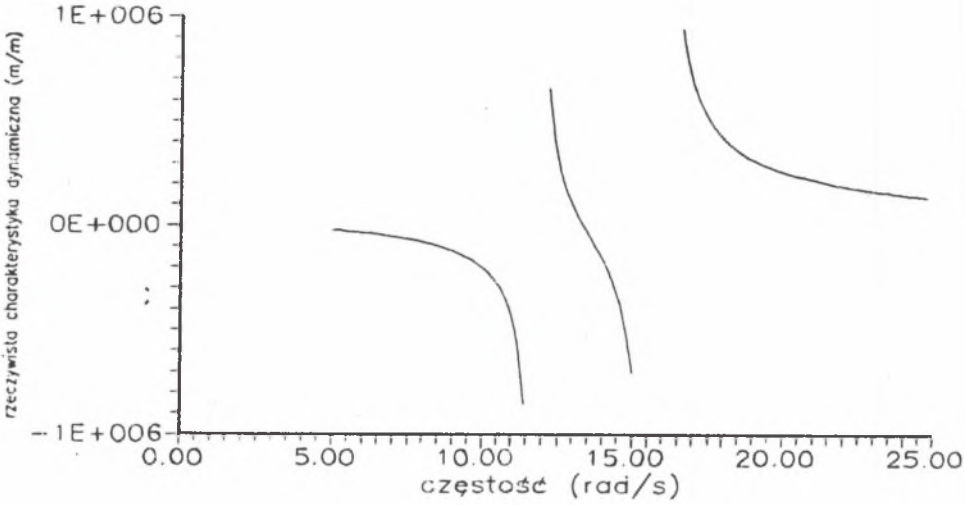
Rys. D.5.41. Siły bezwładności, działające na kabinę operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.41. Inertial forces acting on the operator's cage from kinematic excitation 4 (fig. 5.25) for different stiffness of thevibroisolator



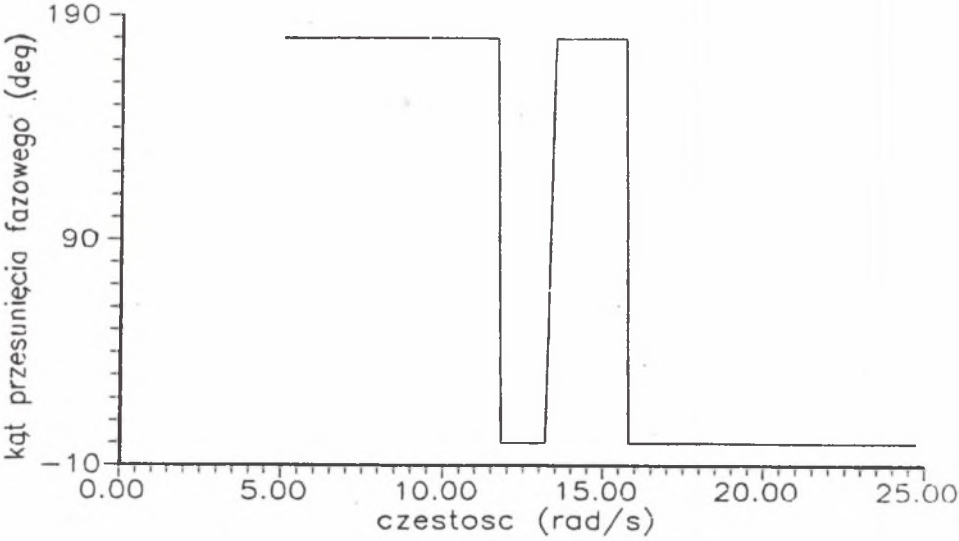
Rys. D.5.42. Siły bezwładności, działające na kabinę operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.42. Inertial forces acting on the operator's cage from kinematic excitation 4 (fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



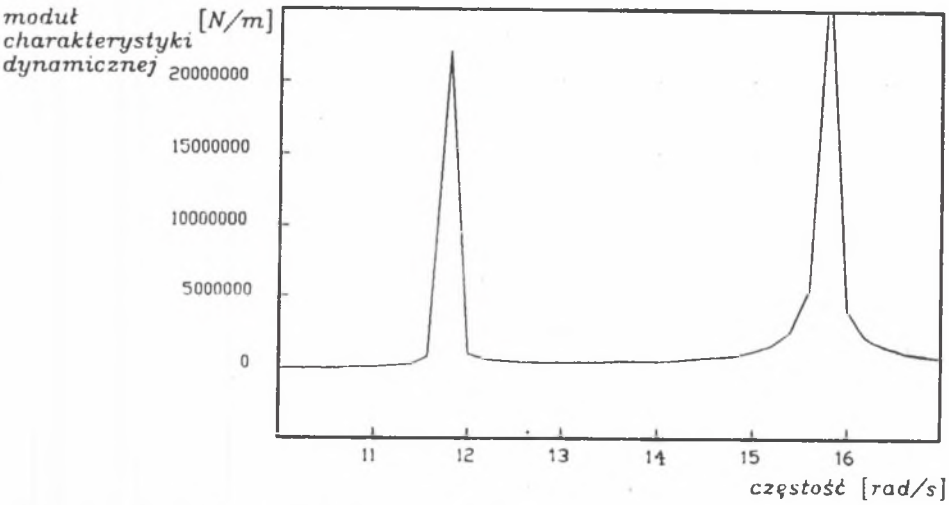
Rys. D.5.43. Siły bezwładności, działające na kabinę operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.43. Inertial forces acting on the operator's cage from kinematic excitation 4 (fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



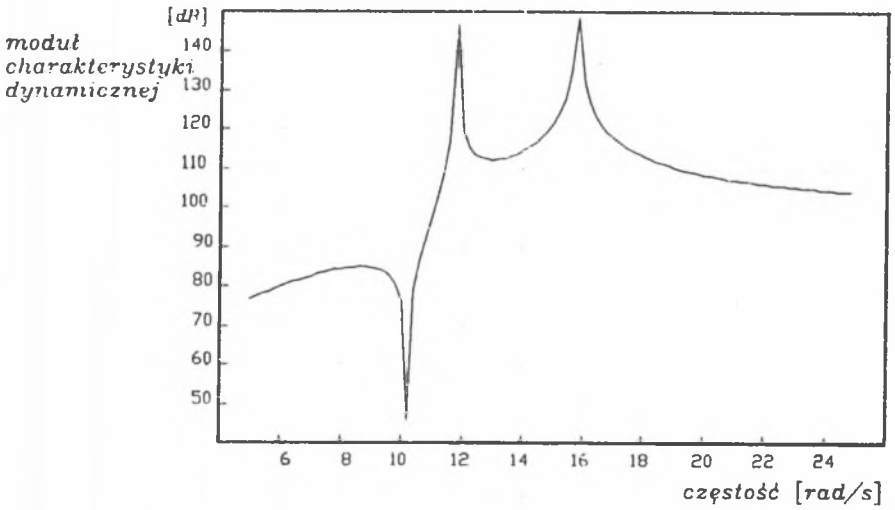
Rys. D.5.44. Kąt przesunięcia fazowego sił bezwładności, działających na kabinę operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.44. Angle of the phase shift of inertial forces acting on the operator's cage from kinematic excitation 4 (fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



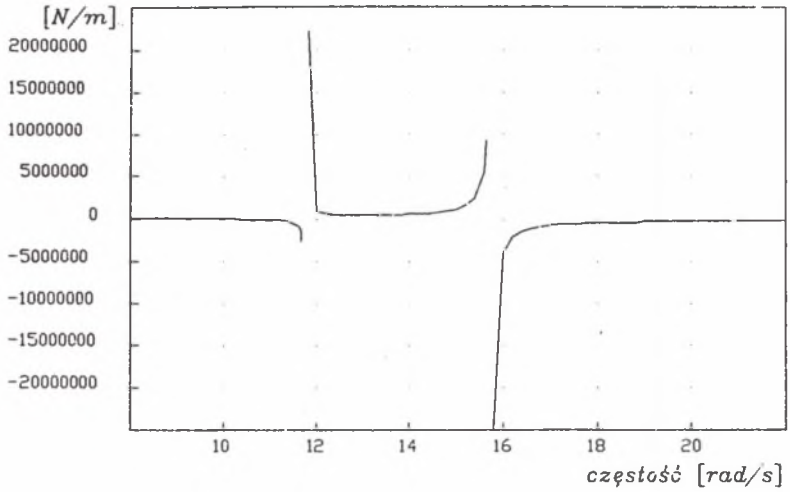
Rys. D.5.45. Siły bezwładności, działające na kabinę operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.45. Inertial forces acting on the operator's cage from kinematic excitation 5 (fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



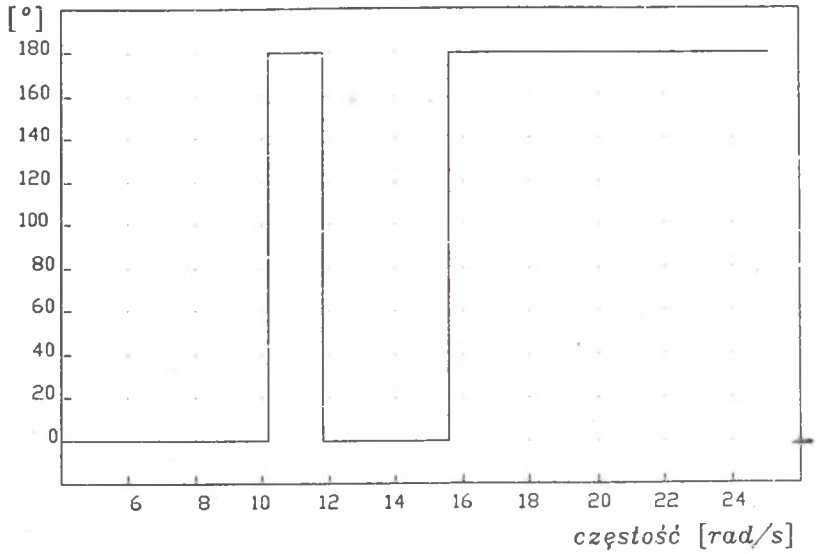
Rys. D.5.46. Siły bezwładności, działające na kabinę operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.46. Inertial forces acting on the operator's cage from kinematic excitation 5 (fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



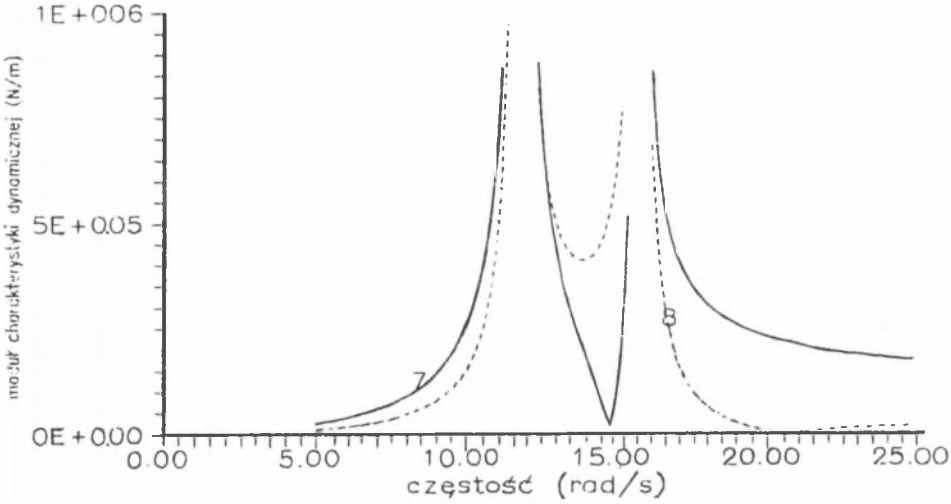
Rys. D.5.47. Siły bezwładności, działające na kabinę operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.47. Inertial forces acting on the operator's cage from kinematic excitation 5 (fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



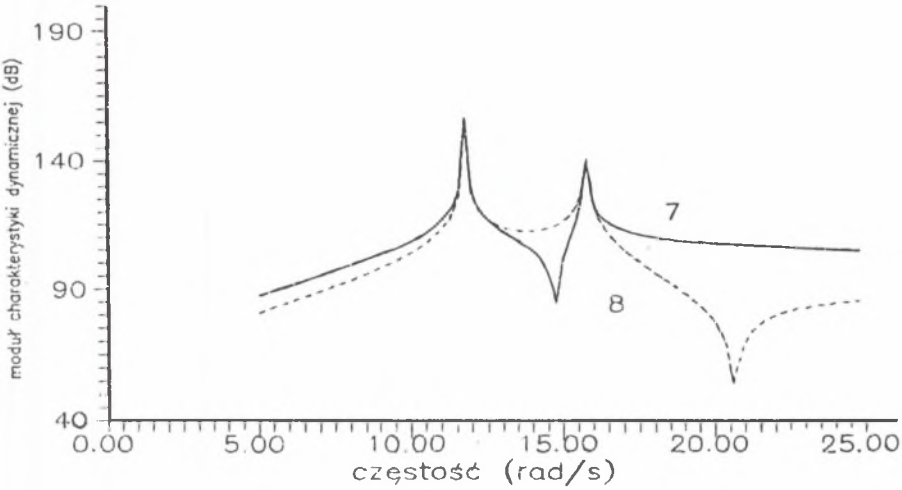
Rys. D.5.48. Kąt przesunięcia fazowego sił bezwładności, działających na kabinę operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25), przy różnych sztywnościach wibroizolatora

Fig. D.5.48. Angle of the phase shift of inertial forces acting on the operator's cage from kinematic excitation 5 (fig. 5.25) for different stiffness of the vibroisolator



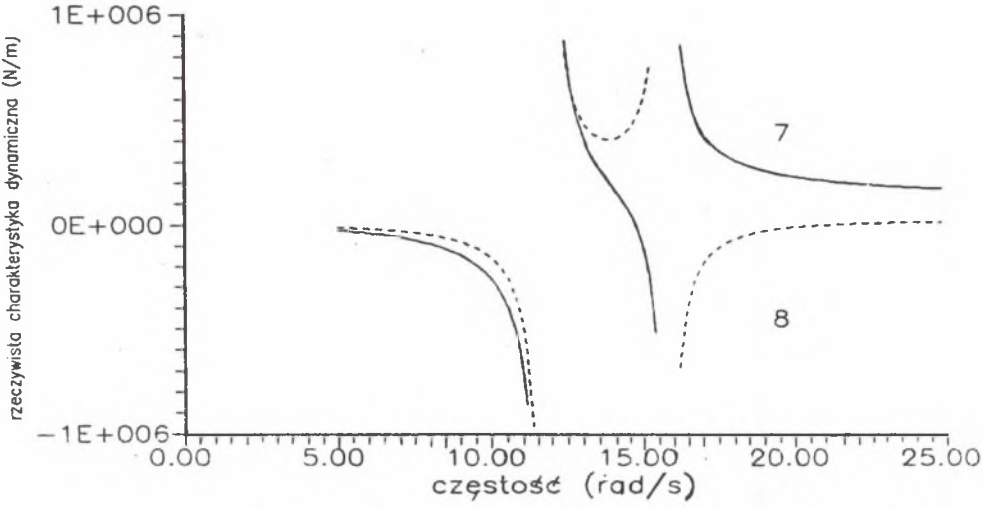
Rys. D.5.49. Siły w sprężynach układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.49. Forces in springs in the vibroisolation model of the cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25)



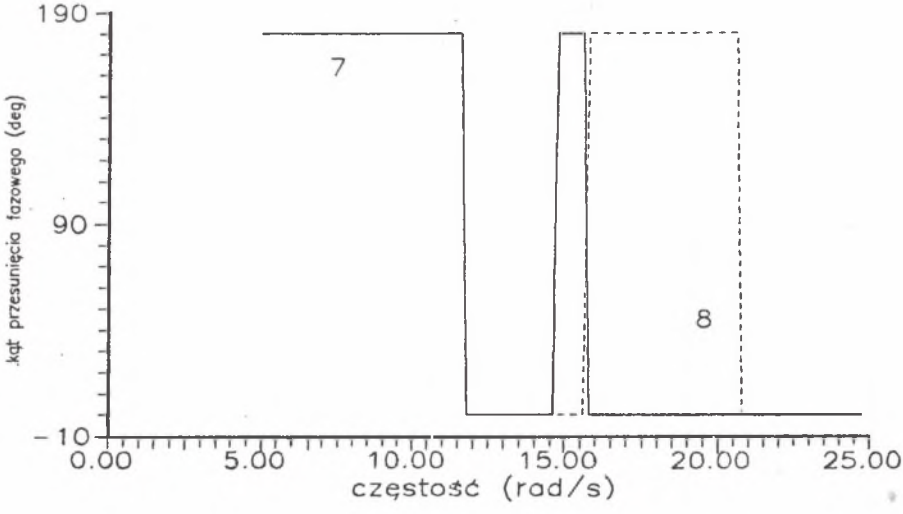
Rys. D.5.50. Siły w sprężynach układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.50. Forces in springs in the vibroisolation model of the cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25)



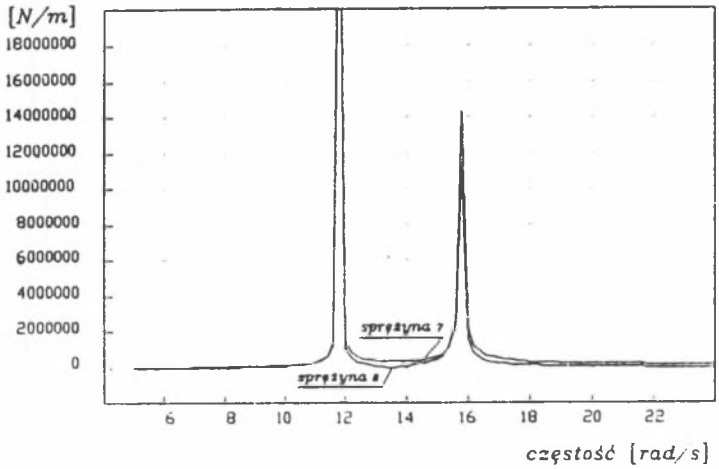
Rys. D.5.51. Siły w sprężynach układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.51. Forces in springs in the vibroisolation model of the cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25)



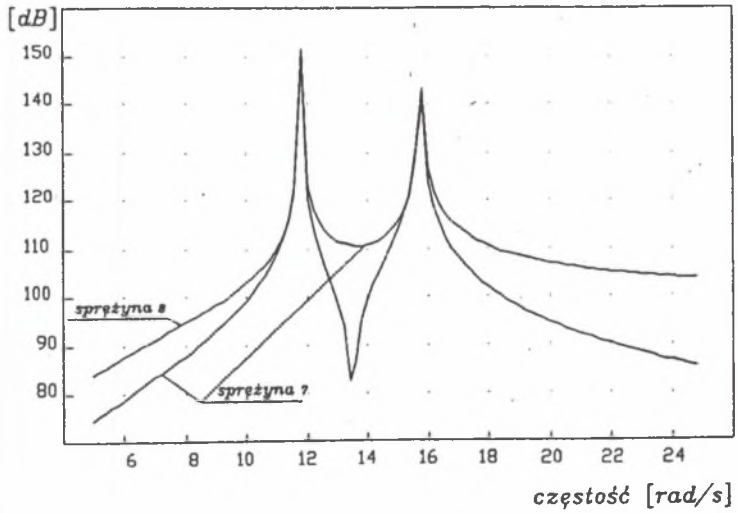
Rys. D.5.52. Kąt przesunięcia fazowego sił w sprężynach układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (rys. 5.25)

Fig. D.5.52. Angle of the phase shift of forces in springs in the vibroisolation cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25)



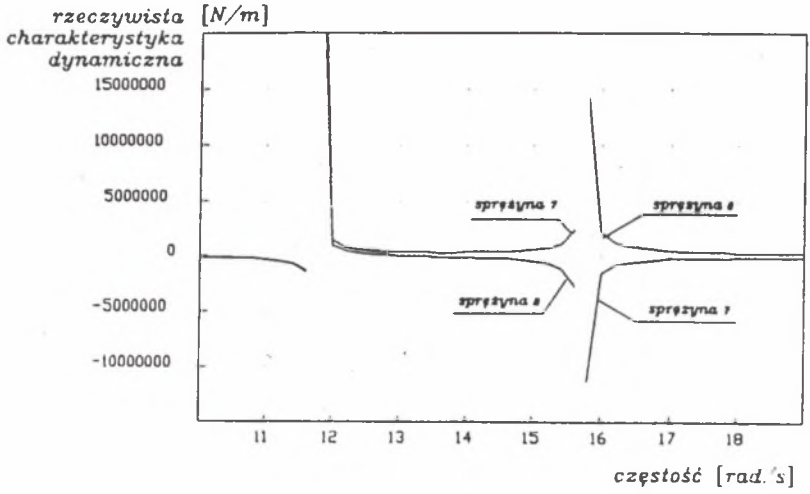
Rys. D.5.53. Siły w sprężynach układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.53. Forces in springs in the vibroisolation model of the cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25)



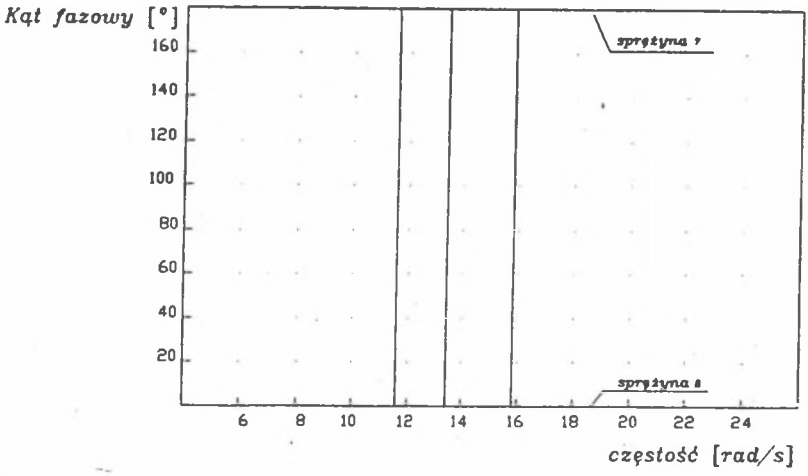
Rys. D.5.54. Siły w sprężynach układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.54. Forces in springs in the vibroisolation model of the cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25)



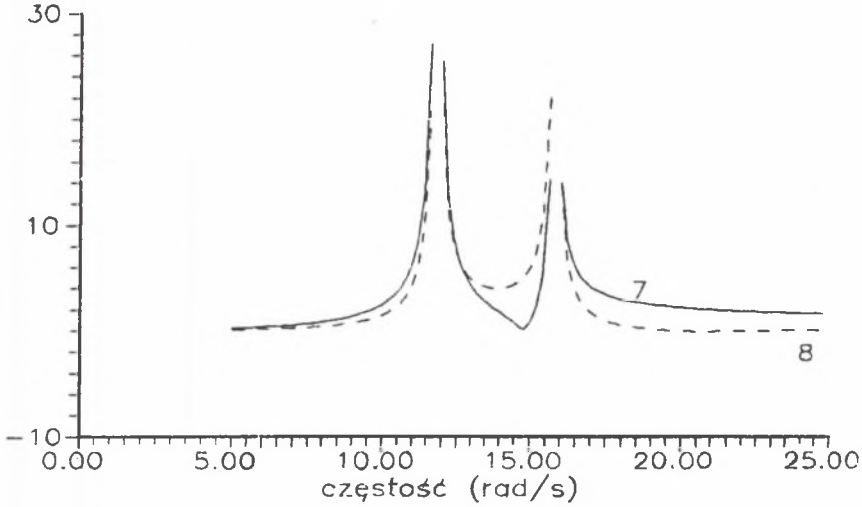
Rys. D.5.55. Siły w sprężynach układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.55. Forces in springs in the vibroisolation model of the cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25)



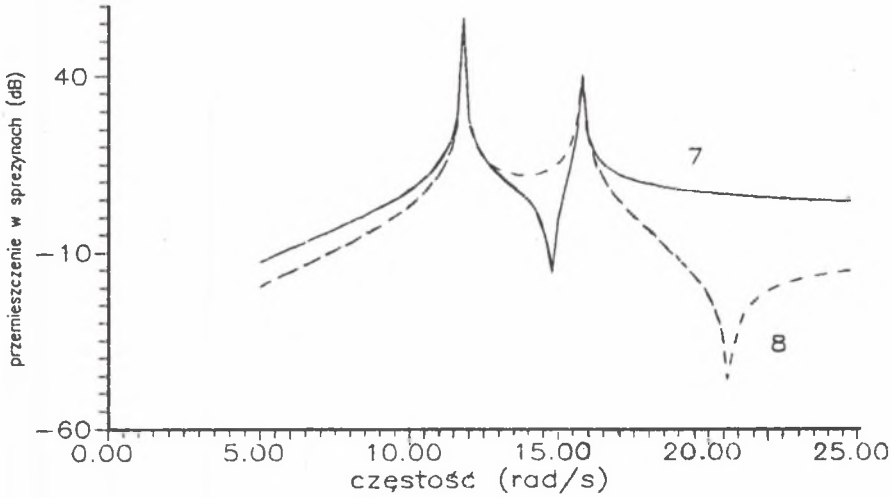
Rys. D.5.56. Kąt przesunięcia fazowego sił w sprężynach układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.56. Angle of the phase shift of forces in springs in the vibroisolation cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25)



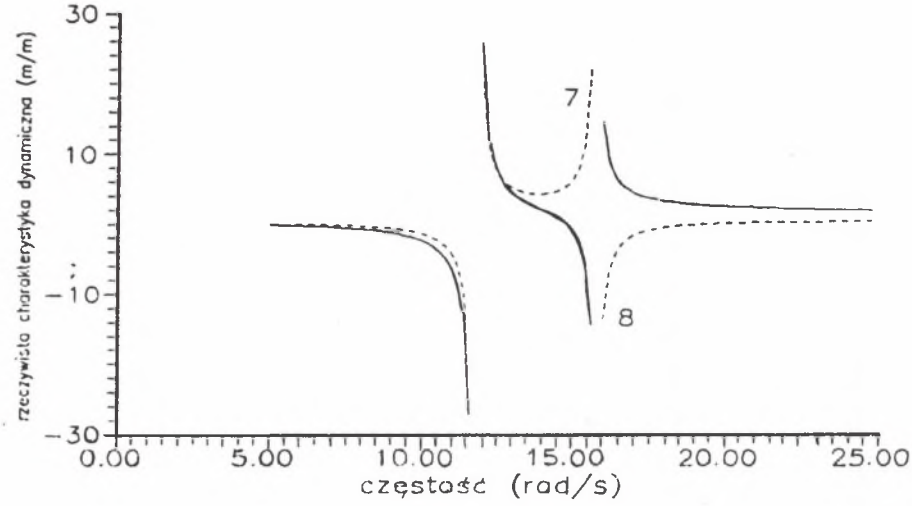
Rys. D.5.57. Ugięcia sprężyn układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.57. Deflection of springs in the vibroisolation cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25)



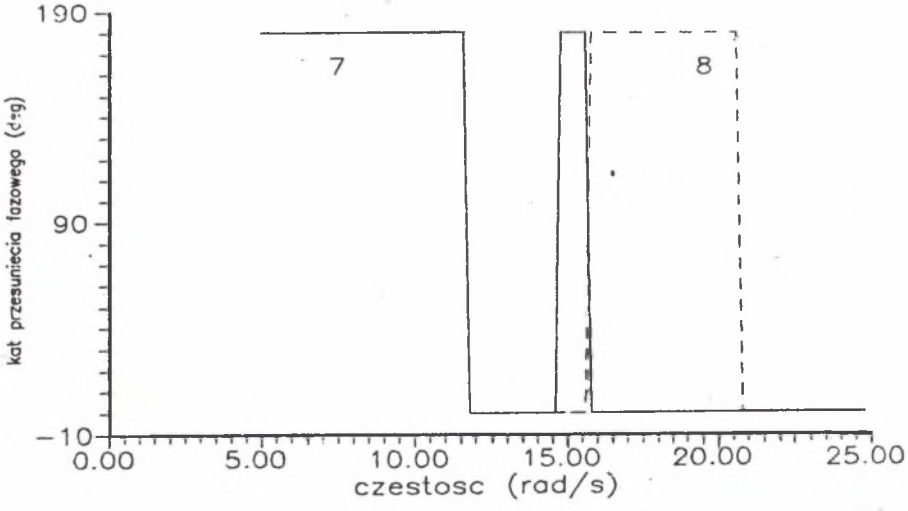
Rys. D.5.58. Ugięcia sprężyn układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.58. Deflection of springs in the vibroisolation cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25)



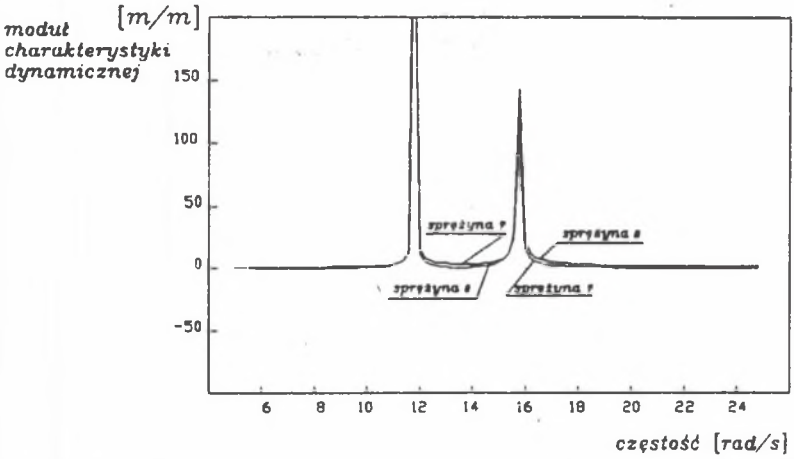
Rys. D.5.59. Ugięcia sprężyn układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5 59. Deflection of springs in the vibroisolation cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25)



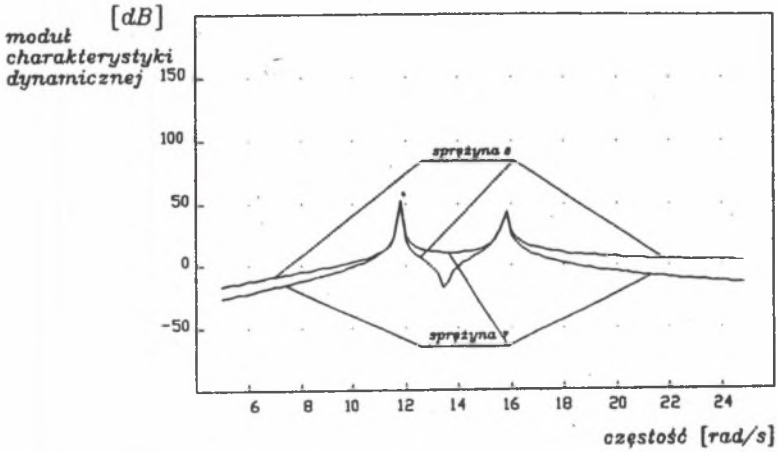
Rys. D.5.60. Kąt przesunięcia fazowego ugięć sprężyn układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 4 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.60. Angle of the phase shift of springs deflection in the vibroisolation cage from kinematic excitation 4 (model from fig. 5.25)



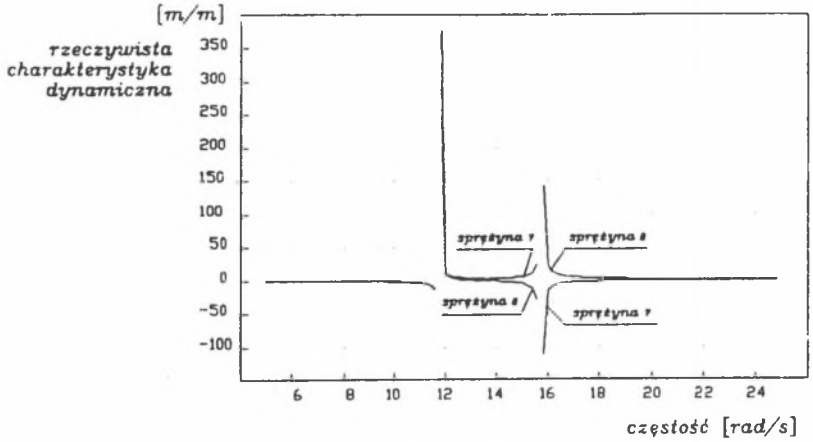
Rys. D.5.61. Ugięcia sprężyn układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.61. Deflection of springs in the vibroisolation cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25)



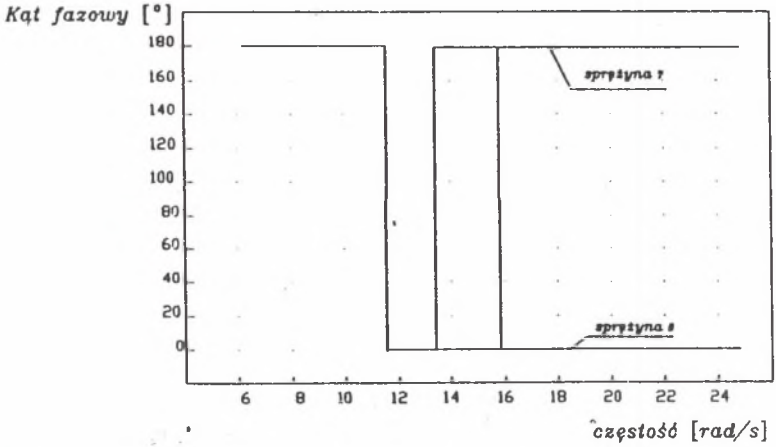
Rys. D.5.62. Ugięcia sprężyn układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.62. Deflection of springs in the vibroisolation cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25)



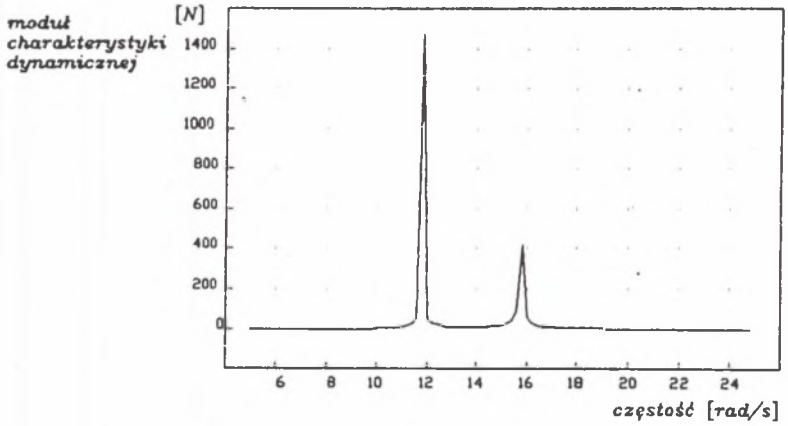
Rys. D.5.63. Ugięcia sprężyn układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.63. Deflection of springs in the vibroisolation cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25)



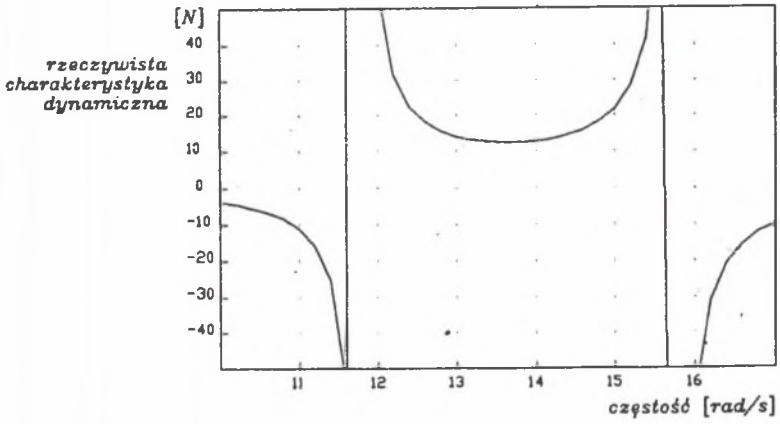
Rys. D.5.64. Kąt przesunięcia fazowego ugięć sprężyn układu wibroizolacji kabiny operatora suwnicy od wymuszenia kinematycznego 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.64. Angle of the phase shift of springs deflection in the vibroisolation cage from kinematic excitation 5 (model from fig. 5.25)



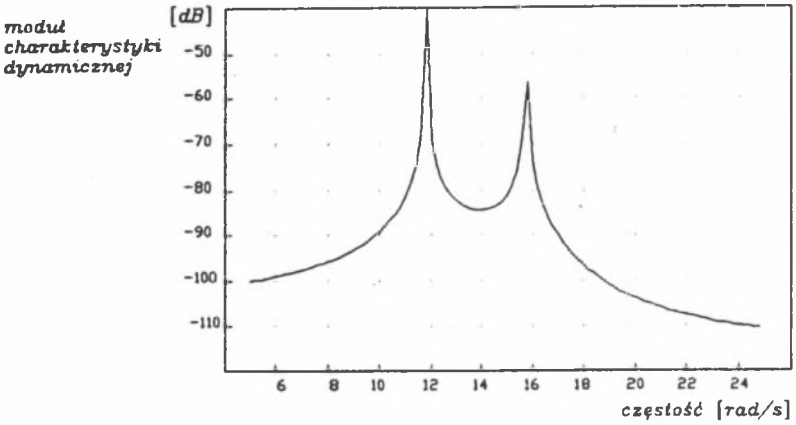
Rys. D.5.65. Siła bezwładności działająca na kabinę operatora suwnicy od złożonego wymuszenia kinematycznego 4 i 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.65. Inertial force acting on the cage from kinematic excitation 4 and 5 (model from fig. 5.25)



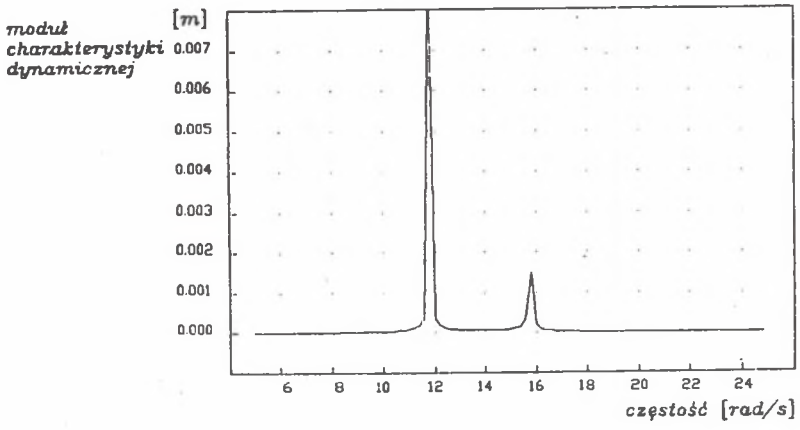
Rys. D.5.66. Siła bezwładności działająca na kabinę operatora suwnicy od złożonego wymuszenia kinematycznego 4 i 5 (model z rys. 5.25)

Fig. D.5.66. Inertial force acting on the cage from kinematic excitation 4 and 5 (model from fig. 5.25)



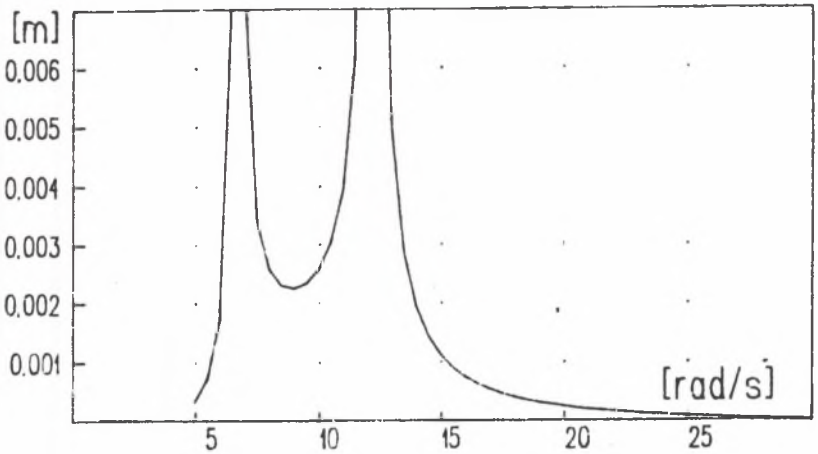
Rys. D.5.67. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od złożonego wymuszenia kinematycznego 4 i 5

Fig. D.5.67. Vertical shift of the cage from composite kinematical excitation 4 and 5



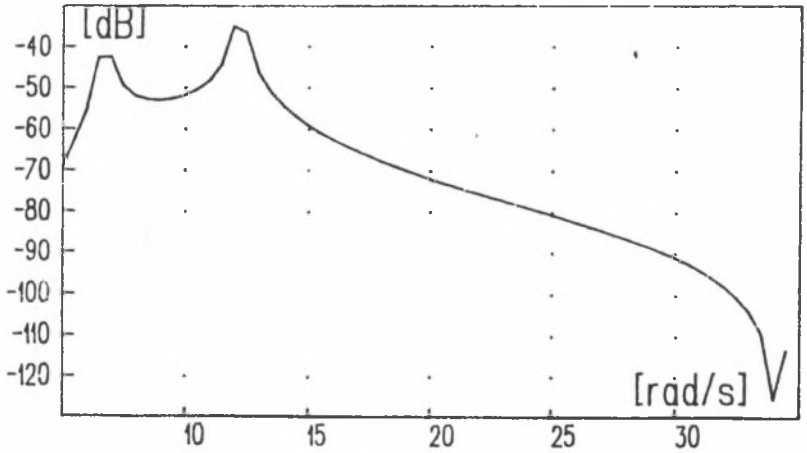
Rys. D.5.68. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od złożonego wymuszenia kinematycznego 4 i 5

Fig. D.5.68. Vertical shift of the cage from composite kinematical excitation 4 and 5



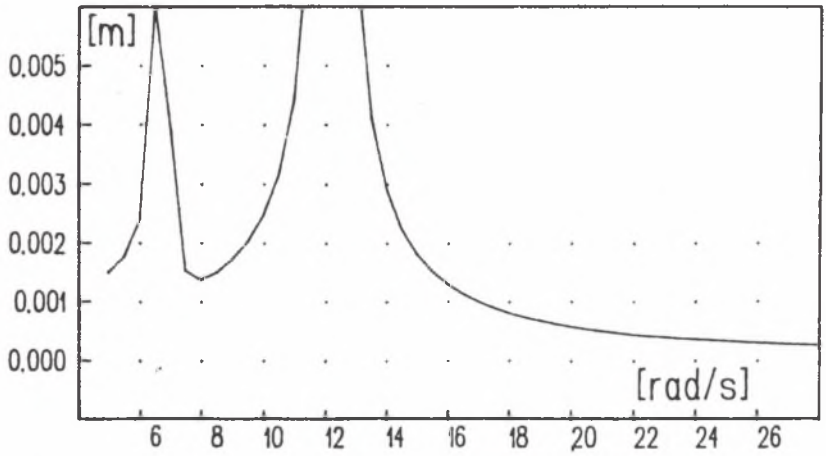
Rys. D.5.69. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od jednocześnie działających czterech wzbudzeń kinematycznych i jednego wzbudzenia dynamicznego, w przypadku modelu układu przedstawionego na rys. 5.24

Fig. D.5.69. Vertical shift of the cage from four kinematic excitation and one dynamical excitation for the model system presented by fig. 5.24



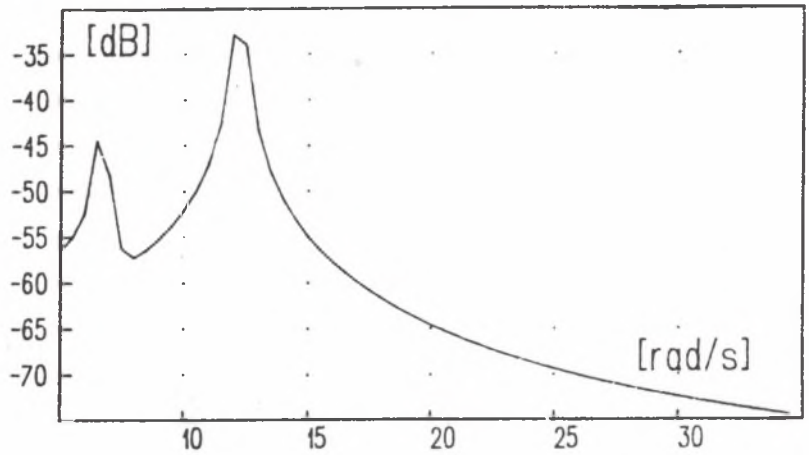
Rys. D.5.70. Decybelowa charakterystyka zmian pionowych przemieszczeń kabiny operatora suwnicy od jednocześnie działających czterech wzbudzeń kinematycznych i jednego wzbudzenia dynamicznego, w przypadku modelu układu przedstawionego na rys. 5.24

Fig. D.5.70. Decibel characteristics of vertical shifts of cage from four kinematic excitation and one dynamical excitation for the model system presented by fig. 5.24



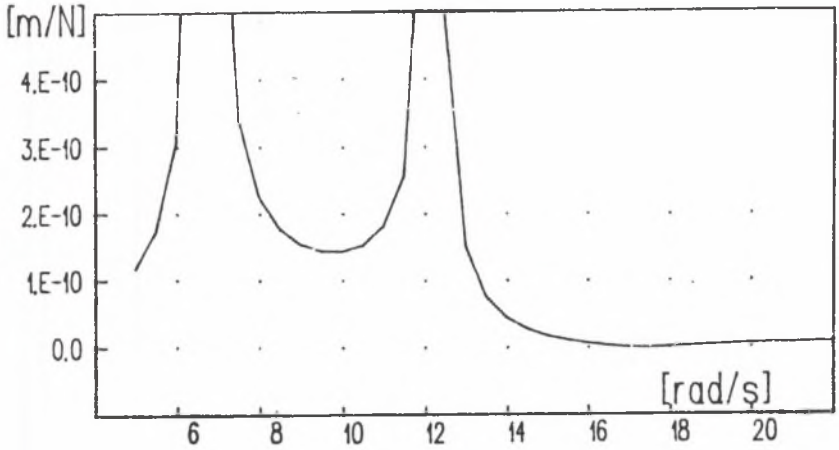
Rys. D.5.71. Pionowe przemieszczenia kabiny operatora suwnicy od jednocześnie działających czterech wzbudzeń kinematycznych i jednego wzbudzenia dynamicznego, w przypadku modelu układu przedstawionego na rys. 5.24, przy uwzględnieniu przesunięcia fazowego wzbudzeń kinematycznych

Fig. D.5.71. Vertical shift of the cage from four kinematic excitation and one dynamical excitation for the model system presented by fig. 5.24 with concidering phase shift of kinematic excitation



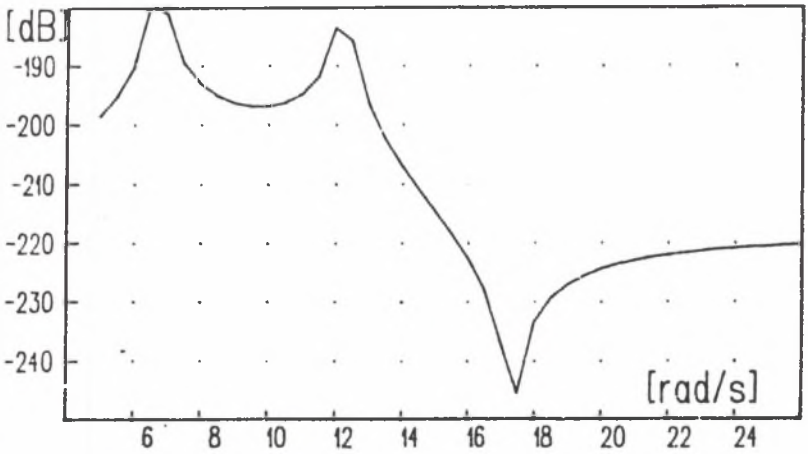
Rys. D.5.72. Decybelowa charakterystyka zmian pionowych przemieszczeń kabiny operatora suwnicy od jednocześnie działających czterech wzbudzeń kinematycznych i jednego wzbudzenia dynamicznego, w przypadku modelu układu przedstawionego na rys. 5.24, przy uwzględnieniu różnicy faz wzbudzeń kinematycznych

Fig. D.5.72. Decibel characteristics of vertical shift of the cage from four kinematic excitation and one dynamical excitation for the model system presented by fig. 5.24 with concidering phase shift of kinematic excitation



Rys. D.5.73. Funkcja podatności dynamicznej układu suwnicy i kabiny operatora, pomiędzy siłą, działającą na most suwnicy, a przemieszczeniami środka masy kabiny

Fig. D.5.73. Function of dynamical flexibility of the overhead crane and the operator's cage, between the force acting on the crane's bridge and shifts of the middle of the cage's mass



Rys. D.5.74. Decybelowa charakterystyka zmian funkcji podatności dynamicznej układu suwnicy i kabiny operatora, pomiędzy siłą, działającą na most suwnicy, a przemieszczeniami środka masy kabiny

Fig. D.5.74. Decibel characteristics of changes of function of dynamical flexibility of the overhead crane and the operator's cage, between the force acting on the crane's bridge and shifts of the middle of the cage's mass