

Jerzy GOŁĄBEK

Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Kotłów
i Urządzeń Energetycznych
Tarnowskie Góry

PRZEBIEG PRĘDKOŚCI CZĄSTEK SOLIDUSU PRZY PRZEPŁYWIE
SOLGAZU PRZEZ KANAŁ O ZMIENNYM PRZEKROJU POPRZECZNYM

Streszczenie. Praca stanowi próbę określenia przebiegu prędkości cząstki wzdłuż kanału o zmiennym przekroju poprzez rozwiązanie uproszczonego równania Basseta-Boussinesq'a - Oseena. Ten przebieg prędkości porównano z przebiegiem rzeczywistym otrzymanym na drodze przeprowadzonych badań przepływu solgazu przez zwężkę Venturi.

Ważniejsze oznaczenia:

- C_D - współczynnik oporu dynamicznego,
 d - średnica cząstki kulistej lub wymiar dynamiczny,
 d_e - kinetyczny rozmiar geometryczny,
 f_k - współczynnik kształtu,
 g - przyspieszenie ziemskie,
 i - kolejny numer punktu, w którym obliczano prędkość i ciśnienie,
 $\Delta P_{sg}, \Delta P_s, \Delta P_g, \Delta P_{st}, \Delta P_{sa}, \Delta P_{sh}$ - spadek ciśnienia spowodowany odpowiednio: przepływem solgazu, przepływem pyłu, przepływem czystego gazu, tarciem pyłu, przyspieszeniem pyłu i podnośnikiem pyłu,
 Re - liczba Reynoldsa,
 t, τ - współrzędne czasu,
 w_{op} - prędkość opadania cząstki,
 w_g - prędkość gazu,
 w_s - prędkość cząstki,
 x - współrzędna osiowa kanału,
 Y - koncentracja wydajnościowa,
 α - kąt pochylenia kanału względem poziomu.

- η g - dynamiczny współczynnik lepkości gazu,
 ρ g - gęstość gazu,
 ρ s - gęstość substancji cząstki.

1. Wstęp

Jedną z podstawowych wielkości charakteryzujących przepływający solgaz jest prędkość cząstek fazy rozproszonej. Najprostszym przypadkiem ich ruchu jest opadanie małych cząstek w lepkim płynie w zakresie ważności prawa Stokesa $/Re < 0,6/$. Jednak w rzeczywistym transporcie najczęściej mamy do czynienia ze znacznie większymi liczbami Reynoldsa: równania opisujące ruch cząstki komplikują się także z powodu konieczności uwzględnienia turbulencji, przyspieszeń itp. Współczynnik oporu aerodynamicznego w tych przypadkach już tylko częściowo może być opisany formułami wyznaczonymi przez standardową krzywą oporu /rys. 1/ [3].

Ponieważ jednak brak jest dostatecznych danych [3], standardowa krzywa oporu stanowi podstawę do określenia współczynnika oporu cząstek kulistych.

Niniejsza praca jest jedną z prób wyznaczenia przebiegu prędkości cząstki wzdłuż kanału o zmiennym przekroju poprzecznym /zwężka Venturi, przestrzenie międzyrurowe kanałów spalin itp. /, gdzie cząstka doznaje przyspieszeń na skutek zmian prędkości gazu. Określona prędkość cząstki jest średnią prędkością w przekroju, odpowiadającą średniej prędkości gazu.

2. Równanie ruchu cząstki

Rozważając siły działające na nieporowatą, kulistą cząstkę, poruszającą się w nieściśliwym, lepkim, nieograniczonym ośrodku możemy zapisać odpowiednie równanie równowagi [1,3] :

$$\left(\frac{\pi d^3}{6} \rho_s + \frac{1}{2} \frac{\pi d^3}{6} \rho_g \right) \frac{D\vec{w}_s}{Dt} = - \frac{\pi d^3}{6} \cdot \left(\rho_s - \rho_g \right) \vec{g} + c_D \frac{\pi d^2}{4} \frac{(\vec{w}_g - \vec{w}_s) \cdot |\vec{w}_g - \vec{w}_s|}{2} \rho_g + \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_g \eta_g} \cdot \int_0^t \frac{d(\vec{w}_g - \vec{w}_s) \cdot d\tau}{d\tau \cdot \sqrt{t - \tau}} \quad /1/$$

Lewa strona reprezentuje siłę bezwładności cząstki o masie "efektywnej" /masa cząstki powiększona o połowę masy wypartego przez nią ośrodka/, pierwszy człon prawej strony - siłę ciężkości z uwzględnieniem wyporu, człon drugi - opór aerodynamiczny, człon trzeci - odchylenie od stanu ustalonego, tzw. siłę Basseta [3]. W równaniu tym nie uwzględniono oddziaływania między cząstkami /co jest dopuszczalne w zakresie koncentracji objętościowej 0 - 0,03 [2,3] /, gradientu ciśnienia / spowodowanego tarciem gazu i cząstek o ścianki kanału / oraz efektu Magnusa. Pominięto także mniej znaczące siły związane z termoforezą, polem elektrycznym itp.

Według różnych autorów człony reprezentujące masę przyłączoną, wypór i siłę Basseta są istotne tylko w przypadku porównywalnych gęstości substancji cząstki i ośrodka. Rozpatrując więc ruch cząstki stałej w ośrodku gazowym możemy je pominąć.

Otrzymujemy wówczas:

$$\frac{D\vec{w}_s}{Dt} = - \vec{g} + \frac{3}{4} c_D \frac{\rho_g}{\rho_s d} (\vec{w}_g - \vec{w}_s) \cdot \left| \vec{w}_g - \vec{w}_s \right| \quad /2/$$

gdzie d jest rozmiarem dynamicznym cząstki, który w przypadku gdy cząstka jest nieporowatą kulą, pokrywa się z jej średnicą. Natomiast współczynnik oporu C_D odniesiony jest do średnicy kuli równej rozmiarowi dynamicznemu. Często wymiar dynamiczny zastępuje się kinetycznym wymiarem geometrycznym, przy czym w obliczeniach C_D należy wtedy uwzględnić tzw. współczynnik kształtu, tzn. stosunek powierzchni kinetycznej cząstki do powierzchni kuli o tej samej objętości [2,6].

Wobec zmieniającej się prędkości względnej cząstki $w_g - w_s$ przy przepływie przez kanał o zmiennym przekroju konieczna jest znajomość formuły $C_D = f/Re$, obejmującej jak największy przedział zmienności liczby Reynoldsa cząstki Re . Ponieważ brak jest takiej formuły, standardową krzywą oporu opisano w niniejszej pracy jak następuje:

I. $0 < Re \leq 1$, wzór Oseena

$$C_D = \frac{24}{Re} \cdot \left(1 + \frac{3}{16} Re \right) \quad /3/$$

II. $1 < Re < 100$, wzór Langmuir i Blodgetta [5]

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + 0,197 Re^{0,63} + 0,0026 Re^{1,38} \right) \quad /4/$$

III. $100 \leq Re \leq 800$, wzór Kliaczko [1]

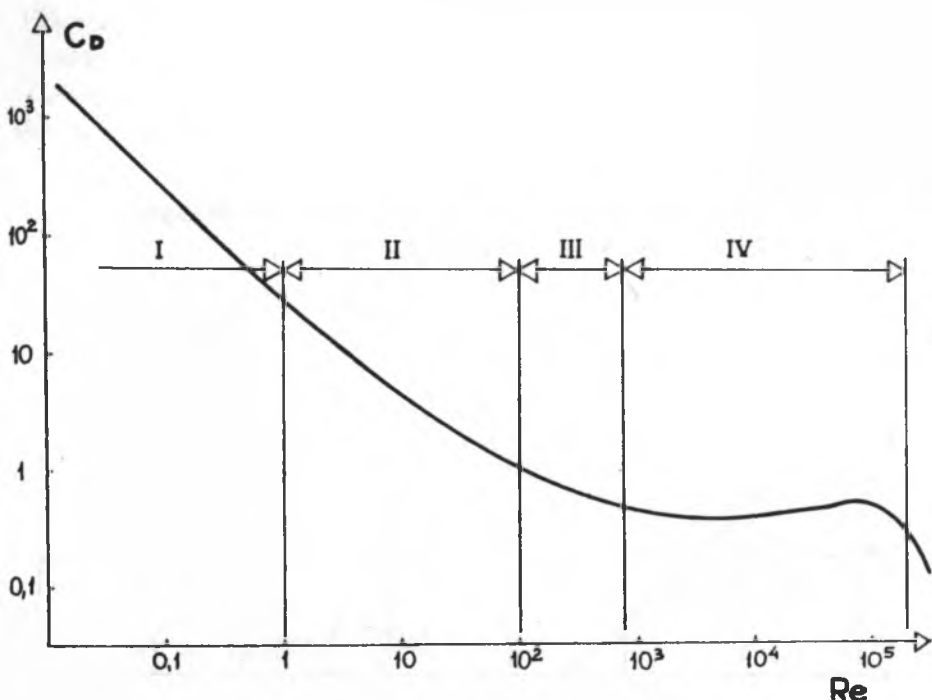
$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{1}{6} Re^{0,667} \right) \quad /5/$$

IV. $800 < Re < 2 \cdot 10^5$, wg Soo [3]

$$C_D = 0,44 \quad /6/$$

$$\text{przy czym } Re = |w_g - w_s| \cdot d_g / \nu_g \quad /7/$$

Podział ten przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Standardowa krzywa oporu [2] .

Podział na przedziały obliczeniowe, wzory /3/ - /6/.

W pracy niniejszej zastosowano również wzór Wachruszewa [6] dla przypadku, gdy znany jest współczynnik kształtu cząstek rzeczywistych. Wzór ten, oparty na rezultatach badań Pettyjohna i Christiansena, ważny jest w przedziale $Re = 0 - 2 \cdot 10^4$ [6] .

$$C_D = \left(\frac{28,47}{Re \cdot \lg(15,38/f_k)} + \frac{4,565 f_k}{Re^{0,333}} - \frac{0,491 \cdot f_k}{Re^{0,5}} \right) .$$

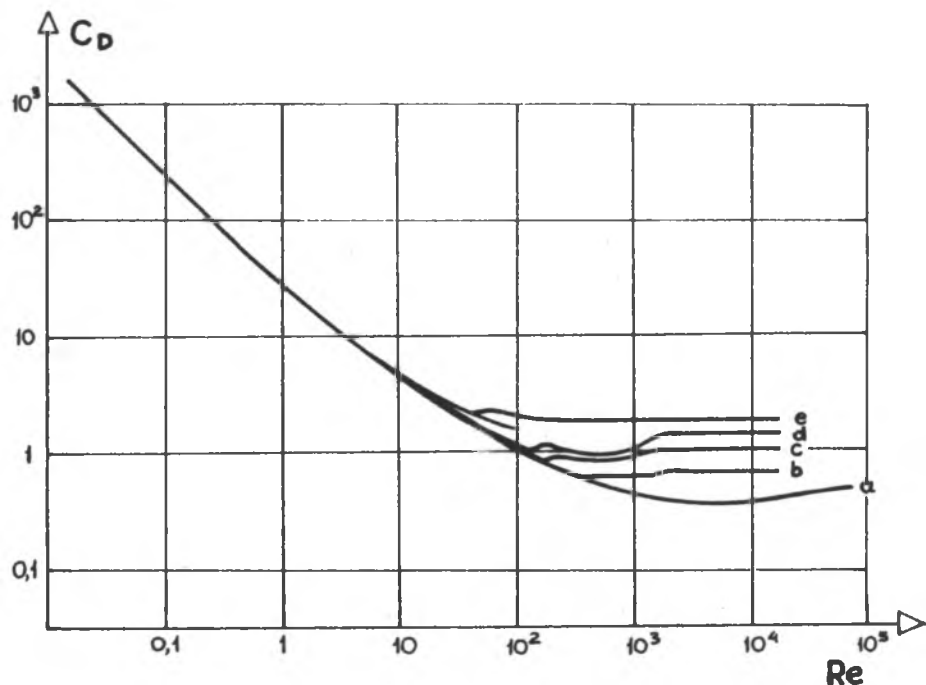
$$\cdot \left\{ 1 - \operatorname{tgh} \left[0,01282 \operatorname{Re} \left(f_k - 0,9805 \right) \right] \right\} +$$

$$+ 2,86 \left(f_k - 0,8531 \right) \operatorname{tgh} \left[0,01282 \operatorname{Re} \left(f_k - \right. \right.$$

$$\left. \left. - 0,9805 \right) \right] + \left(7,76 - 2,86 f_k - 4,88 / f_k \right) \cdot$$

$$\cdot \operatorname{tgh} \left[0,00104 \operatorname{Re} \left(f_k - 0,9038 \right) \right] \quad /8/$$

Wpływ kształtu cząstki na przebieg zależności $C_D = f / \operatorname{Re} /$ pokazany został na rys. 2.



Rys. 2. Zależność współczynnika oporu dynamicznego od liczby Re oraz od kształtu cząstki

- a- $f_k=1$ /kula/, b- $f_k=1,104$ /sześciątło/,
 c- $f_k=1,182$ /ośmiościan/, d- $f_k=1,241$
 /sześciątło/,
 e- $f_k=1,493$ /czworościan/

Obliczenie prędkości cząstek wzdłuż
osi kanału

Do numerycznego rozwiązania równania /2/ i wyznaczenia przebiegu prędkości wzdłuż kanału wykorzystano metodę Szatila [4]. Rozpatrując jednowymiarowy przepływ ustalony w kanale nachylonym pod kątem α do poziomu, z równania /2/ dostaniemy:

$$w_s \frac{dw_s}{dx} = -g \cdot \sin \alpha + C(w_g - w_s)^2, \quad /9/$$

$$\text{gdzie } C = \frac{3}{4} C_D \frac{\rho_g}{\rho_s} \frac{1}{d} \quad /10/$$

Przechodząc do różnic skończonych, dla kolejnych punktów "i", oddalonych od siebie o Δx , otrzymamy:

$$\frac{w_s^2(i) - w_s^2(i-1)}{2\Delta x} = -g \sin \alpha + C(w_g - w_s)^2 \quad /11/$$

Podstawiając:

$$w_g = \frac{w_g(i-1) + w_g(i)}{2} \quad /12/$$

$$w_s = \frac{w_s(i-1) + w_s(i)}{2} \quad /13/$$

$$f = \frac{w_s(i)}{w_s(i-1)} \quad /14/$$

$$A = \frac{w_g(i-1)}{w_s(i-1)} \quad /15/$$

$$B = \frac{w_g(i)}{w_s(i-1)} \quad /16/$$

$$E = A + B - 1 \quad /17/$$

i rozwiązując ze względu na f dla ruchu przyspieszonego /f>1 / otrzymamy:

$$f = \frac{1}{C \cdot \Delta x - 2} \left(CE \Delta x - \sqrt{2C \Delta x (E^2 - 1) + 4} + \frac{4g \Delta x \cdot \sin \alpha}{w_s^2 (1-1)} (C \Delta x - 2) \right) \quad /18/$$

I analogicznie dla ruchu opóźnionego $f < 1$ /

$$f = \frac{1}{C \Delta x + 2} \left(CE \Delta x + \sqrt{2C \Delta x (1 - E^2) + 4} + \frac{4g \Delta x \cdot \sin \alpha}{w_s^2 (1-1)} (C \Delta x + 2) \right) \quad /19/$$

Stąd dla kolejnych punktów:

$$w_{s(1)} = f \cdot w_{s(1-1)}$$

przy czym początkową prędkość cząstek $w_{s/0}$ należy wyznaczyć zależnie od rozpatrywanego przypadku. W poniższych przykładach, dla pionowego przepływu z dołu do góry:

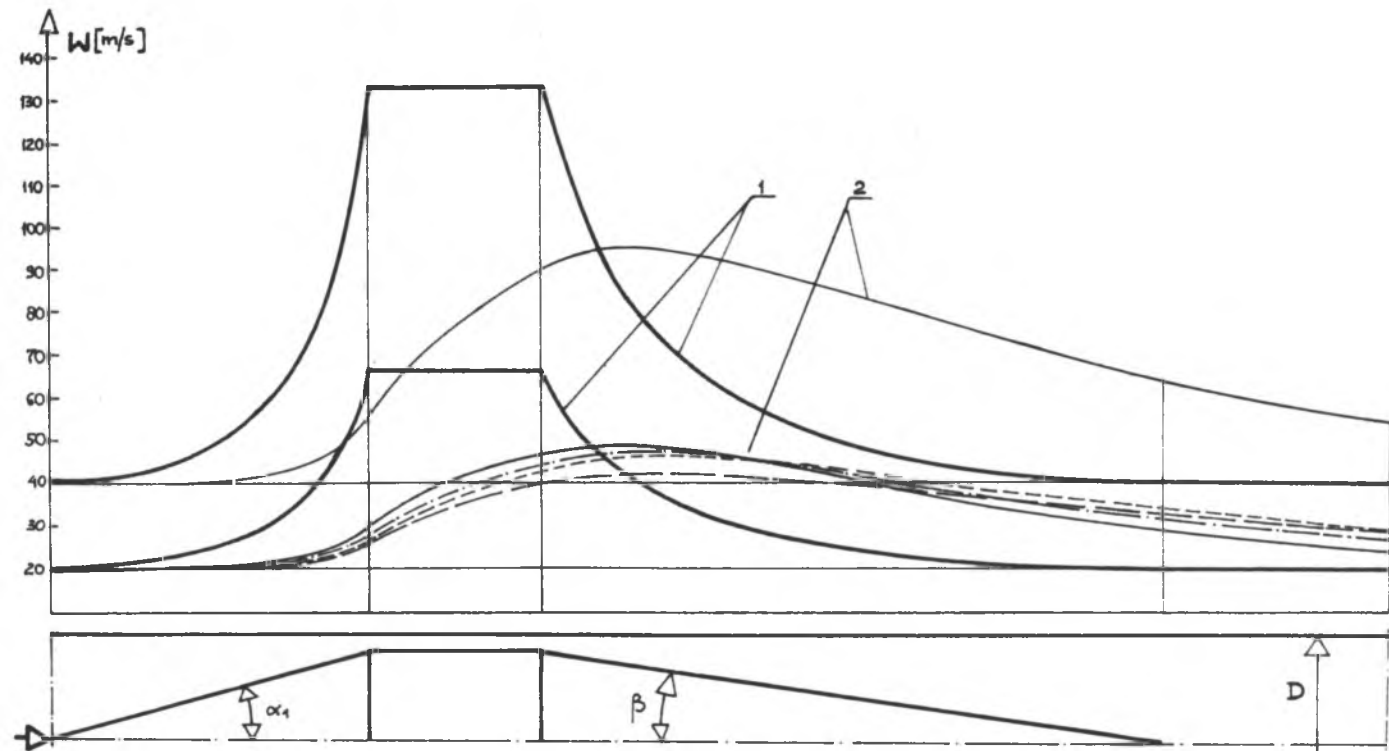
$$w_{s/0} = w_{g/0} - w_{op} \quad /20/$$

$$w_{op} = \sqrt{\frac{4(S_s - S_g)gd}{3g C_D}} \quad /21/$$

Prędkość gazu $w_{g/1}$ w poszczególnych punktach obliczano z równania ciągłości.

Tok obliczeń, tzn. wzory /3/ - /19/ zawarto w procedurze iteracyjnej, która zostaje zakończona wtedy, gdy prędkości obliczane w dwu kolejnych krokach różnią się mniej niż 0,1 %.

Poniżej, na rys. 3 przedstawiono kilka przykładów wykonanych obliczeń dla przepływu przez pierścieniową zwężkę Venturi cząstek o różnej gęstości i średnicy z prędkością początkową $w_{g/0} = 20$ oraz 40 m/s.



Rys.3. Przykładowy rozkład prędkości cząstek wzdłuż zwężki o parametrach: $D = 100$ mm;
 $m = 0,3$; $\alpha_1 = 15^\circ$; $\beta = 10^\circ$. 1 - powietrze, 2 - cząstki. — $d=60 \mu\text{m}$;
 $\rho_s = 1400 \text{ kg/m}^3$; - - - 60 ; 2000 ; - - - - 60 ; 2600 ; - - - - 100 ; 1400

Przebieg ciśnienia wzdłuż kanału

Zakładając prostą addytywność spadku ciśnienia, spowodowanego przepływem gazu i spadku ciśnienia spowodowanego przepływem pyłu, możemy zapisać:

$$\Delta p_s \Big|_0^1 = \Delta p_{sg} \Big|_0^1 - \Delta p_g \Big|_0^1 \quad /22/$$

gdzie Δp_g jest spadkiem ciśnienia powstałym przy przepływie czystego gazu z tą samą prędkością i gęstością gazu jak przy przepływie solgazu.

Z drugiej strony:

$$\Delta p_s \Big|_0^1 = \left(\Delta p_{st} + \Delta p_{sa} + \Delta p_{sh} \right) \Big|_0^1 \quad /23/$$

Są to odpowiednio spadki ciśnień spowodowane tarciem pyłu, jego przyspieszeniem i podnoszeniem. Analitycznie możemy obliczyć tylko dwa ostatnie składniki:

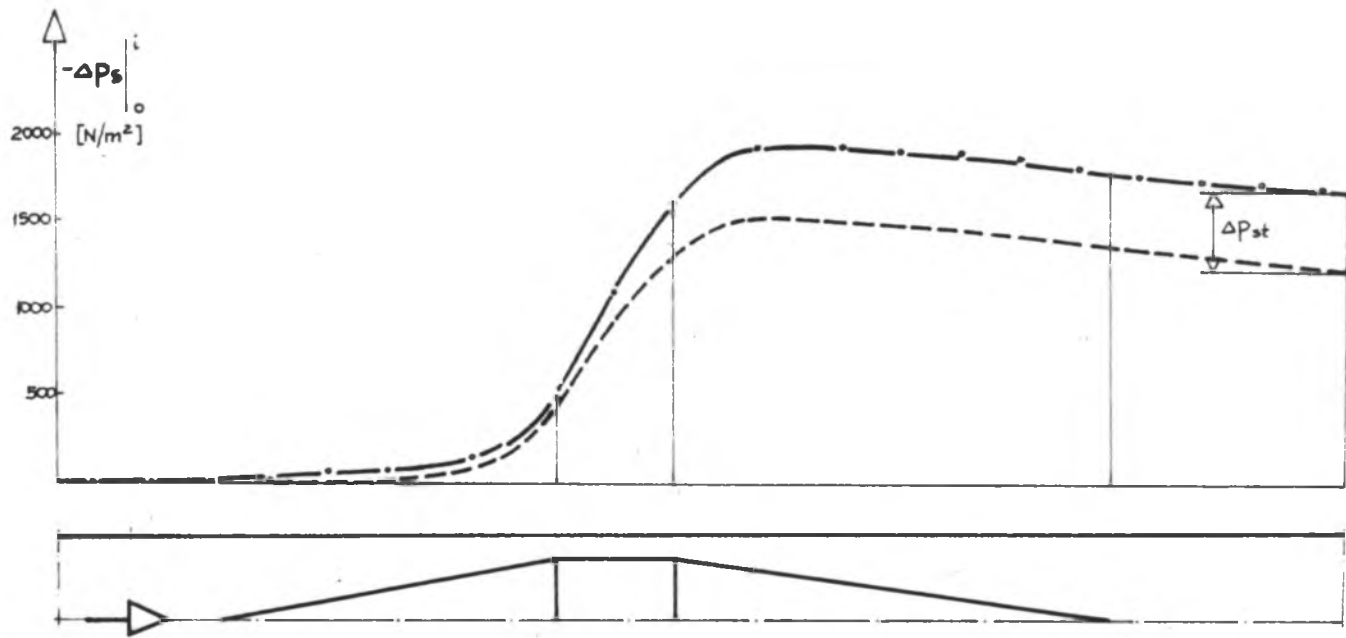
$$\Delta p_{sa} \Big|_0^1 = - \sum_{i=1}^1 Y w_g S_g \left(w_s(i) - w_s(i-1) \right) \quad /24/$$

$$\Delta p_{sh} \Big|_0^1 = - \sum_{i=1}^1 Y \frac{w_g}{w_s} g S_g \Delta x \Big|_{i-1}^1 \quad /25/$$

Tak obliczony przebieg ciśnienia $(\Delta p_{sa} + \Delta p_{sh}) \Big|_0^1$ został przedstawiony na rys. 4.

W celu dokonania porównania na tym samym rysunku zamieszczono również przebieg $\Delta p_s \Big|_0^1$ obliczony na podstawie pomiarów Δp_{sg} i Δp_g /wzór 22/.

Obliczenia i pomiary zostały przeprowadzone dla następujących parametrów zwięzki, pyłu i przepływu:



Rys.4. Przykładowy przebieg spadku ciśnienia spowodowanego pyłem

————— przebieg zmierzony
----- przebieg obliczony

średnica rurociągu	$D = 97,4 \text{ mm}$
moduł zwężki	$m = 0,469$
kąt konfuzora	$\alpha_1 = 10,1^\circ$
kąt dyfuzora	$\beta = 7,8^\circ$
pył transportowany	popiół
gęstość substancjalna	$\rho_s = 2017 \text{ kg/m}^3$
średni rozmiar kine- tyczny cząstek	$d_e = 85 \text{ }\mu\text{m}$
współczynnik kształtu cząstek /przyjęty/	$f_k = 1$
prędkość przepływu	$w_g = 27,9 \text{ m/s}$
gęstość gazu	$\rho_g = 1,143 \text{ kg/m}^3$
koncentracja	$Y = 1,68$

Z porównania wynika dobra zgodność jakościowa przebiegu ciśnienia zmierzonego i obliczonego. Zaznaczona różnica jest spadkiem ciśnienia spowodowanym tarcim pyłu, co reprezentuje człon Δp_{st} w równaniu /23/.

Wnioski

1. Przedstawione w niniejszej pracy rozwiązanie uproszczonego równania /1/ oparto na założeniach, że istotnymi siłami działającymi na cząstkę są: siła bezwładności, ciężkości i oporu dynamicznego. Założenie o pomijalności innych sił ma liczne uzasadnienia [1,3]. Wykorzystanie standartowej krzywej oporu do opisu współczynnika oporu nie prowadzi do powstania znacznych błędów. Dla ich oceny konieczny jest bezpośredni pomiar prędkości cząstek w warunkach stosunkowo dużej koncentracji.
2. Ze względu na sekwencyjność znajdowania wartości prędkości $w_{s(1)}$ /wzór 14/ metoda ta szczególnie nadaje się do wyznaczania zmian prędkości cząstki wzdłuż jej drogi.
3. Program obliczeń numerycznych jest nieskomplikowany, a czas ich wykonania nie jest długi. Na ogół ilość cykli iteracyjnych nie przekracza 4 /jeśli różnica $w_g - w_s$ nie jest zbyt duża/.

4. Z analizy przebiegów /rys.3/ wynika, że wraz ze wzrostem średnicy cząstki szybciej wzrasta siła bezwładności niż siła oporu, co powoduje wolniejsze przyspieszanie i opóźnianie. Zwiększenie gęstości cząstki powoduje podobne zachowanie się jej.
5. Znajomość współczynnika kształtu cząstek pyłu rzeczywistego zapewni lepsze przybliżenie zmierzonego przebiegu ciśnienia przebiegiem obliczeniowym. Współczynnik $f_k > 1$ powoduje wzrost współczynnika oporu C_D /rys. 2, wzór 8/, a tym samym większe przyspieszenia ruchu. Stąd, poprzez wzór /24/, można sądzić, że zachodzić będzie szybszy spadek ciśnienia w konfuzorze i części centralnej zwięzki oraz szybszy jego wzrost w dyfuzorze.

LITERATURA

- [1] Fuks N.A.: *Mechanika aerozolej*, AN ZSRR, Moskwa 1955.
- [2] Gorbis Z.R.: *Tiepłobmien i gidromiechanika dispersnych, skwoznych potokow.*, Energija, Moskwa 1970.
- [3] Soo S.L.: *Fluid Dynamics of Multiphase Systems*/tłum. ros./, Mir, 1971.
- [4] Szatil A.A.: O rasczotie drossielnogo pyliera-schodomiara., *Tiepłoeniergieta*, nr 5, 1958, ss. 77-80.
- [5] Torobin L.B., Gauvin W.H.: *Fundamental Aspects of Solids-Gas Flow, Part I.* The Canadian Journal of Chemical Engineering, August 1959, ss.129-141.
- [6] Wachruszew N.A.: *Obszczeje urawnienije dlja koefficienta łobowego soprotiwliienija...*, *Chimiczeskaja promyslennost*, nr 8, 1965, ss.54-57.

ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТИ ЧАСТИЦ СОЛИДУСА
ПРИ ПРОТЕКАНИИ СОЛЬГАЗА ЧЕРЕЗ КАНАЛ С НЕПОСТОЯННЫМ
ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ

Р е з ю м е

Работа является попыткой определения изменения скорости частицы вдоль канала с непостоянным поперечным сечением путём решения упрощённого уравнения Басета-Бусинька-Осена. Полученное расчётное изменение скорости сравнено с действительным изменением, одержанным путём проведения испытаний течения сольгаза через трубу Вентури.

VELOCITY CHARACTERISTIC OF SOLIDUS PARTICLES
DURING "SOLGAS" FLOW THROUGH THE FLUME
WITH VARIABLE CROSS-SECTION

S u m m a r y

This paper attempts to determine the velocity characteristic of a particle along the flume with variable cross-section by solution of simplified Basett-Boussinesq-Oseen equation.

The above velocity characteristic was compared with the real characteristic which has been obtained on the basis of the investigation of "solgas" flow through the Venturi flume.