Jahrgang XIX. 1913. No. 1.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**, von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Prof. Dr. **A. Thaer**,
Direktor der Oberrealschule vor dem Holstentore in Hamburg.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Dir. Thaer, Hamburg 36, erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Vereins-Angelegenheiten.

Die XXII. Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftl. Unterrichts

findet unter gleichzeitiger Tagung des **Bayerischen Mathematikervereins** und des **Bayerischen Fachvereins der Lehrer für Naturwissenschaften** in der Pfingstwoche vom 12. bis 15. Mai in **München** statt. Die Herren Vereinsmitglieder mit ihren Damen werden zu recht zahlreichem Besuch dieser Versammlung eingeladen, über deren Vorbereitung die folgenden Mitteilungen eine vorläufige Uebersicht bieten.

Ehrenausschuß.

Seine Exzellenz Kultusminister Dr. von Knilling; Exzellenz Staatsrat von Steiner; Regierungspräsident Exzellenz von Halder; Ministerialrat Dr. von Preger; Oberbürgermeister Geheimrat Dr. von Borscht; Oberstudienrat Schulrat Dr. G. Kerschensteiner; Magnifizenz Geh. Justizrat Prof. Dr. Gareis, z. Z. Rektor der Universität München; Magnifizenz Geh. Hofrat Prof. Dr. Günther, z. Z. Rektor der Technischen Hochschule München; Exzellenz Geheimrat Prof. Dr. von Baeyer; Geheimrat Prof. Dr. von Dyck; Reichsrat Dr. O. von Miller.

Ortsausschuß.

Ehrenvorsitzender: Geheimrat Prof. Dr. von Dyck.

Dr. H. Alt, Hauptlehrer an der städtischen Fortbildungsschule an der Pranckhstraße; Studienrat Bauer, Rektor der Maria-Theresia-Schule; Oberstudienrat Dietsch, Rektor des Realgymnasiums; Oberstudienrat und Mitglied des Obersten Schulrats Ducrue, Konrektor des Theresien-Gymnasiums; Oberregierungsrat Dr. End, Fachreferent im Kultusministerium; Dr. Förderreuther, Rektor der Rupprechts-Realschule; Geh. Hofrat Dr. von Göbel, Professor der Universität; Geh. Hofrat Dr. von Hertwig, Professor der Universität; Oberstudienrat Krallinger, Rektor der Oberrealschule; Studienrat Kuen, Professor der Oberrealschule; Dr. Rothpletz, Professor der Universität; Dr. K. T. Fischer, a. o. Professor der Technischen Hochschule als Vertreter des Bayerischen Mathematikervereins im Hauptverein; Prof. Dr. Wührer der Oberrealschule, Vorstand des Bayerischen Realschulmännervereins; Prof. Dr. Weißenberger des Luitpold-Gymnasiums, Vorstand des Bayerischen Gymnasiallehrervereins; die Vorstandschaft des Bayerischen Mathematikervereins:

Professor der Technischen Hochschule Dr. K. Döhlemann, 1. Vorsitzender;
Professor des Luitpold-Gymnasiums J. Zametzer, 2. Vorsitzender;

Reallehrer der Gisela-Realschule Dr. Speyerer, Schriftführer;
Gymnasiallehrer des Wittelsbacher-Gymn. Rauschmayer, Schatzmeister;
Rektor der städtischen Handelsschule Frühwald, Beisitzer;
Oberstudienrat Dr. Schumann, Rektor der Oberrealschule Würzburg, Vorsitzender der Ortsgruppe Würzburg; Prof. Dr. Hans Heß des Realgymnasiums Nürnberg, Vorsitzender der Ortsgruppe Nürnberg; Rektor Dr. Zwanziger der Realschule Fürth, Vorsitzender des Fachvereins bayerischer Lehrer der Naturwissenschaften.

Die Bildung eines besonderen Damenausschusses ist in Aussicht genommen.

Für die Tagung werden die Räume der Technischen Hochschule zur Verfügung gestellt werden.

An die Tagung schließen sich wie in den letzten Jahren so auch heuer Fortbildungskurse an, für welche ein reichhaltiges Programm vorbereitet wird.

Neben anderen sind Besichtigungen des Deutschen Museums und staatlicher und städtischer Museen und Schuleinrichtungen (Schülerübungen an Münchener Volks-, Fortbildungs- und höheren Schulen) in Aussicht genommen; zu den Sammlungen und Museen wird größtenteils freier Eintritt gewährt.

Vorträge sind vorläufig von folgenden Herren zugesagt:

Oberstudienrat Schulrat Dr. G. Kerschensteiner, „Der Erziehungswert der Naturwissenschaften und ihre Stellung in der Schulorganisation".
Geheimrat Prof. Dr. von Dyck, „Unterrichtszwecke des Deutschen Museums".
Prof. Dr. C. von Linde, „Ueber die Entwickelung des Kältewesens".
Prof. Dr. Sommerfeld, „Unsere gegenwärtige Anschauung über die Röntgenstrahlung".
Prof. Dr. Döhlemann, „Der Bildungswert der reinen Mathematik".
Prof. Beck-Leipzig, „Art und Umfang des physikalischen Unterrichts".
Prof. Dr. K. T. Fischer, „Ueber den Stand der Erforschung tiefster Temperaturen" und „Ueber physikalische Unterrichtsmittel".
Prof. Dr. E. Löffler-Schwäb. Hall, „Die neuen württembergischen Lehrpläne für die höheren Knabenschulen".
Dr. Lötzbeyer-Berlin, „Die Berücksichtigung der politischen Arithmetik im mathematischen Unterricht und ihre Bedeutung für die staatsbürgerliche Bildung und Erziehung".
Prof. Dr. H. Heß-Nürnberg, „Ueber Fortbildungssemester für Oberlehrer".

Zur Vorbereitung des Referates des Herrn Heß hat der Bayerische Mathematikerverein Fragebogen folgenden Inhalts versandt:

Ist es erstrebenswert, den Lehrern der höheren Schulen neben den seither üblichen Ferienkursen eine erweiterte Gelegenheit zur wissenschaftlichen Fortbildung zu verschaffen in der Weise, daß:

a) etwa alle 3 Jahre an einer deutschen Hochschule ein das ganze Wintersemester dauernder Kurs abgehalten wird, in welchem Hochschulprofessoren einen Ueberblick über die Entwickelung einzelner Zweige der Mathematik und der Physik in den letzten Jahrzehnten geben,

b) diejenigen Lehrer der höheren Schulen, welche seit mindestens 15 Jahren die Hochschulstudien beendet und entsprechendes Interesse haben, mit ausreichenden Stipendien versehen, zum Besuche dieser Kurse beurlaubt und im Schuldienst durch Hilfslehrer vertreten werden?

Es ist höchst erwünscht, daß sich zu dieser Umfrage auch die übrigen Vereinsmitglieder äußern und zu diesem Zweck ist diesem Heft eine an Herrn Prof. Heß, Nürnberg, Tuchergartenstraße 15 adressierte Postkarte beigelegt, um deren Benutzung gebeten wird.

Anmeldung zu weiteren Vorträgen für die Münchener Versammlung bittet man an Herrn Prof. Dr. K. T. Fischer, München, Technische Hochschule, physikalisches Institut, oder an den Unterzeichneten zu richten.

Dr. A. Thaer
z. Z. Vorsitzender.

Neue Versuche zur Elektrolyse.

Von Prof. E. Grimsehl (Hamburg)
vorgetragen auf der XXI. Hauptversammlung in Halle a. S.

1. Darstellung von metallischem Natrium aus geschmolzenem Natriumhydroxyd.

Die Elektrolyse des geschmolzenen Natriumhydroxyds geschieht in einem eigens konstruierten Ofen, von dem Fig. 1 eine photographische Ansicht, Fig. 2 einen schematischen Durchschnitt zeigt. Der Hauptteil des Apparates besteht aus einem schmiedeeisernen zylindrischen Gefäße G, in dessen Boden ein schmiedeeisernes Rohr R durch Verschraubung eingesetzt ist. Einige Zentimeter unterhalb des Bodens des Gefäßes G ist der ringförmige Bunsenbrenner B angebracht. Durch das untere Ansatzrohr führt die aus einem Eisenstab bestehende Elektrode E, die in dem unteren Ende durch einen Zementpfropfen C

festgekittet ist. Das Gefäß G ist durch eine Schieferplatte S verschlossen, die einige Bohrungen trägt, durch die einige besondere Einsätze hineingesetzt werden. Durch die eine Bohrung führt ein Nickeldraht N, der im Innern

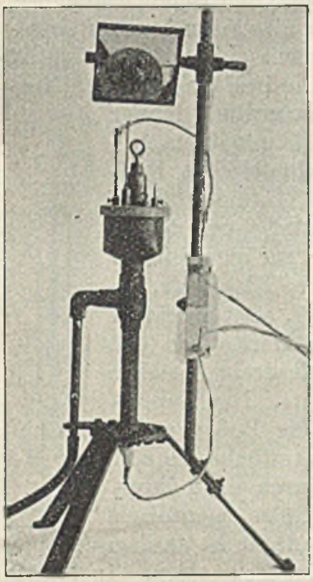

Fig. 1.

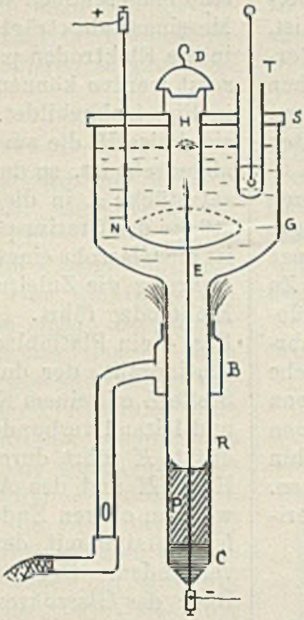

Fig. 2.

des Gefäßes G ringförmig umgebogen ist und an dem äußeren Ende eine Klemme zur Zuleitung des Stromes trägt. In der Mitte des Deckels ist eine größere Bohrung angebracht, in welche ein oben und unten offenes Rohr eingesetzt wird, das durch einen Deckel D verschlossen werden kann. In einer dritten Bohrung sitzt das unten geschlossene Eisenrohr T, das mit metallischem Blei zum Teil angefüllt ist und in der ein Messingstab, der oben zu einem Haken umgebogen ist, hineingesetzt wird. Für die Ausführung der Elektrolyse wird das Gefäß G mit Stangen aus Natriumhydroxyd gefüllt, die durch den Ringbrenner B zum Schmelzen gebracht werden. Das geschmolzene Natriumhydroxyd sinkt zum Teil in die Röhre, erstarrt hier zum Teil und schließt auf diese Weise das Rohr durch einen festen Natriumhydroxydpfropfen P luftdicht ab. Man füllt solange Stangen von Natriumhydroxyd nach, bis das Gefäß bis zu etwa zweidrittel Höhe mit dem flüssig gewordenen Natriumhydroxyd gefüllt ist. Dann schließt man den Deckel mit den Einsätzen und erwärmt andauernd mit der Flamme etwa zwei Stunden lang, um die letzte Spur von etwa vorhandenem freien Wasser aus dem geschmolzenen Natriumhydroxyd zu entfernen. In dem Deckel befindet sich noch eine, nicht in der Figur gezeichnete kleine Oeffnung, die durch einen eingesetzten Eisenpfropfen lose verschlossen ist; während der Verdampfungsperiode des freien Wassers bleibt diese Oeffnung offen, damit der austretende Wasserdampf austreten kann. Nach etwa zwei Stunden ist die letzte Spur des etwa noch vorhandenen freien Wassers verschwunden. Das unten geschlossene Eisenrohr T, das mit Blei gefüllt ist, dient zur rohen Temperaturmessung. Die Elektrolyse geschieht am besten bei einer um 400° C liegenden Temperatur; das ist die Temperatur, bei der das Blei schmilzt. Solange das Blei noch fest ist, läßt sich der in dem Rohr befindliche Messingstab nicht bewegen; sobald das Blei flüssig wird, kann man das Messingrohr auf- und abbewegen. Man kann auf diese Weise mit hinreichender Genauigkeit gerade die Temperatur bestimmen, die zur Elektrolyse am günstigsten ist. Man schaltet nun den Strom von 110 Volt an den mit plus und minus bezeichneten Klemmen ein, und zwar regelt man mittels eines vorgeschalteten Widerstandes die Stromstärke auf etwa 5 bis 8 Ampère. Zu Anfang der Elektrolyse läßt man den Deckel D fort, so daß man in das Innere des Rohres H sehen kann. Es ist unvermeidlich, daß hierbei Teile des flüssigen Hydroxyds fortspritzen. Um aber ungefährdet das Innere des Rohres beobachten zu können, ist an einer mit dem Stativ des Apparates verbundenen Stange ein Spiegel unter 45° angebracht, wie Fig. 1 zeigt, durch den man von oben in das Rohr hineinsehen kann. Man kann in mehreren Metern Entfernung von dem Apparat fort bleiben und den Fortgang des Prozesses beobachten. Nachdem der Strom einige Minuten hindurchgegangen ist, beobachtet man durch den Spiegel ein Auftreten von kleinen gelben Pünktchen; das ist ein Zeichen dafür, daß sich metallisches Natrium abgeschieden hat. Das metallische Natrium scheidet sich an der Elektrode E ab und steigt dann in die Höhe bis zur Oberfläche des geschmolzenen Natriumhydroxyds; hier kommt es mit der Luft in Berührung und verbrennt; daher rühren die kleinen gelbleuchtenden Fünkchen. Nachdem diese Fünkchen aufgetreten sind, setzt man den eisernen Deckel D auf das mittlere Rohr auf, und kann nun etwa eine halbe Stunde lang die Elektrolyse ruhig verlaufen lassen, während man gleichzeitig immer die Stromstärke auf 5 bis 8 Ampère regelt. Nach Ablauf von einer halben Stunde ist der Prozeß so weit vorgeschritten, daß man eine größere Menge von metallischem Natrium aus dem mittleren Rohr herausheben kann. Das geschieht in sehr einfacher Weise mit einem kleinen eisernen Löffel mit einem langen eisernen Stiel, mit dem man direkt das metallische flüssige Natrium herausschöpfen kann. Es wird am besten in ein daneben gestelltes Gefäß mit flüssigem Paraffinöl geschüttet und sammelt sich dann am Boden des Gefäßes. Man kann nun entweder die so vorhandenen Tropfen oder Kügelchen von metallischem Natrium direkt zur Demonstration verwenden oder in einem Probierglas, das mit Paraffinöl zum Teil gefüllt ist, zusammenschmelzen. So erhält man nach Verlauf einer halben Stunde ein Natriumkügelchen von Erbsengröße, vollständig hinreichend zur Demonstration und Ausführung der bekannten Versuche über den Nachweis des Natriums.

Der Vortragende führte die Elektrolyse durch und demonstrierte am Schlusse seines Vortrages die erhaltenen Natriumkügelchen. Der ganze Versuch verläuft vollständig gefahrlos. Zu Anfang des Versuches treten wohl kleine Explosionen auf, diese sind aber vollständig ungefährlich, da das dickwandige eiserne Gefäß jegliche Gefahr ausschließt. Außerdem würden, wenn einmal durch ein Versehen starke Explosionen eintreten würden, der Deckel *D* und der vorhin erwähnte kleine Eisenpfropfen als Ventil dienen. So ist auch hier eine Gefährdung des Experimentators ausgeschlossen.

2. Hilfsapparat zur Ausführung elektrolytischer Versuche.

Bei der Elektrolyse können die Elektroden immer schwer mit den Zuleitungsdrähten verbunden werden, und die dünnen Platindrähte brechen leicht ab. Außerdem reißen die schwereren Zuleitungsdrähte leicht das elektrolytische Gefäß um; ferner können die Elektroden oft schwer an die Stelle des Elektrolyten gebracht werden, wo man sie gern haben will. Bei dem in Fig. 3 abgebildeten Apparat sind

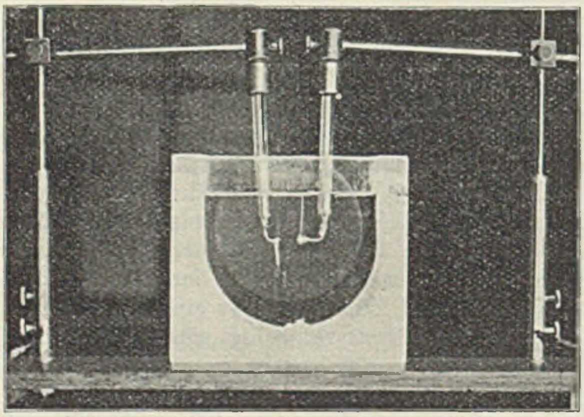

Fig. 3.

diese Uebelstände in passender Weise vermieden. Der Apparat besteht aus einem etwa 30 cm langen und 10 cm breiten Grundbrett, auf dessen äußeren Enden zwei Messingstangen befestigt sind, die am unteren Ende zwei Klemmschrauben tragen; die eine der beiden Klemmschrauben dient zur Zuleitung des elektrischen Stromes, die andere zur etwaigen Einschaltung eines Voltmeters. Auf jede der beiden vertikalen Stangen ist verschiebbar eine Klemmhülse mit einer horizontalen Bohrung angebracht, in die ein Messingstab eingeschoben wird. Das äußere Ende dieses Messingsstabes trägt eine zylindrische Klemmhülse, in die Elektroden passender Form bequem eingesetzt werden können. Eine dieser Elektroden ist in Fig. 4 abgebildet. Sie besteht aus einer Messinghülse *H*, die am oberen Ende dünner abgedreht ist, so daß sie mit ihrem Ansatzstücke *A* in die zylindrischen Endstücke des Stativs paßt. In die Hülse *H* ist ein Glasrohr eingekittet, durch dessen Bohrung die Zuleitung zur eigentlichen Elektrode führt. Die Elektrode, in Fig. 4 ein Platinblech *E*, sitzt an einem Platindraht, der durch Hartlot an der Stelle *L* mit einem Kupferdraht *K* sicher und leitend verbunden ist. Der Kupferdraht *K* führt durch die Bohrung der Hülse *H* und des Ansatzstückes *A* und wird im oberen Ende durch einen Tropfen Lötzinn mit der Hülse metallisch verbunden. Der Platindraht ist an dem unteren Ende des Glasrohres eingeschmolzen. In Fig. 3 sind in die zylindrischen Endstücke des Apparates Elektroden eingesetzt, die an ihren Enden horizontale Platindrähte tragen. Für die verschiedenen Versuche werden verschiedene Formen der Elektroden angewandt; diese lassen sich, wie aus der Figur ersichtlich, außerordentlich leicht auswechseln, und durch Verschiebung der Klemmstücke an den Stangen in beliebiger Höhe und in beliebigem Abstand voneinander in den Elektrolyten einsetzen.

Fig. 4.

Der in Fig. 3 dargestellte Versuch zeigt die Konzentrationsänderungen, die durch die Elektrolyse von Zinkchlorid entstehen. Das zur Projektion geeignete planparallele Gefäß wird mit konzentrierter Zinkchloridlösung gefüllt. Zu Beginn des Versuches wird die linke Elektrode mit dem negativen Pol, die rechte Elektrode mit dem positiven Pol einer Stromquelle verbunden. Dadurch scheidet sich links metallisches Zink ab, während rechts Chlor an der Elektrode aufsteigt. Nachdem nun die Abscheidung des Zinks ungefähr zwei Minuten lang gedauert hat, wird der Strom unterbrochen und dann im entgegengesetzten Sinne eingeschaltet, so daß die linke Elektrode zur Anode und die rechte zur Kathode wird. Dann beobachtet man das durch die Figur dargestellte Phänomen. Durch die Auflösung des Zinks an der Anode findet hier eine Konzentrationszunahme der Zinkchloridlösung statt, und diese konzentrierte Lösung sinkt nach unten. Durch die Abscheidung des Zinks auf der linken Seite, an der Kathode, findet eine Konzentrationsabnahme statt, und die leichter gewordene Zinkchloridlösung steigt in die Höhe.

Die photographische Aufnahme von Fig. 3 ist nach der Töplerschen Schlierenmethode ausgeführt; jedoch zeigt sich auch bei der gewöhnlichen Projektion die Konzentrationsänderung in den entstehenden Schlieren in genügend deutlicher Weise.

3. Bildung von Natriumamalgam.

Ein planparalleles Gefäß wird mit konzentrierter Kochsalzlösung gefüllt. Als Anode dient eine Elektrode von der in Fig. 4 gezeichneten Art, d. h. also eine einfache Platinblech-Elektrode. Als Kathode dient eine Elektrode von der in Fig. 5 gezeichneten Art. Bei dieser Elektrode ist das Glasrohr nach oben umgebogen und kelchförmig erweitert; der Platindraht führt von unten in das kelchförmige Gefäß, das mit Quecksilber bis zum oberen Rande gefüllt wird. Führt man die Elektrolyse vor dem Projektionsapparat aus, so beobachtet auch ein größerer Zuschauerkreis, wie sich das Quecksilber an der oberen Fläche mit einer matten Schicht bedeckt, die allmählich immer mehr herausquillt, zum Teil überfließt und sich auf dem Boden des Gefässes ansammelt. Nach Ablauf von fünf bis zehn Minuten ist der Versuch soweit beendet, daß man das an der Kathode abgeschiedene und im Quecksilber aufgelöste Natrium direkt nachweisen kann. Man nimmt nun die mit Natriumamalgam gefüllte Elektrode heraus und entleert sie in ein Kelchglas, das mit Wasser gefüllt ist, dem man einige Tropfen Phenophtaleïnlösung zugefügt hat. Man beobachtet nun gleichzeitig eine Wasserstoffentwicklung und eine Rotfärbung des Phenophtaleïns, also die Bildung von Natriumhydroxyd.

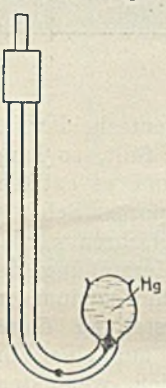

Fig. 5.

4. Abhängigkeit der Leitfähigkeit des Wassers von seinem Ionengehalt.

Man versieht die Hülsen des elektrolytischen Hilfsapparates mit zwei Elektroden beliebiger Form und taucht sie in ein planparalleles Gefäß, das mit destilliertem Wasser gefüllt ist. Man verbindet die beiden Elektroden mit den Polen der Starkstromleitung von 110 Volt und schaltet gleichzeitig in die Stromzuleitung eine Glühlampe ein, die bei 110 Volt normal brennt. Beim Einschalten des Stromes leuchtet die Glühlampe nicht auf, weil das destillierte Wasser den Strom nicht leitet. Läßt man aber nun zwischen die beiden Elektroden mittels eines Glasstabes einen Tropfen konzentrierter Schwefelsäure fallen, der durch etwas Indigolösung blau gefärbt ist, so leuchtet die Glühlampe sofort auf, sobald sich der Tropfen zwischen den beiden Elektroden befindet. Man beobachtet nun, daß der Tropfen allmählich zu Boden sinkt. Und in dem Maße, wie er sich aus dem Zwischenraume zwischen den beiden Elektroden entfernt, nimmt auch die Helligkeit der Glühlampe ab. Wenn man nun mit einem reinen Glasstabe den Elektrolyten umrührt, so daß die Schwefelsäure wieder zwischen die Elektroden kommt, so leuchtet die Glühlampe sofort aufs neue wieder auf. Jeder weiter hinzugefügte Tropfen von konzentrierter Schwefelsäure erhöht die Helligkeit der Glühlampe weiter. Hierdurch wird der Nachweis geführt, daß erst durch die zugeführten Schwefelsäureionen das Wasser leitfähig geworden ist.

5. Sekundäre Elektroden.

Nahe an die Enden eines etwa 20 cm langen planparellelen Gefäßes führt man zwei Elektroden so ein, wie Fig. 6 zeigt. Außerdem

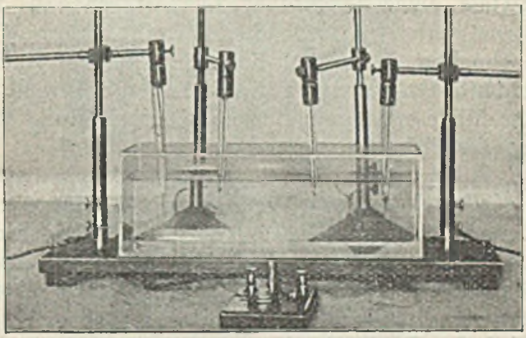

Fig. 6.

bringt man in den Raum zwischen die Elektroden zwei Hilfselektroden auf besonderen Stativen, die ebenfalls mit Klemmschrauben versehen sind. Die beiden Klemmschrauben der beiden Stative sind durch Drähte mit einem Ausschalter verbunden. Solange die beiden Hilfselektroden miteinander nicht in Verbindung stehen, beobachtet man nichts außer der Elektrolyse, die durch den eingeschalteten Strom an den beiden Hauptelektroden hervorgerufen wird. In dem Augenblick aber, wo man durch den Ausschalter den Strom schließt, entwickeln sich auch an den beiden Hilfselektroden Gasblasen und zwar, wie die Untersuchung zeigt, an der Elektrode, die der Hauptkathode zugewandt ist, Sauerstoff und an der Elektrode, die der Hauptanode zugewandt ist, Wasserstoff. Die Erklärung für diese Erscheinung läßt sich am einfachsten durch folgende Anschauung bewerkstelligen. Infolge der durch die Hauptelektroden hervorgerufenen Potentialdifferenzen wandern die Ionen von der Kathode zur Anode und von der Anode zur Kathode auf Bahnen, die mehr oder weniger gekrümmt zwischen den beiden Elektroden verlaufen. Wenn nun die beiden Hilfselektroden leitend verbunden werden, so findet auch durch den Draht, der die beiden Hilfselektroden verbindet, ein Ausgleich der Potentialdifferenz statt. Es fließt dann ein Strom zwischen den beiden Hilfselektroden durch den verbindenden Draht. Der Strom kommt dadurch zustande, daß die Ionen, die von der Kathode fortwandern, an die der Kathode zugewandte Hilfselektrode kommen, hier ihre Ladung abgeben, und da sie als Ionen nicht mehr frei bestehen können, dort aufsteigen. In derselben Weise wandern die von der Anode ausgehenden Ionen zur Hilfskathode, geben hier ihre Ladung ab und steigen als Gasmolekeln auf. So erklärt sich die Entstehung des Wasserstoffs an der der Hauptanode zugewandten Hilfselektrode, und der Sauerstoff an der Elektrode, die der Hauptkathode zugekehrt ist.

Man kann den Versuch auch einfach so ausführen, daß man in den Raum zwischen die beiden Elektroden einen Draht hineinlegt oder mittels eines Glasstabes festhält, so daß der Strom teilweise durch diesen Draht fließt. Man beobachtet dann, daß besonders an den Enden lebhafte Gasentwicklung stattfindet, während in der Mitte naturgemäß keine Ausscheidung von irgendwelchen Gasen eintritt.

Führt man denselben Versuch in einer Metallsalzlösung aus, z. B. in einer Lösung von Zinkchlorid, und legt man in den Zwischenraum zwischen die beiden Hauptelektroden einen dünnen Zinkdraht oder ein langes von einem dünnen Zinkblech abgeschnittenes Schnitzel, so wird der Draht an dem der Hauptkathode zugekehrten Ende durch das sich hier abscheidende Chlor gewissermaßen aufgefressen, während an dem gegenüberliegenden Ende, also dem Ende, das der Anode zugekehrt ist, sich Zink aufs neue abscheidet. Es macht fast so den Eindruck, als wenn der Draht allmählich von der einen Elektrode zur andern Elektrode hinüberwandert, indem er an dem einen Ende aufgefressen wird, an dem anderen von neuem wieder anwächst. Diese Erscheinung wird besonders auffallend, wenn man die Elektrolyse in dem weiter unten beschriebenen Apparat zur Horizontalprojektion vornimmt, und dann nur kleine Stückchen von Zink zwischen den Elektroden liegen läßt. Diese wandern dann scheinbar von der Anode zur Kathode.

6. Die elektrolytische Gewinnung von Natriumhydroxyd aus Natriumchlorid.

Die folgenden beiden Versuche und Apparate sind der elektrolytischen Technik direkt nachgebildet und für Demonstrationszwecke entsprechend umgebaut. In dem in Fig. 7 abgebildeten Apparat sehen wir eine gewöhnliche Elementenzelle, d. h. ein parallelopipedisches Glasgefäß, das durch eine poröse Scheidewand in zwei gleiche Teile eingeteilt ist. Die poröse Scheidewand besteht aus Zement, dem bei der Herstellung der Scheidewand in dem Gefäße etwas festes Kochsalz beigemengt wurde. Wenn

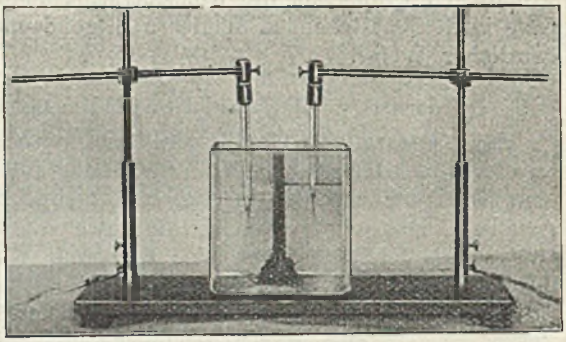

Fig. 7.

man das Gefäß, nachdem die Zementscheidewand hart geworden ist, mit Wasser füllt, so laugt das Wasser das Kochsalz aus und es entsteht auf diese Weise eine vollständig poröse Scheidewand. Genau nach demselben Verfahren werden poröse Scheidewände für die Herstellung des Natriumhydroxyds aus dem Chlornatrium im großen benutzt. Bei der Herstellung dieser Scheidewand im Glaßgefäß ist nur eine Vorsicht notwendig, daß man nämlich, wenigstens an einer Seite, besser an beiden Seiten, zwischen die Scheidewand und die Glaswandungen einen Gummistreifen legt; denn bei der Abbindung des Zements dehnt sich dieser aus, und es kann sich leicht ereignen, daß nachträglich das Glasgefäß gesprengt wird. Dieser kleine Gummistreifen, der eingelegt wird, hat den Zweck, daß er bei der Abbindung des Zements nachgeben kann, und so das Glasgefäß vor dem Zersprengtwerden schützt. In die eine der beiden Abteilungen des Glasgefäßes wird gesättigte Lösung von Natriumchlorid gebracht, in die andere Abteilung Wasser. Natürlich darf man kein destilliertes Wasser benutzen, weil dies den Strom nicht leitet. Für die Demonstration am praktischsten ist es, wenn man das Wasser mit etwas Salzsäure ansäuert; denn dann kann man nach der Elektrolyse aus der alkalischen Reaktion am allerbesten schließen, daß tatsächlich Natrium durch die Scheidewand hindurchgewandert ist. Schaltet man den Strom so ein, daß die Elektrode, die in die Kochsalzlösung mündet, Anode wird, und die andere, die in das Wasser eingetaucht wird, zur Kathode wird, so findet eine Wanderung der Natriumionen von der Anode zur Kathode durch die poröse Scheidewand hindurch statt; diese Natriumionen würden sich als metallisches Natrium an der Elektrode ausscheiden, wenn sich das Natrium nicht sofort mit dem Wasser verbinden würde; es entsteht Natriumhydroxyd, während Wasserstoff an der Kathode aufsteigt. Im Anfange neutralisiert das Natriumhydroxyd die zur Ansäuerung dienende Salzsäure; aber nach einiger Zeit ist soviel Natriumhydroxyd entstanden, daß die ursprünglich saure Lösung allmählich alkalisch wird. An der Anode steigt Chlor auf oder es bildet sich Natriumhypochlorit, das natürlich für diesen Versuch keinen weiteren Wert hat.

Die zweite Methode zur Darstellung von Natriumhydroxyd beruht auf der Anwendung eines sogenannten Quecksilberdiaphragmas. Der Versuch wird nach Fig. 8 am einfachsten in

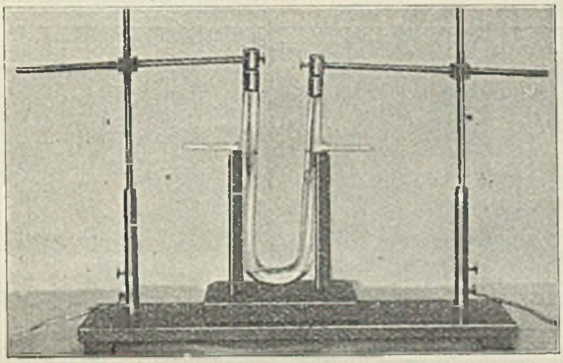

Fig. 8.

einem U-Rohr ausgeführt, dessen untere Biegung mit Quecksilber ausgefüllt wird, so daß nur ein ganz geringer Abschluß des U-Schenkels stattfindet. In den einen Schenkel wird konzentrierte Kochsalzlösung, in den andern Schenkel Wasser gegossen, das man wieder, wie im vorigen Versuche, mit Salzsäure etwas ansäuert, also leitend macht, und etwas Phenolphtaleïn hinzufügt. Nachdem man die Elektrode, die in die Kochsalzlösung eintaucht, zur Anode, und die in das angesäuerte Wasser tauchende Elektrode zur Kathode gemacht hat, läßt man den Strom einige Zeit geschlossen. Man beobachtet dann, daß nach kurzer Zeit die Phenolphtaleïnlösung, die natürlich in der sauern Lösung farblos war, besonders in der Nähe der Quecksilberoberfläche rot wird, also eine alkalische Reaktion anzeigt. Die beiden Enden der Quecksilberschicht dienen gewissermaßen als Hilfselektroden, an deren einem Ende sich Natrium abscheidet. Dieses Natrium vermischt sich mit dem Quecksilber zu Natriumamalgam, und dieses verbindet sich in dem anderen Schenkel mit dem Wasser zu Natriumhydroxyd.

7. Elektrolytische Darstellung von Bleichlauge.

Das in den vorigen beiden Versuchen sich entwickelnde Chlor ist ein Nebenprodukt, das aufgefangen werden kann, das aber meistens hierbei nur lästig ist, indem es sekundäre Reaktionen hervorruft. Man richtet den Versuch möglichst praktisch so ein, daß sich das Chlor in der Nähe der Oberfläche des Elektrolyten entwickelt und ihn nicht längere Zeit durchstreicht. Läßt man nämlich das Chlor durch das mit Natriumhydroxyd vermischte Kochsalz hindurchgehen, so verbindet es sich hiermit und bildet zum Teil Natriumhypochlorit, dessen Lösung als Bleichlauge in den Handel kommt. Will man das Natriumhypochlorit oder die Bleichlauge direkt gewinnen, so muß man den Versuch anders verlaufen lassen. Fig. 9 zeigt

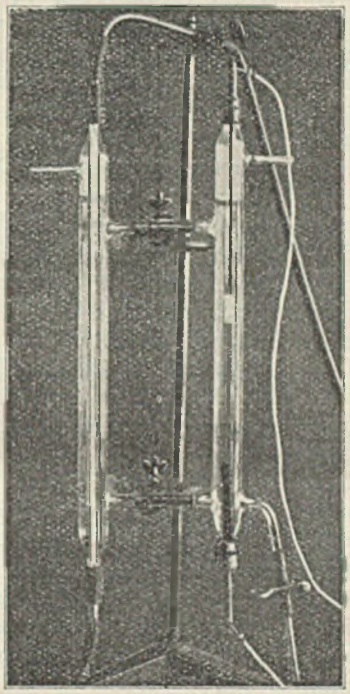

Fig. 9.

eine photographische Abbildung eines Apparates zur Herstellung der Bleichlauge. Der Apparat besteht aus zwei zylindrischen Glasrohren von etwa 4 cm Durchmesser und 30 cm Länge, die an den beiden Enden verjüngt sind und einige seitliche Glasrohransätze tragen. Die beiden mittleren seitlichen Ansatzstücke befinden sich in gleicher Höhe und werden durch Gummischläuche verbunden; ferner werden sie hier an einem passenden Stativ befestigt. Von den anderen Ansatzrohren dienen die oberen zur Ableitung der sich etwa entwickelnden Gase und das untere zum Abzapfen der entstehenden Flüssigkeit. Das rechte zylindrische Rohr ist der eigentliche elektrolytische Apparat. Von oben taucht an einem langen, in ein Glasrohr eingeschmolzenen Draht ein Platinblech bis etwa in die Mitte des Apparates. Von unten geht durch einen Gummikorken hindurch ein Kohlenstift. Das Platinblech wird zur Kathode und der Kohlenstift zur Anode gemacht. Beide Rohre werden bis zu der aus Fig. 9 ersichtlichen Höhe mit konzentrierter Kochsalzlösung gefüllt. Das linke Rohr dient als Kühlrohr; es ist ein Liebigscher Kühler mit Innenkühlung; durch seine Achse geht ein Glasrohr hindurch, das dauernd von einem Strom kalten Wassers durchströmt wird. Wenn der elektrische Strom an die beiden Elektroden in dem rechten Rohr eingeschaltet ist, so entwickelt sich an der oberen Elektrode Natrium, das sich sofort mit dem Wasser verbindet und Natriumhydroxyd bildet, während der entstehende Wasserstoff durch das Ansatzrohr rechts oben in die Luft entweichen oder zu anderen Zwecken verwandt werden kann. Das bei der Elektrolyse an der Anode entwickelte Chlor muß nun aufsteigen, und durchsetzt hierbei die ganze Schicht, die zum Teil aus Natriumchloridlösung, zum Teil aus einer Lösung von Natriumhydroxyd besteht. Das Chlor verbindet sich hier unmittelbar mit dem Natriumhydroxyd und bildet auf diese Weise Natriumhypochlorit. Infolge der aufsteigenden Chlorbläschen, die aber gar nicht bis zum oberen Niveau hinaufgehen, und durch die entwickelte Stromwärme findet von selbst eine Zirkulation der Flüssigkeit statt, so daß die Flüssigkeit in dem rechten Gefäß dauernd in die Höhe steigt, in dem oberen Querrohr nach links fließt, dann im Kühlrohr nach unten zieht und durch das untere Querrohr nach rechts wieder abfließt. Im linken Rohr wird die Flüssigkeit auf diese Weise dauernd gekühlt, und man kann den Strom stundenlang einschalten, ohne daß eine schädliche Erwärmung eintritt. Für den Unterricht genügt es, den Versuch etwa eine Viertelstunde verlaufen zu lassen, dann kann man durch das untere Rohr schon soviel Bleichlauge ablassen, daß die Entfärbung von Indigolösung den Schülern direkt sichtbar gemacht werden kann.

8. Horizontale Anordnung elektrolytischer Versuche und Horizontalprojektion.

Fig. 10 zeigt den eigentlich elektrolytischen Apparat. Er besteht aus einem niedrigen Glaskasten von etwa 1 cm Höhe und 10 cm Kantenlänge. Dieser Glaskasten, der aus Spiegelglasplatten zusammengekittet ist, steht auf einem Holzbrett, das soweit ausgeschnitten ist, daß der Kasten von unten durchsichtig ist. Auf dem Holzbrett sind zwei Klemmschrauben angebracht, die in der aus der Figur ersichtlichen Weise zwei Stangen mit Klemmschrauben tragen, an die eine Drahtelektrode und eine Blechelektrode angebracht sind. Der Apparat wird auf den Objekttisch eines für Horinzontalprojektionen geeigneten Projektionsapparates gesetzt, den man sich übrigens außerordentlich einfach in der durch Fig. 11 dargestellten Weise konstruieren kann. Wir sehen hier unten einen unter 45° in ein Bunsenstativ eingespannten Spiegel, der mit der Liliputbogenlampe beleuchtet wird. Die von hier ausgehenden Lichtstrahlen gehen von unten durch das elektrolytische Gefäß und werden oben durch ein Projektionsobjektiv, das auf dem oberen Ende einen versilberten Spiegel unter 45° trägt, auf eine in geeignetem Abstande aufgestellte Projektionswand projiziert. Man kann übrigens hier als Projektionsobjektiv irgendeine beliebige Konvexlinse benutzen, da die bei diesem Versuche angewandte Vergrößerung nur gering zu sein braucht. Besonders hübsch gestaltet sich die elektrolytische Abscheidung der Metalle aus ihren Lösungen. Fig. 12 zeigt das photographische Bild einer solchen Metallabscheidung, und zwar ist es metallisches Zink, das sich aus einer Zinkchloridlösung abgeschieden hat. Hierbei war die Blechelektrode von Fig. 10 ein Zinkblech. Die außerordentlich starken Verästelungen, mit denen die einzelnen Zinkkristalle sich aneinander reihen, sind nur bei

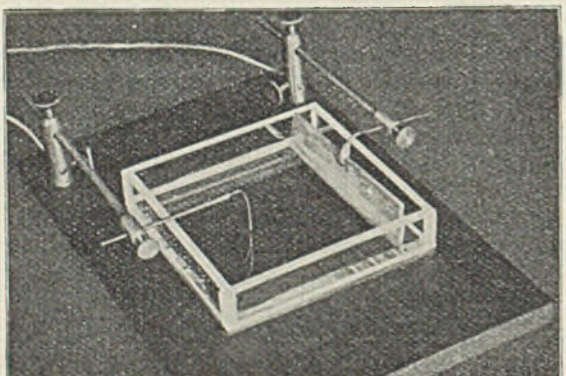

Fig. 10.

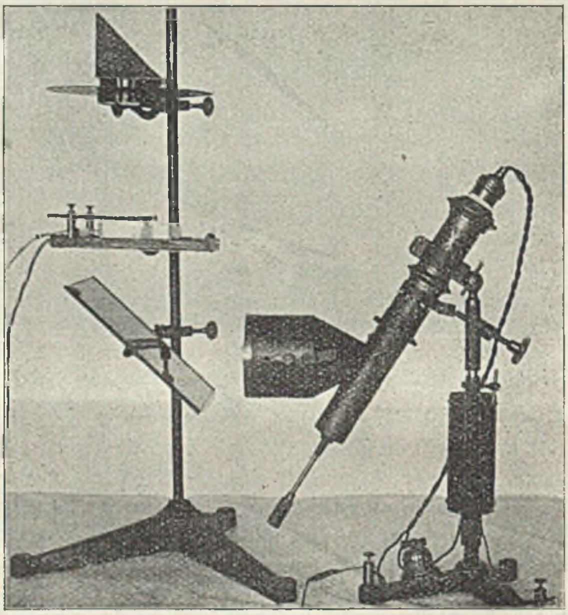

Fig. 11.

einer derartigen Horizontalprojektion schön zu sehen. Man muß die Schicht des Zinkchlorids sehr dünn, etwa nur 1 mm dick, nehmen, damit nicht das Zink nach oben wandert, und auf diese Weise die Projektion unscharf macht. Da die Projektion auf der horizontalen Glasplatte vor sich geht, so fallen die Zinkkristalle nicht von der Elektrode ab, sondern bleiben dauernd in ihrer ursprünglichen Lage. Aehnliche hübsche Bilder zeigen sich auch bei anderen Metallen; aber gerade beim Zink werden sie besonders schön. Schaltet man, nachdem der Versuch in der angegebenen Weise einige Zeit stattgefunden hat, den Strom um, so daß nun die eintauchende Platinspitze zur Anode und das Zinkblech zur Kathode wird, so wird der Zinkbaum wieder aufgefressen, die einzelnen Zweige ziehen sich wieder zurück und zuguterletzt in dem Momente, wo die letzte Spur des Zinks verschwunden ist, tritt an der Platinelektrode eine lebhafte Gasentwicklung auf.

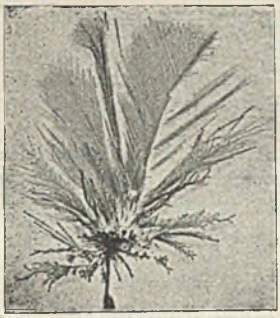

Fig. 12.

Bei dieser horizontalen Anordnung ist auch die schon oben erwähnte Wanderung eines einzelnen Metallstückchens von der Kathode zur Anode sehr schön zu sehen. Nachdem ein Bild, der Art, wie es in Fig. 12 abgebildet ist, entstanden ist, löst man mit einem Glasstabe das Zink von der Kathode ab und schiebt es zur Anode; dann legt man ein kleines Kriställchen oder ein fadenförmiges Stück Zink in den Raum zwischen Kathode und Anode. Schaltet man dann den Strom ein, so wird das kleine Zinkstückchen an dem einen Ende aufgefressen, während es am anderen Ende wieder wächst. Die schwachen Korrosionen, die in der Fig. 12 in der unmittelbaren Nähe der Kathode stattgefunden haben, sind ebenfalls auf ein derartiges Auffressen, das hier schon seinen Anfang genommen hat, zurückzuführen. Wenn das Zink bis zur Anode vorgewandert ist, so beobachtet man ein eigentümliches Spielen der einzelnen Teile; eine vollständige Verbindung der beiden Elektroden findet niemals statt, da das Auffressen und Anwachsen der einzelnen Zinkteilchen in der ganzen Schicht zwischen den Elektroden im wechselvollen Spiele stattfindet.

Anmerkung: Die beschriebenen Apparate werden von A. Krüß, Hamburg, Adolfsbrücke 7 und Gebr. Ruhstrat, Göttingen, nach meinen Angaben hergestellt und in den Handel gebracht.

Diophantische Gleichungen zweiten Grades.

Von Oberlehrer W. Kluge (Lissa i. P.).

Vortrag auf der XXI. Hauptversammlung.

Meine Herren! Wenn ich im folgenden Ihre Aufmerksamkeit auf die sogenannte Pellsche Gleichung

$$t^2 - D u^2 = 1$$

hinlenken werde, so verfolge ich dabei einen doppelten Zweck. Einmal möchte ich eine einfache bereits von Gauß (Disqu. arithm. art. 200) gegebene Formel in unmittelbare Beziehung zu der bekannten Dirichletschen Lösung

$$t_n + u_n \sqrt{D} = (T + U\sqrt{D})^n$$

bringen, gleichzeitig werde ich die entsprechende Formel für die besondere Gleichung

$$t_n^2 - D u_n^2 = (-1)^n$$

aufstellen, um dann an Beispielen auf einige offensichtliche elementar-funktionale Beziehungen zwischen der Zahl D einerseits und den Fundamentalwerten T und U andererseits hinzuweisen.

I. 1). Es seien (t_{n-1}, u_{n-1}) und (t_n, u_n) zwei im Sinne der Dirichletschen Lösung aufeinanderfolgende Werte der Gleichung

(1) $$t^2 - D u^2 = 1.$$

Wir suchen einen Wert k zu bestimmen, für den

(2) $t_{n+1} = 2k t_n - t_{n-1}$ und $u_{n+1} = 2k u_n - u_{n-1}$

ebenfalls ein Wertepaar der Gleichung (1) ist. Dann muß sein

$$t_{n+1}^2 - D u_{n+1}^2 = (2k t_n - t_{n-1})^2 - D(2k u_n - u_{n-1})^2 = 1$$

oder

$$4k^2 \underbrace{(t_n^2 - D u_n^2)}_{1} - 4k(t_n \cdot t_{n-1} - D u_n \cdot u_{n-1}) + \underbrace{t_{n-1}^2 - D u_{n-1}^2}_{1} = 1,$$

mithin

(3) $$k = t_n \cdot t_{n-1} - D \cdot u_n \cdot u_{n-1}.$$

Für den nächstfolgenden Wert (t_{n+2}, u_{n+2}) ist der entsprechende Ausdruck

$$\begin{aligned} t_{n+1} \cdot t_n - D \cdot u_{n+1} \cdot u_n &= (2k t_n - t_{n-1}) \cdot t_n - D(2k u_n - u_{n-1}) \cdot u_n \\ &= 2k \underbrace{(t_n^2 - D u_n^2)}_{1} - \underbrace{(t_n \cdot t_{n-1} - D u_n \cdot u_{n-1})}_{k} \\ &= 2k - k = k \end{aligned}$$

d. h. für alle aus unserem Prozeß resultierende Wertepaare hat der Ausdruck $t_i \cdot t_{i-1} - D \cdot u_i \cdot u_{i-1}$ einen konstanten Wert k.

Die beiden ersten Wertepaare $(t_1 = 1, u_1 = 0)$ und $(t_2 = T, u_2 = U)$ liefern für k den Wert

(3a) $$k = t_2 \cdot t_1 - D u_2 \cdot u_1 = T \cdot 1 - D \cdot U \cdot 0 = T.$$

Wir erhalten den *Satz. Sind T und U die Fundamentallösungen der Gleichung $t^2 - D u^2 = 1$, so gilt der*

(4) *Algorithmus* $$\begin{cases} t_{n+1} = 2T t_n - t_{n-1} \\ u_{n+1} = 2T u_n - u_{n-1}. \end{cases}$$

Es bleibt nun noch nachzuweisen, daß das Wertepaar (t_{n+1}, u_{n+1}) auch tatsächlich mit dem aus dem Dirichletschen Binom $(T + U\sqrt{D})^{n+1}$ resultierenden Wertepaar identisch ist.

Aus $(T + U\sqrt{D})^{n+1} = (t_n + u_n\sqrt{D})(T + U\sqrt{D})$ folgt

$$t_{n+1} = t_n T + u_n U D \text{ und } u_{n+1} = u_n T + t_n U.$$

Nach (4) ist: $t_{n+1} = 2T \cdot t_n - t_{n-1}$, $u_{n+1} = 2T u_n - u_{n-1}$.

Soll die Identität bestehen, so müssen die Ausdrücke einander gleich sein, d. h.

$$\begin{aligned} T \cdot t_n - t_{n-1} &= u_n U D \\ T u_n - u_{n-1} &= U \cdot t_n. \end{aligned}$$

Durch Division folgt:

$$\frac{T \cdot t_n - t_{n-1}}{T \cdot u_n - u_{n-1}} = \frac{u_n D}{t_n} \text{ oder}$$

$$T(\underbrace{t_n^2 - D u_n^2}_{1}) = t_n \cdot t_{n-1} - D u_n \cdot u_{n-1} \text{ mithin}$$

(3b) $$T = t_n \cdot t_{n-1} - D \cdot u_n \cdot u_{n-1}.$$

Das ist aber unsere Beziehung (3 und 3a), mithin ist die Identität erwiesen.

Wenn dieser Algorithmus (4), den bereits Gauß in seinen Disquis. arithm. art. 200 gegeben hat, in den einschlägigen zahlentheoretischen und arithmetischen Kompendien*) keine Aufnahme gefunden hat, so hat das wohl darin seinen Grund, daß Gauß unter t_n und u_n die Symbole

$$t_n = \frac{1}{2}(T + U\sqrt{D})^n + \frac{1}{2}(T - U\sqrt{D})^n$$

$$u_n = \frac{1}{2\sqrt{D}}(T + U\sqrt{D})^n - \frac{1}{2\sqrt{D}}(T - U\sqrt{D})^n$$

versteht, — Ausdrücke, die in der Dirichletschen Lösung nicht auftreten.

2). Der hauptsächlichste Grund ist aber wohl darin zu suchen, daß die Formel nicht gilt für die fortlaufenden Lösungen der besonderen Gleichung

$$t_n^2 - D u_n^2 = (-1)^n.$$

Hier möchte ich nun anknüpfen an einen Vortrag, den ich auf der 51. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in Posen gehalten habe**). Es handelte sich damals um die Gleichung

(5) $$x_n^2 - 2k x_n y_n - y_n^2 = (-1)^n \cdot \varrho$$

und deren

(6) Algorithmus $$\begin{cases} x_{n+1} = 2k x_n + x_{n-1} \\ y_{n+1} = x_n. \end{cases}$$

In den Anwendungen findet sich als erstes Beispiel die Gleichung

$$t_n^2 - D u_n^2 = (-1)^n \text{ für } D = k^2 + 1,$$

die sich durch die Substitution $t_n = k u_n + v_n$ überführen läßt in:

$$u_n^2 - 2k u_n v_n - v_n^2 = (-1)^n \cdot (-1),$$

das ist aber unsere Gleichung (5), mithin besteht der

(7) Algorithmus $$\begin{cases} u_{n+1} = 2k u_n + v_n \\ v_{n+1} = u_n, \end{cases}$$

es folgt unmittelbar

(7a) $$t_n = 2k t_n + t_{n-1} \text{ und } T = k, \quad U = 1.$$

In (7) ist uns aber gleichzeitig der Schlüssel für den allgemeinen Fall

$$t_n^2 - D u_n^2 = (-1)^n$$

gegeben.

Führen wir nämlich den in (1—4) gegebenen Gedankengang für die Gleichung $t_n^2 - D u_n^2 = (-1)^n$ aus, indem wir setzen

$$t_{n+1} = 2k t_n + t_{n-1} \text{ und } u_{n+1} = 2k \cdot u_n + u_{n-1},$$

so erhalten wir wiederum

$$t_i \cdot t_{i-1} - D \cdot u_i \cdot u_{i-1} = k = T;$$

das liefert den *Satz: Sind T und U die Fundamentallösungen der Gleichung $t_n^2 - D u_n^2 = (-1)^n$, ist also $T^2 - D U^2 = -1$,*) so gilt der*

(8) *Algorithmus* $$\begin{cases} t_{n+1} = 2T \cdot t_n + t_{n-1} \\ u_{n+1} = 2T \cdot u_n + u_{n-1}. \end{cases}$$

3). Dieses Ergebnis wollen wir an einigen Beispielen erläutern und dabei gleichzeitig einen Einblick in den funktionalen Zusammenhang zwischen der Zahl D einerseits und den Fundamentalwerten T, U andererseits zu gewinnen suchen.

Es sei $D = k^2 + 1 = 10$, $k = 3$, $t_n^2 - 10 u_n^2 = (-1)^n$, nach Gleichung (7 und 7a) folgt die Wertetabelle:

			$\underbrace{t^2 - D u^2}$
(8a)	$t_0 = 1$	$u_0 = 0$	$+1$
	$t_1 = T = k = 3$	$u_1 = U = 1$	-1
	$t_2 = 19$	$u_2 = 6$	$+1$
	$t_3 = 117$	$u_3 = 37$	-1
	$t_4 = 721$	$u_4 = 228$	$+1$
	$t_5 = 4443$	$u_5 = 1405$	-1

$$\begin{cases} t_{n+1} = 2T\, t_n + t_{n-1} = 6\, t_n + t_{n-1} \\ u_{n+1} = 2T\, u_n + u_{n-1} = 6\, u_n + u_{n-1} \end{cases}$$

Diese Tabelle bringt uns aber gleichzeitig einen Schritt weiter.

Ist nämlich $D = \lambda^2(k^2+1)$ und setzen wir $\lambda \cdot u_n = w_n$, so geht die Gleichung

(9) $$t_n^2 - (k^2 + 1) \cdot \lambda^2 u_n^2 = (-1)^n$$

über in die bereits gelöste Form

$$t_n^2 - (k^2 + 1) \cdot w_n^2 = (-1)^n \text{ d. h.}$$

*Der erste Wert w_i der Tabelle (8a)***), der ein Vielfaches von λ ist, liefert uns gleichzeitig für die Gleichung (9) die Fundamentalwerte $T = t_i$ $U = \frac{w_i}{\lambda}$, und zwar ist für*

i gerade $T^2 - D U^2 = +1$,

i ungerade $T^2 - D U^2 = -1$.

Aus der Tabelle (8a) erhalten wir somit folgende Fundamentallösungen für $D = \lambda^2(k^2 + 1)$: $k = 3$

(10)
$$\lambda = 2 \begin{cases} t^2 - 40 u^2 = +1 \\ U = \frac{w_2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \qquad T = t_2 = 19 \end{cases}$$

$$\lambda = 3 \begin{cases} t^2 - 90 u^2 = +1 \\ U = \frac{w_2}{3} = \frac{6}{3} = 2 \qquad T = t_2 = 19 \end{cases}$$

$$\lambda = 4 \begin{cases} t^2 - 160 u^2 = +1 \\ U = \frac{w_4}{4} = \frac{228}{4} = 57 \qquad T = t_4 = 721 \end{cases}$$

$$\lambda = 5 \begin{cases} t_n^2 - 250 u_n^2 = (-1)^n \\ U = \frac{w_5}{5} = \frac{1405}{5} = 281 \qquad T = t_5 = 4443. \end{cases}$$

Wenn für $D = 40, 90, 160$ nur die Form $t^2 - D u^2 = +1$ resultiert, so hat das eben darin seinen Grund, daß ihre Fundamentallösungen aus der Reihe der geraden Indizes (u_2, u_4) der Tabelle (8a) erwachsen.

II. Identitäten.

Für $D = k^2 + 1$ haben wir nach (7a) die Fundamentalwerte $T = k$, $U = 1$ erhalten; diese Werte erscheinen uns selbstverständlich auf Grund der Identität

$$T^2 - (k^2 + 1) U^2 = k^2 - (k^2 + 1) \cdot 1 = -1.$$

Ebenso lassen sich für $D = 90$ die Fundamentalwerte $T = 19$ $U = 2$ (Tab. 10) durch eine Identität finden; es ist nämlich:

$D = 90 = k^2 + k$ und $(2k+1)^2 - (k^2+k) \cdot 2^2 = +1$ d. h. $D = k^2 \pm k$, $T = 2k \pm 1$, $U = 2$,

wofür wir auch schreiben können:

$$D = m \cdot n \ (m - n = 1), \quad T = m + n, \quad U = 2.$$

Eine weitere Identität besteht für

$$D = m \cdot n \ (m - n = 2), \quad T = \frac{m + n}{2}, \quad U = 1.$$

*) Dedekind, Bachmann, Weber und Wellstein.

**) „Verhandlungen der 51. Versamml. d. Phlgn. Schulm." Teubner, Leipzig, Seite 135—137.

***) Für die Gleichung (9) haben wir in der Tabelle (8a) für u_i zu setzen w_i.

*) $t_0 = 1$, $u_0 = 0$, $t_1 = T$, $u_1 = U$.

oder, was dasselbe ist

$$D = k^2 \pm 1 \qquad T = k \qquad U = 1.$$

Es lassen sich noch weitere Identitäten finden, und wir dürfen vermuten, daß hier ein allgemeines elementares Gesetz bestehen wird.

	D	U	T
I	$k^2 \pm 1$; $m \cdot n,\ m - n = 2$	1	k; $\frac{m+n}{2}$
II	$k^2 \pm 2$	k	$k^2 \pm 1$
III	$k^2 \pm 3,\ k = 3\lambda$	2λ	$6\lambda^2 \pm 1$
IV a	$k^2 \pm 4$, $k = 2\lambda$	λ	$2\lambda^2 \pm 1$
IV b	$k^2 \pm 4$, $k = 2\lambda + 1$	$\frac{k^2 \pm 1}{2}$	$\frac{k(k^2 \pm 3)}{2}$
V	$k^2 \pm k$; $m \cdot n,\ m - n = 1$	2	$2k \pm 1$; $m + n$
allgemein			
VI a	$k^2 \pm m$, m gerade $k = \lambda \cdot \frac{m}{2}$	λ	$\frac{m}{2}\lambda^2 \pm 1$
VI b	$k^2 \pm m$, m ungerade $k = \lambda \cdot m$	2λ	$2m\lambda^2 \pm 1$

Auf Grund dieser Identitäten erhalten wir für z. B. $k = 15$ und $k = 30$ unmittelbar folgende organische Tabelle:

$k = 15$

D	Formel	U	T
219	VI a $m=6$ $\lambda=5$	5	74
220	VI b $m=5$ $\lambda=3$	6	89
221	IV b	112	1665
222	III $\lambda=5$	10	149
223	II	15	224
224	I	1	15
226	I	1	15
227	II	15	226
228	III $\lambda=5$	10	151
229	IV b	113	1710
230	VI b $m=5$ $\lambda=3$	6	91
231	VI a $m=6$ $\lambda=5$	5	76
210	V $k^2 \mp k$	2	29 $= 2k \mp 1$
240	V $k^2 \mp k$	2	31 $= 2k \mp 1$

$k = 30$

D	Formel	U	T
894	VI a $m=6$ $\lambda=10$	$10 = \lambda$	$299 = 3\lambda^2 - 1$
895	VI b $m=5$ $\lambda=6$	$12 = 2\lambda$	$359 = 10\lambda^2 - 1$
896	IV a $\lambda=15$	$15 = \lambda$	$449 = 2\lambda^2 - 1$
897	III $\lambda=10$	$20 = 2\lambda$	$559 = 6\lambda^2 - 1$
898	II	$30 = k$	$899 = k^2 - 1$
899	I	1	$30 = k$
901	I	1	$30 = k$
902	II	$30 = k$	$901 = k^2 + 1$
903	III $\lambda=10$	$20 = 2\lambda$	$601 = 6\lambda^2 + 1$
904	IV a $\lambda=15$	$15 = \lambda$	$451 = 2\lambda^2 + 1$
905	VI b $m=5$ $\lambda=6$	$12 = 2\lambda$	$361 = 10\lambda^2 + 1$
906	VI a $m=6$ $\lambda=10$	$10 = \lambda$	$301 = 3\lambda^2 + 1$
870	V $k^2 \mp k$	2	59 $= 2k \mp 1$
930	V $k^2 \mp k$	2	61 $= 2k \mp 1$

Ich will schließen, indem ich Ihnen in einer Tabelle einige solcher Identitäten zusammenstelle, Identitäten, durch die in der Tabelle der Lösungen, wie sie Legendre für den Bereich von 1 bis 1003 gegeben hat, zwischen den Fundamentalwerten einerseits und der Zahl D andererseits ein funktionaler Zusammenhang offensichtlich zutage tritt.

Kleinere Mitteilungen.

Bemerkungen über einen geometrischen Satz.

Von Prof. Dr. A. Gutzmer (Halle a. S.)

(Auszug aus einem Briefe an den Herausgeber.)

Gestatten Sie mir, Ihnen die folgenden Bemerkungen über einen geometrischen Satz zu übermitteln. Gemeint ist der Satz, den Herr Oberlehrer Linnich auf S. 152 Ihrer „Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften" mitgeteilt und bewiesen hat.

Diesen Satz habe ich im Jahre 1887 gefunden und damals einigen Freunden mitgeteilt und im Wintersemester 1887/88 im Mathematischen Verein zu Berlin vorgetragen; auch habe ich ihn wiederholt in meinem Briefwechsel mit Herrn Lerch, jetzt Professor in Brünn, berührt. Später habe ich ihn bei verschiedenen Gelegenheiten auch in den Mathematischen Vereinen zu Halle und Jena teils mit, teils ohne Beweise mitgeteilt.

Der Satz läßt sich so aussprechen: Konstruiert man über den Seiten eines beliebigen Dreiecks drei ähnliche gleichschenklige Dreiecke, und zwar jedesmal „nach außen" oder „nach innen" vom Grunddreieck aus, und verbindet man die Spitzen der gleichschenkligen Dreiecke mit den gegenüberliegenden Ecken des Grunddreiecks, so gehen die drei Verbindungsgeraden durch einen Punkt.

Eine andere, meine ursprüngliche Formulierung des Satzes ist diese: Trägt man auf den Mittelsenkrechten der Seiten eines beliebigen Dreiecks das λfache der betreffenden Seite — entweder stets „nach außen" oder „nach innen" — ab, so gehen die Verbindungsgeraden der Endpunkte mit den gegenüberliegenden Ecken des Grunddreiecks durch einen Punkt.

Bewiesen habe ich den Satz auf drei verschiedene Arten: einmal analytisch in ähnlicher Weise wie Herr Linnich, sodann elementar in folgender Weise (s. Fig. 1).

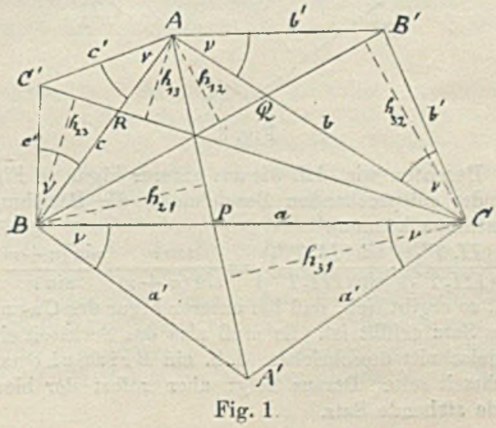

Fig. 1

Wegen der Aehnlichkeit der gleichschenkligen Dreiecke ist: $a:a' = b:b' = c:c'$; daraus folgt sogleich $bc' \sin(CAC') = b'c \sin(BAB')$ usf., d. h. die Flächengleichheit der Dreiecke $CAC' = BAB'$, $ABA' = CBC'$, $BCB' = ACA'$, und somit ergibt sich:

$h_{13}\,CC' = h_{12}\,BB'$, $h_{21}\,AA' = h_{23}\,CC'$, $h_{32}\,BB' = h_{31}\,AA'$.

Diese drei Gleichungen ergeben die Beziehung:

$$h_{13}\,h_{21}\,h_{32} = h_{12}\,h_{23}\,h_{31},$$

und diese geht unter Beachtung der Gleichungen $AR:BR = h_{13}:h_{23}$, $BP:CP = h_{21}:h_{31}$, $CQ:AQ = h_{32}:h_{12}$ über in die Gleichung

$$AR \cdot BP \cdot CQ = BR \cdot CP \cdot AQ.$$

Demnach müssen sich auf Grund des Satzes von Ceva die Geraden AP, BQ und CR in einem Punkte schneiden.

Schließlich ergibt sich ein dritter Beweis mittels des Carnotschen Satzes (vgl. z. B. Salmon-Fiedler, Analytische Geometrie der Kegelschnitte, 6. Aufl., Band II, S. 577). Legt man nämlich von den Ecken eines Dreiecks die Tangenten an einen Kegelschnitt, so ist nach diesem Satze (s. Fig. 2)

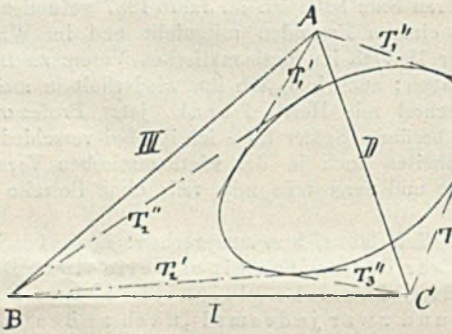

Fig. 2.

$$\frac{\sin(I, T'_3)}{\sin(II, T'_3)} \cdot \frac{\sin(I, T''_3)}{\sin(II, T''_3)} \cdot \frac{\sin(II, T'_1)}{\sin(III, T'_1)} \cdot \frac{\sin(II, T''_1)}{\sin(III, T''_1)} \cdot \frac{\sin(III, T'_2)}{\sin(I, T'_2)} \cdot \frac{\sin(III, T''_2)}{\sin(I, T''_2)} = 1.$$

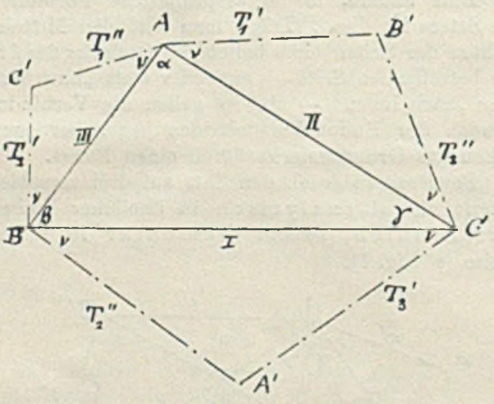

Fig. 3.

Beachten wir, daß wir aus unserer Figur (s. Fig. 3) mit der entsprechenden Bezeichnung die Beziehungen entnehmen können:

$$\frac{\sin(II, T'_1)}{\sin(III, T'_1)} \cdot \frac{\sin(II, T''_1)}{\sin(III, T''_1)} = \frac{\sin \nu}{\sin(\alpha+\nu)} \cdot \frac{\sin(\alpha+\nu)}{\sin \nu} = 1$$

usf., so ergibt sich, daß bei unserer Figur der Carnotsche Satz erfüllt ist. Es muß also das Sechsseit einem Kegelschnitt umschrieben, d. h. ein Brianchonsches Sechsseit sein. Daraus folgt aber sofort der hier in Rede stehende Satz.

Im Anschluß an diesen letzten Beweis kann man dazu übergehen, die Schar von Kegelschnitten zu untersuchen, die sich ergibt, wenn man den Basiswinkel ν der gleichschenkligen Dreiecke (oder in meiner ursprünglichen Formulierung die Zahl λ) alle reellen Werte durchlaufen läßt. Diese Untersuchung habe ich vor 25 Jahren ausgeführt und darüber gelegentlich mündliche und briefliche Mitteilungen gemacht.

Daß ich von diesen Dingen nichts veröffentlicht habe, hat seine Begründung darin, daß der elementare Satz, wie ihn Herr Linnich kürzlich ausgesprochen hat, bereits längst bekannt war, wie ich später bemerkt habe, und daß auch die Schar der Kegelschnitte im wesentlichen schon in einer Programmabhandlung von Artzt behandelt worden war.

Leider ist mir die Originalliteratur nicht zur Hand, um ganz verläßliche Angaben zu machen; wenn meine Erinnerung aber nicht fehlgeht, so findet sich der elementare Satz bereits bei Tellkampf, und zwar wohl dort zum ersten Male.

Zum euklidischen Beweis des pythagoreischen Lehrsatzes.

Von M. Linnich (Kiel).

Der Liebenswürdigkeit eines Kollegen verdanke ich die Mitteilung, daß der von mir Seite 152, 1912, gegebene Satz sich bereits in folgenden Werken befindet:

A. Emmerich, Die Brocardschen Gebilde und ihre Beziehungen zu den verwandten merkwürdigen Punkten und Kreisen des Dreiecks, Berlin 1891, G. Reimer, S. 87.

W. Fuhrmann, Synthetische Beweise planimetrischer Sätze, Berlin 1890, L. Simion, S. 120.

Der hier gegebene Beweis gipfelt darin, daß die Abstände der drei Geraden von den Dreiecksseiten das fortlaufende Verhältnis

$$\frac{1}{\sin(\alpha+\delta)} : \frac{1}{\sin(\beta+\delta)} : \frac{1}{\sin(\gamma+\delta)}$$

bilden.

Vereine und Versammlungen.

Deutsche IMUK.

Die deutsche Abteilung der internationalen mathematischen Unterrichts-Kommission tagte am 23. November in Berlin unter Vorsitz des Herrn Geheimrat Staeckel-Karlsruhe, der Herrn Geheimrat Klein vertrat. In Anwesenheit von 16 Mitgliedern und Mitarbeitern wurde über den Stand der Arbeiten berichtet. Danach ist der Abschluß des ersten Bandes, der die höheren Schulen Norddeutschlands behandelt, und der des zweiten Bandes über Mittel- und Süddeutschland zu Ostern 1913 zu erwarten. Es fehlen nur noch der Bericht des Herrn Dir. Schröder-Hamburg über die Mathematik an den höheren Mädchenschulen Nord- und Süddeutschlands sowie ein Ergänzungsheft über die neuerschienenen Lehrpläne und Prüfungsordnungen der süddeutschen Staaten.

Auch der dritte Band, Einzelfragen behandelnd, ist dem Abschluß nahe. Herr Direktor Lorey-Leipzig berichtete über das von ihm verfaßte Schlußheft: „Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten". Unter anderen interessanten Einzelheiten wies er auf die sprungweise Erhöhung des Niveaus der mathematischen Vorlesungen an den einzelnen Universitäten im Laufe des XIX. Jahrhunderts hin, die sich meist infolge der Berufung eines neuen Professors vollzog. Die jetzt an vielen Universitäten ausgegebenen „Ratschläge für das mathematische Studium" waren früher nicht so nötig, wenn, wie z. B. an der Berliner Universität, im Vorlesungsverzeichnis die Reihenfolge nicht durch den Rang der Dozenten, sondern durch die steigende Schwierigkeit der behandelten Gegenstände bestimmt wurde.

Das Erscheinen des vierten Bandes über das technische Schulwesen wird etwas dadurch verzögert, daß die Wirkung neu eingeführter Reformen erst studiert werden mußte, wie z. B. an den Baugewerkschulen durch Herrn Girndt, oder die Veröffentlichung neuer Lehrpläne abgewartet werden muß, wie bei den technischen Mittelschulen, wie Herr Trost berichtete.

Der fünfte Band, der sich mit dem mathematischen Unterricht an den Volksschulen und Seminaren beschäftigt, hat besondere Schwierigkeiten darin zu überwinden, daß zwar eine Fülle von Material vorliegt, die Vervollständigung desselben aber auf mannigfache Hindernisse stößt. Trotzdem ist der baldige Abschluß der noch fehlenden Hefte: Preußen (Herr Lietzmann), Sachsen (Herr Dreßler), Hansestädte (Herr Umlauf) zu erwarten. Eine wertvolle Ergänzung bildet übrigens hier der von Herrn Dir. Umlauf auf Veranlassung des Deutschen Ausschusses für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht und des Bundes für Schulreform verfaßte Bericht über „Mathematik und Naturwissenschaften an den deutschen Lehrerbildungsanstalten".

Einem wirklichen Bedürfnis wird auch Heft 9 der Mitteilungen entsprechen, das endlich einmal eine zusammenfassende Darstellung der mathematischen Modelle durch Herrn Prof. Dreßler-Dresden bringen wird. Den Löwenanteil der Arbeit an diesen fünf stattlichen Bänden, die auch als solche voraussichtlich schon im nächsten Jahre erscheinen werden, hat außer dem Präsidenten der IMUK, Herrn Klein, unzweifelhaft ihr Schriftführer, Herr Lietzmann, geleistet. Es ist nur wünschenswert, daß die Bücher auch wirklich in die Hände der berufenen Ausführer der Ideen, d. h. der Lehrer der Mathematik an den deutschen Schulen gelangen.

* * *

Tagung des DAMNU.

Der deutsche Ausschuß für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, der zunächst bis zum Jahre 1913 eingesetzt war, kam in seiner unter dem Vorsitz des Herrn Prof. Gutzmer-Halle in Berlin am 23. und 24. November abgehaltenen Versammlung zu dem einstimmigen Beschluß, daß er bei der Fülle unerledigter Aufgaben die Verlängerung seines Mandats bei der Naturforscher-Gesellschaft und den ihn beschickenden Vereinen und Gesellschaften beantragen müsse. Von den Gegenständen der mit großer Einmütigkeit geführten Verhandlungen sei vorläufig nur der unerfreuliche Gegensatz erwähnt, in den der Damnu durch die Petition des Vereins für lateinloses Schulwesen (gegen den Biologieerlaß des Herrn Ministers) gedrängt ist, und die höchst erfreuliche Tatsache eines engeren Zusammengehens mit den Geographen, der in einem mit großem Beifall aufgenommenen Referat des Herrn Geheimrat Penck-Berlin, der als Vertreter des deutschen Geographentages an der Sitzung teilnahm, Ausdruck fand. Nicht minder wichtig waren Verhandlungen, die sich im Anschluß an Thesen des Herrn Prof. Poske-Berlin mit der praktischen Ausbildung der Kandidaten mit naturwissenschaftlicher Lehrbefähigung in den sogen. Gymnasial-Seminaren befaßten. Auf die Ergebnisse der Verhandlungen wird später zurückzukommen sein.

Bücher-Besprechungen.

Rethwisch, Conrad, Jahresberichte über das höhere Schulwesen. XXVI. Jahrgang 1911. Berlin 1912, Weidmannsche Buchhandlung.

Wer sich rasch und vollständig über die Fortschritte in dem letzten Vierteljahrhundert auf einem Gebiet des höheren Unterrichtswesens orientieren will, kann wohl kein besseres Buch zur Hand nehmen als Rethwisch' Jahresberichte. Methode und Stoff für jedes Unterrichtsfach werden eingehend und übersichtlich in den Grundzügen besprochen, ein genaues Schriftenverzeichnis, oft durch charakterisierende Bemerkungen erläutert, gibt Gelegenheit zu eindringenderem Studium. Unentbehrlich ist das Buch besonders für die Seminarbibliotheken, da es den Kandidaten die Möglichkeit bietet, sich eine vollständige Uebersicht über die einschlägige Literatur zu verschaffen. Aber auch für den, der eifrig die pädagogischen Zeitschriften verfolgt, bietet jeder Jahrgang regelmäßig einige Ueberraschungen, wenn man findet, daß recht wertvolle Erscheinungen einem gänzlich entgangen sind. Herr Rethwisch hat es verstanden, sich einen Stab von Mitarbeitern zu sichern, die nicht nur über die nötige Literaturkenntnis, sondern auch über die ebensowichtige praktische Erfahrung verfügen und deren Namen allein schon ihrem Urteil Wert verleiht. Wenn die eigene Ansicht auch in der Regel nicht verschwiegen wird, die andersartige oder entgegengesetzte kommt hinreichend zu ihrem Recht, um dem Leser die Freiheit der Wahl zu lassen. Wie der Herr Herausgeber, stehen die Mitarbeiter auf dem Standpunkt, daß dem Neuen immer ein besonders breiter Spielraum gewährt werden muß, manche der Verfasser waren und sind Führer der Reform auf ihrem Spezialgebiet, das gibt den Berichten aber gerade die lebhafte Färbung, die bei der Fülle des Stoffes vor Eintönigkeit schützt.

Für die Leser der Unterrichtsblätter kommen in erster Linie folgende Abschnitte in Betracht: K. Weise, Mathematik und Physik; L. Doermer, Chemie, Mineralogie und Geologie; C. Matzdorff, Biologie und Naturwissenschaften als Ganzes. Aber auch Teile der anderen Berichte können warm empfohlen werden, so Philosophische Propädeutik in dem Abschnitt Deutsch von C. Rethwisch, Schulgesundheitspflege im Abschnitt Turnen von J. Küppers und Erdkunde von F. Lampe. Zur allgemeinen Orientierung dienen die Abschnitte Schulgeschichte von J. Ziehen und Schulverfassung von L. Viereck. A. T.

* * *

Fenkner, H., u. Wagner, H., Lehr- und Uebungsbuch der Mathematik für Studienanstalten. 2. Teil. Berlin 1912, O. Salle.

Das Buch ist der letzte Band einer von Hessenbruch und Wagner für die höheren Mädchenbildungsanstalten bearbeiteten Ausgabe des Lehrbuches von H. Fenkner. Es enthält den Lehrstoff für die Primen der Studienanstalten realen Charakters. Nach der Art der Darstellung könnte man das Buch als ein ausführliches systematisches Lehrbuch bezeichnen; methodische Hinweise finden sich nirgends. Durchweg, auch in der Lehre von den Kombinationen und Reihen und in der analytischen Geometrie wird an der Euklidschen Form festgehalten, der Lehrsatz grundsätzlich an die Spitze gestellt. Die Ableitungen sind alle außerordentlich klar, der Ausdruck ist knapp und doch so ausführlich, daß die Schülerinnen Versäumtes an der Hand des Buches selbständig nachholen können. Die Gliederung ist sehr übersichtlich. In diesen beiden Punkten wird das Buch wohl von keinem anderen mathematischen Schulbuch übertroffen.

In der Auswahl des Stoffes haben sich die Verfasser nach den Forderungen der Lehrpläne gerichtet. Die unendlichen Reihen, die Maxima und Minima werden elementar behandelt, weil die Infinitesimalrechnung nicht vorgeschrieben ist. In der sphärischen Trigonometrie ist unter möglichster Beschränkung der theoretischen Ableitungen das Hauptgewicht auf die Anwendungen aus der mathematischen Erd- und Himmelskunde gelegt. In die analytische Behandlung der Kegelschnitte sind, mit Rücksicht auf die Oberrealschulkurse, synthetische Betrachtungen eingeflochten. — Jedem einzelnen Kapitel ist ein recht ausführliches Aufgabenmaterial beigegeben, in dem geometrische und physikalische Probleme besonders berücksichtigt sind.

Den Forderungen der Reform ist kein, auch nicht das geringste Zugeständnis gemacht. In den früheren Teilen des Werkes waren, teilweise über die Vorschrift der Lehrpläne hinaus, graphische Darstellungen von Funktionen und graphische Auflösungen der Gleichungen, auch des zweiten Grades mit zwei Unbekannten enthalten. Hier wird nirgends daran erinnert, das Wort oder der Begriff Funktion selbst in der analytischen Geometrie nirgends erwähnt. Das ist dieselbe Inkonsequenz wie in unseren Lehrplänen. Darin sehe ich, bei aller Zurückhaltung gegenüber den Reformbestrebungen, einen Mangel des Buches.

Blinde Anhänger der Reform können das Buch nicht gebrauchen. Allen anderen empfehle ich es auf das wärmste. In seiner Art ist es eines der besten, das wir für Studienanstalten haben.

K. Stracke (Wiesbaden).

* * *

W. Masche, Oberlehrer am Kaiser-Wilhelm-Realgymnasium zu Berlin, Physikalische Uebungen, ein Leitfaden für die Hand des Schülers. 2 Teile (43 und 56 S.) zu je 0,80 M. Leipzig und Berlin 1911, B. G. Teubner.

Der erste Teil dieses aus der Praxis der Schülerübungen hervorgegangenen Werkchens enthält ausgewählte Aufgaben über Messen, Wägen, spezifisches Gewicht und aus der Wärmelehre, der zweite solche aus Magnetismus und Galvanismus. Der Verfasser vertritt im Vorwort den Standpunkt, daß eine Verschmelzung von Unterricht und Uebungen, wie sie vielen als Ideal vorschwebt, wohl nie durchführbar sei. Aus diesem Grunde legt er bei der Auswahl und Ausführung der Uebungen keinen entscheidenden Wert darauf, daß sie in gleicher Front durchführbar seien, obwohl er dieser Arbeitsweise nicht ablehnend gegenübersteht. Jedenfalls setzt der größte Teil der Aufgaben des zweiten Heftes bei der beschriebenen Versuchsanordnung so teure Apparate voraus, daß diese Uebungen wohl nur für die zerstreute Arbeitsweise in Betracht kommen.

Die Anweisungen zur Ausführung der Versuche sind zwar knapp gehalten, aber sehr klar und vollständig und durch viele Abbildungen und schematische Skizzen unterstützt. In der Auswahl der Uebungen zeigen die Hefte Anklänge an Noacks „Aufgaben", doch gehen sie im Schwierigkeitsgrad, namentlich im Galvanismus, vielfach über Noack hinaus. Aus diesem Grunde scheint mir ein Teil dieser Aufgaben nur für solche Schüler geeignet zu sein, die schon ein gewisses Geschick für solche Arbeiten mitbringen. Da die Anweisungen sich auf ganz bestimmte Apparate beziehen, die nur zum Teil improvisiert oder selbst hergestellt werden können, so setzt die Benutzung des Buches das Vorhandensein der darin beschriebenen Apparate voraus. Aus diesem Grunde sind die Bezugsquellen am Schlusse der beiden Hefte übersichtlich zusammengestellt.

Wenn das Werkchen auch ausdrücklich für die Hand des Schülers bestimmt ist, so wird doch jeder Lehrer, der selbst Schülerübungen zu leiten oder solche neu einzurichten hat, es mit Nutzen lesen und manche Anregung daraus empfangen. Lony (Hamburg).

* * *

Schäffer, Dr. E., Naturparadoxe. 188 S. Leipzig, B. G. Teubner. M 3.—.

Das Buch, das in einer zweiten, stark umgearbeiteten Auflage vorliegt, erklärt Erscheinungen aus dem Gebiete der Physik, Chemie, Biologie und Psychologie, die zunächst mit den Naturgesetzen im Widerspruch zu sein scheinen. Es ist für die Jugend geschrieben und kann von jungen Leuten verstanden werden, die etwa das Einjährigen-Examen bestanden haben. Wer von solchen naturwissenschaftliches Interesse hat, kann bei der Lektüre des Buches amüsante und zugleich lehrreiche Stunden verbringen. Unter den gewählten Beispielen — etwa 60 an der Zahl — befinden sich manche allgemein bekannte (Saugheber, bergan rollender Körper, Sprengwirkung gefrierenden oder kochenden Wassers, Sieden des Wassers unter vermindertem Druck usw.). Aber auch viele weniger bekannte kommen vor, die teilweise recht lehrreich sind (der Flug der Bumerangs, der japanische Kuliwagen usw.). Manche im Buch behandelte Beispiele tragen allerdings wohl kaum noch den Charakter eines Paradoxons. Das gilt unter anderen von den Kapiteln über Ventile in den Venen, die Wirkung des Luftdruckes auf die Gelenke, die Gesetze der Perspektive, die Unmöglichkeit des augenblicklichen Gehorsams. Das sind interessante Einzelheiten, die nur dadurch paradox geworden sind, daß der Ueberschrift eine paradoxe Form gegeben ist.

Im Anhang wird als mathematisches Paradoxon Zenos Erzählung von Achill und der Schildkröte behandelt. Meiner Meinung nach gehört diese Erzählung nicht hierher. Die „Paradoxien des Unendlichen" — wozu dieses Beispiel gehört, und deren es in der Mathematik so viele gibt — sind ganz anderer Art als die früheren naturwissenschaftlichen; sie stellen wirkliche Probleme der Erkenntnistheorie dar.

Dr. P. Groebel (Hamburg).

* * *

G. H. Darwin, Ebbe und Flut sowie verwandte Erscheinungen im Sonnensystem. (Aus dem Englischen übersetzt von A. Pockels). B. G. Teubner, 1911. XXIV u. 420 S. geb. 8 M.

Dieses in dritter englischer und zweiter deutscher Auflage erschienene Buch sucht in möglichst einfacher Darstellung, vor allen Dingen ohne Benutzung mathematischen und theoretisch-physikalischen Rüstzeuges, in erster Linie das Gezeitenphänomen in allen seinen Einzelheiten, dann aber auch andere hiermit in mehr oder weniger enger Beziehung stehende Fragen der Geo- und Astrophysik zusammenfassend zu behandeln. Die vorliegende neueste Auflage ist gegenüber der im Jahre 1902 zum erstenmal erschienenen deutschen Uebersetzung, zu welcher der verstorbene Direktor der deutschen Seewarte von Neumayer die Einführungsworte schrieb, entsprechend den neueren Fortschritten der Forschung in allen wesentlichen Punkten ergänzt bez. umgearbeitet (der Umfang hat sich dadurch um 76 Seiten vermehrt), so daß die Erörterung der einzelnen Probleme ganz dem gegenwärtigen Standpunkt der Wissenschaft angepaßt ist.

Zunächst wird die Unterscheidung gemacht zwischen den eigentlichen Gezeiten, d. h. der durch die Anziehung des Mondes und der Sonne hervorgerufenen Ebbe und Flut in der Hydrosphäre unserer Erde und den meteorologischen Gezeiten in der Hydro- und Atmosphäre sowie auch den körperlichen Gezeiten, denen der Planet als Ganzes ausgesetzt ist. Nachdem dann ganz allgemein über die Erscheinung der eigentlichen Gezeiten orientiert ist, wird einiges über Flutmesser und ihre Aufstellung gesagt, wobei auch die neueren Druckflutmesser Berücksichtigung finden. Die zahlreichen kleineren Zacken mit einer Periode von etwa zwei bis fünfzehn Minuten, welche vielfach den größeren Wellen einer Flutkurve aufgesetzt erscheinen, führen im zweiten Kapitel zu einer recht eingehenden Darlegung des Vorganges der Seiches, stehender, ein- oder mehrknotiger Wellen der ganzen Wassermasse eines abgeschlossenen Beckens, wie sie zuerst von dem Geophysiker Forel am Genfer See beobachtet und dann auch von diesem Forscher grundlegend studiert worden sind. Neben diesen Seeschwankungen, die sich auch mehr oder weniger ausgeprägt in Meeresbuchten geltend machen können, existieren aber noch kürzer periodische Vibrationen, von denen wahrscheinlich die oben erwähnten Zacken in den Flutkurven herrühren. Zur Hauptsache werden meteorologische Vorgänge die Ursache aller dieser Schwankungen sein, doch werden z. B. auch Erdstöße am Grunde der Wassermasse solche Wirkungen hervorbringen können. Nach dieser Abschweifung wendet sich der Verfasser den besonderen Erscheinungen von Ebbe und Flut in Flüssen zu. Hier dürfte das Interesse namentlich durch die schöne Beschreibung der „bore“ auf dem Tsien-Tang-Kiang in China gefesselt werden.

Ein knapper, aber instruktiver historischer Ueberblick über die Entwicklung der Theorien des Gezeitenphänomens leitet dann schließlich hinüber zu dem Versuch einer möglichst einfachen Behandlung der fluterzeugenden Kraft, von deren beiden Komponenten, der horizontalen und der vertikalen, wie gezeigt wird, nur die erste für die Störungen in den Ozeanen in Betracht kommt. Es liegt in der Schwierigkeit des Stoffes, der nur mit den Hilfsmitteln der höheren Analysis bewältigt werden kann, begründet, wenn die Lektüre dieses Kapitels vielleicht nicht völlig befriedigt. Gern aber folgt man dem Verfasser bei der Beschreibung der von ihm und seinem Bruder angestellten mühevollen Versuche, mittels des Bifilarpendels, die durch die Attraktion des Mondes bewirkten Lotabweichungen und damit die lunare fluterzeugende Kraft bezüglich des ganzen Erdkörpers zu messen. Leider blieben sie erfolglos. Glücklicher waren namentlich die deutschen Gelehrten von Rebeur-Paschwitz und Ehlert, sowie besonders in neuester Zeit Hecker, deren Horizontalpendeluntersuchungen mit rühmenswerter Objektivität besprochen werden. Hecker gelang es, neben dem Einfluß des Mondes auch den der Sonnenanziehung zu ermitteln: die Erde verhält sich diesen Kräften gegenüber etwa wie ein vollkommen elastischer Körper von der Beschaffenheit des Stahles, scheint jedoch — wenigstens nach den Potsdamer Beobachtungen — in ostwestlicher Richtung einen etwas höheren Grad der Starrheit zu besitzen als in nordsüdlicher Richtung. (Neuere Untersuchungen von Schweydar über die Gezeiten der festen Erde, die während des Niederschreibens dieser Zeilen erschienen, ergeben allerdings in besserer Uebereinstimmung mit den Folgerungen aus den Breitenschwankungen eine Starrheit, die zwei- bis dreimal größer ist als diejenige des Stahles). Sehr erschwert wird die Diskussion solcher Beobachtungen durch den Umstand, daß elastische Deformationen des Erdbodens und damit eine scheinbare Neigung des Pendels auch infolge wechselnder Belastung durch die Gezeiten und den sich vielfach ändernden Luftdruck hervorgerufen werden, und ferner die Anziehung der variierenden Wasser- und Luftmassen selbst Pendelbewegungen bewirken. Man tut daher gut, derartige Untersuchungen an möglichst küstenfern, in der Mitte großer Landmassen gelegenen Stationen vorzunehmen, (wie dies neuerdings auch von Seiten der internationalen seismologischen Assoziation in die Wege geleitet worden ist).

In Anknüpfung an die im fünften Kapitel gegebene Darstellung der fluterzeugenden Kraft wird dann in ausgezeichneter Klarheit die Gleichgewichts- oder statische Theorie der Gezeiten erörtert. Ihre Widersprüche mit den tatsächlichen Verhältnissen führen von selbst hinüber zur dynamischen Theorie, deren Grundlagen unter schrittweiser Näherung an die Wirklichkeit ebenfalls mit großer Sorgfalt auseinandergesetzt werden. In der Tat aber sind die auf der Erde gegebenen Bedingungen so verwickelt, daß es überhaupt nicht möglich ist, eine völlig befriedigende theoretische Lösung des Gezeitenproblems zu geben. Auch die Konstruktion der Linien gleicher Flutzeit, der sogen. Isorachien, hat nur eine sehr begrenzte Bedeutung. Von hohem Werte für die Praxis aber ist die harmonische Analyse der Gezeiten, deren Wesen der Zerlegung der wirklichen Flutwelle an einem bestimmten Ort in eine Anzahl astronomischer und meteorologischer, durch je zwei Zahlen, der sogen. Flutkonstanten, charakterisierter Partialwellen der Leser sehr verständlich im elften und zwölften Kapitel behandelt findet. Nach der Analyse hat dann aber, wie des weiteren gezeigt wird, zur Berechnung der eine Vorhersage erst ermöglichenden Gezeitentafeln wieder eine Synthese der Partialwellen stattzufinden. Ein eingehenderer Vergleich von Beobachtung und Vorausbestimmung für Aden lehrt, daß an Orten, wo keine erheblichen meteorologischen Störungen eintreten, ein recht hoher Genauigkeitsgrad der Vorhersage erreicht werden kann.

Mit dem 15. Kapitel wendet sich der Verfasser Problemen zu, die über den Vorgang der Ebbe und Flut im engeren Sinne hinausführen, und verschafft dem Leser zunächst unter Berücksichtigung der jüngsten Forschungsergebnisse einen lichtvollen Einblick in das Phänomen der Breitenschwankungen und der Gezeiten der Erde als Ganzes, das einen Schluß auf die Starrheit unseres Planeten gestattet (s. oben). Ausführlich wird dann die Gezeitenreibung abgehandelt und dabei unter Hinweisung auch auf äußerst schwierige Zusammenhänge namentlich die Entwicklung des Systems Erde-Mond erörtert. Die in einem Nachtrag aufgeführten interessanten Schätzungen der zu einer solchen Entwicklung erforderlichen kosmischen Zeiträume, sind naturgemäß, auch soweit sie sich auf die Resultate der Radiumforschung gründen, sehr unsicher. Anziehend sind die Betrachtungen über die Ringe des Saturns geschrieben: die unabhängig von einander angestellten Ueberlegungen von Roche und von Maxwell und spektroskopische Untersuchungen ergeben übereinstimmend, daß das Ringsystem von meteorischer Beschaffenheit ist. Hieran knüpft sich eine etwas abstrakte, aber in ihrer Einfachheit überaus geistvolle, namentlich auf den Untersuchungen von Poincaré fußende, kurze Behandlung der stabilen und instabilen Entwicklungsstadien von Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeitsmassen. Alle diese mannigfaltigen Betrachtungen finden dann endlich ihren Abschluß in einigen Gedanken über den Ursprung der Doppelsterne und die Entwicklung der Weltsysteme. Gerade diese beiden letzten Kapitel, die wieder bis in die Gegenwart der Forschung führen, werden nach Inhalt und Darstellung besonders stark fesseln. Es wird eine schöne kritische Beleuchtung der Kant-Laplaceschen Nebularhypothese und der neuerdings von Chamberlin und Moulton begründeten Planetesimalhypothese gegeben und u. a. auch versucht, den Ursprung der Doppelsterne zu erklären.

Fassen wir zum Schluß unser Urteil zusammen, so möchten wir sagen, daß es sich um ein sehr reichhaltiges, wertvolles Buch handelt, in dem an sich sehr schwierige Probleme der Geo- und Astrophysik in erster Linie wissenschaftlich interessierten weiteren Kreisen in einer durch Einfachheit und Klarheit sowie Zuverlässigkeit und uneingeschränkte Stoffbeherrschung ausgezeichneten Weise auseinandergesetzt werden. Der Leser wird immer das Gefühl haben, daß ein bedeutender, auf diesen Gebieten führender Forscher zu ihm spricht. Wir dürfen es daher sehr willkommen heißen, daß dieses Buch auch wieder in seiner neuesten, wesentlich ergänzten und zum Teil gänzlich umgearbeiteten Auflage in guter deutscher Uebersetzung erschienen ist.

E. Tams (Hamburg).

* * *

Fischer, Dr. Hugo, Die Bakterien. Nr. 1 der Sammlung von Dr. Bastian Schmid: Naturwissenschaftl.-Technische Volksbücherei. 8°. 48 S. Leipzig, Theod. Thomas. Preis M 0,20.

Das vorliegende Heft will dem Laien einen kurzen Abriß der Bakteriologie und der Bedeutung dieser kleinsten Lebewesen im Haushalt der Natur und dem des Menschen geben. Dieser Aufgabe wird es vollauf gerecht. Es ist kurz gefaßt und leicht verständlich. Im Interesse der Sache wäre es aber gut gewesen, einige Druckfehler in den lateinischen Namen auf den ersten Seiten zu vermeiden. Auch gehören die Abschnitte über Malaria und Schlafkrankheit nicht in das Buch, da ihre Erreger nicht zu den Bakterien gehören.

Dr. W. Thaer (Hann.-Münden).

* * *

Blank, Dr. E., Wie unsere Ackererde geworden ist. Nr. 2 der Sammlung von Dr. Bastian Schmid: Naturwissenschaftl.-Technische Volksbücherei. 8°. 48 S. Leipzig, Theod. Thomas. Preis M 0,20.

Durch dieses Heft soll eine dem Laien verständliche kurze Darstellung der Entstehung der Ackererde gegeben werden. Dieser Aufgabe wird es gerecht. Auf Seite 11 ist dem Verfasser ein Irrtum unterlaufen, indem er zwar richtig angibt, daß die Sprengwirkung des Wassers erst beim Auftauen des Eises zur Geltung kommt, dies aber darauf zurückführt, daß Wasser sich beim Uebergang vom festen in den flüssigen Zustand ausdehnt.

Dr. W. Thaer (Hann.-Münden).

* * *

Lehmann, Die Kinematographie. Aus Natur und Geisteswelt. Verlag Teubner.

Mit dem explosionsartigen Hervortreten kinematographischer Vorführungen ist auch bei einem großen Teil des Publikums ein lebhaftes Interesse für das Zustandekommen der lebenden Bilder wachgerufen worden, und dieses Interesse zu befriedigen, ist dem Verfasser vorzüglich gelungen.

In allgemein verständlicher Form gibt derselbe zunächst einen Ueberblick über die historische Entwicklung der Kinematographie. Umfangreiche Kapitel sind den psychologischen, den physiologischen und den technischen Grundlagen seines Gegenstandes gewidmet, und mit besonderer Gründlichkeit ist schließlich die Anwendung der Kinematographie als modernes Demonstrationsmittel behandelt. Zahlreiche Figuren erläutern den Text. Wer sich über alle Fragen, welche beim Betrachten der lebenden Wunderbilder auftreten können, eingehend unterrichten will, dem gibt das kleine Buch dazu die beste Gelegenheit.

J. Dorn (Hamburg).

* * *

Geigel, Robert, Die Wärme. (Bücher der Naturwissenschaft. Bd. 10). 191 S., 4 Tafeln, 32 Abb. Leipzig, Reclam. geb. 1.— M.

Ein nettes, einfaches Büchlein. Es bringt in klarer Darstellung alles Wesentliche über die Messung von Temperaturen und Wärmemengen, über Erzeugung und Verwertung der Wärme. Auch die Phasenregel von Gibbs, der Entropiebegriff und manches andere wird gestreift. Besonders für Schülerbüchereien kann man das billige Werkchen empfehlen.

Gg. Heinrich (Neustadt a. d. Haardt).

* * *

Lony, G., Einführung in die Integralrechnung im Schulunterricht. Beilage zum Jahresbericht der Oberrealschule vor dem Holstentore. 24 S. Hamburg, Ostern 1912.

Der Verfasser ist der Ansicht, daß es für die Schule nicht der natürliche Weg sei, zuerst den Begriff des unbestimmten Integrals und die Operation des Integrierens als Umkehrung des Differenzierens einzuführen und erst nachher das bestimmte Integral und seine Berechnung mit Hilfe des unbestimmten zu behandeln. Es gibt Mathematiker, die noch weiter gehen und den Unterricht in der Infinitesimalrechnung überhaupt mit dem bestimmten Integral beginnen. Sie haben sogar diese Ansicht historisch zu begründen versucht durch die Behauptung, daß das bestimmte Integral dem Differential vorangegangen sei. Meiner Meinung nach machen bereits die infinitesimalen Methoden der Alten versteckt vom Differential Gebrauch, und die Differentialrechnung hat auch heute noch neben der geometrischen und physikalischen eine rein arithmetische Bedeutung als Rechenoperation, deren Umkehrung die Integralrechnung ist. An die Schreibweise $y = \int f'(x)\,dx$ gewöhnen m. E. die Schüler sich schnell, wenn ihnen y als $\int dy$ erklärt wird. Die geometrischen Anwendungen, Finden der Kurve, wenn die Kurve der

Steigungen bekannt ist, d. h. Aneinanderlegen der $\frac{dy}{dx}$ in den einzelnen Kurvenpunkten, führen dann zur Berechnung der Fläche als $\int y\,dx$. Selbstverständlich kann man über die Frage verschiedener Meinung sein, und es empfiehlt sich, einmal einen Versuch mit den in der Praxis bereits bewährten, interessanten Vorschlägen des Verfassers zu machen.

P. Riebesell (Hamburg).

* * *

Lehmann, O., Die neue Welt der flüssigen Kristalle. 388 S, 246 Abb. im Text. Leipzig, Akad. Verlagsges. 1911.

Seit mehreren Jahrzehnten hat der Verfasser in sehr zahlreichen Veröffentlichungen seine Entdeckung behandelt, daß Kristalle nicht nur, wie man gemeinhin annimmt, von festen Körpern gebildet werden können, sondern daß auch gewisse tropfbare Flüssigkeiten charakteristische Eigenschaften von Kristallen zeigen. Die Konsequenzen der Annahme gerichteter Kräfte nach der Art, wie wir sie in festen Kristallen ansetzen müssen, auch in tropfbaren Flüssigkeiten sind außerordentlich weitreichend und mit den gewöhnlich herrschenden Anschauungen über den molekularen Zustand des tropfbar flüssigen Mediums schwer verträglich. Ist man doch von der Verallgemeinerung der Zustandsgleichung her gewöhnt, sich die Moleküle einer Flüssigkeit in völliger, stets wechselnder Regellosigkeit zu denken, eine Vorstellung, die die Zulassung irgendwelcher gerichteter Eigenschaften des Zustandes über größere Gebiete von selbst ausschließt. Das ist auch der Grund, weswegen die wissenschaftliche Welt, insbesondere die physikalische Chemie, den Lehmannschen Entdeckungen bisher zögernd und kritisch gegenübergestanden hat. Sie hoffte immer noch, die beobachtete Anisotropie der mit dem Kristallisationsmikroskop untersuchten Flüssigkeitströpfchen, sowie die bemerkbaren Gestaltungskräfte, die bei manchen Flüssigkeiten die kugeligen Tröpfchen zu wirklichen kleinen Kristallen umzuformen streben, auf andere Weise als durch die Annahme flüssiger Kristalle erklären zu können. In neuester Zeit erst hat Lehmann von mehreren Seiten, besonders von französischen Forschern, Unterstützung erfahren, die seine Entdeckungen im allgemeinen bestätigt und damit ein erneutes Interesse dafür geweckt haben. Das Buch kommt diesem Interesse entgegen. In sehr ausführlicher Art und Weise beschreibt es die einschlägigen Beobachtungen. Dabei werden die zur Erörterung notwendigen kristallographischen Begriffe und Tatsachen erst von neuem dargestellt, so daß auch der kristallographisch Nichtgebildete das Buch mit Verständnis verfolgen kann. So kommt es aber auch, daß man sich erst durch fast die Hälfte des Buches hindurchlesen muß, bis man mit den zuerst entdeckten der in Frage stehenden polyedrischen doppelbrechenden zusammenfließenden Kristalle, nämlich solchen ölsaurer Verbindungen bekannt wird. Zu diesen Substanzen hat sich in neuerer Zeit noch besonders der Paraazoxyzimtsäureäthylester hinzugesellt. Mit Leichtigkeit kann man gerade an diesem Körper auch merkwürdige Wachstums- und Bewegungserscheinungen während des Wachstums der Kristalle beobachten, die mit vielen Analogieen an Vorgänge organischer Zellen erinnern. Das letzte Drittel des Buches ist diesen Erscheinungen gewidmet. Dabei werden schließlich Probleme behandelt, die dem Titel des Buches recht fern zu liegen scheinen. Wer würde z. B. ein Kapitel: „Latentes Leben und Seele“, oder „Atomseelen“, „Muskelkraft“ vermuten? Dem Referenten will scheinen, als ob dem Werte des Buches im Interesse der noch umstrittenen wichtigen Frage über die flüssigen Kristalle durch das sichtliche Streben dieser Kapitel, dem Lebensproblem durch eben diese Kristalle näherzukommen, nicht gedient ist. Auch in ihren einfachsten Formen sind die Lebensvorgänge zweifellos unübersehbar, viel zu verwickelt, als daß wir sie mit unseren heutigen chemischen und physikalischen Kenntnissen aufzulösen vermöchten. Einzelne Analogieen der flüssigen Kristalle ändern daran nicht viel. Eine zu große Betonung dieser Analogieen wirkt einerseits leicht verwirrend, schadet andererseits vielleicht mehr den flüssigen Kristallen, als daß sie der Aufklärung des Lebensproblemes nützt. Ueberhaupt hätte nach seiner Meinung das Buch durch eine geringere Weitschweifigkeit und straffere Gedankenführung nur an Ueberzeugungskraft gewinnen können. Bemerkt sei noch, daß durch äußerst zahlreiche Literaturhinweise es dem Interessenten leicht gemacht ist, sich eingehender mit der Sache zu beschäftigen.

Dr. W. Hillers (Hamburg).

* * *

Noodt, G., Leitfaden der Naturlehre für Lyzeen. Band II. 248 Seiten mit 228 Figuren im Text und 6 Tafeln. Leipzig 1911, B. G. Teubner. 3,80 M.

Das für höhere Lehrerinnenseminare geschriebene Buch von Noodt, das unter Mitwirkung von vier Pädagogen entstanden ist, wird seiner Bestimmung im allgemeinen gerecht. „Die Erscheinungen des täglichen Lebens und die grundlegenden einfacheren physikalischen und chemischen Gesetze und Apparate“, die als bekannt vorausgesetzt werden dürfen, werden nur wiederholend erwähnt. Das gänzliche Fehlen mathematischer Anwendungen physikalischer Gesetze, die nach Ansicht des Verfassers in den mathematischen Unterricht gehören, scheint mir ein Nachteil, dagegen ist in geschickter Weise auf die neuesten Ergebnisse naturwissenschaftlicher Forschung sowie auf die physikalischen und chemischen Vorgänge, die sich im Leben der Organismen abspielen, hingewiesen. Mit besonderer Freude sind die reichlichen geschichtlichen Notizen zu begrüßen, auf die leider noch zu wenig Gewicht gelegt zu werden pflegt. Die guten, und besonders im physikalischen und astronomischen Teil zahlreichen Figuren tragen nicht unwesentlich zum Verständnis bei. — Im III. Teil des Buches wird die Astronomie und mathematische Geographie in ansprechender Form ziemlich eingehend behandelt. Ich möchte dahingestellt sein lassen, ob der Unterschied zwischen scheinbarem und wahrem Horizont und scheinbarer und wahrer Höhe nicht doch erwähnenswert gewesen wäre und ob nicht gleich zu Anfang von der scheinbaren Bewegung der Sonne um die Erde hätte geredet werden müssen. Ein Mangel scheint mir zu sein, daß von Meßinstrumenten nur der Theodolit genannt wird, während bei sehr vielen Beobachtungen (Nautik) fast nur der Sextant benutzt wird. Die guten Tafeln sind ein besonderer Schmuck des Buches.

Dr. Plümecke (Neukölln).

* * *

Haecker, Valentin, Allgemeine Vererbungslehre. 392 Seiten mit 135 Figuren und 4 Tafeln. Braunschweig, Vieweg & Sohn.

Auf drei Wegen sucht die neuere Biologie dem Problem der Vererbung beizukommen: durch die

Keimzellforschung, das entwicklungsgeschichtliche Experiment und durch historisch-statistische Feststellungen.

Das Haeckersche Buch will den Biologen, Medizinern und Züchtern einen Ueberblick über die Errungenschaften auf allen drei Forschungsgebieten geben, eine schwierige Aufgabe, erstens wegen der verwirrenden Fülle von Erfahrungstatsachen aus allen Bereichen der Zoologie und Botanik, die es zu sichten und zu ordnen gilt; und zweitens, weil gerade auf diesem Felde die Hypothesen und Theorieen so üppig ins Kraut geschossen sind.

Der Verfasser folgt in der Anordnung des Stoffes im allgemeinen der historischen Entwicklung, berichtet im ersten Teile kurz über die Ergebnisse der statistischen Methode und gibt im zweiten Teile eine eingehende Darstellung der Beobachtungstatsachen der Keimzellenforschung, besonders der Chromosomenbildung, der Reifungsvorgänge und der Befruchtung.

Der dritte Teil bringt die Weismannsche Lehre von der Kontinuität des Keimplasmas und eine sehr eingehende Erörterung der Frage nach der Vererbung erworbener Eigenschaften. Hier verteidigt er, soweit es sich um somatogene Eigenschaften handelt, die Anschauungen Weismanns gegen die Neu-Lamarckianer, während er in dem Streit zwischen Weismanns evolutionistischer Determinantenlehre und der epigenetischen Theorie der Biogenesis von O. Hertwig einen vermittelnden Standpunkt zu begründen versucht.

Charakteristisch für die Behandlung dieser und anderer allgemeiner Probleme ist bei Haecker die Art, wie er sie in Teilfragen zerlegt und diese einzeln zu beantworten versucht.

Im vierten Teile beschreibt und erörtert er die Bastardierungsversuche Mendels und seiner Nachfolger und ihre Ergänzung durch die Faktorenhypothese und die Erbformeln von Correns, Bateson, Cuénot und Plate. Dann beleuchtet er die Beziehungen der Mendelschen Lehre von den selbständig erblichen und spaltbaren Erbeinheiten zu der Mutationstheorie von de Vries, der Biotypenlehre Johannsens, der Determinantenlehre Weismanns und der Selektionstheorie Darwins. Im Anschluß daran weist er die praktische Anwendbarkeit der drei Mendelschen Regeln für die Tierzucht nach.

Im fünften und letzten Teile kommen die neueren morphobiologischen Vererbungshypothesen zu Worte, die in erster Linie die Bedeutung der Chromosomen und des Kernplasmas für die Vererbung und die Geschlechtsbestimmung zum Gegenstande haben.

Die Gründlichkeit und Klarheit, mit der der Verfasser sowohl bei der Darstellung der Erfahrungstatsachen wie bei der kritischen Erörterung der allgemeinen Probleme und Theorieen zu Werke geht, wird seinem Buche voraussichtlich viele Freunde gewinnen.

W. Schwarze (Hamburg).

* * *

Abel, O., Prof. d. Paläontologie an der Wiener Universität, Allgemeine Geologie für die 7. Klasse der (österreichischen) Realschulen. 191 S. mit 198 Textfig. u. 6 Farbentafeln und Karten. Wien und Leipzig 1910, G. Freytag. M 4.20.

Im Gegensatz zu manchen neueren Büchern, die sich von der systematischen Stoffanordnung der größeren geologischen Werke unabhängig gemacht und den Lehrstoff für die Zwecke der Schule methodisch angeordnet haben, zeigt das vorliegende den gewohnten systematischen Aufbau: I. Die Erde als Weltkörper, ihre feste Rinde, die Wasserbedeckung, die Lufthülle. II. Die vulkanischen Erscheinungen, die Abtragung der Erdoberfläche durch Wasser, Eis und Wind; Gesteinslehre; Tektonik und Erdbeben. III. Die Geschichte der Erde mit besonderer Betonung der Paläontologie. Dieser Abschnitt umfaßt 78 Seiten, nahezu ebensoviel wie I und II zusammen. Ein Anhang von 18 Seiten behandelt den vielgestaltigen geologischen Aufbau Oesterreich-Ungarns. Als Vorzüge des Buches müssen hervorgehoben werden: die klare und knappe Darstellung, die wissenschaftliche Gründlichkeit und die übersichtliche Anordnung des sehr reichen Tatsachenmaterials. Auf die geologische Entwicklung eines Zustandes der Erdrinde wird besonders Wert gelegt; die allgemeinen Erscheinungen werden stets zu bestimmten Beispielen aus der topographischen Geologie, natürlich besonders der Oesterreich-Ungarns, in Beziehung gesetzt. Vor allem sind zu rühmen die vielen vorzüglichen und zum großen Teil originellen Abbildungen, darunter Rekonstruktionen ausgestorbener Tiere, von denen in ähnlichen Büchern meist nur die Skeletteile wiedergegeben werden, obwohl ein Schüler damit sicherlich nicht viel anzufangen weiß.

Dr. Heineck (Wiesbaden).

* * *

Abel, O., und Himmelbauer, A., Mineralogie und Geologie für die 5. Klasse der (österreichischen) Gymnasien. 180 Seiten mit 281 Abbildungen und 3 Tafeln. Leipzig und Wien 1911, G. Freytag. M 3.—.

Die elementare Mineralogie von Himmelbauer nimmt den kleineren Teil des Buches (78 S.) ein. Die Kristallographie ist für Schulverhältnisse eingehend behandelt. Die Mineralien sind systematisch geordnet. Ihre Entstehung, das Vorkommen und die Verwertung werden besonders berücksichtigt. Die Abbildungen sind auch in diesem Teile vorzüglich; wenn sie trotzdem manchmal nur undeutlich das erkennen lassen, was sie zeigen sollen, so liegt das an den Mängeln, die jeder bildlichen Wiedergabe von Mineralien anhaften.

Die Grundzüge der Geologie von Abel sind eine Kürzung der oben besprochenen allgemeinen Geologie für Realschulen. Es fehlt hier nur die kurze Geologie Oesterreich-Ungarns; die übrigen Streichungen erstrecken sich hauptsächlich auf den Text der historischen Geologie; die größte Zahl der Abbildungen dieses Abschnittes ist aber beibehalten worden.

Dr. Heineck (Wiesbaden).

* * *

Schülke, Aufgabensammlung aus der reinen und angewandten Mathematik. 1. Teil: für die mittleren Klassen höherer Lehranstalten. 2. Aufl. 193 S. Leipzig und Berlin 1912, B. G. Teubner. geb. M 2,20.

Vielleicht noch mehr als die 1910 in 2. Auflage erschienene Oberstufe ist die vorliegende Mittelstufe der Schülkeschen Aufgabensammlung gekennzeichnet durch die ungewöhnlich starke Betonung der Anwendungen. Alle möglichen Gebiete sind dabei berücksichtigt: nicht nur die Verhältnisse des alltäglichen Lebens, sondern auch Physik, Chemie, Astronomie, Geographie, Statistik, Volkswirtschaft und Staatshaushalt. Aufgaben aus den drei letztgenannten Gebieten werden zur Einübung des abgekürzten Rechnens benutzt. Durch Heranziehen dieser Gebiete will Schülke außerdem die Mathematik an der heutzutage so oft und eindringlich geforderten staatsbürgerlichen Erziehung und Belehrung mitwirken lassen. Einzuwenden wäre allerdings, daß an solchen Anstalten, wo neben dem Mathematikunterricht noch ein besonderer Rechenunterricht bis nach Obertertia oder Untersekunda hin herläuft, dieser schon die genannten Dinge zu behandeln pflegt. Ueberhaupt erfordert ja eine vielseitige Berücksichtigung der Anwendungen schon dadurch viel Zeit, daß der mathematischen Behandlung der Aufgabe meist sachliche Erläuterungen vorangehen müssen, wenn nicht gerade die betreffenden Dinge aus anderen Unterrichtsgebieten bekannt sind. Insofern bedeutet also das Heranziehen der Anwendungen durchaus kein Ueberwiegen des Extensiven über das Intensive. Auch die große Reichhaltigkeit der Sammlung braucht dazu nicht zu verführen, wenn man nur eine — je nach der Schülergeneration zu treffende — Auswahl behandelt.

Das Buch will durch kurze Erläuterungen und Beweise, die den Aufgaben vorangestellt sind, ein besonderes Lehrbuch entbehrlich machen. Ob dies in allen Teilgebieten der Mathematik möglich ist, mag dahingestellt bleiben. Besonders angenehm aufgefallen ist mir die Art, wie die relativen Zahlen und das Rechnen mit ihnen eingeführt werden. Wenn man dem früher im Mathematikunterricht üblichen Vorgehen mit Recht vorwerfen konnte, daß es dem Schüler Begriffe und Methoden „einimpfe", ehe man ihn das Bedürfnis danach mit genügender Intensität habe erleben lassen, so gilt das ganz besonders von der Einführung der relativen Zahlen. Sie erfolgt meiner Ansicht nach fast immer viel zu früh. Schon seit Jahren pflege ich in meinem Unterricht das folgende, im großen ganzen der geschichtlichen Entwickelung folgende Verfahren anzuwenden, das ich jetzt zum ersten Male in einem Buche, der vorliegenden Aufgabensammlung, wiederfinde: Zunächst werden alle wesentlichen Rechnungsregeln, wie z. B. die über Auflösen und Ausmultiplizieren von Klammern, Faktorenzerlegen usw. ohne relative Zahlen hergeleitet und eingeübt. Läßt man nun bei Gleichungen immer die Probe machen, so treten dabei Ausdrücke auf wie z. B. $8 - (-5) \cdot (-3)$, d. h. an dieser Stelle macht sich unmittelbar das Bedürfnis geltend, mit „relativen" Zahlen zu rechnen. Das Mißtrauen, das viele Schüler — und nicht die schlechtesten — dem neuen Werkzeug noch immer entgegenbringen, kann, ganz wie in der geschichtlichen Entwicklung, nur allmählich und zwar dadurch überwunden werden, daß sich die Schüler bei den Anwendungen überzeugen, ein wie nützliches, ja für den Fortschritt unentbehrliches Werkzeug sie an den relativen Zahlen haben. Anlaß zu dieser „Versöhnung" bieten die bildliche Darstellung von Funktionen, die Goniometrie, vor allem (wieder ganz wie bei der geschichtlichen Entwicklung) die analytische Geometrie.

Das Schülkesche Buch ist eines der ersten gewesen, das die heute vielfach schon im Fluß befindliche Reform der mathematischen Unterrichtsmethoden durch die Tat hat anbahnen helfen. Trotzdem (oder vielleicht deswegen?) hat es jahrelang wie Klopstock im Lessingschen Epigramm klagen müssen: „Wir wollen weniger erhoben und fleißiger gelesen sein". Möge der darin ausgesprochene Wunsch in Erfüllung gehen!

Lony (Hamburg).

* * *

Schulz, Anleitung zu photographischen Naturaufnahmen. Verlag Teubner.

Der Verfasser hat sich schon dadurch ein großes Verdienst erworben, daß er es unternommen hat, die Lichtbildkunst herauszuführen aus den längst ausgetretenen Pfaden der Allerweltslandschaftsphotographie, um sie in neuen Bahnen zu hohen Zielen planmäßig zu lenken. Er stellt die Photographie in den Dienst der Naturkunde, und wer mit ihm die gleichen Wege geht, für den wird die Photographie eine reiche Quelle naturkundlicher Belehrung und zugleich edlen Naturgenusses werden. Der Verfasser bekundet auf seinem speziellen Gebiete ein ungewöhnliches Maß von Sachkenntnis, und er gibt in seinem Buche mehr als er verspricht. Für mittlere und reife Schüler ist es geschrieben. Aber nicht nur diese werden aus dem Inhalt desselben großen Gewinn ziehen, sondern auch der erfahrene Amateur, sofern ihm die Photographie mehr als ein amüsanter Zeitvertreib ist, wird das Buch, dessen Sprache frei ist von ermüdendem, lehrhaften Ausdruck, mit großem Nutzen lesen und dem Verfasser danken für seine „Anleitung zu photographischen Naturaufnahmen".

J. Dorn (Hamburg).

* * *

Windmüller, K., Ingenieur, Meßmethoden zur Bestimmung von Stromstärken, Spannung und Widerstand bei Gleichströmen. Wittenberg 1912, R. Herrosé. 44 S. broch. 1,20 M.

Das für die Zwecke des Praktikers berechnete und deswegen in rein dogmatischer Darstellung gehaltene Heftchen gibt in einem ersten Teil eine Uebersicht über die Gesetze des Gleichstroms, in einem zweiten beschreibt es die wichtigsten Typen der in Betracht kommenden Meßinstrumente. Der dritte Teil stellt die Methoden zur Strom-, Spannungs- und Widerstandsmessung dar, ferner das Arbeiten mit dem Kompensationsapparat, die Eichung von Meßinstrumenten und Isolationsmessungen. Auf die Bereiche, innerhalb deren die angegebenen Methoden eine hinreichende Genauigkeit gewähren, wird dabei überall hingewiesen.

Das Büchlein ist im allgemeinen klar und übersichtlich geschrieben. Doch dürfte z. B. eine Erklärung wie: „Unter Spannung versteht man einen elektrischen Erregungszustand", da sie durchaus unbestimmt ist, entweder ganz fortfallen oder durch eine bestimmtere ersetzt werden (etwa Vergleich mit Temperatur oder Wasserdruck oder Definition als elektroskopischer Zustand). Der Preis von 1,20 M für das Heft scheint mir trotz der zahlreichen Skizzen und Abbildungen etwas hoch.

Lony (Hamburg).

* * *

Sommerfeld, Dr. Paul, Milch und Molkereiprodukte, ihre Eigenschaften, Zusammensetzung und Gewinnung. Aus der Sammlung von Dr. Paul Herre: Wissenschaft und Bildung. 8°. 140 S. Leipzig, Quelle & Meyer. Preis geh. M 1,—, geb. M 1,25.

Die Stellung des Herrn Verfassers (Vorsteher des Laboratoriums am städtischen Kaiser- und Kaiserin-Friedrich-Kinderkrankenhaus zu Berlin) weist schon auf den Gesichtspunkt hin, unter welchem die Milch und ihre Produkte besprochen werden. Ein Milchhygieniker kommt hier zu Wort und in gemeinverständlicher Art sucht er seine Wissenschaft dem Laien näher zu bringen. Namentlich weist er auf die Anforderungen hin, die an eine Kindermilch unbedingt gestellt werden müssen, und gibt überall die Mittel und Wege an, wie der Landwirt und der Milchhändler ein einwandfreies Produkt erzielen kann. Auf die gesetzlichen Bestimmungen wird hingewiesen, denn diese charakterisieren den Standpunkt, den die Regierung, als Vertreterin der gemeinsamen Interessen, bisher einnimmt. Dr. W. Thaer (Hann.-Münden).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Gscheidlen, Em., An der Werkbank. Anleitung zur Handfertigkeit mit besonderer Berücksichtigung physikalischer Apparate. Dr. Bastian Schmids naturwissensch. Schülerbibliothek. Leipzig, Teubner. M 4.—.

Günther, H., und Stehli, G., Wörterbuch zur Mikroskopie. Stuttgart, Franckhsche Verlagshdlg. M 2.80.

Günther, S., Vergleichende Mond- und Erdkunde. Braunschweig, 1912, Friedr. Vieweg & Sohn. geb. M 5.80.

Häberle, D., Das Felsenland des Pfälzerwaldes. Kaiserslautern. H. Kayser. M 1.—.

Haecker, V., Allgemeine Vererbungslehre. Braunschweig 1911, Friedr. Vieweg & Sohn. geb. M 15.—.

Haeußler, J. W., Beweis des Fermatschen Satzes. Berlin 1912, M. Krayn. M 1.50.

Hahn H., Physikalische Freihandversuche. Teil III: Licht. Berlin 1912, Otto Salle.

Hahn, O., Chemisches Experimentierbuch. Leipzig, Quelle & Meyer. geb. M 1.80.

Hansen, A., Pflanzenphysiologie. Sammlung Göschen. Leipzig 1912. M 0.80.

Harms—Sievert, Erdkundliches Lernbuch. 3. Teil: Deutschland. Leipzig 1911, List & v. Bressendorf. M 1.40.

Heiberg, J., Naturwissenschaften u. Mathematik im klassischen Altertum. Aus Natur u. Geisteswelt. Leipzig 1912, Teubner. M 1.25.

Heinrich, M., Vereinfachter Gang des Anfangsunterrichts in der Planimetrie, analytischen Geometrie und Trigonometrie. Leipzig 1911, Quelle & Meyer. M 0.80.

Hellermann, Landgrebe und Weider, Aufgaben für das Rechnen in deutschen S hulen. Ausgabe für Mittelschulen in 9 Heften. Pr. M 0.45, 0.50, 0.50, 0.65, 0.65, 0.60, 0.60, 0.75, 1.—. Ausgabe für Mädchenmittelschulen, VIIa: M 0.80; VIIIa: M 1.10; IXa: M 1.30. Berlin, L. Oehmigke.

Hemmelmayer, F. v., Lehrbuch der anorganischen Chemie für die 5. Klasse der RS. Wien 1911, F. Tempsky. geb. M 2.30.

—„— Lehrbuch der organischen Chemie f. die 6. und 7. Kl. der RS. Ebenda. geb. M 2.30.

—„— Chemie und Mineralogie f. d. 4. Kl. der Mädchenlyzeen. Ebenda. geb. M 2.50.

Henniger, K. A., Chemie und Mineralogie. 5. Aufl. Stuttgart 1911, Fr. Grub. geb. M 4.20.

—„— Chemie u. Mineralogie. Ausg. B (gekürzt). Ebenda. geb. M 3.—.

—„— Vorbereitender Lehrgang der Chemie und Mineralogie. 3. Aufl. Ausg. A: geb. M 1.50. Ausg. B: geb. M 1.—. Ebenda.

Herding, J. F., Naturlehre f. d. Schule in Versuchen und Ergebnissen. Stuttgart 1912, Franckh.

Hermes, O., Die Elemente der Astronomie und math. Geographie. Herausg. von P. Spies und K. Graff. Berlin 1911, Winckelmann & Söhne. geb. M 1.60.

Herrmann und Stridde, Pflanzenkunde für Mittelschulen. Frankfurt a. M. 1912, M. Diesterweg. geb. M 2.60.

Hertwig, R., Lehrbuch der Zoologie. 10. Aufl. Jena 1912, Gustav Fischer. M 15.—.

Herz, R., Chemisches Praktikum f. d. Oberklassen. Leipzig 1912, G. Freytag. M 1.50.

Hesse, R., Abstammungslehre und Darwinismus. 4. Aufl. Leipzig 1912, Teubner. M 1.25.

Hessenberg, G., Transzendenz von e und π. Ebenda. M 3—.

Heyden, C., Der Komet im Experiment. Düsseldorf, Deiter.

Himmelbauer, A., Chemie und Mineralogie f. die 4. Klasse der Gymnasien. Wien 1911, F. Tempsky. geb. M 1.80.

Hinrichs, W., Einführung in die geometrische Optik. Sammlung Göschen. 1911. geb. M 0.80.

Hočevar, Lehr- und Uebungsbuch der Geometrie für Realschulen. Mittelstufe: M 2.60. Oberstufe: M 2.80. Wien 1912, F. Tempsky.

Hoffmann, B., Mathematische Himmelskunde. Imuk III, 4. Leipzig, Teubner. M 1.60.

Hoffmann, H., Anschauen und Darstellen. Gießen, E. Roth.

Höck, F., Unsere Frühlingspflanzen. Leipzig 1912, Teubner. geb. M 3.—.

Hoppe, W., Einfache chemische Uebungen. Leipzig 1912, Ferdinand Hirt & Sohn. M 10.—.

Hoßfeld, C., Der mathem. Unterricht in den Thüringischen Staaten. Leipzig 1912, Teubner. M 0.80.

Hücke, K., Geologische Ausflüge in der Mark Brandenburg. Leipzig 1911, Quelle & Meyer. geb. M 3.20.

Hupfeld, H., Prakt. Physik. Frankfurt a. M. 1911, M. Diesterweg.

—„— Praktische Physik und Chemie für höh. Mädchenschulen. Ebenda. geb. M 2.60.

Ibrügger, C., Ueber die Grundlagen der Geometrie. Pg. Gymn. Stargard i. P. 1912.

Jellinek, F. und B., Allgemeine Elektrotechnik. Wien 1911, M. Stern. M 5.—.

Ihering, A. v., Die Mechanik der flüssigen Körper. Leipzig 1912, Teubner. M 1.25.

Junker, Fr., Repetitorium u. Aufgabensammlung zur Integralrechnung. 3. Aufl. Sammlung Göschen. Leipzig 1912. M 0.80.

Kerschensteiner, Gg., Grundfragen der Schulorganisation. 3. Aufl. Leipzig 1912, Teubner. geb. M 4.80.

Kirchner, O., Blumen und Insekten. Ebenda. geb. M 7.50.

Kitt, M., Lehrbuch der Chemie für Handelsakademien. Wien 1911, A. Pichlers Wwe. & Sohn. M 2.—.

Kleiber-Schinnerl, Physik und Chemie für höh. Mädchenschulen. Ausg. A: f. d. allg. Abteilung M 2.60. Ausg. B: für RS, G und RG M 3.—. Ergänzungsband M 1.20.

Klein, H. J., Mathematische Geographie. 3. Aufl. Leipzig 1911, J. J. Weber. M 2.50.

—„— Astronomie. 10. Aufl. Ebenda. M 3.50.

Klein, Jos., Chemie. Anorganischer Teil. Samml. Göschen. Leipzig 1911. M 0.80.

Knauer, F., Der Niedergang unserer Tier- und Pflanzenwelt. Leipzig, Th. Thomas. geb. M 1.60.

König, B., und Matuschek, J., Organische Chemie für die Oberstufe d. RS. Wien 1910, A. Pichlers Wwe. & Sohn. geb. K 2.—.

Koenigsberger, L., Hermann v. Helmholtz. Braunschweig 1911, Friedr. Vieweg & Sohn. M 4.50.

Kollbach, K., Naturwissenschaft und Schule. 3. Aufl. Frankfurt a. M. 1911, M. Diesterweg. geb. M 5.80.

Kottmeier, H., und Uhlmann, F., Das Holz. Leipzig 1910, Quelle & Meyer. M 1.25.

Kraepelin, K., Einführung in die Biologie. 3. Aufl. Leipzig 1912, Teubner. geb. M 4.80.

Kraß, M., und Landois, H., Lehrbuch der Zoologie. 8. Aufl. Freiburg 1912, Herder. geb. M 4.60.

—„— Das Mineralreich. Ebenda. geb. M 2.50.

Krist-Bruno, Naturlehre für Gymnasien. 21. Aufl. Wien 1911, W. Braumüller. K 3.—.

—„— Naturlehre f. Realschulen. 10. Aufl. Ebenda. K 3.—.

Kühner, A., Schreibkrampf. 2. Aufl. Leipzig, E. Demme. M 0.30.

Kuhnt, P., Der Käfersammler. Leipzig, Th. Thomas.

Kurzas, K., Repetitorium des Rechenstoffes der Arithmetik und Algebra. Berlin 1911, C. Ulrich & Co.

Lamprecht, R., Zur Behandlung der Kreisbewegung im Unterricht. Zittau i. S., R. Mensch.

La Rosa, Der Aether. Leipzig 1912, Joh. A. Barth. M 2.50.

Lehmann, A., Unsere verbreitetsten Zimmerpflanzen. Leipzig 1912, Teubner. M 1.50.

Lehmann, M., Die Spinnerei. Ebenda. M 1.25.

Lehmann, O., Die neue Welt der flüssigen Kristalle. Leipzig, Akadem. Verlagsgesellschaft.

Lengerken, F. G. A. v., Lehrbuch der Chemie für höhere Lehrerinnenseminare. 1. T.: Anorganische Chemie. 2. T.: Organische Chemie. Bielefeld 1912, Velhagen & Klasing.

Leubuscher, G., Ueber Notwendigkeit der Ausbildung der Lehrer in der Gesundheitspflege. Damnu 7. Leipzig 1911, Teubner.

Liebmann, H., Nichteuklidische Geometrie. 2. Aufl. Sammlung Schubert. Leipzig 1912, G. J. Göschen. M 6.50

Lietzmann, W., Stoff und Methode im mathem. Unterricht der norddeutschen höheren Schulen. Imuk 1, 2. Leipzig 1909, Teubner. M 2.—.

—„— Die Organisation des mathem. Unterrichts an den höheren Knabenschulen in Preußen. Imuk I, 2. Ebenda. M 5.—.

—„— Stoff und Methode des Raumlehreunterrichts in Deutschland. Imuk V, 2. Ebenda. M 2.80.

—„— Bericht über die Tätigkeit des Deutschen Ausschusses für den mathem. u. naturwissenschaftl. Unterricht (Damnu) im Jahre 1911. Ebenda. M 1.20.

—„— Der Kongreß in Mailand, und Schimmack, R., Ueber Verschmelzung verschiedener Zweige des mathem. Unterrichts. Imuk VII. Ebenda. M 1.60.

—„— Der Pythagoreische Lehrsatz. Mathem. Bibl., herausg. von W. Lietzmann und A. Witting. Ebenda. M 0.80.

Lindau, G., Die Pilze. Sammlung Göschen. Leipzig 1912. M 0.80.

Link, Th., Das deutsche Museum im Dienste des physikal. Unterrichts. München, M. Kellerer. M 0.80.

Linke-Clößner, Der wetterkundliche Unterricht. Frankfurt a. M., F. B. Auffarth. geb. M 3.50.

Linnich, M., Geometrie, Trigonometrie u. Stereometrie f. höh. Lehrerinnenseminare. Leipzig 1912, G. Freytag. geb. M 3.—.

—„— Geometrie f. d. OIt und RG. Kurse der Studienanstalten. 2. T.: Lehrstoff der Klasse 3. Ebenda. M 2.50.

Linsbauer, L. und K., Vorschule der Pflanzenphysiologie. 2. Aufl. Wien 1911, C. Konegen.

Lipp, A., Lehrbuch der Chemie und Mineralogie. 5. Aufl. Stuttgart 1911, Fr. Grub. geb. M 4.—.

Löffler, E., Ziffern und Ziffernsysteme der Kulturvölker in alter und neuer Zeit. Mathem. Bibl. von W. Lietzmann u. A. Witting. Leipzig 1912, Teubner.

Lörcher, O., Methodisches Lehr- u. Uebungsbuch der Algebra. Stuttgart 1912, Fr. Grub. geb. M 2.—.

—„— Methodischer Lehrgang der ebenen Geometrie. Ebenda. geb. M 1.30.

Lohmann, H., Die technischen Hilfsmittel f. den phys. und mathem. Unterricht am König-Georg-Gymn. zu Dresden. Pg.-Abh. 1912.

Lony, G., Einführung in die Integralrechnung im Schulunterricht. Pg. d. OR v. d. Holstentore in Hamburg. 1912.

Infolge Erkrankung des Herausgebers erscheint das Inhaltsverzeichnis zu Band 16 bis 18 erst mit Heft 2.

Abschluß dieser Nummer am 18. Februar 1913.