Jahrgang XIX. 1913. No. 3.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Prof. Dr. **A. Thaer**,
Direktor der Oberrealschule vor dem Holstentore in Hamburg.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Dir. Thaer, Hamburg 36, erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Vereins-Angelegenheiten.

XXII. Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftl. Unterrichts

in **München** vom **12. bis 15. Mai**

unter gleichzeitiger Tagung des **Bayerischen Mathematikervereins** und des **Bayerischen Fachvereins der Lehrer für Naturwissenschaften.**

Ehrenausschuß.

Seine Exzellenz Kultusminister Dr. von Knilling; Exzellenz Staatsrat von Steiner; Regierungspräsident Exzellenz von Halder; Ministerialrat Dr. von Preger; Oberbürgermeister Geheimrat Dr. von Borscht; Oberstudienrat Schulrat Dr. G. Kerschensteiner; Magnifizenz Geh. Justizrat Prof. Dr. Gareis, z. Z. Rektor der Universität München; Magnifizenz Geh. Hofrat Prof. Dr. Günther, z. Z. Rektor der Technischen Hochschule München; Exzellenz Geheimrat Prof. Dr. von Baeyer; Geheimrat Prof. Dr. von Dyck; Reichsrat Dr. O. von Miller.

Ortsausschuß.

Ehrenvorsitzender: Geheimrat Prof. Dr. von Dyck.

Dr. H. Alt, Hauptlehrer an der städtischen Fortbildungsschule an der Pranckhstraße; Studienrat Bauer, Rektor der Maria-Theresia-Schule; Oberstudienrat Dietsch, Rektor des Realgymnasiums; Oberregierungsrat Dasio, Fachreferent im Kultusministerium; Oberstudienrat und Mitglied des Obersten Schulrats Ducrue, Konrektor des Theresien-Gymnasiums; Oberregierungsrat Dr. End, Fachreferent im Kultusministerium; Dr. Förderreuther, Rektor der Rupprechts-Realschule; Geh. Hofrat Dr. von Göbel, Professor der Universität; Geh. Hofrat Dr. von Hertwig, Professor der Universität; Oberstudienrat Kralliuger, Rektor der Oberrealschule; Studienrat Kuen, Professor der Oberrealschule; Dr. Rothpletz, Professor der Universität; Dr. K. T. Fischer, a. o. Professor der Technischen Hochschule als Vertreter des Bayerischen Mathematikervereins im Hauptverein; Prof. Dr. Wührer der Oberrealschule, Vorstand des Bayerischen Realschulmännervereins; Prof. Dr. Weißenberger des Luitpold-Gymnasiums, Vorstand des Bayerischen Gymnasiallehrervereins; die Vorstandschaft des Bayerischen Mathematikervereins:

Professor der Technischen Hochschule Dr. K. Döhlemann, 1. Vorsitzender;
Professor des Luitpold-Gymnasiums J. Zametzer, 2. Vorsitzender;
Reallehrer der Gisela-Realschule Dr. Speyerer, Schriftführer;

Gymnasiallehrer des Wittelsbacher-Gymn. Rauschmayer, Schatzmeister;
Rektor der städtischen Handelsschule Frühwald, Beisitzer;
Oberstudienrat Dr. Schumann, Rektor der Oberrealschule Würzburg, Vorsitzender der Ortsgruppe Würzburg; Prof. Dr. Hans Heß des Realgymnasiums Nürnberg, Vorsitzender der Ortsgruppe Nürnberg; Dr. Zwanziger, Rektor der Realschule Fürth, Vorsitzender des Fachvereins bayerischer Lehrer der Naturwissenschaften.

Tagesordnung.

Montag, 12. Mai, abends 8 Uhr: Begrüßungsabend mit Damen im Festsaale des Kunstgewerbehauses (Promenadeplatz).

Dienstag, 13. Mai, $9^1/_2$ Uhr: **I. Allgemeine Sitzung.** — Eröffnung und Begrüßungen in der Aula der Technischen Hochschule (Eingang Arcisstraße, Mittelbau).

1. Prof. Dr. K. Doehlemann: Ueber den Bildungswert der reinen Mathematik.
2. Oberstudienrat Schulrat Dr. Kerschensteiner: Der Erziehungswert der Naturwissenschaften und ihre Stellung in der Schulorganisation.

Schluß gegen $12^1/_2$ Uhr. — Gelegenheit zum Mittagessen:

3 Uhr: **II. Allgemeine Sitzung** im großen Hörsaal an der Gabelsbergerstraße. Spezialreferate und Diskussion zu den Vorträgen vom Vormittag, Referenten für Botanik: Dr. W. Kupper, Custos am Botanischen Garten, für Chemie: Reallehrer Dr. Brunner-Ludwigshafen, für Geographie: Prof. Dr. Geistbeck-Kitzingen, für Geologie: Prof. Dr. Walther von der Universität Halle, für Physik: Prof. Dr. K. Fischer, für Zoologie: Dr. Bastian Schmid-Zwickau.

8 Uhr: Festessen im Regina-Palasthotel, Ecke Ottostraße und Maximilianplatz (trockenes Gedeck 4 M). (Reiseanzug zulässig.)

Die Sitzung des engeren Vorstandes findet Montag Nachmittag um $3^1/_2$ Uhr, die des durch die Ausschüsse erweiterten Vorstandes um 5 Uhr in der technischen Hochschule statt.

Mittwoch, 14. Mai, 8 bis 9 Uhr: **Geschäftssitzung** im Hörsaal 366 an der Gabelsbergerstraße.

1. Kassenbericht. 2. Wahl von drei Vorstandsmitgliedern an Stelle der Herren Heß, Poske, Bastian Schmid. 3. Bestimmung des Ortes der nächsten Hauptversammlung. Einladung ist ergangen von Braunschweig. 4. Stellungnahme zu Anträgen des Deutschen Ausschusses für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht und der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Aerzte. 5. Erledigung sonstiger geschäftlicher Anträge.

9 bis $12^1/_2$ Uhr: **III. Allgemeine Sitzung** im großen Hörsaal wie oben:

1. Magnifizenz Geheimrat Dr. S. Günther: Das geschichtliche Element im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.
2. Geheimrat Dr. W. v. Dyck: Unterrichtszwecke des Deutschen Museums.
3. Geheimrat Dr. v. Hertwig: Die kanarischen Inseln.
4. Prof. Dr. R. Goldschmidt: Aus der neueren Vererbungslehre.
5. Prof. Dr. H. Heß-Nürnberg: Ueber Fortbildungssemester der Lehrer an höheren Schulen.

$3^1/_2$ Uhr: **IV. Allgemeine Sitzung** im großen Hörsaal:

1. Oberregierungsrat Dr. End: Erfahrungen über den physikalischen und chemischen Unterricht an den bayerischen Real- und Oberrealschulen zur Einleitung einer Aussprache über die neueren Fragen der naturwissenschaftlichen Unterrichtsmethodik.
2. Prof. Dr. W. Brüsch-Lübeck: Die Frage der direkt in den Unterrichtsgang eingefügten chemischen und physikalischen Schülerübungen auf allen Klassenstufen des Realgymnasiums.
3. Prof. Dr. Beck-Leipzig: Ueber Art und Höhe der im physikalischen Unterricht zu stellenden Anforderungen.
4. Prof. Dr. E. Löffler-Schwäb. Hall: Die neuen Württembergischen Lehrpläne für die höheren Knabenschulen.

5 bis 6 Uhr: Abteilungssitzungen.

A) Mathematisch-physikalische Abteilung im Hörsaal 356: Dr. Lötzbeyer-Berlin: Die Berücksichtigung der politischen Arithmetik im mathematischen Unterricht und ihre Bedeutung für die staatsbürgerliche Bildung und Erziehung.

B) im physikalischen Hörsaal (Eingang von der Durchfahrt): Oberlehrer K. Schotte-Chemnitz: Wellenoptik im elementaren Unterricht mit Demonstration der neuesten Wasserwellenmaschine von Weinhold.

7 Uhr: Theatervorstellung.

Donnerstag, 15. Mai, 8 Uhr pünktlich: **V. Allgemeine Sitzung.**

Dr. K. Goes: Vorführung einer neuen Schulluftpumpe von Dr. Gaede, im alten chemischen Hörsaal Nr. 2 (Eingang von der Durchfahrt Erdgeschoß).

$8^3/_4$ Uhr: Prof. Dr. Fischer: Physikalische Unterrichtsmittel für Tieftemperaturen im physikalischen Hörsaal mit Demonstrationen.

$9\frac{1}{2}$ Uhr: Führung durch die neuen Maschinen-Laboratorien der Technischen Hochschule mit einer Einführung durch Geheimrat Prof. Dr. M. Schröter.

11 Uhr: Führung durch das technisch-physikalische Laboratorium mit Einführung durch Prof. Dr. O. Knoblauch.

3 Uhr: Ausflug nach Feldafing und Tutzing an den Starnberger See mit Damen.

Fortbildungskurse.

Freitag, 16. Mai, 8 bis 9 Uhr: Prof. Dr. A. Sommerfeld: Unsere gegenwärtige Anschauung über Röntgenstrahlung.

9 bis 10 Uhr: Privatdozent Dr. E. Dacqué: Ueber Paläogeographie.

Ab 10 Uhr: Besichtigung des Deutschen Museums mit Führung der Teilnehmer durch die Gruppeningenieure.

3 Uhr: Zweiter Vortrag (ev. im Anschluß an den Vormittagsvortrag) von Prof. Dr. Sommerfeld: Ueber Röntgenstrahlung mit Demonstrationen. Nach dem Vortrage: Führungen durch das Deutsche Museum und Besuch von Volks-, Fortbildungs- und höheren Schulen Münchens.

Samstag, 17. Mai, 8 bis $9\frac{1}{2}$ Uhr: Dr. A. Schmauß, Direktor der meteorologischen Zentralstation: Neuere Erkenntnisse der Meteorologie und ihre Verwertung. Führungen im Deutschen Museum. Besichtigung von staatlichen und städtischen Schulen.

Nachmittags: Führungen und Besichtigungen wie vormittags.

Exkursionen.

Um denjenigen Teilnehmern an der Versammlung, welche die Umgebung Münchens kennen lernen wollen, Anleitungen zu geben, wird der Bayerische Mathematikerverein einen kleinen Führer drucken lassen, in welchem geologisch und landschaftlich interessante Ausflüge für die Dauer von einem halben Tage bis zu zwei Tagen zusammengestellt sind. Die Touren führen in das glaziale, tertiäre und Kalkgebiet der Voralpen. Herr Prof. Bayberger ist bereit, eine Tour in das Mangfalltal (Glazialperiode) zu führen. Privatdozent Dr. E. Dacqué wird eine Führung in das Tegernsee-Schliersee-Gebiet übernehmen, um den Aufbau der oberbayerischen Kalkalpen zu demonstrieren. Der Führer wird Teilnehmern an der Versammlung auf Wunsch kostenfrei zugesandt. Nähere Auskunft erteilen sehr gern Herr Reallehrer K. Wendel von der Gisela-Kreisrealschule und Herr Privatdozent Dr. E. Dacqué, Geologische Staatssammlung, Alte Akademie, Neuhauserstraße.

Herr Dr. Dacqué ist sehr gern bereit, die Teilnehmer an der Exkursion am Freitag nachmittags — vor und nach Pfingsten — in der geologischen Staatssammlung in die nähere Kenntnis der alpinen Gesteine einzuführen. Vorausgesetzt wird dabei die allgemeine Kenntnis der geologischen Formationen.

Da die Exkursionen sowohl an den letzten Tagen vor Pfingsten, wie an den letzten Tagen in der Pfingstwoche veranstaltet werden können, wird gebeten, Anmeldungen zur Teilnahme an der Versammlung tunlichst **bis 7. Mai** an den Schriftführer des Ortsausschusses, Reallehrer Dr. K. Speyerer, Amalienstraße 74 (Telephon 3621), zu richten. Eine rechtzeitige Anmeldung ist auch zum Zwecke der Besorgung der Theaterkarten erwünscht. — Die Auskunftsstelle befindet sich von Montag nachmittag 4 Uhr an in der Technischen Hochschule, wo Listen zur Einzeichnung aufliegen, Fremdenführer und Abzeichen in Empfang genommen werden können.

Die Technische Hochschule ist vom Hauptbahnhof aus mit Ringlinie 2 (Haltestelle Arcis—Theresienstraße) zu erreichen.

Empfehlenswerte Hotels.

Namen und Lage	Telephon-Nummer	Zimmerpreise ohne Frühstück	Frühstück
Deutscher Hof; Karlstor	8881	2,50—3,00 M	ca. 1,00 M
Deutscher Kaiser; Arnulfstraße	7610	2,00; 2,50; 3,00; 3,50 M	„ 1,00 „
Drei Raben; Schillerstraße 6	6755	2,20; 2,80; 3,20 M	„ 0,80 „
Europäischer Hof; Bayerstraße 31	6793	2,50—4,00 M	„ 1,20 „
Gaßner; Bayerstraße 37	50 925	2,50—3,50 M	„ 1,00 „
Grünwald; Hirtenstraße 25	6470	2,50; 3,00; 3,50 M	„ 1,20 „
Herzog Heinrich; Landwehrstraße 9	8560	2,50—3,50 M	„ 1,00 „
National Simmen; Arnulfstraße 6	50 816	2,50—4,00 M	„ 1,20 „
Schottenhammel; Prielmayerstraße	6792	2,50; 3,00; 3,50 M	„ 1,00 „
Schwarzer Adler; Schillerstraße 32	50 739	1,50—2,50 M	„ 0,80 „
Union; Barerstraße 7	9300	2,50; 3,00; 4,00; 4,50 M	„ 1,20 „
Wolff; Arnulfstraße 4	6810	2,50—4,00 M	„ 1,20 „
Würzburger Hof; Goethestraße 8	9006	1,50—2,50 M	„ 0,50 „

Pensionen

Pension Bürger, Luisenstraße 50 (Telephon 12 919)	Zimmerpreis mit Frühstück 2,50—3,50 M
„ Meister, Herzog-Rudolfstraße 4 (Telephon 4799)	
„ de Niem-Cleßler, Türkenstraße 104 (Telephon 31 922)	
„ Nordland, Schellingstraße 3 (Telephon 3619)	
„ Ohr, Luisenstraße 54 (Telephon 12 673)	
„ Pfanner-Lodemann, Finkenstraße 2 (Telephon 2751)	
„ Valesca, Schönfeldstraße 26 (Telephon 4547)	

Bei dem regen Fremdenverkehr Münchens empfiehlt es sich, rechtzeitig für Unterkunft zu sorgen!

Gymnasiallehrer des Wittelsbacher-Gymn. Rauschmayer, Schatzmeister;
Rektor der städtischen Handelsschule Frühwald, Beisitzer;
Oberstudienrat Dr. Schumann, Rektor der Oberrealschule Würzburg, Vorsitzender der Ortsgruppe Würzburg; Prof. Dr. Hans Heß des Realgymnasiums Nürnberg, Vorsitzender der Ortsgruppe Nürnberg; Dr. Zwanziger, Rektor der Realschule Fürth, Vorsitzender des Fachvereins bayerischer Lehrer der Naturwissenschaften.

Tagesordnung.

Montag, 12. Mai, abends 8 Uhr: Begrüßungsabend mit Damen im Festsaale des Kunstgewerbehauses (Promenadeplatz).

Dienstag, 13. Mai, $9^1/_2$ Uhr: **I. Allgemeine Sitzung.** — Eröffnung und Begrüßungen in der Aula der Technischen Hochschule (Eingang Arcisstraße, Mittelbau).

1. Prof. Dr. K. Doehlemann: Ueber den Bildungswert der reinen Mathematik.
2. Oberstudienrat Schulrat Dr. Kerschensteiner: Der Erziehungswert der Naturwissenschaften und ihre Stellung in der Schulorganisation.

Schluß gegen $12^1/_2$ Uhr. — Gelegenheit zum Mittagessen:

3 Uhr: **II. Allgemeine Sitzung** im großen Hörsaal an der Gabelsbergerstraße. Spezialreferate und Diskussion zu den Vorträgen vom Vormittag, Referenten für Botanik: Dr. W. Kupper, Custos am Botanischen Garten, für Chemie: Reallehrer Dr. Brunner-Ludwigshafen, für Geographie: Prof. Dr. Geistbeck-Kitzingen, für Geologie: Prof. Dr. Walther von der Universität Halle, für Physik: Prof. Dr. K. Fischer, für Zoologie: Dr. Bastian Schmid-Zwickau.

8 Uhr: Festessen im Regina-Palasthotel, Ecke Ottostraße und Maximilianplatz (trockenes Gedeck 4 M). (Reiseanzug zulässig.)

Die Sitzung des engeren Vorstandes findet Montag Nachmittag um $3^1/_2$ Uhr, die des durch die Ausschüsse erweiterten Vorstandes um 5 Uhr in der technischen Hochschule statt.

Mittwoch, 14. Mai, 8 bis 9 Uhr: **Geschäftssitzung** im Hörsaal 366 an der Gabelsbergerstraße.

1. Kassenbericht. 2. Wahl von drei Vorstandsmitgliedern an Stelle der Herren Heß, Poske, Bastian Schmid. 3. Bestimmung des Ortes der nächsten Hauptversammlung. Einladung ist ergangen von Braunschweig. 4. Stellungnahme zu Anträgen des Deutschen Ausschusses für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht und der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Aerzte. 5. Erledigung sonstiger geschäftlicher Anträge.

9 bis $12^1/_2$ Uhr: **III. Allgemeine Sitzung** im großen Hörsaal wie oben:

1. Magnifizenz Geheimrat Dr. S. Günther: Das geschichtliche Element im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.
2. Geheimrat Dr. W. v. Dyck: Unterrichtszwecke des Deutschen Museums.
3. Geheimrat Dr. v. Hertwig: Die kanarischen Inseln.
4. Prof. Dr. R. Goldschmidt: Aus der neueren Vererbungslehre.
5. Prof. Dr. H. Heß-Nürnberg: Ueber Fortbildungssemester der Lehrer an höheren Schulen.

$3^1/_2$ Uhr: **IV. Allgemeine Sitzung** im großen Hörsaal:

1. Oberregierungsrat Dr. End: Erfahrungen über den physikalischen und chemischen Unterricht an den bayerischen Real- und Oberrealschulen zur Einleitung einer Aussprache über die neueren Fragen der naturwissenschaftlichen Unterrichtsmethodik.
2. Prof. Dr. W. Brüsch-Lübeck: Die Frage der direkt in den Unterrichtsgang eingefügten chemischen und physikalischen Schülerübungen auf allen Klassenstufen des Realgymnasiums.
3. Prof. Dr. Beck-Leipzig: Ueber Art und Höhe der im physikalischen Unterricht zu stellenden Anforderungen.
4. Prof. Dr. E. Löffler-Schwäb. Hall: Die neuen Württembergischen Lehrpläne für die höheren Knabenschulen.

5 bis 6 Uhr: Abteilungssitzungen.

A) Mathematisch-physikalische Abteilung im Hörsaal 356: Dr. Lötzbeyer-Berlin: Die Berücksichtigung der politischen Arithmetik im mathematischen Unterricht und ihre Bedeutung für die staatsbürgerliche Bildung und Erziehung.

B) im physikalischen Hörsaal (Eingang von der Durchfahrt): Oberlehrer K. Schotte-Chemnitz: Wellenoptik im elementaren Unterricht mit Demonstration der neuesten Wasserwellenmaschine von Weinhold.

7 Uhr: Theatervorstellung.

Donnerstag, 15. Mai, 8 Uhr pünktlich: **V. Allgemeine Sitzung.**

Dr. K. Goes: Vorführung einer neuen Schulluftpumpe von Dr. Gaede, im alten chemischen Hörsaal Nr. 2 (Eingang von der Durchfahrt Erdgeschoß).

$8^3/_4$ Uhr: Prof. Dr. Fischer: Physikalische Unterrichtsmittel für Tieftemperaturen im physikalischen Hörsaal mit Demonstrationen.

$9^1/_2$ Uhr: Führung durch die neuen Maschinen-Laboratorien der Technischen Hochschule mit einer Einführung durch Geheimrat Prof. Dr. M. Schröter.

11 Uhr: Führung durch das technisch-physikalische Laboratorium mit Einführung durch Prof. Dr. O. Knoblauch.

3 Uhr: Ausflug nach Feldafing und Tutzing an den Starnberger See mit Damen.

Fortbildungskurse.

Freitag, 16. Mai, 8 bis 9 Uhr: Prof. Dr. A. Sommerfeld: Unsere gegenwärtige Anschauung über Röntgenstrahlung.

9 bis 10 Uhr: Privatdozent Dr. E. Dacqué: Ueber Paläogeographie.

Ab 10 Uhr: Besichtigung des Deutschen Museums mit Führung der Teilnehmer durch die Gruppeningenieure.

3 Uhr: Zweiter Vortrag (ev. im Anschluß an den Vormittagsvortrag) von Prof. Dr. Sommerfeld: Ueber Röntgenstrahlung mit Demonstrationen. Nach dem Vortrage: Führungen durch das Deutsche Museum und Besuch von Volks-, Fortbildungs- und höheren Schulen Münchens.

Samstag, 17. Mai, 8 bis $9^1/_2$ Uhr: Dr. A. Schmauß, Direktor der meteorologischen Zentralstation: Neuere Erkenntnisse der Meteorologie und ihre Verwertung. Führungen im Deutschen Museum. Besichtigung von staatlichen und städtischen Schulen.

Nachmittags: Führungen und Besichtigungen wie vormittags.

Exkursionen.

Um denjenigen Teilnehmern an der Versammlung, welche die Umgebung Münchens kennen lernen wollen, Anleitungen zu geben, wird der Bayerische Mathematikerverein einen kleinen Führer drucken lassen, in welchem geologisch und landschaftlich interessante Ausflüge für die Dauer von einem halben Tage bis zu zwei Tagen zusammengestellt sind. Die Touren führen in das glaziale, tertiäre und Kalkgebiet der Voralpen. Herr Prof. Bayberger ist bereit, eine Tour in das Mangfalltal (Glazialperiode) zu führen. Privatdozent Dr. E. Dacqué wird eine Führung in das Tegernsee-Schliersee-Gebiet übernehmen, um den Aufbau der oberbayerischen Kalkalpen zu demonstrieren. Der Führer wird Teilnehmern an der Versammlung auf Wunsch kostenfrei zugesandt. Nähere Auskunft erteilen sehr gern Herr Reallehrer K. Wendel von der Gisela-Kreisrealschule und Herr Privatdozent Dr. E. Dacqué, Geologische Staatssammlung, Alte Akademie, Neuhauserstraße.

Herr Dr. Dacqué ist sehr gern bereit, die Teilnehmer an der Exkursion am Freitag nachmittags — vor und nach Pfingsten — in der geologischen Staatssammlung in die nähere Kenntnis der alpinen Gesteine einzuführen. Vorausgesetzt wird dabei die allgemeine Kenntnis der geologischen Formationen.

Da die Exkursionen sowohl an den letzten Tagen vor Pfingsten, wie an den letzten Tagen in der Pfingstwoche veranstaltet werden können, wird gebeten, Anmeldungen zur Teilnahme an der Versammlung tunlichst **bis 7. Mai** an den Schriftführer des Ortsausschusses, Reallehrer Dr. K. Speyerer, Amalienstraße 74 (Telephon 3621), zu richten. Eine rechtzeitige Anmeldung ist auch zum Zwecke der Besorgung der Theaterkarten erwünscht. — Die Auskunftsstelle befindet sich von Montag nachmittag 4 Uhr an in der Technischen Hochschule, wo Listen zur Einzeichnung aufliegen, Fremdenführer und Abzeichen in Empfang genommen werden können.

Die Technische Hochschule ist vom Hauptbahnhof aus mit Ringlinie 2 (Haltestelle Arcis—Theresienstraße) zu erreichen.

Empfehlenswerte Hotels.

Namen und Lage	Telephon-Nummer	Zimmerpreise ohne Frühstück	Frühstück
Deutscher Hof; Karlstor	8881	2,50—3,00 M	ca. 1,00 M
Deutscher Kaiser; Arnulfstraße	7610	2,00; 2,50; 3,00; 3,50 M	„ 1,00 „
Drei Raben; Schillerstraße 6	6755	2,20; 2,80; 3,20 M	„ 0,80 „
Europäischer Hof; Bayerstraße 31	6793	2,50—4,00 M	„ 1,20 „
Gaßner; Bayerstraße 37	50 925	2,50—3,50 M	„ 1,00 „
Grünwald; Hirtenstraße 25	6470	2,50; 3,00; 3,50 M	„ 1,20 „
Herzog Heinrich; Landwehrstraße 9	8560	2,50—3,50 M	„ 1,00 „
National Simmen; Arnulfstraße 6	50 816	2,50—4,00 M	„ 1,20 „
Schottenhammel; Prielmayerstraße	6792	2,50; 3,00; 3,50 M	„ 1,00 „
Schwarzer Adler; Schillerstraße 32	50 739	1,50—2,50 M	„ 0,80 „
Union; Barerstraße 7	9300	2,50; 3,00; 4,00; 4,50 M	„ 1,20 „
Wolff; Arnulfstraße 4	6810	2,50—4,00 M	„ 1,20 „
Würzburger Hof; Goethestraße 8	9606	1,50—2,50 M	„ 0,50 „

Pensionen

Pension Bürger, Luisenstraße 50 (Telephon 12 919)	Zimmerpreis mit Frühstück 2,50—3,50 M
„ Meister, Herzog-Rudolfstraße 4 (Telephon 4799)	
„ de Niem-Cleßler, Türkenstraße 104 (Telephon 31 922)	
„ Nordland, Schellingstraße 3 (Telephon 3619)	
„ Ohr, Luisenstraße 54 (Telephon 12 673)	
„ Pfanner-Lodemann, Finkenstraße 2 (Telephon 2751)	
„ Valesca, Schönfeldstraße 26 (Telephon 4547)	

Bei dem regen Fremdenverkehr Münchens empfiehlt es sich, rechtzeitig für Unterkunft zu sorgen!

Für die Damen der Teilnehmer wird ein Damenausschuß die nötigen Vorbereitungen treffen. Das Programm für die Unterhaltung der Damen wird im Auskunftsbureau abgegeben.

Die Herren und Damen, welche vor Pfingsten eintreffen, erhalten nähere Auskunft im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule, oder durch Herrn Dr. Speyerer.

Das Deutsche Museum, die alte Pinakothek, das Bayerische Nationalmuseum, das Ethnographische Museum, das Armeemuseum, das Arbeitermuseum, das Alpine Museum, der Botanische Garten (Führung mit Bezugnahme auf Anlegung von Pflanzengärten) und die Anatomische Sammlung in der neuen Anatomie sind für die Dauer der Versammlung, 10. bis 17. Mai, gegen Ausweis durch die Mitgliedskarte oder Abzeichen unentgeltlich zu besichtigen. Im zoologischen Garten ist der Eintrittspreis auf 45 Pfg., in den Gemäldegalerien Heinemann (Lenbachplatz) und Tannhäuser (Maffeistr.) auf 50 Pfg. erniedrigt.

Der Ortsausschuß hat das Königl. Bayerische Kultusministerium gebeten, es möge die Rektoren der Bayerischen neueren Real- und Oberrealschulen, sowie der humanistischen und Realgymnasien ermächtigen, Teilnehmern der Versammlung nach Möglichkeit die Besichtigung der ihnen unterstellten Anstalten zu gestatten (Würzburg, Augsburg, Nürnberg, Bayreuth, Ingolstadt usw.).

Den preußischen Herren Kollegen, die an der Versammlung teilnehmen wollen, empfehlen wir, im Anschluß an den in Nr. 2 mitgeteilten Erlaß Sr. Exzellenz des Herrn Unterrichtsministers, und im Hinblick auf die Fortbildungskurse und den Besuch des Deutschen Museums, Urlaub bis einschl. zum 17. Mai zu beantragen.

Dr. A. Thaer. Prof. Dr. K. Döhlemann.

Das Gleichgewicht von Drache und Motorflugzeug und die Flugzeugberechnung.

Von Prof. Leman (Straßburg i. E.).

Die Aufsätze von Herrn Jansen über Flugmaschinen*) werden vielen der Herren Kollegen recht willkommen gewesen sein und werden manchem derselben Anregung gegeben haben, der Besprechung der Flugapparate einige physikalische Stunden zu widmen. Bei dem übermächtigen Interesse, das wegen der großartigen Erfolge der Flugtechnik in den letzten Jahren Jedermann und die Jugend nicht zum wenigsten — welcher Knabe baut jetzt nicht in seinen Mußestunden Flugzeugmodelle? — den Luftfahrzeugen entgegenbringt, kann sich die Schule in der Tat auch kaum der Pflicht entziehen, den Schülern der Oberklassen einige Belehrungen über den Gegenstand zu geben, und so finden wir denn anerkennenswerterweise in der zweiten Auflage von Grimsehls Lehrbuch der Physik einen der Sache gewidmeten Paragraphen, der im Wesentlichen die Jansenschen Ausführungen wiedergibt. So dankenswert nun diese sind, so scheinen sie mir doch an einigen Punkten einiger Vervollständigung zu bedürfen, auch lassen sie Fragen unberührt, welche wohl für die Schüler von besonderem Interesse sind und zudem gute Gelegenheit zur Uebung in der Anwendung der Hauptsätze der Dynamik bieten, ich meine Fragen nach der Dimensionierung von Flugzeug und Motor, erreichbarer Geschwindigkeit, Dauer des Anlaufs und dergl. mehr. Die folgenden Zeilen sollen der Ausfüllung dieser Lücken dienen, im ersten Teil der Klarstellung der Gleichgewichtsfrage, es muß dem Schüler gezeigt werden, daß der Drache automatisch stabil ist, nicht ebenso ohne weiteres der Aeroplan, eine Tatsache, die aus Herrn Jansens Ausführungen nicht klar hervorgeht; der zweite Teil soll dann die Bauregeln behandeln.

*) Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften XVI, 1910, S. 104 ff.
Poske, Zeitschrift für physikal. und chemischen Unterricht XXIII, 1910, S. 329 ff.

Grundlegend für beide Teile sind die folgenden zwei Hauptgesetze betreffs: a) Größe, b) Angriffspunkt des Winddrucks.

Fig. 1.

a) Wird eine ebene Fläche von F qm Inhalt (Fig. 1) in Richtung ihrer Normale mit der Geschwindigkeit v $^{m}/_{sec}$ bewegt, so verdrängt sie im Laufe einer Sekunde der Reihe nach alle Schichten einer Luftsäule von $F \cdot v$ cbm Inhalt aus ihrer Lage, indem sie ihnen die eigene Geschwindigkeit erteilt, verleiht also einer Luftmasse vom Gewichte $F v \gamma$ kg ($\gamma = 1{,}3$ kg = Gewicht von 1 cbm Luft) die Wucht

$$\frac{1}{2} \frac{F v \gamma}{g} \cdot v^2 \text{ mkg } (g = 9{,}81),$$

welche, wenn die Luft der Fläche den Widerstand von W kg entgegensetzt, der Druckarbeit Wv mkg gleich sein müßte, so daß:

$$W = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} F v^2.$$

Wir sagen „müßte", weil dabei vorausgesetzt wäre, daß die verschobene Luftmasse ihrer Verschiebung nur den eigenen Trägheitswiderstand entgegensetzte, was aber nicht der Fall ist, da sie ja in andere Luft hineingedrängt wird, die selbst wieder Widerstand leistet, wenn sie auch zum Teil in Wirbeln hinter die Fläche F ausweichen kann. Wir vermuten, daß statt des Faktors $\frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} = 0{,}066$ ein anderer Faktor $\varkappa$ zu setzen sein wird, so daß man hat (Formel von Newton):

$$1) \quad W = \varkappa F v^2.$$

Diese Formel findet Anwendung zur Berechnung des „Stirnwiderstandes" der Flugzeuge. Die Praxis gibt dabei für $\varkappa$ je nach der Gestaltung des Flugzeugkörpers Werte zwischen 0,05 und 0,15. Unter F ist dann der größte Querschnitt f senkrecht zur Flugrichtung zu verstehen, der 1 bis 2 qm beträgt.

Bewegt sich die Fläche in schiefer Lage, so daß die Bewegungsrichtung mit ihr den spitzen Winkel α bildet (Fig. 2), so erleidet sie

Fig. 2.

gleichfalls von der entgegenstehenden Luft einen Druck in Richtung ihrer Normale, der eine Funktion von α sein wird. Wir setzen ihn $= N$ kg. Die Praxis hat gezeigt, daß sich unter den vielen dafür aufgestellten Formeln diejenige von v. Lössl am besten bewährt*):

$$2) \quad N = \lambda F v^2 \sin \alpha,$$

wo bei den kleinen Werten von α, 4 bis 10°, welche bei den Flugzeugen in Frage kommen, bei den Geschwindigkeiten derselben, 15 bis 35 m sec^{-1}, endlich bei der Größe und der rechteckigen Gestalt der Tragflächen, mit langer Seite gegen den Wind, der Wert des Faktors λ zwischen 0,3 und 0,6 schwankt. Daß er so viel größer ist als $\varkappa$, hat wohl seinen Grund in der meist gewölbten Form der Tragflächen und in der Rauheit von deren Unterseite, infolge deren die Luft weniger gut abströmen kann und mehr Verdichtungsdruck ausübt; auch sind ja die den Stirnwiderstand bedingenden Flächen nicht durchweg senkrecht zu v, was Verkleinerung von $\varkappa$ bewirkt.

b) Der Druckpunkt D, d. h. der Mittelpunkt der zu F senkrecht gerichteten Druckkräfte, also der Angriffspunkt von N fällt nur für $\alpha = 90°$ in den Schwerpunkt S von F. Für spitze Winkel α liegt er bei Rechtecksflächen**) vor S und rückt bei kleinerem α mehr nach vorn (Gesetz von Avanzini). Für seine Entfernung x von S als Funktion von α sind verschiedene Formeln aufgestellt worden, von denen wir jedoch im Folgenden keinen Gebrauch machen werden.

Wegen des Abdriftens der Luft schräg nach unten längs der geneigten Fläche F tritt zu der Kraft N noch eine Reibungs-Schubkraft, welche sich mit N zu einer Resultierenden zusammensetzt, deren Richtung von der Normale zu F etwas nach hinten abweicht. In der Praxis wird auf diese Abweichung des gesamten Winddrucks keine Rücksicht genommen, weshalb sie auch im Folgenden außer Acht bleiben soll. Es gelte demnach jetzt auch die Formel 2) für diesen gesamten Winddruck.

I. Das Gleichgewicht.

In Fig. 3 stelle nun RR' die Mittelrippe eines Drachens vor. In dem, wegen der Symmetrie, auf RR' gelegenen Schwerpunkte S wirkt das Gewicht des Drachens als eine Kraft von G kg senkrecht nach unten. Bei der üb-

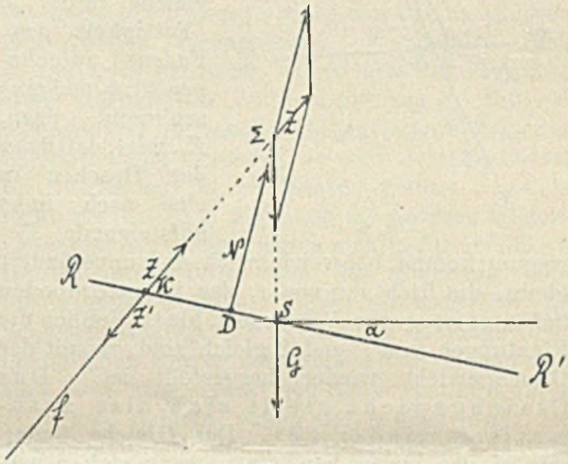


Fig. 3.

lichen Form des Drachens liegt S nicht in der Mitte von RR', sondern etwas nach vorn; wir nehmen an, der Druckpunkt D liege, wenn der Drachen mit dem Neigungs- oder „Anstell"-Winkel α gerade gegen den Wind „steht", wie bei einer Rechtecksfläche noch etwas vor S. (Ueber den gegenteiligen Fall, daß D hinter S läge, weiter unten). Die Kräfte N und G setzen sich zu einer Resultierenden Z zusammen, die man in bekannter Weise erhält, indem man G rückwärts verlängert bis zum Schnittpunkt Σ mit N und bei Σ das Kräfteparallelogramm konstruiert. Z, rückwärts verlängert, schneide RR' in K. Wirkt in diesem Punkte eine der Kraft Z entgegengesetzt gleiche Zugkraft Z' (der Zug an der Drachenschnur f), so ist der Drachen bei der herrschenden Windstärke v m/sec im Gleichgewicht, die Drehmomente von N und G sind in bezug auf K, als Drehpunkt, entgegengesetzt gleich. Ist nun dieses Gleichgewicht ein stabiles? Wird der Wind stärker, so wächst N. Man erkennt leicht aus Fig. 3, daß dann der Angriffspunkt K der Resultierenden Z nach D hin rückt, an eine andere Stelle, K', so daß Z den Drachen um den Befestigungspunkt K der Drachenschnur in dem Sinne dreht, daß α kleiner wird, es überwiegt eben jetzt das Drehmoment von N

*) v. Lössl, Die Luftwiderstandsgesetze, Wien 1896. — Die Verhältnisse sind auch sehr gut behandelt in: G. Wellner, Die Flugmaschinen, Wien 1910, und in Zickendraht, Experimentelle Aerodynamik, Bd. 4, S. 45, von Abderhalden, Fortschritte der naturwissenschaftl. Forschung, Berlin und Wien, 1912.

**) Siehe die Postkartenversuche bei Jansen, diese Zeitschrift 1910, S. 107.

über das von G. Die Verkleinerung von a bedingt aber nach dem Gesetze von Avanzini eine Verschiebung von D nach vorn, zugleich eine Verkleinerung von N und damit, wie wieder aus Fig. 3 ersichtlich, auch ein Vorrücken von K', bis K' wieder mit K zusammenfällt, wo dann das Drehmoment verschwindet. Bei dem jetzt kleineren Winkel a fällt dann aber Z nicht mehr notwendig in die Richtung des verlängerten f, sondern weicht von dieser Richtung nach oben ab (Fig. 4). Die Zerlegung von Z in eine Komponente Z_1 in Richtung der Fadenverlängerung, welche durch die Festigkeit des Fadens aufgehoben wird, und eine senkrecht dazu, Z_2, zeigt, daß dann der Drachen in eine nach links aufsteigende Bewegung kommt, bei welcher sich, da a unverändert bleibt, die Richtung von f, das ja am Erdboden befestigt ist, gegen RR' ändert, bis schließlich die Richtungen von f und Z gleich sind, womit das Gleichgewicht wieder hergestellt ist. Das Gleichgewicht stellt sich also automatisch wieder her. Das Gleiche findet, wie ebenso einzusehen, statt, wenn sich v verringert. Beim Aufstieg des Drachens ist noch kein Gleichgewicht vorhanden, weil für das vorhandene v der Winkel a und damit N noch zu groß ist; das Vorangegangene erklärt den Aufstieg.

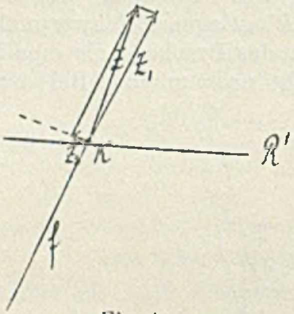


Fig. 4.

In Wirklichkeit ist der Faden f meist nicht in einem Punkte K befestigt, sondern in zweien mittels der sogenannten „Wage“: Ein kurzes Stück Schnur wird mit seinen Enden B und C vor und hinter dem Schwerpunkte an RR' befestigt und die Drachenschnur geht von einem Punkte A dieses Fadenstückes aus, wobei AB kürzer ist als AC. Hält man den Drachen bei Windstille an seiner Schnur, so nimmt er die Stellung in Fig. 5 an, so daß der Schwerpunkt S, der jetzt den Punkt K vertritt, lotrecht unter A zu liegen kommt. Die Zugkraft G fällt hierbei in die Fortsetzung des Fadens f oder AS und übt keine Drehwirkung aus. Hält man aber den Drachen, um ihn aufsteigen zu lassen, gegen den Wind, wobei f horizontal ist, so wird er sich analog zunächst so stellen, daß K in die Verlängerung von f fällt

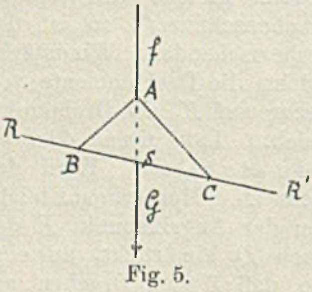


Fig. 5.

(Fig. 6). Es fällt dann aber die Resultante Z von G und N nicht auch in die Richtung von f, sondern weicht nach oben ab und läßt sich wieder zerlegen, wie früher, in Z_1 und Z_2, welch letztere Komponente, senkrecht nach oben gerichtet, den Drachen in die Höhe treibt. Hierbei verringert sich a, weil sich ja K nur auf einem Kreise mit Radius f um den andern festgehaltenen Endpunkt von f als Mittelpunkt bewegen kann, N nimmt ab, D und K verschieben sich nach vorn, bis die Gleichgewichtslage der Fig. 1, vereinfacht dargestellt in Fig. 7, erreicht ist.

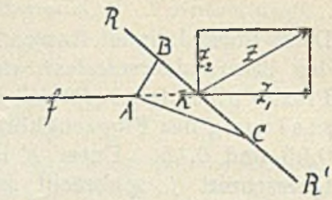


Fig. 6.

Der Drache ist bis zu der der herrschenden Windstärke entsprechenden größten Höhe aufgestiegen. Zugleich erhellt wieder, daß stärkerer Wind den Drachen bei gleicher Länge der Schnur f höher treibt, bis von neuem Gleichgewicht herrscht, sowie, daß die erreichbare Höhe von der Lage des Befestigungspunktes A an der Wage abhängig ist. (Liegt A zu nahe an B, so bildet RR' schon anfangs einen kleinen Winkel a mit der Horizontalen, der Drachen steigt nicht auf, oder nur wenig hoch; ist A zu weit von B entfernt, so ist a groß und infolge des zu starken Auftriebes Z_2 schießt der Drache zu rasch in die Höhe und über die Gleichgewichtshöhe hinaus, so daß er sich überschlägt oder a nimmt überhaupt nicht bis zur richtigen Größe ab, so daß gleichfalls Ueberschlagen eintritt.) Auch bei dieser Befestigungsart mittels der Wage bleibt das Gleichgewicht automatisch erhalten, jetzt aber, indem der Befestigungspunkt K der Schnur sich mit dem Druckpunkte D zugleich vorschiebt, während er vorher fest war.

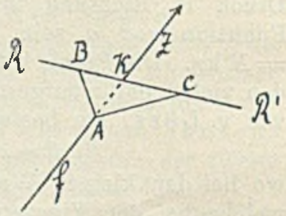


Fig. 7.

Es wurde angenommen, daß D vor S zu liegen komme. Fig. 8 zeigt, daß diese Annahme nötig ist. Läge D hinter S, so würde, Gleichgewicht vorausgesetzt, bei wachsendem v, also auch größer werdendem N, sich K nach vorn verschieben, nach K'. Die Resultierende Z von N und G würde also den Drachen um den festen Punkt K, falls an ihm die Schnur befestigt ist, im Sinne der Vergrößerung von a drehen, es würde somit N noch mehr wachsen usw. Die Verhältnisse wären den vorigen gerade entgegengesetzt, das Gleichgewicht bliebe dauernd gestört, ja könnte überhaupt nicht zustande kommen. Es muß also D vor S liegen, doch wird natürlich D in die Nähe von S fallen müssen, eventuell wird durch Aenderung von Länge und Gewicht des Drachenschwanzes hierfür zu sorgen sein, wie ja auch die beste Lage des Punktes A an der Wage auszuprobieren ist, wie oben gezeigt. Auch wenn bei der gewählten Form der Wage K jemals vor B fiele, träte offenbar plötzlicher Sturz des Drachens ein.

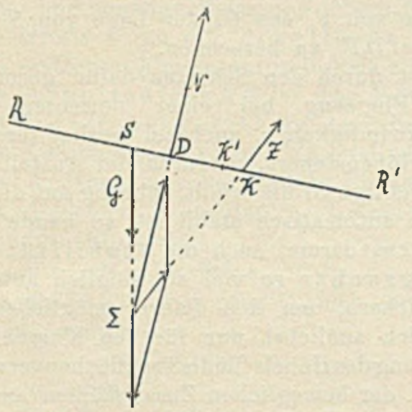


Fig. 8.

Soviel vom Drachen. Gehen wir von ihm über zum Aeroplan, so können wir uns in Fig. 3 die Zugkraft Z' in zwei Komponenten P und V (P senkrecht nach unten, V in Richtung $R'R$) zerlegt und bei K einen Motor angebracht denken, dessen Gewicht gleich P und dessen Vortrieb $= V$ ist. Der Motor wird dann bewirken, daß der Flugapparat gegen den Wind mit der Geschwindigkeit v gerade „steht" wie der Drachen oder bei Windstille sich mit der Geschwindigkeit v vorwärts bewegt. Weht Wind mit der Geschwindigkeit v' gegen den Apparat, so ist dessen tatsächliche Vorwärtsgeschwindigkeit $c = v - v'$. Nun ist aber die Lage von K veränderlich, abhängig von $v = c + v'$. Beim Drachen ist, wie gezeigt, dieser Veränderlichkeit Rechnung getragen, indem er sich, je nach der Windstärke unter Aenderung des Winkels α automatisch höher oder tiefer stellt. Beim Aeroplan fällt dies fort, da doch der Motor nur an einem festen Punkte angebracht werden kann und seine Wirkungsrichtung einen unveränderlichen Winkel mit RR' bildet, während beim Drachen der Winkel zwischen f und RR' veränderlich war. Das Gleichgewicht beim Flugapparat mit Motor kann also bei variablem Gegenwind in jedem Augenblick ohne besondere weitere Vorkehrungen nur ein labiles sein. In der Tat: Es seien in Fig. 9 S der Schwerpunkt, G das Gewicht des zunächst noch als flächenhaft, analog dem Drachen, gedachten ganzen Flugzeugs, also Motor, Benzintank, Bemannung inbegriffen; der Vortrieb V des Motors finde in Richtung $R'R$ statt, so kann sein Angriffspunkt auch nach S verlegt werden. Die Kräfte V und G setzen sich dann wieder zu einer bei S angreifenden Resultierenden Z zusammen, die mit N zusammen offensichtlich unter allen Umständen eine drehende Wirkung ausübt, ausgenommen, D läge in S, wo dann zum Gleichgewicht noch nötig wäre, daß N und Z einander gleich und genau entgegengesetzt gerichtet sind. Das Zusammenfallen von D und S erfordert bei bestimmter Relativgeschwindigkeit v gegen die Luft, also bestimmter Vortriebskraft V, einen ganz bestimmten Winkel α, durch den dann auch N nach Größe und Richtung bestimmt ist, vielleicht nicht den beiden anderen Bedingungen entsprechend. Wenn also auch V und G so bemessen wären und das Flugzeug einen solchen Bau hätte (Lage von S), daß bei irgend einem bestimmten Gegenwinde v' $^m/_{sec}$ das Gleichgewicht bestände, so wäre dasselbe sofort bei Aenderung von v' dauernd gestört. D fiele nicht mehr nach S und auch die anderen Gleichgewichtsbedingungen wären nicht mehr erfüllt. — In Wirklichkeit ist nun das Flugzeug kein flächenhaftes Gebilde. Dem Grundsatz über die Schwerpunktslage der im stabilen Gleichgewicht befindlichen Körper entsprechend wird man sich auch beim Flugapparat den Schwerpunkt S unter D liegend denken (wenig tief, s. Jansen); der Angriffspunkt M der Vortriebskraft des Motors wird auch von S verschieden sein, es wird demnach V auch nicht in der Richtung von SD wirken. Man hat es also mit drei Kräften N, G, V zu tun, deren Angriffspunkte ein Dreieck DSM bilden und welche sich folglich im allgemeinen zusammensetzen lassen zu einer in D angreifenden Einzelkraft $\mathfrak{R}$ und einem Kräftepaar mit Drehmoment $\mathfrak{D}$. Durch geeignete Wahl von G, V, α wird man bewirken können, daß $\mathfrak{R} = 0$ wird, doch wird dann im allgemeinen nicht auch $\mathfrak{D} = 0$ sein und umgekehrt. Man sieht wieder: Es mag möglich sein, durch geeignete Wahl der Motorkraft V, deren Angriffspunkts M, des Gesamtgewichts G und der Lage des Schwerpunkts S zu erzielen, daß der Apparat bei einer bestimmten Schiefstellung α der Tragfläche und bei bestimmter Relativgeschwindigkeit v gegen die Luft sich im Gleichgewicht befindet, automatische Erhaltung desselben ist aber bei doch immer etwas variablem Gegenwind ohne besondere Vorkehrung nicht möglich; es müßte das Gleichgewicht durch beständige Betätigung des Höhensteuers erzwungen werden, was nicht nur mit beständigen Schwankungen der Höhenlage verbunden wäre, sondern auch an den Fahrer allzu große Anforderungen stellte. Das Flugproblem verlangt also eine besondere Einrichtung. Diese ist gegeben durch die Anbringung einer zweiten

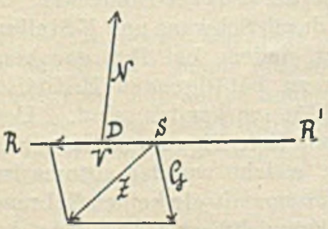


Fig. 9.

Fläche in einiger Entfernung hinter der ersten, die sogenannte Stabilisierungsfläche, Analogon des Schwanzes der Vögel, auch des Drachenschwanzes im Hinblick auf geringere Schwankungen. Die Wirkung desselben ist von Herrn Jansen a. a. O. beschrieben; Herr Jansen hat dieser Fläche auch eine von der Richtung der Tragfläche abweichende Richtung gegeben, wie sie von Pénaud*) in Vorschlag gebracht wurde für Apparate, bei denen der Schwerpunkt unter dem Druckpunkt etwas vor diesem liegt (Fig. 10), von Lamson für den Fall (Fig. 11), daß der Apparat hinterlastig ist (Pénaudschwanz und Lamsonschwanz).

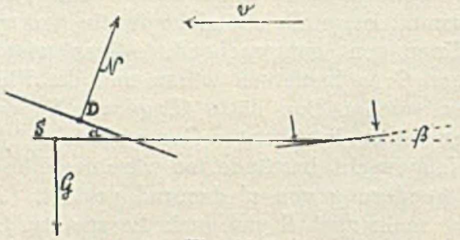


Fig. 10.

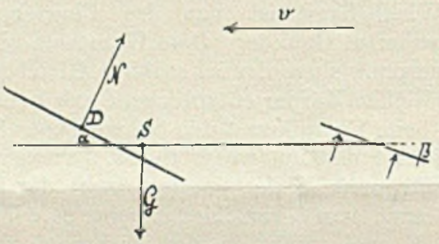


Fig. 11.

Es bildet hier die Schwanzfläche F' mit der Horizontalebene einen Winkel β, während die Tragfläche F den Anstellwinkel α hat, so daß $\beta = \text{ca.}\ \frac{\alpha}{4}$. Die stabilisierende Wirkung von F' beruht dann auf dem Faktor $\sin\alpha$ im Winddruckgesetze b). Neigt sich nämlich der Apparat um δ^0, so daß α etwa um δ^0 infolge schwächeren Gegenwindes bei Vorlastigkeit abnimmt, so nimmt (Pénaudschwanz) β um δ^0 zu, bei F verringert sich die Druckkraft N, bei F' nimmt sie zu und zwar hier in stärkerem Maße, wirkt also wieder aufrichtend. Sinkt z. B. α von 8^0 auf 7^0, so wächst β von 2^0 auf 3^0. Da $\sin 2^0 = 0{,}035$; $\sin 3^0 = 0{,}052$; $\sin 7^0 = 0{,}122$; $\sin 8^0 = 0{,}139$, so ändern sich zwar $\sin\alpha$ und $\sin\beta$ um gleichviel, nämlich um 0,017; die Aenderung beträgt aber bei $\sin\alpha$ nur 12,3 % des ursprünglichen Wertes, bei $\sin\beta$ dagegen 48,5 %, d. i. der vierfache Betrag. Aehnlich beim Lamsonschwanz. — Beim Fluge erleidet der nach oben gerichtete Pénaudschwanz einen Druck nach unten und hält so dem gleichfalls nach unten gerichteten Druck von G bezüglich des Druckpunktes D als Drehpunkt das Gleichgewicht; beim Lamsonschwanz halten sich ebenso der Druck an F' nach oben und der Druck von G bei S nach unten am einarmigen Hebel DF' das Gleichgewicht. Danach ist es leicht, die Größe von F' aus G, der Lage von S und der Länge DF' zu berechnen.

*) Früher schon von Cayley in „Aerial navigation" Nicholsons Journal XV, 1809. Vergleiche Pénaud: Comptes Rendus de la Soc. française de navigation aérienne. 1874.

Ist durch den Schwanz dafür gesorgt, daß das Flugzeug bei einer normalen Relativgeschwindigkeit v, auch bei bestimmter Stellung des Höhensteuers, wodurch der Anstellwinkel α die richtige Größe erhält, inbezug auf die Querachse automatisch stabil ist, so handelt es sich zweitens darum, auch die Stabilität um die Längsachse so viel als möglich automatisch zu sichern, um den Fahrer möglichst wenig, nämlich tunlichst nur für den Kurvenflug Betätigung des Hebels für die Tragflächenverwindung, bezw. der beweglichen Zusatzflächen am Hinterrand der Tragfläche zuzumuten. Das einzige bis jetzt bekannte Mittel hierfür ist die V-Stellung der Flügel. Die Wirkung derselben hat Herr Jansen a. a. O. zum Teil erklärt. Zu dieser Erklärung werde die folgende leichter verständliche hinzugefügt: Trifft ein plötzlicher Windstoß das Flugzeug auf der rechten Seite unten, so daß es sich schräg stellt (Fig. 12), so

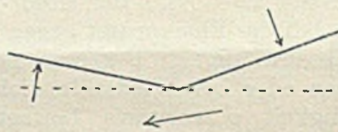


Fig. 12.

gleitet es nach links ab; infolgedessen entsteht links ein Auftrieb, rechts ein Druck auf die Tragfläche von oben, also ein Drehmoment, welches den Apparat wieder normal stellt. Ferner: Indem sich der rechte Flügel steiler stellt, rückt der Druckpunkt D desselben nach links, ebenso derjenige des linken Flügels, dessen Anstellwinkel ja kleiner geworden ist (Gesetz von Avanzini). Die Resultante der beiden Druckkräfte fällt also nicht mehr in die Symmetrieebene des Flugzeuges, sondern links und wirkt als einseitiger Druck von unten her aufrichtend. Endlich kommt, nachdem sich der Apparat geneigt hat, auch hier wieder die Wirkung der verschieden großen Anstellwinkel wie beim Pénaud- und Lamsonsteuer in Betracht. — Wie wirksam dieses Stabilisierungsprinzip gemacht werden kann, zeigt der Fokker-Eindecker, der seine Stabilität nur durch Schwanz und V-Stellung der Flügel bewahrt, indem bei ihm gar keine durch den Fahrer zu betätigenden Hilfsmittel für die Querstabilität vorhanden sind. Doch gibt es freilich auch viele Flugzeuge, wie z. B. das von Wright, welche von den automatisch wirkenden Stabilisierungsmitteln keinen Gebrauch machen, die Gleichgewichtserhaltung ganz dem Fahrer überlassen.

II. Die Flugzeugberechnung.*)

Beim Bau eines Flugzeuges kommen in Betracht:

1. die Tragkraft, welche gleich ist dem Gesamtgewicht G kg des Apparates, Bemannung und sonstige Belastung inbegriffen,
2. die Größe F qm der Tragfläche,
3. die erstrebte Fluggeschwindigkeit v m/sec,
4. der Arbeitseffekt E PS des Motors,
5. die Vortriebskraft V kg desselben,
6. der Neigungswinkel α^0 (Anstellwinkel) von F gegen eine horizontale Ebene,
7. der Faktor λ in der v. Lösslschen Winddruckformel:

1) $$N = \lambda F v^2 \sin \alpha,$$

8. der Faktor $\varkappa$ in der Formel für den Stirnwiderstand:

2) $$W = \varkappa f v^2,$$

welche noch

9. die Größe f qm der Projektion des Flugzeugkörpers auf eine zur Richtung von v senkrechte Ebene enthält.

Es liegt auf der Hand, daß diese neun Größen zum Teil von einander abhängig sein werden und daß man aus einigen von ihnen die übrigen wird berechnen können. Die Frage ist, welche Gleichungen lassen sich zu diesem Zwecke aufstellen und wie sind sie zu verwerten?

a) Die Tragkraft.

Wird die Vortriebskraft V des Motors als horizontal angenommen, so wird das Gesamtgewicht des Apparates, G kg, nur durch die Vertikalkomponente $N \cos \alpha$ des Winddrucks aufgehoben (Fig. 13). Wegen der Kleinheit von

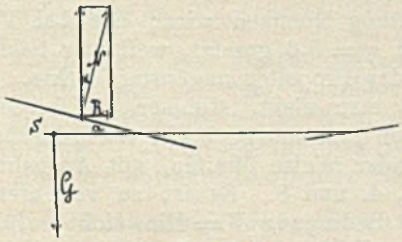


Fig. 13.

α, 4 bis 10⁰, kann $\cos \alpha = 1$ gesetzt und auch in Formel 1) $\sin \alpha$ durch $\operatorname{tg} \alpha$ ersetzt werden. So erhält man die bequeme und genügend genaue Formel:

3) $$G = \lambda F v^2 \operatorname{tg} \alpha,$$

welche, in bezug auf jede der darin vorkommenden Größen leicht auflösbar, vielseitig verwendbar ist und unter anderem zeigt, daß bei größerer Fluggeschwindigkeit v der Anstellwinkel α durch Betätigung des Höhensteuers zu verkleinern ist.

*) Vergl. G. Wellner, Die Flugmaschine, Wien und Leipzig 1910, S. 21 u. folg. Auch Skopik, Wie berechnet und baut man ein Flugzeug, 1912.

b) Vortriebskraft und Arbeitseffekt des Motors.

Die Vortriebskraft V des Motors hat einerseits dem Rücktrieb R des Winddrucks (Fig. 13) das Gleichgewicht zu halten, welcher gleich ist der Horizontalkomponente von N, also

$$= N \sin \alpha = G \operatorname{tg} \alpha,$$

andererseits den Stirnwiderstand zu überwinden; es ist also

4) $$V = G \operatorname{tg} \alpha + \varkappa f v^2,$$

oder, wenn man für $\operatorname{tg} \alpha$ den Wert aus 3) einsetzt:

4') $$V = \frac{G^2}{\lambda F v^2} + \varkappa f v^2.$$

Diese Formel 4') lehrt, wenn man sich G, F, f, $\varkappa$, λ als gegeben denkt, V als Funktion von v kennen und gibt so die Möglichkeit, die Frage zu beantworten, unter welcher Bedingung die Motorkraft als Vortriebskraft die beste Ausnutzung erfährt. V dient zur Ueberwindung der Hindernisse der Vorwärtsbewegung; es handelt sich also darum, den Wert von v zu bestimmen, für welchen V als Summe dieser Hindernisse ein Minimum ist. Da das Produkt der beiden Summanden von V in bezug auf v konstant ist, so müssen im Fall des Minimums die Summanden gleich sein und man erhält so:

5) $$V = 2 G \operatorname{tg} \alpha = 2 \frac{G^2}{\lambda F v^2} = 2 \varkappa f v^2.$$

Der Wert von V ergibt sich aus dem Effekt E PS des Motors. Ist nämlich η der Wirkungsgrad der Luftschraube (60 bis 90%, also $\eta = 0{,}6$ bis $0{,}9$), so ist $\eta E \cdot 75$ gleichzusetzen $V \cdot v$ mkg/sec, also gilt

6) $$V = \frac{\eta \cdot E \cdot 75}{v}.$$

Man kann der Meinung sein, daß es richtiger wäre, beim Bau des Flugzeugs nicht für ein Minimum von V, sondern von E zu sorgen. Es handelt sich dann darum, v so zu bestimmen, daß (s. Gl. 4')

$$75 \eta E = \frac{G^2}{\lambda F v} + \varkappa f v^3 = \text{Min.}$$

Es wird dann $$v = \sqrt[4]{\frac{G^2}{3 \lambda F \cdot \varkappa f}}$$

und die beiden Teile von E, der Auftriebseffekt

$$E_a = \frac{G^2}{75 \eta \lambda F v}$$

und der Stirnwiderstandseffekt

$$E_w = \frac{\varkappa f v^3}{75 \eta}$$

sind dann nicht gleich, sondern verhalten sich wie 3 : 1, was günstiger aussieht. Setzt man allgemein das Verhältnis $E_w : E_a = q$, also $E = E_a (1 + q)$, so gelten für $q = 1$ die obigen Konstruktionsregeln 5), für $q = \frac{1}{3}$ dagegen, da dann auch die beiden Teile von V in Gleichung 4) im Verhältnis 3 : 1 stehen, die folgenden:

$$\frac{3}{4}\,V = G\,\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{G^2}{\lambda\,F v^2} = 3\,\varkappa\,f\,v^2 = \frac{3}{4}\,\frac{75\,\eta\,E}{v}.$$

Die Ausführung der Rechnungen an den Flugmaschinen (siehe die Tabelle weiter unten) zeigt, daß sich diese zumeist dem Werte $\eta = 1$ fügen. In der Tat wird es sich in der Praxis mehr um das Minimum von V als um das von E handeln müssen. Denn nicht die sekundliche Motorarbeit E, sondern die Arbeit während der ganzen Flugzeit t sec, oder auf der ganzen Flugstrecke s muß ein Minimum werden, also

$$E \cdot t = E \cdot \frac{s}{v} = V \cdot s = \text{Min, d. h. } V = \text{Min, weil}$$

s eine gegebene Konstante.

Wie sind nun die Formeln zu verwenden? Als gegeben für den Bau eines Flugzeugs werden in der Regel zu gelten haben G, die erstrebte Geschwindigkeit v, der Motoreffekt E. Letzterer kommt in den Formeln nur vor in Verbindung mit η, das also auch mit einem vermutungsweise richtigen Werte als bekannt gelten mag. Nehmen wir an, die Bedingung $V = \text{Min}$ sei erfüllt, so kann man dann nach den Gleichungen 3) bis 6) der Reihe nach die Werte von V, α, λF, $\varkappa f$ berechnen, durch die Formeln

$$7)\quad \text{a)}\ V = \frac{75\,\eta\,E}{v},\quad \text{b)}\ \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{V}{2\,G},\quad \text{c)}\ \lambda F = \frac{G}{v^2\,\mathrm{tg}\,\alpha},$$

$$\text{d)}\ \varkappa f = \frac{V}{2\,v^2}.$$

Dem Flugzeugerbauer wird es vor allem auf die Bestimmung von F ankommen. Diese ist mit Sicherheit nicht möglich wegen des unbekannten Faktors λ. Ist aber ein Modell gebaut worden, und zeigt sich, daß es den Bedingungen entspricht, so liefert es durch seinen Wert von F, nachdem λF berechnet worden ist, auch denjenigen von λ, der dann für den Bau anderer Flugzeuge mit anderen Dimensionen aber gleicher Bauart maßgebend ist. Aehnliches gilt von $\varkappa f$, welche Größe maßgebend ist für den schädlichen Luftwiderstand und damit für die zu erreichende Geschwindigkeit v. Um ein großes v zu erzielen oder an Motorarbeit zu sparen, wird der Flugzeugerbauer den schädlichen Querschnitt f, wie auch $\varkappa$ möglichst klein zu machen haben, letzteres durch Einschließung der Teile soweit möglich in eine, am besten nach vorn spitz zulaufende, Hohlform.

Die folgende Tabelle (mit Rechenschieber berechnet, größere Genauigkeit wäre sinnlos) enthält eine Zusammenstellung von nach den Formeln 7) berechneten Werten, aus der sich die Angaben für Schüleraufgaben entnehmen lassen und welche zeigt, ob die betreffenden Flugzeuge der Bedingung $V = \text{Min}$ entsprechen oder nicht. In bejahendem Falle müssen die berechneten Werte von α mit den am Flugzeug gemessenen, also gegebenen, übereinstimmen; man wird sehen, daß dann auch die Werte von λ sich zwischen 0,3 und 0,5 bewegen, diejenigen von $\varkappa f$ zwischen 0,1 und 0,2, während sie andernfalls abweichende unwahrscheinliche Größe erhalten.

Die Flugzeuge der Tabelle sind die Eindecker: 1. Etrich-Wels (Taube), 2. Nieuport, Sieger im Wettbewerb des französischen Kriegsministeriums 1910, ausgezeichnet durch besonders günstige Querschnittsform der Tragfläche (Nieuport-Kurve), wodurch kleiner Wert von $\varkappa f$, 3. Antoinette, Flugzeug, auf dem Wienczíers 1910 das Straßburger Münster umflog, 4. Blériot XI, Aermelkanaltyp, berühmt durch den Flug von Calais nach Dover 1909; ferner die Zweidecker: 5. Wright, 6. Albatros-Mars, Flugzeugfabrik Leipzig-Lindenthal 1912, 7. Hydroplan Voisin 1912 für sechs Passagiere, neueste Pariser Errungenschaft, 8. Voisin-Farman 1908, als älteres Muster aufgenommen. — Für η ist der Wert 0,7 angesetzt mit Rücksicht darauf, daß der nominelle Wert von E doch nur einen Höchstwert bedeutet, der tatsächlich kaum jemals voll zur Geltung kommen wird; nur bei Voisin 1908 ist $\eta = 0{,}6$ gesetzt, weil hier bekanntermaßen der Propeller ungünstig wirkte.

Wie man sieht, stimmen die berechneten Werte von α mit den beobachteten in durchaus befriedigender Weise überein, mit Ausnahme der Fälle 3., 4. und 8. Es ist zu vermuten, daß hier die Bedingung $V = \text{Min}$ nicht erfüllt ist. Ist die Bedingung $V = \text{Min}$ nicht erfüllt, so gelten nicht mehr die Formeln 5), sondern nur noch 3) und 4) nebst 6). Man kann dann aus E, G, v allein nicht mehr

Flugzeug	Gegeben						Berechnet				
	η	E PS	v m sec	G kg	F qm	α^0	α^0	V kg	λF	λ	$\varkappa f$
1. Taube	0,7	25	20	360	30	5	$5\frac{1}{4}$	65,6	9,9	0,33	0,082
2. Nieuport . . .	0,7	100	32,5	950	23	5	$4^0\,50'$	162	9,45	0,41	0,077
3. Antoinette . .	0,7	50	20	520	32	5	$7\frac{1}{4}$	131	10,3	0,32	0,164
4. Blériot . . .	0,7	24	21	340	14	9	5	60	8,75	0,625	0,068
„	0,85	24	21	340	14	9	$6^0\,10'$	73	7,15	0,51	0,083
5. Wright . . .	0,7	24	15	480	60	5	5	84	24,4	0,41	0,186
6. Albatros . . .	0,7	100	28	940	39,4	5	$5\frac{3}{4}$	188	12,0	0,31	0,12
7. Voisin 1912 .	0,7	200	30,6	2000	46	5	5	342	25,0	0,54	0,184
8. Voisin 1908 .	0,6	38	14	560	50	10	$6\frac{1}{4}$	122	26,2	0,524	0,31

a, λF, $\varkappa f$ berechnen, sondern muß noch eine dieser Größen, etwa a, als bekannt annehmen. Berechnet man dann den Auftriebsanteil $V_a = G \operatorname{tg} a$ von V in Gleichung 4), so wird der andere Teil $V_w = \varkappa f v^2$ gefunden $= V - V_a$ und man kann dann auch das Verhältnis $q = \frac{V_w}{V_a} = \frac{E_w}{E_a}$ feststellen. Man findet so:

1. bei Antoinette für $\alpha = 5^0 : q = 1{,}88$, $\varkappa f = 0{,}214$, $\lambda = 0{,}465$. Besteht der Winkel $\alpha = 5^0$ zu Recht, so ist also hier der schädliche Stirnwiderstand V_w nahezu doppelt so groß als der nützliche V_a; der sehr große Wert von $\varkappa f$ bestätigt dies.
2. Bei Blériot für $\alpha = 9^0$: $\eta = 0{,}7$, $q = \frac{1}{9}$, $\varkappa f = 0{,}014$, völlig unwahrscheinlich; $\eta = 0{,}85$, $q = 1 : 2{,}85 \approx \frac{1}{3}$, $\varkappa f = 0{,}043$. Flog also Blériot wirklich mit dem Winkel $\alpha = 9^0$, so war nicht die Bedingung $V =$ Min, sondern $E =$ Min erfüllt, doch erregt der kleine Wert von $\varkappa f$ Bedenken. Jedenfalls war η mindestens $= 0{,}85$, der Propeller also ungemein wirksam; vermutlich war aber $\alpha = 9^0$ zu hoch geschätzt, es war dies wohl nur der Winkel beim Anlauf, nicht der eigentliche Flugwinkel. Das Gleiche gilt:
3. Bei Voisin 1908. Hier ist der Anstellwinkel $\alpha = 10^0$, beim Aufflug wenigstens, sicher verbürgt. Daraus folgt, daß der Apparat der Bedingung $V =$ Min nicht genügen konnte, denn schon bei $\alpha = 6^1/_4{}^0$ sind die Werte von $\varkappa f$ und λ zu groß und Vergrößerung von α würde zwar λ verkleinern, aber $\varkappa f$ noch größer machen. Man erhält für $\alpha = 10^0 : q \approx \frac{1}{4}$, $\varkappa f = 0{,}112$, $\lambda = 0{,}324$. Bei diesem Biplan ist also ähnlich wie bei dem Monoplan Blériot eher die Bedingung $E =$ Min, als $V =$ Min erfüllt. — Vergrößerung des Wertes von η liefert unwahrscheinlichere Resultate.

c) Anlaufsbeschleunigung, Anlaufszeit und Anlaufsstrecke.

Das Flugzeug fliegt nur, wenn es die dazu nötige Geschwindigkeit besitzt. Diese muß es beim Anlauf erst erhalten, indem es, auf dem Fahrgestell aufruhend, durch den Motor eine gewisse Strecke, die Anlaufsstrecke s, fahrend vorangetrieben wird. Der Motor erteile dem Flugzeug die als konstant angenommene Beschleunigung b m sec^{-2}. Die Vortriebskraft V kg hat nun nicht nur dem Flugzeuggewicht G kg die Endgeschwindigkeit v zu erteilen, sondern muß auch den Reibungswiderstand $G \cdot \varrho$ kg überwinden (ϱ Reibungskoeffizient). Beschleunigend wirkt sie also nur mit dem Betrage $V - G\varrho$ und auch mit diesem nur anfangs. Ist die Geschwindigkeit v erlangt, so ist die Bewegung gleichförmig, die Beschleunigung und folglich auch die beschleunigende Kraft gleich Null. Wir stellen deshalb in erster Annäherung nur den Mittelwert $\frac{1}{2}(V - G\varrho)$ in Rechnung und erhalten ($g = 9{,}81$):

$$\frac{1}{2}(V - G \cdot \varrho) = \frac{G}{g} \cdot b; \text{ also:}$$

8) $$b = \frac{g}{2}\left(\frac{V}{G} - \varrho\right).$$

Für ϱ gelten etwa die Werte: 0,04 für ebenen festen Boden; 0,08 für kurzen Rasen; 0,16 Stoppelfeld; 0,24 Graswuchs; 0,32 Sand.

9) Die Ablaufszeit ergibt sich aus $v = b \cdot t$, also $t = \frac{v}{b}$.

10) Die Anlaufsstrecke aus $s = \frac{1}{2} b t^2$.

Würde man nach diesen Formeln rechnen, unter v und V die früheren Werte verstanden, so erhielte man für b ein viel zu kleines, für t und s viel zu große Resultate, der Wirklichkeit nicht entsprechend. Der Grund davon ist der, daß beim Anlauf das Höhensteuer zu betätigen ist, wodurch der Winkel a vergrößert wird, was weiter die Folge hat, daß das Fliegen schon eintritt lange bevor die eigentliche Fluggeschwindigkeit v erreicht ist. Bei größerem Winkel a ist ja der Auftrieb größer, die zur Erzielung der Tragkraft nötige Fluggeschwindigkeit v_0 kleiner. Man hat also in der Formel für b unter V den Wert V_0 zu verstehen, der sich aus E nach Formel 6) ergibt, unter v den Wert v_0 aus Gleichung 7c), wenn man hier für a den Wert a_0 des Anlaufswinkels einsetzt; dieser kann etwa gleich dem doppelten Flugwinkel a gesetzt werden.

Ferner ist zu bemerken, daß bei der Ableitung des Wertes von b stillschweigend V als konstant betrachtet wurde, was gleichfalls nicht zutrifft. Denn da anfangs die Geschwindigkeit v Null ist und erst allmählich bis zum Werte v_0 anwächst, so ist anfangs V sehr groß und nimmt allmählich bis V_0 ab. Die Formeln geben also für b, t und s nur Grenzwerte; für b nur eine untere, für t und s je eine obere Grenze. Mit dem Werte für a_0 kann man auch nach Formel 4) einen Wert V_0' für V berechnen. Dieser ergibt sich, wie die Ausführung der Rechnung zeigt, stets kleiner als V_0 aus Gleichung 6). Dies ist begreiflich, da die Formel 4) Gleichheit von Vortriebskraft und Flugwiderstand voraussetzt, während bei Erreichung der Abhebegeschwindigkeit v_0 das Gleichgewicht noch nicht besteht. Es besteht vielmehr noch ein Vortriebsüberschuß $V_0 - V_0'$, infolgedessen die Geschwindigkeit noch zunehmen, bezw. das Flugzeug noch höher steigen kann. Es ist also der Wert V_0 für V in der Gleichung für b nicht aus Formel 4), sondern nur aus Formel 6) zu entnehmen.

Führt man die Rechnung mit $\varrho = 0{,}04$ für die schon oben betrachteten Flugzeuge aus und nimmt für diese durchweg den Winkel $\alpha_0 = 10^0$ an (bei Voisin 1908 verbürgt, wie schon oben bemerkt), so erhält man die folgende Tabelle, deren Werte mit den tatsächlichen Verhältnissen in befriedigendem Einklang stehen (Einheiten: m, kg, sec).

	Taube	Nieuport	Antoinette	Blériot ($\eta = 0{,}85$)	Wright	Albatros	Voisin, $\eta = 0{,}6$
v_0	14,4	23,9	16,9	16,4	10,5	21,1	11,0
V_0	91	219	156	93	120	248	156
b	1,05	0,94	1,27	1,16	1,03	1,10	1,19
t	14,4	25,5	13,2	14,1	10,3	19,2	9,4
s	104	305	112	116	54	202	52

Vor Kurzem hat die Inspektion des Militärflugwesens die Anforderungen für 1913 an Militärflugapparate bekannt gegeben. Von anderen Dingen abgesehen lauten dieselben:

$E_{Max} = 100\ PS$; $v_{Min} = 25\ \mathrm{m\,sec}^{-1}$; $G_{Min} = 200$ kg; $s_{Max} = 100$ m.

Es ist leicht, an der Hand unserer Formeln ein Beispiel für ein Flugzeug zu bilden, das diesen Bedingungen genügt. Nehmen wir an $\alpha = 5^0$, $v = 30$, $G = 500$, $\eta = 0{,}8$, $\lambda = 0{,}5$, so ergibt sich $V = 87{,}5$; $\lambda F = 12{,}7$; $F = 25{,}4$; $\varkappa f = 0{,}097$; $E = 43{,}8$. Nimmt man ferner wieder $\alpha_0 = 10^0$, $\varrho = 0{,}04$, so wird $v_0^2 = 223$; $v_0 = 15$; $V_0 = 176$; $b = 1{,}53$; $t = 9{,}7$; $s = 77$. Für V_0' erhält man 110 kg, so daß, wenn sich das Flugzeug vom Boden erhebt, noch die Vortriebskraft $V_0 - V_0' = 66$ kg übrig bleibt, um den Apparat höher steigen zu lassen und die Geschwindigkeit bis zu 30 $\mathrm{m\,sec}^{-1}$ zu vermehren.

Zum Schluß einige Bemerkungen über Literatur. Schülern kann man durchaus empfehlen 1. Nimführ, Die Luftschiffahrt (Bd. 300 von: Aus Natur und Geisteswelt, Leipzig, Teubner, M 1,25); 2. Paul Neumann, Flugzeuge (Velhagen & Klasings Volksbücher der Technik, Bdch. 63, M 0,60); 3. Paul Hermuth, Der junge Aviatiker, Anteitung zum Bau von Flugmodellen (Bd. 32 der illustrierten Taschenbücher für die Jugend, Verlagsgesellschaft Union, Stuttgart, M 1,00). Von ähnlicher Art wie Nr. 3 ist G. Collins, Flugmaschinenbuch, M 2,50; doch halte ich es für weniger gut.*) — Schülern, die sich ein größeres Werk anschaffen wollen, empfehle man 4. Nimführ, Leitfaden der Luftschiffahrt, 2. Aufl. 1910, Wien, Hartleben. Dem Lehrer leistet wohl neben diesem das obengenannte Werk von Wellner die besten Dienste. Die beiden genannten Bücher von Nimführ behandeln auch die Ballontechnik; sie geben zugleich ziemlich vollständig die schon recht umfangreiche Literatur an.

*) Die darin beschriebenen und abgebildeten Modelle sind interessant durch die starke V-Stellung der Tragflächen zur Erzielung der Querstabilität.

Eine anschauliche Ableitung der Summenformeln der arithmetischen und geometrischen Reihe.

Von Dr. Ph. Lötzbeyer (Berlin-Wilmersdorf).

Es ist auffallend, daß von den bekannten modernen Lehrbüchern der Mathematik, die doch den Funktionsbegriff in den Vordergrund rücken und der graphischen Darstellung, wo es nur irgend zu empfehlen ist, zum Worte verhelfen, nur das erst vor kurzem erschienene Lehrbuch der Mathematik für die Oberstufe von O. Behrendsen und E. Götting (Ausgabe für Oberrealschulen und Realgymnasien) auch bei der Behandlung der Reihen ganz im Sinne der modernen Bestrebungen den Funktionsbegriff in den Vordergrund stellt und von der graphischen Darstellung ausgiebigen Gebrauch macht. Auch enthält das Buch eine anschauliche Ableitung der Summenformel der arithmetischen Reihe, die allerdings verhältnismäßig umständlich ist und den Nachteil besitzt, daß sie erst nach einer kleinen Umformung zum gewünschten Ziele führt*).

Im folgenden soll nun eine anschauliche Ableitung der Summenformeln der arithmetischen und geometrischen Reihe gegeben werden, die so einfach und naheliegend ist, daß man sich eigentlich wundern müßte, wenn sie noch nicht bekannt sein sollte.

Wegen ihrer außerordentlichen Anschaulichkeit dürften die gegebenen Ableitungen sich in hohem Maße gerade für den Unterricht eignen, was man von den in der letzten Zeit in verschiedenen Zeitschriften veröffentlichten Artikeln über anschauliche Summation der geometrischen und arithmetischen Reihe im allgemeinen nicht sagen kann, und wesentlich zum Verständnis der etwa arithmetisch gewonnenen Ergebnisse — ich weise besonders auf die weiter unten gegebene Ableitung der Summe einer unendlichen abnehmenden geometrischen Reihe hin — beitragen. Das wird um so leichter möglich sein, als die gegebenen Ableitungen den bekannten arithmetischen Ableitungen parallel laufen.

I.

Die arithmetische Reihe erster Ordnung erhält man aus der Funktion ersten Grades

$$y = a + dx\text{**)},$$

wenn man der Veränderlichen x zuerst den Wert 0 und dann die Werte der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 ⋯ beilegt. Graphisch wird die Funktion durch eine Gerade dargestellt, die auf der y-Achse die Strecke $OA = a$ abschneidet (s. Fig. 1). Die zu den Abszissen $x = 0, 1, 2, 3 \cdots$ zugehörigen Ordinaten

$$a,\ a + d,\ a + 2d,\ a + 3d,\ \cdots$$

bilden die Glieder der arithmetischen Reihe mit dem Anfangsglied a und der Differenz d, die die Steigung der Geraden angibt.

*) Aus der Figur ergibt sich bei ihnen

$$s = na + \frac{1}{2}n(t - a) = \frac{2na + n(t - a)}{2}$$
$$= \frac{1}{2}n(2a + t - a) = \frac{a + t}{2} \cdot n.$$

**) Vergl. damit die Formel für die Endgeschwindigkeit einer „gleichförmig' veränderlichen Bewegung $v = c \pm at$. — Die Herren Behrendsen und Götting gehen von der Funktion $y = dx + c$ aus und lassen x die Wertereihe 1, 2, 3, ⋯ durchlaufen; das Anfangsglied ist danach $a = c + d$ und der Abschnitt der Geraden $y = dx + c$ auf der y-Achse $a - d$.

Will man nun die Summe der n ersten Glieder der Reihe gewinnen, so verlängert man $OA = a$ um die Strecke CB, die das Endglied t darstellt, nach unten (oder oben) bis A_1 und ebenso CB um $CB_1 = a$. Dann ist

$$AA_1 = BB_1 = a + t.$$

Zieht man jetzt $A_1 B_1$ und verlängert auch alle anderen Ordinaten, die zu den n Gliedern der Reihe gehören, nach unten bis zum Schnitt mit $A_1 B_1$, so sind alle zwischen AB und $A_1 B_1$ liegenden Strecken gleich $a + t$.

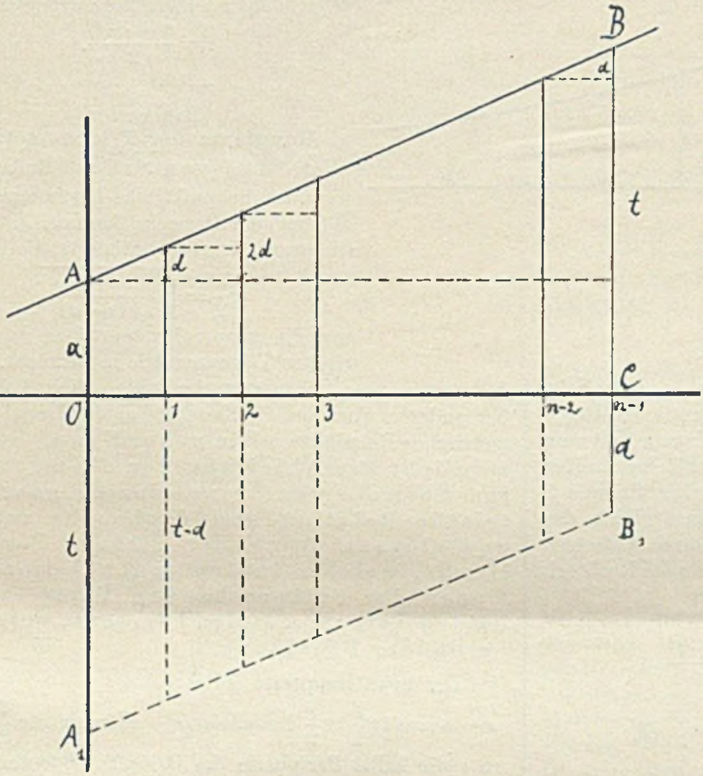


Fig. 1.

Die Summe dieser sämtlichen Strecken ist $n(a+t)$ und bildet, wie aus der Fig. 1 unmittelbar zu ersehen ist, die doppelte Summe der Glieder unserer Reihe. Also ist

$$s = \frac{n(a+t)}{2}.$$

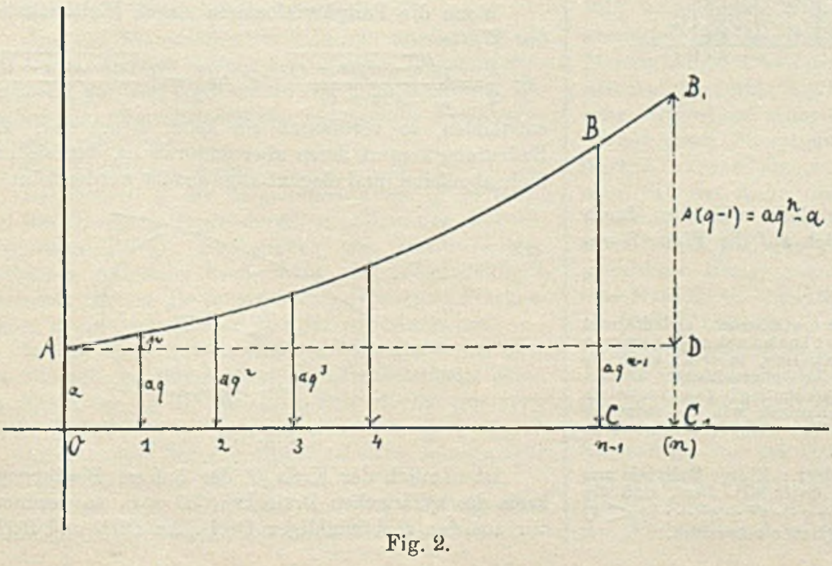


Fig. 2.

Der Ausdruck für die Summe erhält eine einfache geometrische Deutung, wenn man die zur Abszisse $OD = n$ gehörige Ordinate DE zieht und diese nach unten bis E_1, dem Schnittpunkte mit der Verlängerung von $A_1 B_1$, verlängert. Zieht man jetzt durch B und B_1 zur x-Achse die Parallelen, die DE bezw. ihre Verlängerung in F und F_1 treffen, so ist

Parallelogr. AEE_1A_1 = Parallelogr. $AFF_1A_1 = 2s$.

Daraus folgt

$$\text{Trapez } ODFA = s = \frac{n(a+t)}{2}.$$

II.

Die geometrische Reihe erhält man aus der Exponentialfunktion $y = aq^x$, wenn für x die Zahlen $0, 1, 2, 3 \cdots$ eingesetzt werden.

Graphisch gesprochen sind also die einzelnen Glieder unserer Reihe die Ordinaten der Exponentialfunktion

$$y = aq^x$$

in den Punkten $x = 0, 1, 2, 3 \cdots$ (s. Fig 2, wo $a = 1$ und $q = 1, 2$). Will man die Summe der n ersten Glieder der Reihe mit dem Anfangsglied a und dem Quotienten q $(q > 1)$ bilden, so multipliziert man sämtliche Glieder der Reihe mit q. Dadurch geht jedes Glied der Reihe in das folgende über und das letzte aq^{n-1} in aq^n. Die durch Multiplikation gewonnene neue Reihe (die zugehörigen Ordinaten sind durch eine Pfeilspitze gekennzeichnet) enthält sämtliche Glieder der ursprünglichen Reihe außer dem Anfangsglied a und besitzt außerdem noch das Glied aq^n. Subtrahiert man jetzt die Summe s der n Glieder der ursprünglichen Reihe von der Summe sq der Glieder der neuen Reihe, so fallen die gemeinsamen Glieder weg. Es bleibt also

$$s(q-1) = C_1 B_1 - OA = DB_1$$
$$= aq^n - a.$$

Demnach ist
$$s = a\frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

Ist $a = 1$, so ist $q - 1$ gleich der Strecke p.

Besonders interessant und lehrreich ist der Fall der abnehmenden unendlichen geometrischen Reihe, für die $q < 1$ ist. Subtrahiert man die durch Multiplikation mit q entstandene neue Reihe aq, aq^2, aq^3 von der ursprünglichen, so bleibt, da

$$aq^n \text{ für } n = \infty$$

gleich Null wird

$\left(\text{Fig. 2a, wo } a = 3,\ q = \frac{5}{6}\right)$

$$s(1-q) = OA = a,$$

also
$$s = \frac{a}{1-q}.$$

Für $a = 1$ ist $1 - q = AD = p$ und daher

$$s = \frac{OA}{AD} = \frac{1}{p}\ ^{*)}$$

*) Vergl. auch den Artikel des Herrn Schotten in der Ztschr.

Ich möchte hier nicht unterlassen, auf die interessante graphische Behandlung der arithmetischen und geometrischen Reihe in den arithmetischen Aufgaben von Thaer-Wimmenauer, insbesondere auf die Darstellung der Summenformeln gemacht hat, hinzuweisen.

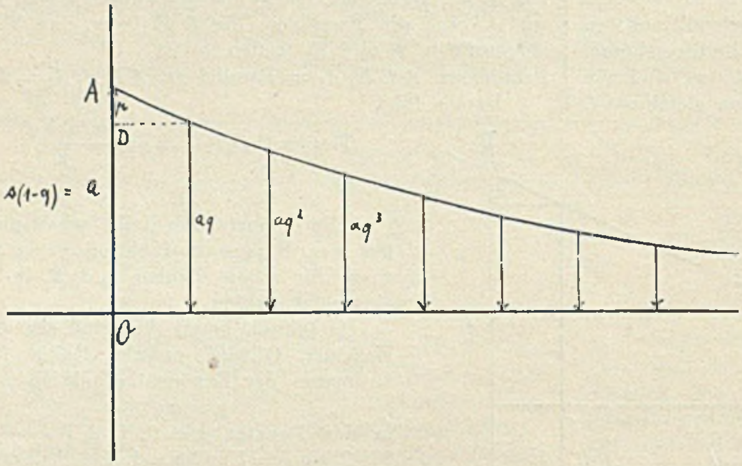


Fig. 2a.

Die dort andeutungsweise gegebene anschauliche Abteilung der Summenformel der arithmetischen Reihe kann noch dadurch an Einfachheit gewinnen, daß man einfach die Glieder der Reihe durch Flächenstreifen von der Breite 1 (s. Fig. 3) darstellt. Die Summe S der n ersten Glieder der Reihe ist dann gleich der schraffierten treppenförmigen Fläche. Durch Aufsetzen der umgekehrten Fläche auf diese erhält man das Rechteck

$$OCB_1A_1 = n(a+t) = 2S$$

daraus folgt rein geometrisch

$$\text{Trapez } OCBA = S = \frac{(n\,a+t)}{2}.$$

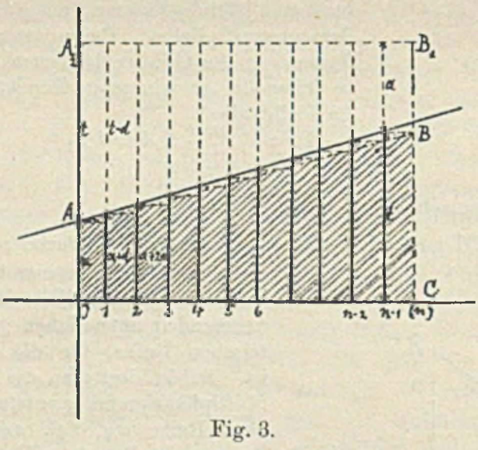


Fig. 3.

Stellt man die Glieder der Reihe wie oben durch Strecken dar, so lehrt ein Blick auf die Figur 3 unmittelbar

$$2S = n(a+t).$$

Anm. Ich möchte hier nicht unterlassen, auf die erst vor kurzem erschienenen Arithmetischen Aufgaben von Thaer-Wimmenauer (Ausg. C) hinzuweisen, in denen auch die arithmetische und geometrische Reihe (in geschickter Verbindung mit der Zins- bezw. Zinseszinsrechnung!) ganz im Geiste der Reformideen, nicht bloß mechanisch wie in manchen neueren Büchern behandelt wird. Von besonderem Interesse

für den mathem. und naturw. Unterr.: Einige Beispiele zur graphischen Darstellung (Jahrg. 44, Seite 467). Dort sind die Summenwerte von s_n der Reihe $1+q+q^2+q^3\cdots(q<1)$ graphisch dargestellt und die Restglieder betrachtet.

dürfte die in den §§ 92 und 94 nur andeutungsweise gegebene graphische Bestimmung der Summe der n ersten Glieder der arithmetischen und geometrischen Reihe sein. Indessen könnte meines Erachtens die Ableitung besonders bei der arithmetischen Reihe dadurch an Einfachheit gewinnen, daß man die Glieder der Reihe, ausgehend von der Funktion

$$y = a + dx\ (x = 0, 1, 2, \cdots n-1),$$

einfach als Flächenstreifen von der Breite „1" auffaßt. Die Summe s der Reihe wird dann unmittelbar durch eine treppenförmige Fläche dargestellt, die durch Aufsetzen der umgekehrten Treppe zu einem Rechteck $=2s$ wird. Die Hälfte dieses Rechtecks ist gleich dem Trapez $0,0 \mid n,0 \mid n,t \mid 0,a$ mit den parallelen Seiten a und t und der Höhe n, folglich

$$s = \frac{n(a+t)}{2}.$$

Ein neuer Hauptsatz der Trigonometrie.

Von Ernö von Szücs (Budapest).

Für die praktische Bestimmung des allgemeinen Dreiecks kommen nur der Sinussatz, der Tangentialsatz, die Formel

$$\operatorname{tg}\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

und die entsprechenden Sätze der sphärischen Trigonometrie in Betracht. Ausgenommen den Sinussatz, bedingte die Ableitung der anderen Formeln die Kenntnis einer Menge goniometrischer Relationen. Ein neuer Hauptsatz ermöglicht die Ableitung der oben genannten Formeln ohne eine einzige goniometrische Relation und doch sehr schnell und elegant. Auch der strenge Parallelismus, welcher in den neuen Demonstrationen der entsprechenden Formeln der beiden Trigonometrien herrscht, verdient besonders Beachtung.

Der neue Hauptsatz lautet:

$$s-a = s\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} \text{ bezw. } \sin(s-a) = \sin s\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}$$

wo s die halbe Peripherie des Dreiecks bedeutet.

Diese Formeln nenne ich Peripherieformeln, ich habe sie in der „Zeitschrift für Mathem. u. naturwiss. Unterricht von H. Schotten" ausführlich behandelt, hier sollen nur die bemerkenswerten Reduktionen dargestellt werden, welche die Peripherieformeln im Unterricht der Trigonometrie hervorrufen.

Wenn die Peripherieformeln durch Multiplikation der Werte

$$\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}} \text{ und } \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$$

entständen, so verdienten sie keine Beachtung. Die Bedeutung kommt ihnen aber dadurch zu, daß sie einfach abgeleitet und elegant angewendet werden können.

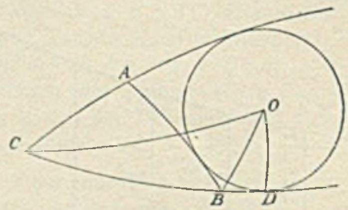


Fig. 1.

Ist nämlich der Kreis O der äußere Berührungskreis des sphärischen Dreiecks ($CD = s$), so gewinnen wir aus den rechtwinkligen Dreiecken COD und BOD:

$$\operatorname{tg} OD = \sin s \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$$

$$\operatorname{tg} OD = \sin (s - a) \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2},$$

woraus sehr leicht fließt:

$$\sin (s - a) = \sin s \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}.$$

Die Seiten werden hier zyklisch vertauscht und durch einfache Elimination entsteht sofort:

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{\sin (s - b) \sin (s - c)}{\sin s \sin (s - a)}}.$$

Um die Napierschen Analogien zu erhalten, ziehen wir im sphärischen Dreieck ABC vom Winkel α den Winkel β ab; es entsteht das Dreieck ADC, dessen halbe Peripherie durch s_1 bezeichnet wird.

Wenden wir die Peripherieformeln auf dieses Dreieck an, so ist

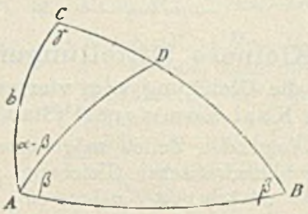


Fig. 2.

$$\sin (s_1 - b) = \sin s_1 \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}.$$

Da aber $\quad s_1 = \frac{AD + DC + b}{2}$

und $\quad AD = DB$

$$s_1 = \frac{a + b}{2}$$

ist, so folgt

$$s_1 - b = \frac{a - b}{2}$$

Also sehr leicht $\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{\sin \frac{a - b}{2}}{\sin \frac{a + b}{2}} \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2}.$

Werden zwei beliebige Seiten eines sphärischen Dreiecks verlängert, so entsteht ein neues sphärisches Dreieck, dessen sämtliche Bestandteile bekannt sind. Die erste schon bewiesene Napiersche Analogie wird auf dieses Nebendreieck angewendet und bald haben wir die zweite Napiersche Analogie.

Aus den Mitgeteilten ist es schon ersichtlich, wie die entsprechenden Sätze der ebenen Trigonometrie abgeleitet werden; jetzt wollen wir noch den Gang des Unterrichts näher betrachten, welchen die Peripherieformeln ermöglichen.

Die Anordnung wäre:

Die Definition der trigonometrischen Funktionen und die Grundrelationen derselben; Bau der trigonometrischen Tafeln; Bestimmung des rechtwinkligen Dreiecks; praktische Bestimmung des schiefwinkligen Dreiecks; fernere Bestimmung des Dreiecks: Flächeninhalt, mehr oder minder komplizierte Aufgaben.

In der oben zitierten Abhandlung habe ich aber gezeigt, daß die Berechnung des Flächeninhalts bezw. die Ableitung der Heronschen Formel ohne goniometrische Relationen erfolgen kann.

Auch andere Berechnungen und Sätze können sehr einfach erhalten werden. Z. B.:

Gegeben sind die Winkel und der Umfang eines Dreiecks; zu berechnen sind die Seiten desselben. Durch die Peripherieformeln bekommen wir gleich $s - a$, dann $s - (s - a) = a$. Ebenso b und c. Im ganzen kommen wir mit vier Logarithmen aus.

Die Ableitung der Formeln

$$\sin \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{(s - b)(s - c)}{b c}}, \quad \cos \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{s (s - a)}{b c}}$$

geschieht, wie folgt

$$\sqrt{\frac{(s - b)(s - c)}{s (s - a)}} = \operatorname{tg} \frac{a}{2} = \frac{\sin \frac{a}{2}}{\cos \frac{a}{2}}$$

$$\sqrt{s (s - a)(s - b)(s - c)} = \frac{b \cdot c \cdot \sin a}{2} = b c \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2};$$

durch einfache Elimination erhalten wir schon die gesuchten Sätze; vorausgesetzt wird bloß die Kenntnis der Formeln: $\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$, also

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Die Peripherieformeln gestatten also eine zweckmäßige und ökonomische Anordnung der trigonometrischen Sätze.

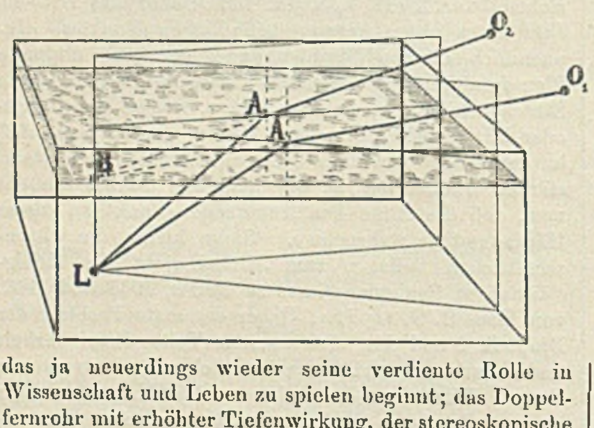
Ueber den Ort des sogenannten „virtuellen“ Bildes.

Von Walther Rottsieper (Hannover).

In den landläufigen Lehrbüchern der Physik findet man in dem Teil, der vom Licht handelt, meist mehrere Abbildungen, auf denen von einem leuchtenden Punkte ein Lichtbüschel ausgeht, das zurückgeworfen oder gebrochen wird und dann gespreizt in das Sehloch eines Auges einmündet. Das ins Auge strömende Büschel ist dann rückwärts geradlinig verlängert bis zu einem Schnittpunkt. Die Figuren sollen erklären, daß man den leuchtenden Punkt in diesem Schnittpunkte sehen müsse. (Siehe hierzu z. B. die Arbeit von Jaeckel, Unterrichtsblätter XVII, 2, S. 34/35, Mathematische Untersuchung über die scheinbare Hebung eines unter Wasser befindlichen Punktes). Da bei genauerer Betrachtung die Verlängerungen sich aber meist nicht in einem Punkte schneiden, setzt man an deren Stelle die von den Strahlen eingehüllten Kurven oder Flächen, die „Kata- und Diakaustiken“, und beschränkt sich dann auf unendlich dünne Strahlenbüschel. (Siehe die Arbeit von Wieleitner, Unterrichtsblätter XVII, 7, S. 132/133. Ueber das virtuelle Bild eines unter Wasser befindlichen Punktes). Im unendlich dünnen Strahlenbündel geht die doppelte Mannigfaltigkeit von Strahlen durch zwei kurze gerade Strecken hindurch, die Brennlinien, welche den Haupt- oder Mittelstrahl schneiden. Weiter findet man, daß in der einen Brennlinie sich die Strahlen bedeutend stärker drängen als in der anderen. Daraus schließt man, daß das Auge den leuchtenden Punkt an dieser Häufungsstelle wahrnehme. Siehe hierzu die wissenschaftlichen Beilagen zum Jahresbericht des Königstädtischen Realgymnasiums zu Berlin, 1903 und 1912, von Hans R. G. Opitz, Ueber das erste Problem der Dioptrik I und II. Im zweiten Teile dieser Arbeit findet man auch reichen geschichtlichen Stoff zu unserer Frage. Wir sehen, daß wahrscheinlich Malus derjenige ist, der die obige Auffassungsweise verbreitet hat.

Wenn wir uns aber ernstlich überlegen, wie die Vorstellung von der Entfernung eines Gegenstandes in uns entsteht, so werden wir erkennen, daß diese Auffassung falsch ist. Es sei aber vorweg bemerkt, daß wir ihr dankbar eine hohe Bedeutung für den Fortschritt des Wissens zugestehen müssen. Wie so manche andere an und für sich irrtümliche Vorstellung oder Bestrebung hat sie außerordentlich befruchtend gewirkt, da sie schöne und wichtige geometrische Untersuchungen und in deren Gefolge für die moderne praktische Optik wertvolle Früchte gezeitigt hat, die in ihrer Berechtigung stehen bleiben, wenn die Erklärung des physiologischen Vorganges, der die Erkennung der Entfernung zur Folge hat, berichtigt wird. Daß der Vorgang nicht so, wie es bisher üblich war, gedeutet werden kann, sagt Gleichen in seiner Besprechung der ersten Opitzschen Arbeit in dem Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Bd. 34; Opitz führt von ihm an: „Die Schwierigkeit des betreffenden Problems (die Erklärung des scheinbaren Ortes eines unter Wasser befindlichen Gegenstandes, Rs.) scheint gar nicht auf geometrisch-optischem als vielmehr auf optisch-physiologischem Gebiete zu liegen und wird wesentlich bedingt durch die Unfähigkeit des menschlichen Auges, die auf der Netzhaut entstehenden Zerstreuungskreise richtig, d. h. im Sinne einer zutreffenden Schätzung über die Entfernung der Konvergenzzentren des Bündels zu deuten“. Wir fragen, wie sollte denn das Auge den Winkel feststellen können, unter dem die ankommenden Strahlen des Bündels auseinander gehen, um daraus dann auf die Entfernung des Bildes (in der Richtung des Bündels) — sei dies nun ein Bildpunkt oder eine kurze Brennlinie — zu schließen? Der Schlüssel liegt hierin: statt eines Auges müssen wir eben alle beide aufmachen; dann ist wieder alles in Ordnung.

Mit einem Auge können wir die Entfernung eines Gegenstandes nämlich nur schwer beurteilen. Die Richtung zu ihm hin kennen wir allerdings. Alles aber, was uns die mehr oder weniger große Wölbung der Linse, die scheinbare Größe des Gegenstandes, sein Verdecken anderer Gegenstände oder seine Bedeckung durch diese, die Luftperspektive, die Linienperspektive der räumlichen Dinge über die Entfernung sagen, will doch nichts bedeuten gegenüber der Entfernungswahrnehmung durch beide Augen. Man beobachte nur einmal mit einem Auge die im Zimmer umhersurrenden Fliegen; sie scheinen an der Decke hin und her zu schießen; erst wenn wir das andere Auge auch öffnen, erkennen wir ihre Lage im Raume, aus den Fixsternen werden Planeten. Oder man sehe durch ein Stereoskop,



das ja neuerdings wieder seine verdiente Rolle in Wissenschaft und Leben zu spielen beginnt; das Doppelfernrohr mit erhöhter Tiefenwirkung, der stereoskopische Entfernungsmesser und das stereophotogrammetrische Aufnahmeverfahren für Karten und Pläne sind ja schon längst nicht mehr nur Zierden der Zeißschen Preislisten, sondern arbeiten draußen, in Krieg und Frieden. Wir nehmen eben zwei Strahlenbüschel wahr, und ihre Spreizung erschließen wir durch entsprechendes Zusammendrehen der Augenachsen oder wird uns durch den Wettbewerb der beiden verschiedenen Bilder auf den Netzhäuten bewußt.

Nun wird auch klar, warum z. B. die im Wasser liegende Münze senkrecht gehoben erscheint. Die beiden auf der Wasseroberfläche senkrecht stehenden Ebenen, die durch den Gegenstand und die Augen gehen, müssen die beiden Sehstrahlen enthalten. Das Bild liegt also irgendwo in dem senkrechten Schnitt der beiden Ebenen, mithin senkrecht über dem Gegenstande. (Siehe die Abbildung). Uebrigens hat, wie aus der Arbeit von Opitz hervorgeht, schon 1858 Dove darauf hingewiesen, daß bei einäugiger Betrachtung der Eindruck der Hebung nicht zustande kommt. — Es ist immerhin ein merkwürdiger Zufall, daß die Brennlinie mit Strahlenhäufung auch senkrecht über L liegt.

Kleinere Mitteilungen.

Ueber die Gleichung vom vierten Grad.

Von Karl Kommerell (Stuttgart).

In den folgenden Zeilen möge eine Auflösungsmethode der biquadratischen Gleichung

(1) $$x^4 + a x^2 + b x + c = 0$$

gegeben werden, die sich wegen ihrer Einfachheit und Anschaulichkeit für den Unterricht eignen dürfte.

Die Wurzeln von (1) sind die Abszissen der beiden Kegelschnitte

(2) $$y^2 + a x^2 + bx + c = 0,$$

(3) $$y - x^2 = 0,$$

von denen der erste je nach dem Vorzeichen von a eine Ellipse oder Hyperbel, der zweite eine Parabel ist. Die Gleichung

$$(y^2 + a x^2 + b x + c) + \lambda (y - x^2) = 0,$$

oder geordnet

(4) $$x^2 (a - \lambda) + y^2 + b x + \lambda y + c = 0$$

stellt die Gleichung eines Büschels von Kegelschnitten dar, die alle durch die Schnittpunkte von (2) und (3) gehen. Der leitende Gedanke ist nun der, λ in (4) so zu bestimmen, daß (4) in ein Geradenpaar zerfällt. Die Abszissen der Schnittpunkte dieser zwei Geraden mit der Parabel (3) liefern dann die vier Wurzeln von (1).

Man löse (4) nach x auf und erhält

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4(\lambda - a)(y^2 + \lambda y + c)}}{2(a - \lambda)},$$

oder

(5) $$x = \frac{-b \pm \sqrt{4(\lambda - a)\left\{\left(y + \frac{\lambda}{2}\right)^2 + \left(c + \frac{b^2}{4(\lambda - a)} - \frac{\lambda^2}{4}\right)\right\}}}{2(a - \lambda)}.$$

Ist $$c + \frac{b^2}{4(\lambda - a)} - \frac{\lambda^2}{4} = 0,$$

oder geordnet

(6) $$\lambda^3 - a\lambda^2 - 4c\lambda + 4ac - b^2 = 0,$$

so folgt aus (5) als Gleichung der beiden Geraden, in die (4) zerfallen ist

(7) $$x = \frac{-b \pm (2y + \lambda)\sqrt{\lambda - a}}{2(a - \lambda)}.$$

Diese zwei Geraden schneide man mit der Parabel (3) und erhält zur Bestimmung der vier Abszissen x_1, x_2, x_3, x_4 die beiden quadratischen Gleichungen

(8) $$x = \frac{-b \pm (2x^2 + \lambda)\sqrt{\lambda - a}}{2(a - \lambda)};$$

diese vier Abszissen sind die Wurzeln von (1). Ist also λ irgend eine Wurzel von (6), so liefern die beiden

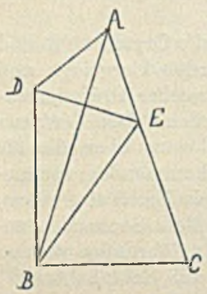
Gleichungen (8) die vier Wurzeln von (1). Man hat so mit einem Minimum von Rechnung (1) gelöst. Ich bemerke, daß die Resolvente (6) genau die von Lagrange ist; auch sieht man ein, daß dieselbe vom dritten Grad sein muß, da vier Punkte auf drei Arten paarweise durch Gerade verbunden werden können (vollständiges Viereck). Die angegebene Methode läßt sich ebenso einfach auf die nicht reduzierte biquadratische Gleichung und ebenso auch zur Bestimmung der Schnittpunkte von irgend zwei Kegelschnitten anwenden. Es ergibt sich so nebenbei der Satz, daß zwei Kegelschnitte vier Punkte miteinander gemein haben.

Ein Beweis des Satzes über die Seite des regelmässigen Zehneckes.

Von Dr. R. v. Förster (Klaustal).

Voraussetzung: $AB = AC$, $\sphericalangle BAC = \frac{2}{5} R$.

Behauptung: $BC = CE$, $AC : CE = CE : AE$.



Beweis: Zieht man den dem Schenkel AB benachbarten Vierteilungsstrahl des Basiswinkels ABC, der AC in E schneiden möge, so ist $BC = CE$. Denkt man sich alsdann das Dreieck ABE um AB als Achse um 180^0 gedreht, so daß es in die Lage des Dreieckes ABD kommt und verbindet D mit E, so ist

$$\triangle ABC \sim BDE,$$

$$AC : BE = BC : DE$$

oder

$$AC : BC = BE : DE. \quad \cdots \quad (1)$$

Ferner ist

$$\triangle BCE \sim ADE,$$

$$CE : AE = BE : DE. \quad \cdots \quad (2)$$

Aus (1) und (2) folgt:

$$AC : BC = CE : AE,$$

und da $BC = CE$ ist, so ist:

$$AC : BC = BC : AE$$

oder

$$AC : CE = CE : AE.$$

Ein zweiter Beweis ergibt sich aus der Betrachtung der rechtwinkligen Hälften der im obigen Beweise genannten ähnlichen Dreiecke.

Vereine und Versammlungen.

Deutscher Ausschuss für technisches Schulwesen.

Die Ausbildung für den technischen Beruf in der mechanischen Industrie, ein Ratgeber für die Berufswahl.

Unter diesem Titel hat der Deutsche Ausschuß für Technisches Schulwesen (Geschäftsstelle Berlin NW., Charlottenstraße 43), dem heute 23 technische Verbände und Vereine angehören, eine Schrift herausgegeben, welche dazu beitragen soll, die bei der Wahl des technischen Berufes vielfach vorhandenen Unklarheiten zu beseitigen. Es wird dem jungen Mann und den um sein Wohl besorgten Angehörigen der Weg gewiesen, der bei verschiedenen Vorbildungen zweckmäßig beschritten werden kann. Eine genaue Prüfung auch der eigenen Befähigung und Veranlagung zum Beruf, ohne die Erfolge nicht zu erreichen sind, wird dringend empfohlen. Die Ausbildungsmöglichkeiten für den technischen Beruf sind außerordentlich mannigfaltig. Die höchste Stufe technischer Bildung vermitteln die Technischen Hochschulen, zu deren Besuch das Reifezeugnis einer höheren Lehranstalt verlangt wird; außerdem ist eine Reihe von technischen Fachschulen vorhanden, die teilweise zum Eintritt die Berechtigung zum Einjährig-Freiwilligen Militärdienst verlangen, zum Teil geringere Anforderungen stellen. Besonders wird in der Schrift auf die Wichtigkeit der praktischen Ausbildung hingewiesen, deren Dauer nach Vorbildung und Art der zu besuchenden Schule zwischen ein bis vier Jahren betragen soll.

In dem Hefte befindet sich eine Zusammenstellung von technischen Lehranstalten, mit Angaben über Schulgeld und sonstige Gebühren, was um so wichtiger ist, als im nichtstaatlichen technischen Mittelschulwesen sich im Laufe der Zeit gewisse Mißstände herausgebildet haben, die bei der Wahl der Schule Vorsicht und Sachkenntnis wünschenswert erscheinen lassen. Ferner sind die Berechtigungen angeführt, die durch den erfolgreichen Besuch mancher Anstalten, namentlich der staatlichen, erworben werden. Jedem, der sich über das technische Schulwesen unterrichten will, wird diese Schrift, die zum Preise von 35 Pf. im Buchhandel käuflich ist (Verlag von B. G. Teubner, Leipzig), wertvolle Aufklärung geben.

* * *

Der Verband deutscher Schulgeographen veröffentlicht einen eingehenden Bericht über seine Tätigkeit im letzten Jahre. Der Verband zählte am Schlusse des Berichtsjahres 1860 Mitglieder; da er das Jahr mit einem Bestand von 500 antrat, hat sich seine Mitgliederzahl mithin beinahe vervierfacht. Dieser Erfolg, der den Verband den größten geographischen Gesellschaften ebenbürtig zur Seite stellt, beweist, daß der Grundgedanke, dem er sein Dasein verdankt, gesund ist, alle Lehrer der Erdkunde von der Volksschule bis zur Universität zusammenzuführen in der Arbeit für das gemeinsame Ziel: Freie Bahn für erdkundliches Wissen! Die im 14. Jahrgang stehende Verbandszeitschrift, der „Geographische Anzeiger", vereinigt mit der „Zeitschrift für Schulgeographie", brachte im verflossenen Jahre neben ungezählten kleineren Beiträgen 50 Abhandlungen über allgemeine und schulgeographische Gegenstände. Als Sonderbeilagen wurden 68 Tafeln in feinstem Kunstdruck und 16 Karten in vielfachem Farbendruck beigegeben. Die Versammlungstätigkeit des Verbandes war im Berichtsjahr besonders rege: so wurden in Hannover, Berlin, Innsbruck, Quedlinburg, Wolfenbüttel und Lausanne die Interessen des geographischen Unterrichts selbständig oder im Anschluß an die Tagungen anderer Körperschaften vertreten.

Der Verkehr mit den Behörden hatte besonders die Ausnutzung der amtlichen topographischen Karten für den Unterricht zum Ziele; die Vorschläge des Verbandes fanden bei den amtlichen Stellen vor allem in Bayern, Württemberg, Preußen, Baden und Anhalt besonderes Entgegenkommen. An Lehrplanfragen standen ferner die preußischen Lehrerseminare und die österreichischen Realschulen im Vordergrunde der Beratungen. Eine vom Verbande eingerichtete Auskunftei erfreute sich reger Benutzung. Die Organisation des Verbandes ist nunmehr zum Abschluß gebracht, neben Hauptvorstand und Schriftleitung des Verbandsorganes nehmen ständige Vertreter in allen Einzelstaaten und Provinzen die Interessen des geographischen Unterrichts wahr. Ständiger Geschäftsführer ist Dr. Hermann Haack in Gotha, Friedrichsallee 3, von dem der angezeigte Geschäftsbericht auf Wunsch kostenlos zugeschickt und jede weitere Auskunft gern erteilt wird.

* * *

Deutsches Museum von Meisterwerken der Naturwissenschaften und Technik in München.

Einen Hauptanziehungspunkt für unsere Vereinstagung in München wird das Deutsche Museum bilden, dessen Verwaltungsbericht für 1911—12 soeben erschienen ist. Vorsitzender des Vorstandsrates ist Herr Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Dr.-Ing. Felix Klein. Unter den Neu-Stiftungen verdienen besonders Modelle der Gotthardbahn, des Woolworth-Gebäudes in New-York, des Admiralschiffes „Victory“ Erwähnung. Die Wattsche Dampfmaschine ist in Originalgröße nachgebildet worden. Die Besuchsziffer betrug im August 1912: 52000. Unser Verein ist „Mitglied“ des Deutschen Museums.

Bücher-Besprechungen.

Dr. **Paul Barth**, a. o. Professor der Philosophie und der Pädagogik an der Universität zu Leipzig, Die Elemente der Erziehungs- und Unterrichtslehre, auf Grund der Psychologie und der Philosophie der Gegenwart. 3., durchgesehene und mehrfach ergänzte Auflage. Leipzig 1911, Joh. Ambr. Barth. XII, 644 S. M 7,50. geb. M 8,50.

Die Beschäftigung mit der allgemeinen Erziehungs- und Unterrichtslehre erfreut sich in den Kreisen der Mathematiker und Naturwissenschaftler nicht durchweg des Interesses, das der speziellen Methodik der Einzelfächer entgegengebracht wird. Das ist ja erklärlich gerade durch die intensive Arbeit, die auf dem besonderen Gebiet in den letzten Jahrzehnten geleistet ist, der zu folgen oder gar sie zu fördern einen recht beträchtlichen Aufwand von Zeit und Kraft erfordert. Aber es ist doch bedauerlich, weil dadurch zum Teil die wechselseitige Anregung verloren geht, die die allgemeine Erziehungslehre und die besondere Didaktik der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer aufeinander ausüben könnten.

Es ist deshalb vielleicht nicht unzweckmäßig, auch die Fachgenossen auf ein Buch aufmerksam zu machen, das imstande ist, über den gegenwärtigen Standpunkt der allgemeinen Pädagogik zu orientieren. Das tut das vorliegende Buch in vortrefflicher Weise. Aber freilich darf man sich nicht damit begnügen, nur etwa die Kapitel Mathematik, Physik und Chemie aufzuschlagen, die möchten enttäuschen, besonders wenn man nicht wenigstens das hinzunimmt, was in dem Abschnitt „Das Ziel der Geistesbildung“ über sie gesagt ist. Wertvoll und anregend, auch direkt für die Verwendung in unseren Fächern ist gerade der allgemeine Teil: die Bildung des Willens, des Gefühls und des Geistes. Der Verfasser verfügt über eine eingehende Kenntnis der pädagogischen Literatur, auch der der Mathematik und Naturwissenschaften. In anziehender Darstellung läßt er die verschiedenen Ansichten zu Worte kommen, wenn er auch mit seiner subjektiven Meinung nicht zurückhält; er benutzt in ausgedehnter Weise den Entwickelungsgedanken an zahlreichen Stellen; er bedient sich mathematischer Gleichnisse und Schlüsse. Allerdings ist der Beitrag, den unsere Fächer als Unterrichtsgegenstände für die wichtigste Seite der Erziehung für die Charakterbildung zu liefern imstande sind, weniger eingehend dargelegt. Vielleicht hat sich der Verfasser gescheut, näher auf das ihm ferner liegende Gebiet einzugehen, weil ihm die Fachmänner zu wenig Unterlage geliefert haben, wenigstens in Büchern und Schriften, die außerhalb der Fachkreise bekannt sind. Das Rüstzeug der allgemeinen Pädagogik sollte von uns mehr benutzt werden, sowohl um auf diese einen größeren Einfluß zu gewinnen, als auch um zu erkennen, daß die scheinbaren Sonderbestrebungen in unseren Fächern durchaus parallel gehen mit der Gesamtrichtung der ganzen neueren Erziehungslehre. Zu diesem Zweck sei Barths Buch warm empfohlen. Wer es in die Hand nimmt, wird von ihm gefesselt werden. A. T.

* * *

Penndorf, Dr. **B.**, Rechnen und Mathematik im Unterricht der kaufmännischen Lehranstalten. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner.

Das beachtenswerte Heft der Imuk-Abhandlungen (Bd. IV, Heft 6) gibt einen orientierenden Ueberblick über die verschiedenen Arten der kaufmännischen Unterrichtsanstalten von der Lehrlingsschule bis zur Handelshochschule.

Die historische Entwickelung, die Organisation und der Zweck genannter Anstalten werden klargelegt, und ihre Ziele sind an der Hand zahlreicher Prüfungsaufgaben zum Ausdruck gebracht worden. Der Verfasser ist in der Lage, aus eigener Erfahrung über die für sämtliche Gruppen in Betracht kommenden rechnerischen und mathematischen Stoffe ein Urteil abzugeben, und mancher wertvolle Wink wird dem Suchenden zuteil. Methodische und praktische Ausführungen werden nicht gegeben, dafür aber bietet der Schlußabschnitt eine gut gegliederte, reichhaltige Literaturübersicht für Theorie und Praxis des kaufmännischen Rechnens.

Rouwolf (Hamburg).

* * *

Wittmann, W., Seminaroberlehrer in Backnang, Funktionen und graphische Darstellungen für den neueren Arithmetikunterricht. 48. S. Berlin und Leipzig, Göschensche Verlagshandlung.

Das Neue des heutigen mathematischen Unterrichts besteht weniger in der Einführung neuer Lehrstoffe als in der Behandlung des Hergebrachten nach neuen Gesichtspunkten. Das vorliegende Buch sucht in Kürze zu zeigen, wie sich der Anschluß des neuen in den einzelnen Gebieten der Arithmetik bewerkstelligen läßt. Es wird seinen Zweck, den nicht eingearbeiteten Lehrer schnell zu orientieren, recht gut erfüllen, wenn auch vielleicht im einzelnen ein engerer Anschluß an die Naturwissenschaften und das praktische Leben wünschenswert gewesen wäre. So vermißt man beispielsweise im § 2 einen Hinweis auf selbstregistrierende Instrumente, im § 5 einen solchen auf die im Gebrauch der Eisenbahn befindlichen graphischen Fahrpläne. Nur in losem Zusammenhang mit dem Inhalt des Buches steht der Anhang, der eine Zusammenstellung von Maßen und Konstanten enthält.

Lindemann (Hamburg).

* *

Bützberger, Lehrbuch der ebenen Trigonometrie. Zürich, Füseli.

Das in vierter Auflage erschienene Buch, das für den Schul- und Selbstunterricht bestimmt ist, enthält die ebene Trigonometrie, soweit sie in unsern höheren Schulen behandelt zu werden pflegt. Es bringt in der allgemein üblichen Anordnung im ersten und zweiten Teil den Lehrstoff der Unterstufe, im dritten die Ergänzungen für die Oberstufe. Der Stoff ist sorgfältig durchgearbeitet. Zahlreiche geschickt ausgewählte Beispiele zeigen die Verwendbarkeit der Trigonometrie. Die graphische Darstellung der Funktionen scheint mir zu kurz gekommen zu sein. Es wird nur in einer Aufgabe darauf verwiesen. Die Kurven dürfen wohl in einem Lehrbuch nicht fehlen. Der Verlauf der Funktionen prägt sich am Verlauf ihrer Kurven außerordentlich viel deutlicher ein als an einer Tabelle über die Vorzeichen. Hervorgehoben zu werden verdient es, daß die Geschichte der Trigonometrie, die wohl überall ein wenig vernachlässigt wird, einer kurzen Darstellung im Vorwort gewürdigt wird. Das Buch erfüllt seinen Zweck und kann empfohlen werden.

Dr. Winter (Hamburg).

* * *

Müffelmann, Hedwig, Oberlehrerin, Bilder aus der Sternenwelt. Eine leichtfaßliche Einführung in die Himmelskunde. Godesberg b. Bonn 1912, Naturwissenschaftl. Verlag. M 2.—.

Das Buch ist mit schwärmerischer Begeisterung, aber leider ohne die hier besonders unentbehrliche Klarheit der Grundbegriffe geschrieben und deshalb als ein zuverlässiger Führer auf dem schwierigen Gebiete nicht anzusehen. Der Gedanke, die Himmelskunde könne einfacher mathematischer Darstellungen entraten, ohne dadurch an Tiefe einzubüßen, ist ein schwerer Irrtum, der sich an allen Stellen rächt, wo dem unbefangenen Leser wichtige Dinge klar gemacht werden sollen. Wenn beispielsweise auf Seite 55 gesagt wird: „Ekliptik ist nichts anderes als Sonnenbahn! Es ist die Linie, welche die Sonne täglich (!) und jährlich am Himmel zu durchlaufen scheint, und zwar geht ihr Mittelpunkt darauf entlang“, so kann diese Ausdrucksweise unmöglich dazu dienen, für die grundlegenden Anschauungen Klarheit zu schaffen; die folgenden Sätze des gleichen Abschnitts müssen aber geradezu als falsch und völlig irreführend bezeichnet werden. Ohne scharfe Scheidung zwischen dem als fest zu denkenden Himmelsgewölbe mit seinen durch die Drehung der Erde eingeritzten täglichen Sternbahnen und dem sich scheinbar drehenden Fixsternhimmel, an dem die Sonne ihre jährliche Bahn, den Tierkreis, durchschreitet, können die hier zu erörternden Dinge nicht begreiflich gemacht werden; der Mangel dieser Unterscheidung ist das Verhängnis der Schrift.

W. B. Hoffmann (Rawitsch).

* *

Börnstein, R., Einleitung in die Experimentalphysik, (Aus Natur und Geisteswelt). 168 S., 90 Fig. Leipzig 1912, B. G. Teubner. 1,25 M.

Das kleine Buch behandelt die Vorträge, die der Verfasser auf Veranlassung des Vereins für volkstümliche Kurse von Berliner Hochschullehrern gehalten hat. Es zeichnet sich durch elementare Darstellung und Angaben von äußerst einfachen Versuchsanordnungen aus. Die einzelnen Kapitel behandeln die Kräfte, die Schwerkraft, Gravitation, Energiegesetz, tropfbare Flüssigkeiten, Gase, Molekularerscheinungen und geben eine klare Vorstellung von den Grundbegriffen der Physik.

P. Riebesell (Hamburg).

* *

Berliner, A., Lehrbuch der Experimentalphysik in elementarer Darstellung. 2. Auflage. 720 S., 726 Fig. Jena 1911, Fischer. 19,50 M.

Das Buch gibt durch die Ausführlichkeit und Uebersichtlichkeit der Darstellung eine ausgezeichnet elementare Darstellung der Physik. Durch das Bestreben, den Stoff methodisch aufzubauen, weicht der Verfasser häufig von der gewohnheitsmäßigen Reihenfolge der einzelnen Gebiete ab. Ein glücklicher Griff in dieser Beziehung ist die Behandlung der Doppelbrechung im Anschluß an die einfache Brechung, unabhängig von der Polarisation, die Behandlung der Wärmestrahlung in der Optik, die gemeinsame Betrachtung von Magnetismus und Elektrokinetik. Weniger glücklich finde ich die Behandlung der mechanischen Wärmetheorie vor den übrigen Gebieten der Wärmelehre. Besonders beachtenswert sind die Darlegungen über die Unterschiede der Gaußschen und Abbeschen Abbildungslehre sowie eine elementare Einführung in die Abbesche Theorie der Strahlenbegrenzung und ihre Anwendung auf die optischen Instrumente.

Zu bedauern ist die geringe Anwendung mathematischer Hilfsmittel. Manche Gesetze und Formeln werden ohne Ableitung erwähnt und diskutiert.

Das Buch ist eigentlich nicht für die Lehrer der Physik bestimmt, doch werden diese gerade in bezug auf Gruppierung des Stoffes sehr viel daraus lernen können. Sehr praktisch sind die Klapptabellen am Schlusse des Buches.

P. Riebesell (Hamburg).

* * *

Die Zustandsgleichung, Rede, gehalten bei Empfang des Nobelpreises für Physik, von Prof. Dr. J. D. Van Der Waals. 23 S. Leipzig 1911, Akademische Verlagsgesellschaft M. B. H.

In dieser Rede schildert Van Der Waals, wie er zu seiner Zustandsgleichung gekommen ist, welche die Zustandsgleichungen betreffenden Probleme (vor allem die Veränderlichkeit der beiden in ihr auftreten-Größen a und b) heute noch ungelöst sind, und welche Wege zu ihrer Lösung versucht sind und noch möglich wären. Endlich geht er noch auf seine Versuche ein, mit Hilfe der Zustandsgeichung das Verhalten binärer und ternärer Gemische zu erklären.

Lony (Hamburg).

* * *

Frommel, Wilhelm, Radioaktivität. (Sammlung Göschen Nr. 317). 115 S., 21 Abb. Leipzig 1911. geb. 0.80 M.

Das Büchlein liegt bereits in zweiter Auflage vor. Es unterrichtet über die Physik und Chemie der radioaktiven Stoffe, über die Messung und die Wirkungen der ausgesandten Strahlen und verhältnismäßig ausführlich über die Umwandlungsprodukte. Leider ist die Darstellung nicht immer ganz klar, auch finden sich einige Unrichtigkeiten.

Gg. Heinrich (Neustadt a. d. Haardt).

* * *

Höck, F., Unsere Frühlingspflanzen. Anleitung zur Beobachtung und zum Sammeln unserer Frühjahrsgewächse. Für jüngere und mittlere Schüler. Dr. B. Schmids naturwissensch. Schülerbibliothek. Band 16. Leipzig und Berlin 1912, Teubner. Geb. M 3.—.

Es war ein recht guter Gedanke, die Frühlingsflora, die nach langem Winter eine ganz besonders starke Anziehungskraft auf den werdenden Naturfreund ausübt, zum Gegenstande eines Bändchens der bekannten Sammlung zu machen. Auch eignet sich der Frühling deshalb ganz besonders zur Einführung in die Botanik, weil zu keiner anderen Jahreszeit das Bild der Flora so übersichtlich ist. Die Pflanzen werden in diesem empfehlenswerten Buche nach ihrem Standort, ihren Lebenserscheinungen und zum Teil auch von systematischen Gesichtspunkten aus behandelt. Kleine Bestimmungstabellen für die Arten einiger Gattungen sollen Vorübungen für die Benutzung einer „Flora" ermöglichen. Schäffer (Hamburg).

*

Hegi, G. Dr., Illustrierte Flora von Mittel-Europa. Mit besonderer Berücksichtigung von Deutschland, Oesterreich und der Schweiz. Zum Gebrauch in den Schulen und zum Selbstunterricht. 2. und 3. Band. 2. Bd. geb. 20 M; 3. Bd. 23 M. München, Verlag von J. F. Lehmann.

Dieses in jeder Hinsicht hervorragende Werk, dessen erste neun Lieferungen in dieser Zeitschrift (14. Jahrg., S. 19) anzuzeigen ich das Vergnügen hatte, ist nunmehr bis zum Abschluß des dritten Bandes gediehen. Je weiter es sich fortentwickelt, um so mehr vermag es uns durch seine Gründlichkeit, vorbildliche Vielseitigkeit und nicht zuletzt durch seine treffliche Illustration zu überraschen. Weist doch der dritte Band allein 39 farbige Tafeln und 210 Abbildungen im Text auf!

Während der zweite Band die Monocotyledonen — vor allem mit glänzender Ausstattung der Liliaceae und Orchidaceae — zu Ende führt, bringt der dritte u. a. die Salicaceae, Betulaceae, Fagaceae, Ulmaceae, Urticaceae, Loronthaceae, Santalaceae, Polygonaceae, Chenopodiaceae, Caryophyllaceae, Nymphaeaceae und Ranunculaceae.

Möge dieses von der Kritik so warm aufgenommene Werk namentlich auch in unseren Lehrerbibliotheken Berücksichtigung finden! Jeder Botaniker wird daraus für seinen Unterricht sowie auch für seine eigene floristische Fortbildung großen Gewinn haben.

Bastian Schmid (Zwickau).

* * *

Lindau, G., Die Pilze. Eine Einführung in die Kenntnis ihrer Formenreihen. Sammlung Göschen. Leipzig 1912. Geb. M 0.80.

Dieses Bändchen gibt eine übersichtliche Darstellung der Gliederung des Pilzsystems bis zu den Familien. Von Gattungen und Arten sind nur die wichtigsten aufgezählt und kurz charakterisiert. Eingeleitet wird es durch einige Abschnitte allgemeinen Inhalts, z. B. über die Abstammung, Morphologie und Physiologie der Pilze, ihre Anpassungserscheinungen, ihre Verbreitung, sowie über Nutzen und Schaden.

Schäffer (Hamburg).

* *

Milch, L., Deutschlands Bodenschätze. I. Kohlen und Salze. 151 S. mit 41 Abbild. im Text. Aus der Sammlung Wissenschaft und Bildung. Leipzig 1912, Quelle & Meyer. M 1.25.

Diese Schrift ist aus Vorlesungen an der Universität Greifswald hervorgegangen und ist besonders deshalb beachtenswert, weil sie aus berufener Feder die neuesten Ansichten der Wissenschaft über die Bildung der Kohlengesteine und über die Entstehung der Salzlager, ferner das neueste Zahlenmaterial über die wirtschaftliche Bedeutung und die Förderung der deutschen Kohlen- und Salzlager enthält. Die kleinen geologischen Karten, Profile und Diagramme bilden eine wertvolle Beigabe.

Dr. Heineck (Wiesbaden).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)

Lüdtke, H., Zur Behandlung der elektromagnetischen Lichttheorie. Berlin 1911, J. Springer. M 4.—.
Maas, O., und Renner, O., Einführung in die Biologie. München 1911, R. Oldenbourg. geb. M 8.—.
Machs Grundriß der Physik f. d. höh. Schulen des Deutschen Reiches bearbeitet von F. Harbordt u. M. Fischer. T. 1. 4. Aufl. Leipzig 1910, G. Freytag. M 2.—.
Machs Grundriß der Naturlehre bearbeitet v. K. Harbordt. Unterstufe für Gymnasien, 7. Aufl.: geb. M 2.50; für Realgymnasien: geb. M 2.50. Wien 1910, Tempsky.
Marcuse, A., Himmelskunde. Leipzig 1912, Quelle & Meyer. M 1.25.
Markoff, A. A., Wahrscheinlichkeitsrechnung. Nach der 2. Aufl. des russischen Werkes übersetzt von H. Liebmann. Leipzig 1912, Teubner. geb. M 13.—.
Marquardt, R., Methodik des erdkundlichen Unterrichts. Hannover 1912, C. Meyer. M 2.—.
Martus, H. C. E., Astronomische Erdkunde. Kleine Ausgabe. 3. Aufl. Dresden, C. A. Koch. geb. M 3.40.
Meissner, O., Wahrscheinlichkeitsrechnung. Leipzig 1912, Teubner. M 0.80.
Messer, A., Geschichte der Philosophie im Altertum und Mittelalter. Leipzig 1912, Quelle & Meyer. M 1.25.
Messerschmidt, J. B., Physik der Gestirne. Leipzig, P. Reclam jun. geb. M 1.—.
Meyer, W. Franz, Differentialrechnung. 2. Aufl. Leipzig, G. J. Göschen. M 9.—.
Mieho, H., Zellenlehre und Anatomie der Pflanzen. Leipzig 1911, Sammlung Göschen. M 0.80.
Migula, W., Pflanzenbiologie. 1. Allg. Biologie. Ebenda 1912. M 0.80.
Mikrokosmos, Zeitschr. f. prakt. Betätigung aller Naturfreunde. V. Jahrg., Heft 1 und 2. Stuttgart, Franckh.
Milarch, E., Die Luftschiffahrt. Godesberg 1910, Naturw. Verl.
Milch, L., Die Bodenschätze Deutschlands. I. Kohlen und Salze. Leipzig 1912, Quelle & Meyer. M 1.25.
Möbius, A. F., Astronomie, neu bearb. v. Prof. Dr. H. Kobold. 2 Bde. Sammlung Göschen 1911. M 1.60.
Möbius, M., Mikroskopisches Praktikum für systematische Botanik. Berlin 1912, Gebr. Borntraeger. M 6.80.
Mohr, H., Physik u. Chemie in Aufgaben. Leipzig, Fr. Brand stetter. M 1.60.
Möller, J., Nautik. Leipzig 1909, Teubner. M 1.25.
Müffelmann, Hedwig, Bilder aus der Sternenwelt. Godesberg 1912, Naturw. Verlag. M 2.—.
Müller, Aloys, Das Problem des absoluten Raumes. Braunschweig 1911, Friedr. Vieweg & Sohn. geb. M 4.80.
Müller, Emil, Technische Uebungsaufgaben für darstellende Geometrie. Wien 1911, F. Deuticke. M 1.25.
Müller, Felix, Gedenktagebuch für Mathematiker. 3. Aufl. Leipzig 1912, Teubner.
Münch, P., Lehrbuch der Physik. 1. Teil. Freiburg i. B. 1911. Herder. M 2.50.
Nathansohn, A., Allgemeine Botanik. Leipzig 1912, Quelle & Meyer. geb. M 10.—.
Neuendorff, R., Mathematik für techn. Fachschüler. Berlin 1912, J. Springer.
Niemann, G., Das Mikroskop und seine Benutzung bei pflanzenanatomischen Untersuchungen. 2. Aufl. Magdeburg 1911, Crentz. M 1.75.
Niemöller und Dekker, Arithmetisches und algebraisches Uebungsbuch. Heft 1: M 1.25 und Heft 2: M 1.60. Breslau 1912, Ferdinand Hirt.
Nimführ, R., Die Luftschiffahrt. 2. Aufl. Leipzig 1910, Teubner. M 1.25.
Nolls Naturgeschichte des Menschen. 6. Aufl. bearb. von Prof. Dr. H. Reichenbach. Breslau 1912, Ferdinand Hirt. M 1.60.
Nordhausen, M., Morphologie und Organographie der Pflanzen. Leipzig 1911, Sammlung Göschen. M 0.80.
Nothdurft, Physikalisches Experimentierbuch. V: M 0.40, VI: M 0,20, VII: M 0.40. Leipzig, Hochmeister & Thal.
Ohmann, O., Die Verhütung von Unfällen im chem. und phys. Unterr. Berlin 1912, Winckelmann & Söhne. M 0.50.
Oberrealschule in St. Georg, Die Einrichtungen für den naturwissenschaftlichen Unterricht von Dr. K. Schütt, O. Pröls und Dr. P. Riebesell. Hamburg. Pg. 1911.
Ostwald, W., Ueber Katalyse. 2. Aufl. Leipzig 1911, Akad. Verlagsges. M 1.50.
Otti, H., Kartenentwurflehre. Aarau 1911, H. Sauerländer. M 3.20.
Otto — Petri — Thaer — Ziegler, Mathematik für Oberlyzeen. 1. Teil. 2. Aufl. Leipzig 1912, Ferdinand Hirt & Sohn. M 4.—.
Paul, M. O., Arithmetik und Algebra f. höh. Mädchenschulen. Leipzig 1911, Quelle & Meyer. M 2.—.
Penndorf, B., Rechnen und Mathematik an kaufmännischen Lehranstalten. Imuk IV, 6. Leipzig 1912, Teubner. M 3.—.
Petzold, J., Einwände gegen Sonderschulen für hervorragend Befähigte. Leipzig 1911, Teubner. M 0.80.
Plassmann, J., Jahrbuch der Naturwissenschaften. 27. Jahrg. Freiburg 1912, Herder.
Plotnikow, J., Photochemische Versuchstechnik. Leipzig 1912, Akad. Verlagsges.

Abschluß dieser Nummer am 27. April 1913.