Jahrgang XXII. 1916. No. 1.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Geh. Studienrat Dr. **P. Bode**, Direktor der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M. und Professor **K. Schwab**, Oberlehrer a. d. Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden von jetzt ab an Geh. Studienrat Dr. P. Bode, Frankfurt a. M., Hermesweg 34, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

Inhalt: An unsere Mitglieder und Freunde! (S. 1). — Vereins-Angelegenheiten: Nachruf für Dr. Karl Hamdorff (S. 2). — Erdkunde und Krieg. Von Prof. Dr. Fritz Gräntz in Frankfurt a. M. (S. 2). — Amerikanische Kriegsarithmetik. Von Prof. Dr. Julius Ruska in Heidelberg (S. 8). — Ueber Sonnenuhren und ihre Verwendung im Unterricht. Von Prof. P. Kiesling in Bromberg (S. 10). — Zur Lehre von den Aehnlichkeitspunkten dreier Kreise. Von Prof. Jos. Moser in Breslau (S. 15). — Ein einfacher Beweis des Satzes von der winkelhalbierenden Transversale des Dreiecks. Von Prof. Kiesling in Bromberg (S. 17). — Ein weiterer Beweis des Lehmus-Steinerschen Satzes. Von Prof. Kiesling in Bromberg (S. 17). — Rückwärtseinschneiden aus zwei Punkten. Von Dr. Alois Lanner in Innsbruck (S. 18). — Bücher-Besprechungen (S. 18). — Anzeigen.

An unsere Mitglieder und Freunde!

Herr Oberrealschuldirektor Prof. Dr. Thaer, der sich leider schon vor $1^1/_2$ Jahren genötigt sah, den Vorsitz im Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts niederzulegen, hat mit Unterstützung seines Sohnes, des Herrn Privatdozenten Dr. C. Thaer in Greifswald, in dankenswerter Weise bis jetzt die Redaktion der Unterrichtsblätter weitergeführt. Herr Direktor Dr. Thaer steht seit Ausbruch des Krieges unter den Fahnen. Er ist jetzt schwer erkrankt und sein Sohn ist auch zum Heeresdienst einberufen. So haben die Unterzeichneten in der Not der Zeit auf Veranlassung des Vereinsvorstandes die Redaktion übernommen.

Das Vereinsorgan soll im Geiste der früheren Herausgeber, der Herren Prof. Pietzker und Prof. Dr. Thaer, denen wir für ihre opferwillige Tätigkeit zu größtem Dank verpflichtet sind, fortgeführt werden. Was der Verein seit seiner Gründung erstrebt, die Vertiefung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts auf den höheren Schulen, nicht nur in bezug auf Methodik und Didaktik, sondern auch nach der erkenntnistheoretisch-philosophischen Seite hin, und vor allem die Betonung der Anwendung unserer Wissenschaften auf allen Gebieten menschlichen Lebens, soll auch fernerhin die Aufgabe des Vereins und der Unterrichtsblätter sein. Gerade jetzt darf unsere Arbeit, die durch die Unterrichtskommission deutscher Naturforscher und Aerzte unter Führung von Geheimrat Prof. Dr. Felix Klein und durch den Deutschen Ausschuß für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht unter dem Vorsitz von Geheimrat Prof. Dr. A. Gutzmer so glücklich gefördert worden ist, nicht erlahmen.

Zur Erfüllung unserer Aufgabe bedürfen wir der Mitarbeit aller Mitglieder und Freunde mehr denn je. Der grausige Krieg hat auch unsere Reihen gelichtet. Nicht nur Männer, wie unser unvergeßlicher Grimsehl, auch eine Anzahl jüngerer Mitglieder, auf deren Schultern später die Weiterarbeit ruhen sollte, sind dahingerafft. Und die Freunde, die noch draußen stehen, sind unserer Mitarbeit entzogen. Da ist es für die Zurückgebliebenen eine heilige Pflicht, das, was erreicht ist, zu bewahren und fortzuführen. Trotz aller Mehrarbeit und trotz des Druckes, der auf uns allen lastet, heißt es auch für unseren Verein: Durchhalten und vorwärts! Auch wir müssen Kriegsarbeit tun. Groß werden die Aufgaben sein, die an das höhere Unterrichtswesen nach

dem Kriege herantreten. Der Ruf nach einer deutschen Schule tönt aus allen Lagern. Daß bei dieser Neugestaltung auch dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der ihm gebührende Anteil an der Lösung der allgemeinen Bildungsaufgabe gewahrt bleibt, ist eine zwingende Notwendigkeit nicht nur wegen der besonderen Schulung, die Geist und Charakter unserer Jugend durch die Beschäftigung mit der Mathematik und den Naturwissenschaften erfahren, sondern auch geradezu wegen der Bedeutung, die der Pflege der mathematisch-naturwissenschaftlichen Lehrfächer für das Wohl und die Sicherheit unseres Vaterlandes zukommt. Hat uns doch der gewaltige Krieg, in dem wir uns gegen eine riesige Uebermacht siegreich behaupten, auf das deutlichste gezeigt, wie die staunenswerten Erfolge unserer Waffen und die wirksame Abwehr des gegen uns unternommenen wirtschaftlichen Vernichtungskampfes zu einem guten Teil der aus wissenschaftlicher Arbeit erwachsenen technischen Ueberlegenheit unseres Volkes zu verdanken sind. Dieses Uebergewicht anderen Völkern gegenüber auf der Grundlage einer umfassenden mathematisch-naturwissenschaftlichen Schul- und Universitätsbildung zu erhalten, ist eine Lebensfrage für unser Vaterland. Unsere Aufgabe kann aber nur gelöst werden durch allseitige Mitarbeit, durch Austausch der Erfahrungen, die bei den Versuchen, unsere Fächer zu vertiefen, gemacht worden sind, durch Unterbreitung von Vorschlägen, wie auch unsere Wissenschaften dazu beitragen können, unsere Schulen so zu gestalten, daß die Pflege deutscher Gründlichkeit, deutschen Wesens und deutscher Vaterlandsliebe ihr Leitstern ist.

Möchte jeder Fachgenosse an Universität und Schule bemüht sein, hierzu nach besten Kräften mitzuhelfen.

Geheimer Studienrat Dr. Paul Bode, Professor Karl Schwab,
Frankfurt a. M., Hermesweg 34.

Vereins-Angelegenheiten.

Am 14. Januar starb im 74. Lebensjahr der Gymnasialdirektor a. D. und Geheime Regierungsrat

Dr. Karl Hamdorff.

Dreißig Jahre lang hat er Gymnasium und Realschule in Guben geleitet und noch längere Zeit der dortigen Stadtverordnetenversammlung angehört, deren Vorsteheramt er zwölf Jahre hindurch verwaltete. In Anerkennung seiner Verdienste wurde ihm 1909 das Ehrenbürgerrecht der Stadt verliehen. Bei seinem weiten Blick und seiner gemeinnützigen Gesinnung genoß er auch in den Kreisen der Lehrer an höheren Schulen allgemeine Hochschätzung, die in seiner Berufung zum Vorsitzenden des Brandenburgischen Philologenvereins und zum Vorstandsmitglied der Delegiertenversammlung preußischer Oberlehrer zum Ausdruck kam.

Mitglied unseres Vereins war der Verewigte seit dessen Begründung und ist in ihm während der Jahre 1893—1903 als Vorstandsmitglied, zeitweilig auch als Vorsitzender tätig gewesen. Er war ein eifriger Verfechter der Interessen besonders des naturwissenschaftlichen Unterrichts, vertrat aber hierbei wie in seiner gesamten Lebensarbeit die Ueberzeugung, daß aller Unterricht auf Menschenbildung gerichtet sein müsse, und daß es nicht auf einseitige Fach- und Schulbildung, sondern auf die Ausrüstung der Jugend für die Erfüllung ihrer Lebensaufgaben ankomme. In der Arbeit für dieses Ziel unermüdlich, wußte er mit großem Geschick, von persönlicher Liebenswürdigkeit unterstützt, vorhandene Gegensätze auszugleichen und das Einigende in den Vordergrund zu stellen.

Wie bei seinen Berufs- und Fachgenossen, so ist ihm ganz besonders auch in unserem Verein ein ehrenvolles und dankbares Andenken gesichert.

Der Vorstand: F. Poske.

Erdkunde und Krieg.

Von Prof. Dr. Fritz Gräntz (Frankfurt a. M.).

Der Weltkrieg bringt, in unerhörter Weise räumlich ausgreifend, immer neue Länder und Meere in den Gesichtskreis des Einzelnen wie des Volkes. Fremde Völker, Landschaften, die er früher vielleicht kaum dem Namen nach kannte, wie die Sümpfe des westlichen Rußlands oder die selbst der Wissenschaft noch manche Frage stellenden mazedonischen Gebirge, erlebt der deutsche Krieger unmittelbar. Dem Nichtkämpfer tauchen immer andre geographische

Namen aus den Ereignissen auf, von den entlegensten Inseln des südatlantischen Ozeans bis zu den fernen Randgebieten Asiens; unterstützt von Kriegskarten und Zeitungsberichten, Briefschilderungen und Büchern, sucht er sich, so gut es gehen will, auf der Erdoberfläche zurechtzufinden. Daß dies für viele Gebildete und Ungebildete einen fruchtbaren Gewinn an erdkundlichem Wissen bedeutet, ist außer Frage. Immerhin bleibt es zunächst eine Kriegsgeographie im äußerlichen und ursprünglichen Sinne, die die Erde nur als Schauplatz kennt.

Sie vertieft sich zu einer Kriegsgeographie im innerlichen Sinne, sobald ein ursächlicher Zusammenhang zwischen den geographischen Eigenschaften des Schauplatzes und dem Verlauf des Krieges offenbar wird. Es wird auch dem Nichtkämpfer bewußt, wie sehr die Entwickelung der Schlacht von der Geländeform abhängt, wie der Karstkrieg ein andrer ist als der Dolomitenkrieg, der Karpathenkrieg ein andrer als der Balkankrieg. Es zeigt sich, wie der moderne Krieg uralte Schauplätze und Schlachtfelder aufsucht (Tannenberg, katalaunische Felder, Amselfeld), wie die Völkerbewegungen im Kriege erst recht von großen Flußwegen bestimmt werden (Maas, Donau), wie die Entwickelung des Seekriegs der Gestalt der Küsten gehorcht. So wird der Sinn für erdkundliche Betrachtung der Geschehnisse geweckt und geübt und zugleich aus der geographischen Erfassung der Kriegsräume ein Maßstab für die Beurteilung der Kriegsleistungen selbst gewonnen. Auch die Erdkunde als Wissenschaft wird sicherlich, wenn erst ein geschlossener Ueberblick möglich geworden ist, von einer solchen Kriegsgeographie neue Erkenntnisse und Anregungen erhalten.

Dem Nachdenklichen kann nicht verborgen bleiben, daß die wuchtigen Ereignisse, deren Zeuge er ist, eine plötzliche und gewaltsame Lösung geographisch bedingter Spannungen sind, sowie sie zugleich den Durchbruch geschichtlicher Kräfte offenbaren, die scheinbar im Schlummer oder Halbschlummer gelegen hatten. Damit fügt sich aber die engere Kriegsgeographie in einen größeren Zusammenhang ein, dessen Erforschung der politischen Geographie zusteht. Der Krieg gibt uns einen strengen, aber in seiner Art meisterhaften politisch-geographischen Anschauungsunterricht. Er wirft ein unerbittlich grelles Licht auf vergangene Friedenszeiten und deutet auf künftige Notwendigkeiten. Er schärft der erdkundlichen Forschung das politische Gewissen und läßt den Politiker die geographischen Grundlagen seiner Kunst deutlich genug fühlen. Er deckt einen großen zeitlichen und räumlichen Zusammenhang der Kriege auf und zeigt, daß der Staat, statt sich, wie manche meinten, in seiner kulturellen Entwickelung vom Boden zu lösen, fester mit ihm verwächst und wachsend, schaffend und kämpfend aus ihm Kraft und Eigenart schöpft, wie jeder andre irdische Organismus auch. Dabei wird wieder sichtbar, wie das katastrophenartige Wesen großer politischer Umgestaltungen, die den ruhigeren Zeiten folgen, den stoßweisen Umwälzungen in der Entwickelungsgeschichte der Erde und ihrer lebendigen Geschöpfe entspricht.

Der schon vor Jahrzehnten zur Wissenschaft gewordenen politischen Erdkunde bedeutet der Krieg einen Ansporn, in den von Ratzel, Hettner und anderen gewiesenen Bahnen weiterzuschreiten. Es ist, als ob mit einem Schlage die schon vorher erkannten Gesetzmäßigkeiten lebendig geworden und auf den Kampfplatz getreten wären. Weil wir es erleben, verstehen wir es besser als sonst, daß jede Lebensentfaltung der sich gleich bleibenden Größe der Erdfläche untertan, daß der Krieg selbst, nach einem Ratzelschen Worte, der Kampf um den geographischen Raum ist und daß Staaten umso kräftiger zusammenprallen müssen, je stärker in ihnen der Wille zur Raumbehauptung, die Mittel zur Raumbeherrschung oder der Trieb zur Raumvergrößerung wirken. Die politische Bedeutung aller Verkehrsmittel, die der Raumbewältigung dienen, wird uns klarer bewußt als früher. Den politischen Wert der Orientbahn oder der Bagdadbahn bezweifeln heute Freund und Feind so wenig, als wir den politischen Vorsprung Englands, den ihm seine Kabelbeherrschung gibt, bestreiten. Was die natürliche und die politische Lage für die Staaten bedeutet, lehrt der Krieg in unwiderleglicher Klarheit. Englands Insellage, Deutschlands Binnenlage können für niemanden mehr zu blassen Begriffen werden. Vorderasien ist wieder die Brücke zum Indischen Ozean geworden, Aegypten, nach Partsch „das von der längsten Erfahrung beleuchtete Beispiel der wechselvollen, immer neue Kräfte weckenden Macht einer bedeutsamen Weltlage“, erscheint als gewaltiger Brükkenkopf. Der Sinn des englischen Vorstoßes gegen Bagdad ist aus der Lage heraus sofort zu erkennen. Wie die Meere durch ihre Lage und Gestalt das politische Geschehen in Frieden und Krieg beeinflussen, es gestalten oder verwirren, dafür ist das vielgegliederte Mittelmeer gegenwärtig das beste Beispiel. Der Krieg beweist, wie die verwandte politische Lage eine allgemeine politische Aehnlichkeit von Staaten zur Folge haben kann. Er läßt neutrale Pufferstaaten in ihrem politischen Wesen erkennen. Er bringt einen beherrschenden Teil der Staatenpolitik, das Streben nach dem offenen Meere oder nach der längeren Küste zum gewaltsamen Ausdruck. Während aber Küstenstaaten, die kein größeres Hinterland besitzen, die Gunst ihrer Lage nicht voll oder doch nicht auf die Dauer ausnutzen können, wird anderen die Verbindung der Küste mit einem ausgedehnten

Binnengebiet zu einer mit dem Verkehr wachsenden politischen Machtquelle. Am sinnfälligsten äußern sich im Kriege die Wirkungen der Lage an den Kreuzungsstellen und Brennpunkten der Interessen, wie an den Dardanellen, in Saloniki, am Suezkanal. Daß die deutsche Eroberung Antwerpens von England mit einem zähen Festhalten an Calais beantwortet wurde, ist eine kriegerische Form jener geographischen Angleichungen, denen Ratzel in seiner „Politischen Geographie“ einen wichtigen Platz einräumt. Zahlreich und mannigfaltig sind die Beispiele für die politische Wirkung der Gebirge, ihrer Lage und ihrer Gestalt. Im russischen Ansturm gegen und über die Karpathenpässe verkörperte sich geradezu das Drängen des Staatsriesen gegen die Halt gebietenden Schranken. Im Verlauf des Alpenkrieges spiegelt sich die zersplitternde und die Gegensätze verschärfende anthropogeographische und politische Wirkung des Hochgebirges. Die Grenzen erwachen aus ihrer scheintoten Ruhe, werden beweglich, verwandeln sich wieder in kampferfüllte Räume, suchen sich zu vereinfachen und ihrem Boden und ihrem Staate organischer anzupassen. Was das Wirtschaftsleben eines Landes politisch bedeutet, erleben wir Deutsche mit umso stolzerem Bewußtsein, je klarer wir die Folgen der englischen Abschließungspolitik erkennen. Italiens geographisch-wirtschaftliche Abhängigkeit von England mag unser Urteil über sein treuloses Verhalten, wenn auch nur um ein weniges, mildern. Es wird in Zukunft keine politische Erdkunde mehr geschrieben werden können, die nicht der Wirtschaftsgeographie ebenso wie der Verkehrsgeographie einen besonders weiten Raum anweist.

Am strengsten und gewaltigsten aber muß uns der Weltkrieg als politisch-geographischer Lehrmeister erscheinen, indem er, unvergleichlich kräftiger als irgend einer seiner Vorläufer, die Wirkungen des Kriegsgeschehens an einer Erdstelle über die ganze Erde hin, über Meere, in Wüsten und Steppen hinein wandern läßt. Wie sich unser Heer mit einem zusammengerafften Mischmasch von Völkern zu schlagen hat, so ist der Krieg, den es führt, auch in seinen Folgen ein Weltkrieg. An der Entzweiung der alten Welt stärkt sich wirtschaftlich die neue. Alte geographisch-politische Gegensätze im fernen Osten, wie der russisch-englische, verlieren für eine Zwischenzeit ihre Spannung. Drohend wächst dahinter der europäisch-ostasiatische Gegensatz über dem Kriegschaos empor, dem „Europäisierungsprozeß“ der Erde ein höhnisches Halt gebietend. Ihm gesellt sich das politische Problem des Stillen Ozeans, das sich gebieterisch zwischen Japan, Australien und die Vereinigten Staaten Amerikas stellt. Diese Verknüpfung des Entlegensten gibt der Zeit ihre furchtbare Größe. Sie verschärft der politischen Erdkunde den ihr eigenen einheitlich großen Zug und weitet den politischen Sinn der Staaten und ihrer Bürger. Wir alle lernen im Kriege großräumiger und zusammenhängender anschauen und denken oder sollten es doch lernen.

Es liegt im Wesen der politischen Erdkunde begründet, daß sie nicht selten in die Gefahr gerät, ihre Erklärungsweise auf Erscheinungen anzuwenden, die das nicht vertragen. Das Volk, als Körper des Staates, ist gewiß eine geographische Erscheinung und als solche von den reingeographischen Verhältnissen seines Daseins, der Lage, der Raumgröße, der Bodengestalt, der Bodenart, dem Klima, dem Pflanzenwuchs abhängig. Aber je höher es sich entwickelt, desto mehr lernt es manche dieser Abhängigkeiten lockern oder gar überwinden, wie das schon nach der technischen Seite hin Verkehr und Handel tun. Solche Lockerungen und Gegenwirkungen vervielfältigen sich mit der Zunahme der geistigen Kultur. Es werden im Volke und im Staate geschichtliche Gesetzmäßigkeiten wirksam, die zunächst nicht, oder doch nur in ihren räumlichen Erscheinungsweisen, geographisch zu fassen sind. Zeitliche Wirkungen treten neben räumliche, sie abschwächend oder verstärkend. Das geographische Problem verbindet sich mit dem geschichtlichen. Derselbe Boden übt auf ein reifendes Volk und seinen Staat einen anderen Einfluß aus als auf ein welkendes und wird von beiden verschieden ausgewertet. Der Wert einer Kolonie wird von der Kulturhöhe ihrer eingeborenen Bevölkerung stark mitbestimmt. Die „Geschichtsseiten“ der Erdteile und Länder wandern, wie sich deren Völker wandeln. Sicher besteht zwischen der politischen Unruhe des Balkanwetterwinkels und seiner Gebirgszersplitterung eine ursächliche Verbindung. Aber andere Ursachen sind in der bewegten und langen Geschichte der einzelnen Balkanvölker verborgen, aus der von je einander widerstrebende, auf engem Raume zusammenstoßende politische Kräfte erwuchsen, im kleinen das kriegerische Schicksal der Erdenvölker darstellend. Im englischen Volkscharakter, wie im Wesen der englischen Politik, sind sicherlich die Wirkungen der insularen Abgeschlossenheit zu spüren; aber es wäre verfehlt, sie daraus allein ableiten zu wollen. In Indien sind die geographischen Voraussetzungen einer großen politischen Machtentfaltung gegeben: vorzügliche Weltlage, große, fruchtbare Räume, riesige Volkszahl. Und doch hat sich das indische Volk einer fremden, herrischen Minderheit unterworfen, weil es keine starken politischen Talente besitzt oder in seiner Entwickelung noch nicht dahin gelangt ist, sie zu erwerben und in die Tat umzusetzen. Liegt das nur am Klima? Wie wiederum das Geistige der Völker in seiner scheinbar erdfernsten Form,

der Religion, politisch gestaltend wirkt, vielfache Ungunst des Bodens bezwingend, lehrt die staatenschaffende und staatenkittende Kraft des Islam. Während reine Naturvölker sich ganz der Natur ihres Bodens anschmiegen, wie Pflanze und Tier, nimmt das gereifte Kulturvolk sein Schicksal selbst in die Hand oder überträgt seinen führenden Männern weittragende Entscheidungen. Die Geschichte und die politische Erdkunde der Folgezeit haben dann beide darüber zu urteilen, ob die Entscheidungen gut oder schlecht waren. So sehen wir allenthalben im Leben der Völker und Staaten reingeographische und geistig-geschichtliche Beziehungen sich verflechten, bald lose und leicht zu trennen, bald dicht und kaum entwirrbar. Ueberall, auch bei dem machtvollsten Kulturstaat, schimmert die elementare Erdgebundenheit hindurch; und auch die geistigen Eigenschaften und Geschehnisse werden letzten Endes irgendwie durch geheime Fäden der mütterlich strengen Erde verbunden bleiben. Aber ihre Erforschung versagt sich der Erdkunde; andere Wissenschaften, Geschichte, Soziologie, Völkerpsychologie, treten in ihr Recht. Für den Krieg gilt das nicht minder, als für friedlichere Zustände. Immer taucht das schwere Grundproblem der politischen Erdkunde, in dem das anthropogeographische Grundproblem enthalten ist, auf: Wieweit läßt sich politisches Geschehen geographisch „erklären?“

Die Schulgeographie wird jetzt auf allen Stufen zu einer wirklichen Kriegsgeographie, ohne daß es besonderer Stunden dieses Namens bedürfte. Wie ganz anders erscheinen dem Schüler die Länder und Völker, die kämpfenden und die zuschauenden oder noch nicht kämpfenden, mit deren Schicksal sich sein eigenes persönliches Schicksal und das seines Vaterlandes entscheidet; welch bedeutungsvolles Leben ist auf einmal in die leblosen Karten gefahren, in die Landstriche, wo der Vater, der Bruder, der einstige Klassengenosse vor dem Feinde steht, in die Stellen, wo die großen Schlachten geschlagen wurden, in die Meere, wo der eigene Verwandte jetzt nach feindlichen Schiffen späht! Es versteht sich von selbst, daß der erdkundliche Unterricht dieses veränderte Verhältnis der Jugend zu Ländern und Meeren lebhaft wahrzunehmen hat, nicht nur, um dem großen Bedürfnis des Tages zu genügen, sondern auch, um sein eigenes Feld zu bestellen. Und aus dem Sinn der Zeit wird dem Unterricht zwingender als sonst die Pflicht, aber auch der Trieb erwachsen, dem heranreifenden Geschlecht die Kenntnis des vaterländischen Bodens mit seiner Fülle und Vielgestalt nahe zu bringen, ihm seine unverletzte Heimat zu deuten, die im Schutze der lebendigen Mauer der Volksgenossen ernster, aber schöner als je blüht und Frucht trägt und arbeitet.

Solche Betrachtungen werden von selbst wieder, wenn der Unterricht im erdkundlichen Geiste erteilt wird, schon auf unteren Stufen in eine innerliche Kriegsgeographie übergehen. Man kann die Vogesen und die Burgundische Pforte nicht behandeln, ohne ihre strategische Bedeutung aufzuzeigen, die Masurischen Seen, die Grenzströme, die russischen Sümpfe und Wälder nicht, ohne die Schüler aus den ihnen mehr oder minder vertrauten Kriegstatsachen heraus entdecken zu lassen, wie sehr dadurch die Pläne der Heerführer und die Entwickelung der Feldzüge beeinflußt werden mußten. Die Eigenart der deutschen Grenzen, der französische Festungsgürtel, die Eigenschaften Belgiens können nicht mehr getrennt werden von der Art des Vorstoßes der deutschen Heere in die Feindesländer. Was in den besetzten Gebieten, die hinter den Kampflinien liegen, arme und fruchtbare, kohlenreiche und kohlenlose Gegenden für den Krieg selbst bedeuten, dies und vieles andere verlangt nach dem lebendigen Wort des Lehrers. Dadurch wird der Unterricht nicht nur an das Erlebnis der Zeit angeknüpft, an seinem Teil dieses Erlebnis vertiefend, sondern er hilft auch, worauf es ihm immer ankommen soll, über den Krieg hinaus erdkundliches Verständnis wecken und entwickeln.

So aber gliedert sich auch in der Schule die Kriegsgeographie in die größere, Krieg und Frieden umspannende politische Erdkunde ein. Nicht, daß diese irgendwie vollständig im Schulsinne dargeboten werden könnte. Sie wird auf der unteren und der mittleren Stufe, wie es die Gelegenheit des behandelten Stoffes bietet, einfache und weniger verwickelte Zusammenhänge zwischen Erdnatur, Volk und Staat sichtbar machen und dort, wo das möglich ist, erst in oberen Klassen eine Auswahl und Ordnung des Wesentlichen versuchen können. Nicht auf das Wieviel kommt es hier an, sondern auf das Wie. Die Staatenkarte behauptet wieder ihr Recht neben der physikalischen Länderkarte; aber sie darf nicht länger ein zufälliges Nebeneinander von Linien und Farben sein, so wie die politische Schulerdkunde schon längst nicht mehr ein vertrocknetes Gemenge von Namen und Zahlen sein darf. Am leichtesten läßt sich dem Schüler ein seinem Alter entsprechendes Verständnis für den Wert der geographischen Lage, der Bodengestalt, der Küstengliederung beibringen, schwerer fällt zuweilen das Verständnis für die Bedeutung der Raumgröße. Die vergleichende Betrachtungsweise führt auch hier am sichersten zum Ziel. Die Würdigung der Lage setzt wohl am besten bei einzelnen Fluß- und Küstensiedelungen ein. Was für Konstantinopel, Saloniki, Antwerpen, Warschau

die Lage strategisch und wirtschaftlich, dadurch aber auch politisch bedeutet, leuchtet schon dem Schüler ein. Daß Belgrad nicht allein die durch ihre Rand- und Stromlage ausgezeichnete serbische Hauptstadt, sondern zugleich der „Schlüssel der Balkanländer“ ist, hat auch ihn der Krieg aufs anschaulichste und nachdrücklichste gelehrt. Des Wertes unseres Nordseeinselchens Helgoland, um den einst noch Politiker stritten, kann sich heute schon der Quartaner bewußt werden, und welche Bewandtnis es mit den englischen Küsten- und Inselstützpunkten in den Meeren hat, ist keine entlegene Frage mehr. Stärker als je wird die mittlere europäische Lage der „Mittelmächte“ mit ihren guten und schlimmen Folgen die vaterländische Erdkunde beherrschen müssen, der das erschütternd gewaltige Bild der Völker, die den Eisenring ihrer Feinde sprengen, nicht wieder verloren gehen kann.

Englands und Japans Rand- und Insellage, Italiens Brückenlage, die trennende und schützende, befreiende und verbindende, immer politisch stärkende Wirkung des Meeres will in ihren Elementen erkannt und bewertet sein. Auch das junge Geschlecht soll ahnen, warum ein Staat nach dem Meere und nach Seegeltung strebt, warum Rußland, „der gefesselte Riese“, gegen Küsten und Meeresstraßen vorzustoßen sucht, wie der italienisch-österreichische oder der italienisch-griechische Gegensatz mit der Lage ihrer Meeresteile und Küsten zusammenhängt. Wie Deutschland in der Nordsee an seiner Insel- und Wattenküste, Oesterreich-Ungarn in der Adria an seiner zerrissenen, inselreichen Karstküste eine natürliche Schutzwehr besitzt, kann nicht übergangen werden. Und welcher deutsche Schüler würde nicht mit Vergnügen einer den Kriegsereignissen nachgehenden Betrachtung der Halbinsel Gallipoli, der natürlichen Küstenfestung Konstantinopels, folgen?

Ein reiferes Fassungsvermögen wird sich wirtschaftsgeographischen Vergleichen und ihrem politischen Werte nicht verschließen, nur dürfen sie nicht zu bloßen Tabellen erstarren. Ein gelegentlicher glücklicher Griff in den Zahlensack der Statistik kann freilich manches Wort und manche Mühe überflüssig machen. Wenn man hört, daß sich 1870 der Wert des britischen Gesamthandels zum Werte des deutschen wie 11 : 6, 1912 wie 26 : 21 verhielt und daß sich in dieser Zwischenzeit der britische mehr als verdoppelte, der deutsche aber mehr als verdreifachte, so erfährt man aus diesen einfachen Zahlen Gewisseres von Englands Feindschaft als aus mancher Kriegsschrift. Hier tritt auch die graphische Darstellung in ihre geographischen Rechte ein. Oder, wenn die Statistik mit wenigen Zahlen nachweist, daß die jährliche Volkszunahme in den Ländern des europäisch-asiatischen Festlandes von Westen nach Osten hin gesetzmäßig steigt, daß obendrein dem östlichen Feinde in der Zukunft eine ganz andere Bodenbenutzung möglich sein wird als dem deutschen Volke, so wächst, ohne daß dies lange begründet zu werden braucht, mit der wachsenden politischen Gefahr auch die Notwendigkeit herauf, durch die Art des Friedensschlusses diese Gefahr von kommenden Geschlechtern unseres Volkes abzuwenden.

Was Welthandel und Weltwirtschaft heißt, ist nie deutlicher gewesen als in der Gegenwart, wo der Krieg beide roh durchschnitten hat. Nie aber war es auch deutlicher, was das deutsche Volk der Doppelnatur seines Wirtschaftslebens, der gemeinsamen Arbeit von Landwirtschaft und Industrie zu verdanken hat; auch hier weist die Erfahrung der Kriegszeit in die wirtschaftliche und politische Zukunft. Den größeren Schülern dürfen diese Dinge nicht fremd bleiben; sie müssen auch erkennen, daß in der harten Zeit die mit Hilfe von Kriegsgefangenen begonnene innere Kolonisation einzelner noch unverwerteter Gegenden doppelt wichtig ist, indem sie die wirtschaftliche Abhängigkeit des Staates noch weiter verringert. Die Verkehrsgeographie wird auch nach der strategischen und politischen Seite hin ihre Stellung im Unterricht befestigen. Man kann die Hedschasbahn nicht erwähnen, ohne sie als Werk deutscher Ingenieure und zugleich als islamitisches Band zu kennzeichnen, den Nordostseekanal nicht, ohne an Moltkes Wort zu erinnern, daß er den Wert unserer Flotte verdoppelt. Nichts kann dem Schüler den Sinn des Suezkanals besser veranschaulichen, als die aus toter Vergangenheit plötzlich ins Leben zurückgerufene Indienschiffahrt um das Kap der Guten Hoffnung herum. Welche vereinigende Rolle in Staaten, deren Teile auseinanderstreben, großen Strömen zufällt, sagte ihm schon früher die Donau in Oesterreich-Ungarn; der Krieg erweitert ihm den Blick für die wirtschaftliche und politische Aufgabe dieses Stromes, und dem Lehrer liegt es nur ob, das Halbbewußte oder Halberkannte vollends zu klären. Das seltsame Doppelwesen der Staatsgrenzen, die zugleich abschließen und aufschließen sollen, die Veränderlichkeit ihres Wertes, das dem Kriegserlebnis entspringende Verlangen nach verbesserten Grenzen, auch diese Dinge wollen besprochen sein.

Wie drängen sich durch ihre eigene Schwere die großen Weltfragen in den engen Kreis der Schulunterweisung hinein! Der sagenhaft phantastische Orient rückt in das grelle Wirklichkeitslicht. Ostasien reizt nicht mehr bloß durch seine kulturelle Eigenart zu schilderndem Verweilen, es ist auch für die Schule ein Weltgebiet geworden, an dessen ferne Geschicke die

deutschen Geschicke gekettet sind. Die afrikanischen Kolonien, mögen sie, ihrem Klima und Boden entsprechend, Siedelungs- oder Pflanzungskolonien seien, sind keine aneinandergeschobenen Länderfetzen mehr; der Krieg verhilft Lehrern und Schülern dazu, in ihnen geographische Körper zu sehen, die einander zustreben oder sich beiseite drücken wollen, und der englische Plan einer Kap-Kairo-Bahn braucht nur auf der Karte verfolgt zu werden, um einen elementaren Begriff der englischen Afrikapolitik zu geben, der sich von dem geographischen Bilde nicht wieder trennen läßt. Genug der Beispiele! Vielerlei gute Anregungen hat der Krieg in Schriften und Büchern gezeitigt. Ein wertvolles Hilfsmittel ist mir besonders Hettners Buch „Englands Weltherrschaft und der Krieg" (Teubner, 1915) geworden. Einige Kapitel, wie die über das britische Kolonialreich, eignen sich vorzüglich zur Klassenlektüre mit Primanern.

Mancher Schulmann ist sich während des Krieges tiefer dessen bewußt geworden, in welcher Nähe Erdkunde und Geschichte leben und wieviele Brücken von einem zum andern Fachgebiete führen. Es zeigt sich auch der Anteil an der staatsbürgerlichen Erziehung, welcher der Erdkunde zukommt. Wie die gemeinsame Gefahr und der gemeinsame Kampf die innere nationale Einigung des deutschen Volkes herrlich fortgesetzt haben, so hat der Krieg mit einer Beweiskraft, die keinen Widerspruch duldet, den Wert der geographischen Eigenschaften des Staates im guten oder bösen Sinne nachgewiesen. Auch das gehört zur staatsbürgerlichen Erziehung, daß der Bürger mit dem Raum und Boden vertraut gemacht wird, in dem sein Staat lebt und wurzelt, und daß er die stärksten dieser lebendigen Wurzeln kennt. Auch die Schulgeographie hat das Amt, die Keime staatsbürgerlichen Denkens und politischer Urteilskraft zu pflegen. Und auch die Schulgeographie hat das Recht, alle Segnungen einer friedlichen Entwickelung aufzuzeigen und dennoch im Kampfe den Vater der irdischen Dinge ahnen zu lassen. Nur muß sie sich in ihrem eigenen Urteil vor Uebergriffen in acht nehmen. Sie darf nicht zuviel erklären wollen. Sie darf andere Faktoren des Geschehens, geistige, geschichtliche, sittliche Kräfte nicht übersehen oder unterschätzen. Die Dinge sind nicht eindeutig. Der große Gegenwartskrieg ist sicherlich ein Wirtschaftskrieg, der sich wirtschaftsgeographisch deuten läßt. Aber er ist mehr.

Es gehört zu den in erregten Zeiten häufigen einseitigen Pendelschwüngen des Urteils, wenn hier und da aus einem vertieften Bewußtsein der Zusammenhänge heraus die Forderung laut wird, die Schulgeographie wieder zu einem Anhängsel der Geschichte zu machen. Das darf nicht geschehen. Denn entweder gerät sie dann in die Gefahr, in die früher übliche Topographie der Schauplätze zurückzusinken, ihr geographisches Wesen also einzubüßen, oder sie verliert, wenn sie auch politisch geographisch im neueren Sinne bleibt, ihren festen Grund und ihre nährenden Organe. Die Erdkunde darf nicht auseinandergerissen werden. Wie der geschichtliche Staat im Boden wurzelt, so wurzelt die Erdkunde in der Naturwissenschaft und empfängt von ihr die Lebenssäfte. Das wird durch die andere Tatsache, daß sie sich allmählich zu einem eigenartigen Zwischenglied zwischen Natur- und Geisteswissenschaften herangebildet hat, nicht aus der Welt geschafft, auch nicht aus der Welt der Schule. Die politische Geographie ist die organische Fortsetzung der physischen. Sie würde ohne diese verkümmern. Der Krieg selbst, das größte und schicksalreichste politische Geschehnis, stößt auf Schritt und Tritt auf physische Gegebenheiten, die erkannt und in Rechnung gesetzt sein wollen. Der geologische Bodenaufbau der Champagne, die Unterschiede des flandrischen und des baltischen Winters, die Stürme und die Meeresströmung der Dardanellen, die Gebirgszerklüftung Montenegros mögen als Beispiele dienen. Und fordert die wichtige Gliederung der Dardanellenküsten und der ägäischen Inseln nicht geradezu zu einer geologischen Rückschau heraus? Gewiß sind die strategischen Wirkungen eines Gebirges politisch unvergleichlich wichtiger als die Ursachen seiner Entstehung. Aber werden jene nicht klarer und in einen größeren irdischen Zusammenhang eingeordnet, wenn diese nicht ganz unbekannt sind? Gewiß darf sich der Schulunterricht nicht „in Wolken, Luft und Winde verflüchtigen". Aber ebensowenig darf er an der Klimalehre vorbeigehen. Wer die Behandlung von Flut und Ebbe ganz und gar in den Physikunterricht verweist, gesteht damit ein, daß er das geographische Problem nicht sieht. Die Physik hat das Wesen des Naturvorganges zu beschreiben und zu erklären, die Geographie hat seine räumliche Verbreitung über die Erde festzustellen und den Wechselwirkungen nachzuspüren, durch die der Vorgang an das Erdganze und an andere räumliche Dinge und Vorgänge der Erdoberfläche gebunden ist. Dieses Besondere der Erdkunde, das ihr Wesen ausmacht und aus dem sie das Recht ihrer Selbstständigkeit herleitet, wird zuweilen von dem Historiker, der nicht zugleich Geograph ist, ebenso übersehen, wie von dem nicht geographisch gebildeten Naturwissenschaftler.

Damit ergibt sich aber die Lösung der Streitfrage in einem sehr einfachen und keineswegs neuen Satz: die Schulgeographie gehört dem Geographen. Nur soll er als Lehrer seinen geologischen oder geomorphologischen oder klimatologischen oder geschichtlichen oder statistischen Sonderstudien

oder Sonderneigungen den Raum gewähren, der ihnen, entsprechend der gegebenen Zeit, im Unterricht gebührt, und nicht das andere von ihnen überwuchern lassen. Ihm ziemt das Maß, das Gleichgewicht. Immer soll ihm das Ganze der Erdkunde vor Augen stehen, damit die Schüler hinter ihren Einzelkenntnissen die Erde als ein Ganzes, wenn nicht erfassen, so doch ahnen. Den Staat aber sollen sie als einen gewachsenen und lebendigen Organismus erkennen lernen, der, wenn es gilt, nach uraltem Erdenrecht sein Leben von neuem zu erkämpfen hat.

Nicht eine grundsätzliche Neugestaltung bedeuten die Lehren dieses Krieges für die Erdkunde, sondern eine Belebung, Abwägung und Vertiefung des schon Vorhandenen.

Amerikanische Kriegsarithmetik.

Von Prof. Dr. Julius Ruska (Heidelberg).

Nicht nur bei uns hat der Krieg in den Unterrichtsbetrieb hineingewirkt und Vorschläge oder Aufgaben gezeitigt, an die man vorher kaum dachte. Auch in einem so neutralen Staate, wie es das Dollarland ist, dringt der alles umwälzende Krieg in die Schulstuben und stellt dem Lehrer neue Probleme. Ein Schriftchen, das mir vor einiger Zeit ins Haus flog, betitelt „Problems about War, for Classes in Arithmetic“, ist so kennzeichnend für die amerikanisch-englische Psyche im Allgemeinen und den arithmetischen Unterricht im Besonderen, daß es nicht überflüssig scheint, einige Proben daraus mitzuteilen und zu sehen, was wir selbst daraus lernen können.

Eine Einführung von Paul Monroe legt den doppelten Zweck der Schrift dar. Sie soll den Schülern erstens einige der Tatsachen vor Augen führen, die die Kosten für die Kriegsrüstung betreffen. Ein größerer Idealismus und tiefere Vaterlandsliebe soll daraus erwachen. Dann sollen Lehrer und Schüler dadurch angeregt werden, ähnliche aktuelle Aufgaben aufzustellen. Um diesen Wettstreit zu fördern, setzt das Carnegie Endowment for International Peace folgende Preise aus:

1. Für jede der fünf besten Reihen von zehn Aufgaben, die von den Schülern der 5. Klasse irgend einer Public School gestellt werden, 10 $, die von der Klasse zur Anschaffung von Bildern für das Schulzimmer zu verwenden sind.
2. Den gleichen Preis für die 6. Klasse.
3. Den gleichen Preis für die 7. Klasse.
4. Den gleichen Preis für die 8. Klasse.
5. Für jede der fünf besten Reihen von 15 Aufgaben über die verheerende Wirkung (wastefulness) des Krieges, die ein Mathematiklehrer der U. S. zusammenstellt und vor dem 31. Dezember 1915 einschickt, 25 $, für jede der fünf nächstbesten Reihen 15 $, für jede der fünf drittbesten 10 $, die dem Lehrer zufallen.

Das Carnegie Endowment wird die Aufgaben von einer Kommission prüfen lassen und behält sich die Entscheidung vor, die möglichst bis 1. März 1916 erfolgen soll.

Der Autor des „Problems“ ist D. E. Smith. Er spricht sich über den Zweck der Aufgaben noch etwas genauer dahin aus, daß sie die Verheerungen, die der Krieg bewirkt, den Schülern eindringlich vor Augen stellen sollen, damit sie im aufnahmefähigsten Alter hinsichtlich ihrer künftigen Gedanken und Handlungen in der Frage des Krieges beeinflußt werden. Dazu ist keinerlei verwickelte Mathematik nötig, es genügen einfache arithmetische Beispiele. Voraussetzung ist, daß die Daten zuverlässig und durchaus vom spirit of fairness beherrscht sind. Es darf also nicht verschwiegen werden, daß den ungeheueren Verlusten und der Vergeudung von Material einige, wenn auch unbedeutende, Gewinne gegenüberstehen. Auch muß zugestanden werden, daß eine angemessene Rüstung für die Verteidigung der Nation vernünftig ist; doch sollte das Studium der Aufgaben die nächste Generation dazu bringen, sich zu überlegen, ob die Welt nicht alt genug ist, ihre Streitigkeiten lieber durch ein Schiedsgericht als durch rohe Gewalt auszutragen.

Der Verfasser hat im ganzen 15 Reihen von Aufgaben zusammengestellt. Die erste Reihe betrifft die Kriegsverluste und beschränkt sich auf Anwendung der vier Spezies in ganzen Zahlen. Ich wähle daraus

Beispiel 3: Wenn in dem großen Krieg 1914-15 im ganzen 2 500 000 Mann getötet werden, wie groß ist der finanzielle Verlust, wenn der ökonomische Wert eines Lebens mit 5000 $ berechnet wird?

Die zweite Reihe ist betitelt: Kanonen und Schulen; Anwendung von Multiplikation und Division.

Beispiel 6: Die Jahreseinkünfte einer gewissen Universität betragen 310 000 $. Wieviel Jahre lang könnte man mit dem im Beispiel 5 erwähnten Pulver die Jahreseinnahmen der Universität decken?

Die dritte Reihe betrifft Kriegskosten und unser Vergnügen; Aufgaben mit längerer Division.

Beispiel 1: Es gibt 300 000 Boy Scouts (Pfadfinder) in Amerika, und mit durchschnittlich 30 $ könnte man jeden in diesem Jahre an einem camping trip und scout suit teilnehmen lassen. Nun verausgabte unser Kriegsministerium im letzten Jahr 173 522 804 $. Für wie viele Jahre könnten die Auslagen für die Boy Scouts damit gedeckt werden?

Beispiel 4: Ein gutes Racket kostet 1.50 $. Das Kriegsschiff Vermont kostete 7 563 963 $. Für wieviel Knaben und Mädchen könnte man mit diesem Betrage Rackets anschaffen?

Die vierte Reihe befaßt sich mit den Ausgaben für Kriegsschiffe und Schulen, die fünfte mit den Kriegskosten; Anwendung von Dezimalbrüchen.

Beispiel 6: Der Balkankrieg 1912/13 kostete Griechenland 606 250 000 Drachmen. Eine Drachme ist 19.3 cents. Drücke die Finanzlast dieses Krieges in unserem Geld aus.

Die sechste Reihe enthält Aufgaben über die dem Krieg folgenden Finanzlasten; Prozentrechnung.

Beispiel 8: Im Jahre 1800 zahlte unser Land 64 131 $ für Pensionen; im Jahre 1914 zahlten wir 173 092 065 $. Wieviel Prozent des jetzigen Aufwandes war der von 1800?

In einer Anmerkung zu diesen Aufgaben wird bemerkt, daß es ein löblicher Brauch sei, invaliden Soldaten Pensionen zu zahlen; Amerika sei in dieser Hinsicht die freigebigste Nation. In der siebenten Reihe folgen Aufgaben, betreffend die finanziellen Kriegssorgen der Staaten; Prozentrechnung.

Beispiel 1: Beim Ausbruch des russisch-japanischen Krieges von 1904/5 betrug die japanische Staatsschuld 600 000 000 Yen. Nach dem Kriege betrug sie, obwohl Japan siegreich war, 2 260 000 000 Yen. Um wieviel Prozent vermehrte der Krieg die Staatsschuld?

Beispiel 8: Vor dem großen Krieg 1914/15 betrug die Staatsschuld Englands, die hauptsächlich von Kriegen herrührt, 3 485 818 000 $, und das gesamte Volksvermögen wurde auf 85 000 000 000 $ geschätzt. Wieviel Prozent des Volksvermögens betrug die Staatsschuld?

Die achte Reihe von Aufgaben behandelt die Menschenopfer des Krieges; Prozentrechnung.

Beispiel 4: Am deutsch-französischen Krieg von 1870/71 nahmen 1 713 000 Mann teil, und 311 000 Mann wurden getötet. Wieviel Prozent Tote?

In der neunten und elften Reihe finden wir Aufgaben über die Kosten der Erhaltung und Vernichtung menschlichen Lebens, in der zehnten Reihe über Kriegsschiffe und Lehrer; Begriff und Anwendung des einfachen Zinses.

Beispiel 2: Das 1897 gebaute Kriegsschiff Illinois kostete 4 621 408 $. In diesem Jahre gibt der Staat Illinois 112 115 $ für volkshygienische Maßnahmen aus. Wäre derselbe Betrag, der auf das nun veraltete Kriegsschiff verwendet wurde, zu $4^1/_2$ Prozent verzinslich angelegt worden, wie lange hätte das Gesundheitsamt seine gegenwärtigen Ausgaben damit bestreiten können?

Diese Art von Aufgaben, bemerkt der Verfasser, soll dazu beitragen, zu zeigen, daß es ein Jammer ist, daß die Welt kein besseres Mittel weiß, den Frieden zu sichern, als diese ungeheueren Ausgaben. Noch lehrreicher — auch für uns und in anderem Sinne — ist das Beispiel: Volkshygienische Ausgaben von Texas 48 200 $, Kriegsschiff Texas 12 500 000 $.

Die zwölfte Reihe handelt von den Kriegskosten; Aufgaben über Staatsanleihen.

Beispiel 2: Um die ersten fünf Monate des großen Krieges durchzuhalten, mußte England eine Anleihe von 1560 Mill., Frankreich 1850 Mill., Deutschland 2600 Mill., Belgien 130 Mill., Oesterreich-Ungarn 1815 Mill., Rußland 2600 Mill., Serbien 130 Millionen Dollars aufnehmen. Wieviel im ganzen und durchschnittlich im Monat?

Beispiel 5: Hauptsächlich infolge von Kriegen oder Kriegsvorbereitungen hatte England vor dem jetzigen Krieg eine Staatsschuld von 3305 Mill., Deutschland von 1200 Mill., Frankreich von 6575 Mill., Rußland von 4450 Mill., Oesterreich-Ungarn von 2450 Mill., Belgien von 740 Mill., Serbien von 130 Mill. Dollars; berechne mit Hilfe von Beispiel 2 die Gesamtschuld nach fünf Kriegsmonaten.

Die dreizehnte Reihe betrifft Verluste infolge von Kriegsgerüchten; Aufgaben über Staatsanleihen und Staatspapiere.

Beispiel 2: Die französischen 3prozent. Staatspapiere sanken unmittelbar vor dem Kriege von 81 auf $76^1/_2$. Wenn Frankreich mehr Geld aufnehmen mußte, welchen Zins hätte es tatsächlich auf Grund der beiden Kurse zu zahlen gehabt?

Beispiel 1 gibt ähnliche Daten für England, 3 für Deutschland, 4 für Oesterreich, 5 für Rußland; Beispiel 6 faßt alles in folgender Betrachtung zusammen:

Beispiel 6: Die Aufgaben 1—5 geben uns einen Anhalt über die Finanzlage der fünf Großmächte am Anfang und Ende der Woche, die der Kriegserklärung vorausging. Welches Land konnte am Anfang der Woche Geld zum niedrigsten Zinsfuß aufnehmen? Welches am Ende der Woche?

Die vierzehnte Reihe enthält Hinweise auf die finanziellen Folgen des Krieges in Form von Aufgaben über Staatsanleihen und Staatspapiere.

Beispiel 1: Um den großen Verlust an Deutschland im Kriege von 1870 zu decken, gab Frankreich 150 Mill. $ 3prozent. Staatsanleihe zu 60.6 Prozent des Nennwertes aus. Welchen Zinsfuß hatte Frankreich für das wirklich erhaltene Geld zu zahlen, und wieviel Zins jährlich für die ganze Anleihe?

Beispiel 3: Um den südafrikanischen Krieg von 1899/1902 zu finanzieren, war England genötigt, einen großen Geldbetrag durch Staatsanleihen zu beschaffen. Es verkaufte 30 000 000 £ Bonds zu $2^3/_4$ Prozent zum Kurse von $98^1/_2$, 60 000 000 £ zu $94^1/_2$ und 32 000 000 zu $93^1/_2$. Wieviel Geld erhielt England tatsächlich aus diesen Verkäufen, wieviel Zinsen hatte es jährlich zu zahlen, und wie hoch war der wirkliche Zinsfuß?

In einer Anmerkung macht der Verfasser darauf aufmerksam, daß England seine Papiere zu sinkenden Kursen verkaufte, daß also sein Kredit im Verlauf des Krieges abnahm. Vor der Kriegserklärung im August 1914 wurden die Konsols zu $102^3/_4$ verkauft, während sie jetzt, hauptsächlich infolge des Krieges und der Kriegslasten, ungefähr 70 stehen, „a tremendous (!) shrinkage in values“.

Die fünfzehnte Reihe betrifft die Aufwendungen für den Krieg; Aufgaben über Verhältnisse und Proportionen.

Beispiel 6: Im Jahre 1914 gaben die Vereinigten Staaten, im Frieden mit der ganzen Welt, mit einer ganz kleinen Armee und einer Seemacht, die erst (!) an dritter oder vierter Stelle unter den Kriegsflotten der Welt stand, für die Armee 173 894 143 $, für die Flotte 139 893 614 $, für Pensionen 173 092 065 $ aus. Welches war das Verhältnis unserer Gesamtausgaben zu denen Deutschlands im Jahre 1913, das die beste Armee der Welt besitzt, und nur 312 967 000 $ Ausgaben hatte?

Es sind in den fünfzehn Reihen zusammen 128 solcher Beispiele mit und ohne „Nutzanwendungen" vereinigt. Bei aller Reichhaltigkeit des Materials, und ohne an der Versicherung des Verfassers zu zweifeln, daß die Daten alle in a spirit of fairness zusammengestellt und verwendet sind, vermissen wir doch einige wesentliche Gruppen von Beispielen. So insbesondere Aufgaben über die Wirkungen des Krieges auf die gesamte Volkswirtschaft, auf das Verhältnis von Ausfuhr und Einfuhr, auf die Steigerung der Lebensmittelpreise, die Vernichtung von Eigentum, die Kriegsindustrie der Neutralen, die Kosten für Bestechung von Ministern, Preß- und Bankmagnaten u. dergl. Wie eindrucksvoll hätte sich z. B. für englische und andere Leser das Kapitel über die amerikanischen Milliardengewinne an Kriegsmaterial gestalten lassen. Aber jedenfalls sind es pädagogische Gründe, die den Blick von dieser Seite abzuwenden ratsam erscheinen ließen; die unschuldigen Seelen der kleinen ladies and gentlemen sollen nicht ahnen, daß jeder Krieg nach angloamerikanischer Auffassung business as usal ist; sind sie erst aus der Schule, so wird ihnen diese Erkenntnis schon von selbst aufdämmern . . .

Doch sehen wir ab von Ausstellungen, die wir als „militaristisch geknechtete" Nation an der Auswahl der Beispiele machen können — was ist aus dieser Kriegsarithmetik für uns prinzipiell zu lernen?

Ein Blick in unsere Aufgabensammlungen für jede Art von Schulen zeigt den grundsätzlichen Unterschied zwischen dem, was der Amerikaner für nützlich und notwendig hält, und dem, womit der deutsche Lehrer die Rechenstunden ausfüllt. Einzelne, verschwindende Ausnahmen können den Gesamteindruck nicht verwischen, daß dort ein starker Wirklichkeitssinn, Weltoffenheit und Weltklugheit den Geist der Schule beherrscht, während unsere Schule zu häufig abstrakte, konstruierte, von Welt und Leben entfernte Aufgaben bevorzugt und fast ängstlich vermeidet, mit den großen Zahlen der Weltwirtschaft in Berührung zu kommen. Es leuchtet ein, daß Aufgaben über die realen Machtfaktoren in der Welt, auch wenn sie in der allereinfachsten Form von Additions- und Subtraktionsexempeln erscheinen, lediglich durch das Gewicht der Zahlen, durch die Gewöhnung an Vergleiche, ohne daß viel Worte gemacht werden, einen gewaltigen Beitrag zur staatsbürgerlichen und weltpolitischen Erziehung leisten können, und daß die Gewöhnung an die Auffassung großer Verhältnisse, die von Stufe zu Stufe weitergeführte Einführung in die an Zahlen zu messenden Leistungen der Weltwirtschaft ein Erziehungsmittel ersten Ranges ist, das geeignet erscheint, in seiner Weise an der großen Aufgabe mitzuwirken, die unsere Schulen künftig mehr wie bisher ins Auge fassen müssen: dies heranwachsende Geschlecht zur klaren Auffassung unserer Stellung in der Welt und zu politischem und volkswirtschaftlichem Verständnis zu erziehen. Bescheidene Anfänge lassen sich ja schon feststellen — aber hier handelt es sich um eine prinzipielle Frage, um Einführung neuer und durchgehend anzuwendender Grundsätze.

Wenn durch diesen Hinweis auf das amerikanische Schriftchen die Verfasser von Aufgabensammlungen veranlaßt würden, diese unerschöpfliche und in ihrer Bedeutung noch kaum erkannte Quelle von Belehrung auch der deutschen Jugend zu eröffnen, wäre der nächste Zweck dieser Zeilen erreicht. Grundsätzliche Erörterungen wären wohl vor der Schulreform, die im Gefolge dieses Krieges nicht ausbleiben wird, auf einer Versammlung des Vereins leicht herbeizuführen.

Ueber Sonnenuhren und ihre Verwendung im Unterricht*.

Von Prof. P. Kiesling (Bromberg).

Bekanntlich unterscheidet man drei Arten von Sonnenuhren, nämlich äquatoriale, horizontale und solche, deren Zifferblätter eine beliebige gegebene Neigung gegen den Horizont haben. Die wichtigste Aufgabe bei der Herstellung von Sonnenuhren ist die Einrichtung des Zifferblattes. Dabei kann man empirisch oder theoretisch verfahren. Die empirische Bestimmung der Schattenlinien bietet keine besonderen Schwierigkeiten, erfordert aber viel Zeit, Geduld und klares Wetter. Die theoretische Behandlung der Sonnenuhren läßt sich gut zu Uebungen in der mathematischen Geographie und in der sphärischen Trigonometrie benutzen und gibt auch Gelegenheit, rechnerisch gefundene Resultate auf zeichnerischem Wege anschaulich zu machen, wobei sich noch der Vorteil bietet, daß Rech-

* Vgl. hierzu: Israel-Holtzwart, Nachträge zu dem Abrisse der mathematischen Geographie usw. (Wiesbaden 1885, Bergmann): Theorie der Sonnenuhren, S. 27 ff., wo die mathematische Behandlung der drei Hauptfiguren an einer einzigen Figur erfolgt. Die Red.

nung und Zeichnung durch den praktischen Versuch auf Genauigkeit und Richtigkeit geprüft werden können.

Es soll nun im folgenden versucht werden, die Theorie der Sonnenuhren nach einer einheitlichen Methode zu behandeln, nämlich durch die Auflösung von sphärischen Dreiecken.

Für die Sonnenuhren jeder Art gelten folgende leicht zu verstehende Grundsätze: 1. Der Schatten werfende Stab ist der Erdachse parallel. 2. Die Schattenebene fällt mit der Ebene des Deklinationskreises der Sonne zusammen. 3. Die Deklination der Sonne für einen Tag wird im Laufe dieses Tages als konstant angesehen. 4. Die Schattenlinie für den gegebenen Stundenwinkel τ der Sonne ist die Schnittgerade der Schattenebene mit der Ebene des Zifferblattes. 5. Die Zwölfuhrlinie wird empirisch gefunden.

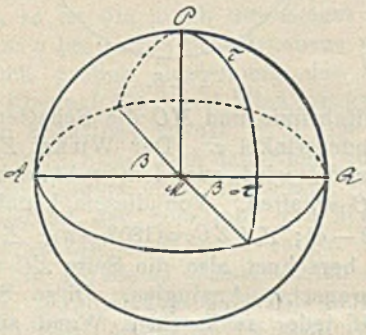


Fig. 1.

1. Aequatorialuhr (Fig. 1). Das Zifferblatt ist parallel der Aequatorebene; der $\sphericalangle \beta$, den die Schattenlinie mit der Mittagslinie bildet, ist zur (wahren) Zeit τ gleich dem Stundenwinkel. Die Schattenlinien für die ganzen Stunden werden also gefunden, indem man den Kreis AQ in 24 gleiche Bögen teilt und durch die Teilpunkte die Durchmesser zieht. Für die Aequatorialuhr gilt demnach die Gleichung

$$\beta = \tau.$$

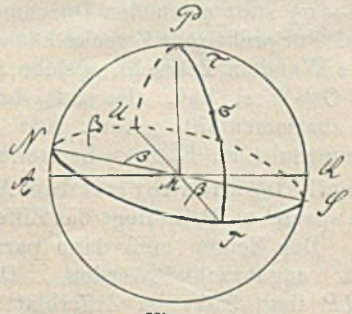


Fig. 2.

2. Horizontaluhr. Das Zifferblatt ist dem Horizont parallel (Fig. 2). Ist σ die Sonne und $UP\sigma T$ der Deklinationskreis, so ist NS die Mittagslinie und $\sphericalangle NMU = \beta$. In dem rechtwinkligen $\triangle PNU$ ist $NP = \varphi$, $\sphericalangle NPU = \tau$, $\sphericalangle PNU = 90^0$, $NU = \beta$. (φ ist die Polhöhe des Beobachtungsortes). Es besteht die Gleichung

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \tau \cdot \sin \varphi.$$

Man hat also für die um $1^h = 15^0$ wachsenden Werte von τ die Winkel β zu berechnen und an die Mittagslinie NS anzutragen.

Bequemer ist es aber, den $\sphericalangle \beta$ zu konstruieren, statt ihn zu berechnen.

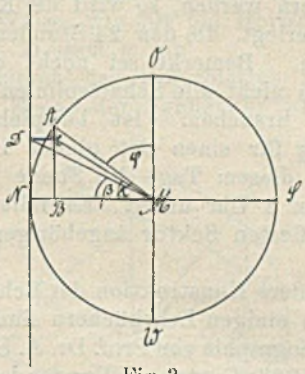


Fig. 3.

Es sei (Fig. 3) der Kreis $NOSW$ das Zifferblatt der Horizontaluhr, wo NS die Mittagslinie bedeutet. Wir tragen die Polhöhe φ an MO in M an, dann ist, wenn wir den Radius des Kreises der Einfachheit halber gleich 1 annehmen, die Projektion von MA auf MN:

$$MB = \sin \varphi.$$

Tragen wir ferner den Stundenwinkel τ an MN in M an und wird AB von dem freien Schenkel von τ in C geschnitten, so ist

$$BC = X = \operatorname{tg} \tau \sin \varphi = \operatorname{tg} \beta.$$

Schneiden wir also auf der Tangente NT von N aus $X = ND$ ab, so ist $ND = \operatorname{tg} \beta$, folglich $\sphericalangle DMN = \beta$ und MD die gesuchte Schattenlinie. Um das Zifferblatt vollständig einzurichten, teilt man den Quadranten NO in sechs gleiche Teile und konstruiert für jeden dadurch bestimmten Winkel τ die zugehörigen Winkel β. So erhält man die Schattenlinien M_1, M_2, M_3, M_4, M_5. Die Gleichung 2 ergibt für $\tau = 0 : \beta = 0$ und für $\tau = 90^0 : \beta = 90^0$. Also sind die beiden Durchmesser NS und OW selbst Schattenlinien (M_{12} und M_6). (Fig. 4.)

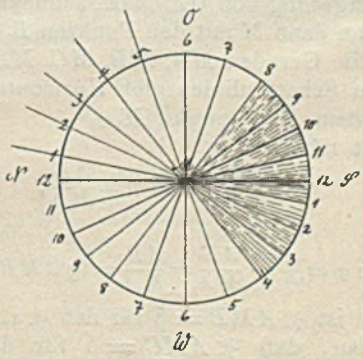


Fig. 4.

Für den Quadranten OS braucht man die Konstruktion der Winkel β nicht zu wiederholen,

denn, da die Winkel τ im Quadranten OS denen im Quadranten NO gleich sind, so gilt dies auch für die Winkel β. Man hat also nur die Bögen 12—1, 1—2 ··· auf dem Bogen OS von S aus abzutragen, wodurch man die Endpunkte der Schattenlinien M_{11}, M_{10} ·· M_7 erhält. Verlängert man noch alle Schattenlinien, bis sie zu Durchmessern werden, so wird die Kreislinie in 24 Bögen zerlegt, die den 24 Stunden des Tages entsprechen. Bemerkt sei noch, daß selbstverständlich nicht alle Schattenlinien gezeichnet zu werden brauchen. Ist beispielsweise der längste Tag für einen Ort gleich 16 Stunden, so geht an diesem Tage die Sonne um 4 Uhr auf und um 8 Uhr unter. Es fallen also die dem schraffierten Sektor angehörigen Schattenlinien fort.

Eine andere Konstruktion der Schattenlinien, die man in einigen Lehrbüchern findet (Mathematische Geographie von Prof. Dr. A. Hoffmann, Paderborn 1903; Littrow, Wunder des Himmels), wird durch die Fig. 5 veranschaulicht.

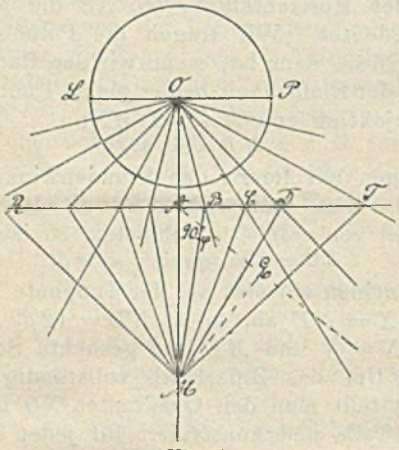


Fig. 5.

Den Halbkreis LP teilt man in zwölf gleiche Bögen, zeichnet $RT \perp OA$ beliebig, trägt in A an die Verlängerung von OA den Winkel $MAE = (90^0 - \varphi)$ an, macht den freien Schenkel $AE = OA$ und errichtet in E das Lot, welches die Verlängerung von OA in M schneidet. Verbindet man dann M mit den Punkten B, C, D ···, so sind die Geraden MA, MB, MC, MD ··· die gesuchten Schattenlinien der Horizontalsonnenuhr mit dem Mittelpunkt M.

Es ist nämlich

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{AB}{OA}; \quad \sin \varphi = \frac{AE}{MA};$$

folglich

$$\operatorname{tg} \tau \cdot \sin \varphi = \frac{AB}{OA} \cdot \frac{AE}{MA} = \frac{AB}{MA} = \operatorname{tg} AMB = \operatorname{tg} \beta.$$

Daher ist $\sphericalangle AMB = \beta$ für den $\sphericalangle \tau$. Ebenso erhält man, daß $\sphericalangle AMC = \beta$ für den $\sphericalangle 2\tau$ ist usw.

3. Die Sonnenuhren, deren Zifferblatt eine beliebige gegebene Neigung gegen den Horizont haben, zerfallen in solche, deren Zifferblatt auf dem Horizont senkrecht steht (Vertikalsonnenuhren) und solche, bei denen die Neigung des Ziffernblattes gleich einem gegebenen schiefen Winkel λ ist.

a) Vertikalsonnenuhren. Diese unterscheiden sich durch ihre Neigung gegen den Meridian (Azimut a) voneinander.

α) Vertikalsonnenuhr mit dem Azimut a (Fig. 6). Ist AZB das Zifferblatt, so ist MZ

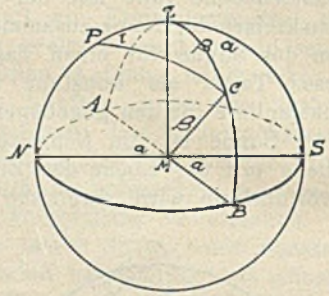


Fig. 6.

die Zwölfuhrlinie und MC die Schattenlinie für den Stundenwinkel τ. Der Winkel $ZMC = \beta$ = Bogen ZC wird aus dem sphärischen Dreieck PZC erhalten. Von diesem kennt man: $ZP = (90 - \varphi)$; $\sphericalangle PZC = (180^0 - a)$; $\sphericalangle ZPC = \tau$.

Man berechnet also die Seite ZC mit Hilfe der Neperschen Analogien. Diese Sonnenuhr kann auf jeder senkrechten Wand angebracht werden, wenn der $\sphericalangle a$ bekannt ist, den die Wand mit dem Meridian bildet. Die Berechnung der Winkel β ist für praktische Zwecke zu umständlich; man wird daher die Schattenlinien empirisch bestimmen müssen.

β) Vertikalsonnenuhr mit dem Azimut 90^0. Das sphärische Dreieck PZC ist in diesem Falle rechtwinklig bei Z, und wir erhalten:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \tau \cdot \cos \varphi.$$

Die Konstruktion der Winkel β erfolgt ähnlich wie für die Horizontalsonnenuhr, nur trägt man $(90^0 - \varphi)$ statt φ an den Durchmesser OM (Fig. 3) an. Für praktische Zwecke käme hier eine senkrechte Wand in Betracht, welche genau die Richtung Ost-West hat, also mit dem ersten Vertikal zusammenfällt. Auch läßt sich eine solche Sonnenuhr im Kleinen herstellen.

γ) Vertikalsonnenuhr mit dem Azimut 0. In diesem speziellen Falle liegt das Zifferblatt im Meridian. Der Zeiger muß dann parallel zum Zifferblatt angebracht werden. Denn die Gerade MP liegt jetzt im Zifferblatt, so daß ihr Schatten für jede Stellung der Sonne in dieselbe Richtung (MP) fällt. Ferner sind zwei Zifferblätter und zwei Zeiger nötig; das eine Zifferblatt muß auf der östlichen Seite der betreffenden Wand angebracht werden (für die Vormittagsstunden), das andere auf der westlichen Seite (für den Nachmittag). Alle Schatten-

linien sind einander und dem Zeiger parallel (Fig. 7). Ist der Stundenwinkel der Sonne gleich 90^0

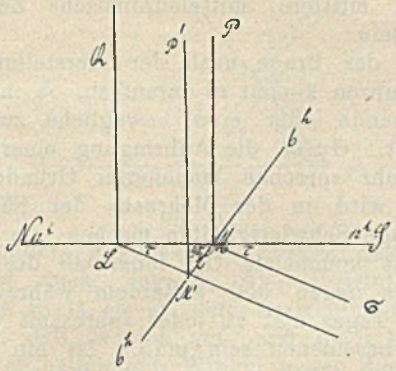


Fig. 7.

(6^h vorm. oder 6^h nachm.), so fällt der Schatten des Zeigers $M'P'$ auf MP. Ist der Stundenwinkel $= \tau$, so ist die durch den Zeiger $M'P'$ und die Sonne σ bestimmte Schattenebene wegen der unendlich großen Entfernung der Sonne parallel der Ebene $PM\sigma$ des Deklinationskreises. Ist LQ der Schatten, so ist $\sphericalangle M'LM = \tau$; $\sphericalangle LMM' = 90^0$. Kennt man daher den Abstand $MM' = l$ des Zeigers vom Zifferblatt, so läßt sich der Abstand des Schattens von MP bestimmen. Es ist nämlich $ML = l \cdot \operatorname{cotg} \tau$. Daher lassen sich die parallelen Schattenlinien leicht konstruieren. Man zeichnet zunächst die Nord-Südrichtung NMS, trägt in M den rechten Winkel an, macht seinen Schenkel $MM' = l$ und trägt in M' den $\sphericalangle (90 - \tau)$ an, dessen freier Schenkel die Linie NM in L schneidet. Die Herstellung einer solchen Sonnenuhr kann nun folgendermaßen bewerkstelligt werden. Auf die beiden Seiten eines Brettes zeichnet man in der angegebenen Weise die beiden Zifferblätter, durchbohrt dann das Brett in M und steckt durch die Oeffnung einen starken Draht, dessen Enden rechtwinklig umgebogen werden. Darauf bringt man das Brett in die genaue Richtung Nord-Süd und dreht den Draht so, daß die umgebogenen Enden die Richtung der Erdachse haben.

b) Das Zifferblatt bildet mit dem Horizont den $\sphericalangle \lambda$.

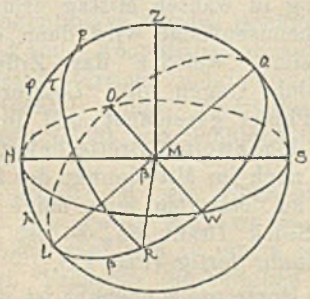


Fig. 8.

α) Das Azimut des Zifferblattes ist $= 90^0$ (Fig. 8). Der Kreis LQ ist das Zifferblatt, PR der Deklinationskreis der Sonne, daher $\sphericalangle LMR$ $=$ Bogen $LR = \sphericalangle \beta$ für den Stundenwinkel τ. Das Kugeldreieck PLR ist bei L rechtwinklig, folglich ist:

$$PL = (\varphi + \lambda), \quad \measuredangle LPR = \tau,$$

daher:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \tau \cdot \sin (\varphi + \lambda).$$

Die Zeichnung der Schattenlinien erfolgt also in derselben Weise, wie für die Horizontaluhr, nur tritt $(\varphi + \lambda)$ statt φ ein.

β) Das Azimut des Zifferblattes ist $= \alpha$ (Fig. 9). Die Ebene der Sonnenuhr wird dann

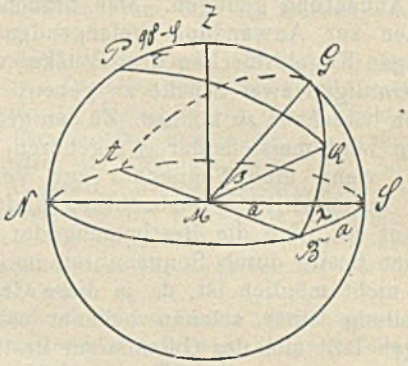


Fig. 9.

durch AGB dargestellt, MG ist die Zwölfuhrlinie, PQ der Deklinationskreis der Sonne für den Stundenwinkel τ, daher ist die rückwärtige Verlängerung von MQ die Schattenlinie, also

$$\sphericalangle GMQ = \text{Bogen } GQ = \beta.$$

Wir betrachten zuerst das bei S rechtwinklige Kugeldreieck BSG, in welchem $\sphericalangle SBG = \lambda$ und $BS = \alpha$ ist. Folglich erhalten wir:

$$\operatorname{tg} BG = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \lambda}; \quad \cos \sphericalangle BGS = \sin \lambda \cdot \cos \alpha;$$

$$\operatorname{tg} GS = \operatorname{cotg} ZG = \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \lambda.$$

Nunmehr läßt sich das Kugeldreieck PGQ auflösen, denn es ist:

$$PG = (90^0 - \varphi + ZG);$$

$$\measuredangle P = \tau, \quad \measuredangle PGQ = (180^0 - \measuredangle BGS).$$

Die Neperschen Analogien liefern uns also die Seite $GQ = \beta$.

Die Schattenlinien müssen mit Rücksicht auf die verwickelte Rechnung durch den Versuch gefunden werden.

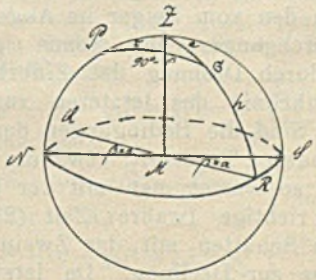


Fig. 10.

Der Vollständigkeit wegen wollen wir nun noch die Benutzung des Gnomons als Sonnenuhr

kurz erwähnen. Das Zifferblatt ist hier horizontal, der Zeiger vertikal (MZ; Fig. 10). Die Schattenebene fällt mit dem Höhenkreis $Z\sigma R$ der Sonne zusammen, die Schattenlinie ist MQ und der $\measuredangle \beta = \measuredangle NMQ = a$, wo a das Azimut der Sonne bedeutet.

Das Polardreieck $PZ\sigma$ liefert uns a, da $PZ = (90^0 - \varphi)$, $\measuredangle P = \tau$ und $P\sigma = (90^0 - \delta)$ bekannt sind, wenn δ die Deklination der Sonne bedeutet.

Was nun die Verwendbarkeit der Sonnenuhren zu Aufgaben anbetrifft, so dürfte eine kurze Andeutung genügen. Man braucht ja nur von den zur Anwendung gelangenden schiefwinkligen Kugeldreiecken drei Stücke, von den rechtwinkligen zwei Stücke zu geben, um die übrigen berechnen zu können. Zu den gegebenen Größen wird meistens der $\measuredangle \beta$ gehören, da sich dieser, wenn eine Sonnenuhr zur Verfügung steht, durch direkte Beobachtung finden läßt. Erwähnt sei, daß die Bestimmung der geographischen Breite durch Sonnenuhren im engeren Sinne nicht möglich ist, da ja diese Größe zur Herstellung einer solchen bekannt sein muß. Dagegen läßt sich das Gnomon zur Bestimmung der Polhöhe benutzen. Kennt man z. B. die Deklination der Sonne, ihren Stundenwinkel τ und mißt man am Gnomon den $\measuredangle \beta = a$, so liefert die Auflösung des bekannten Polardreiecks die geogr. Breite und daneben auch noch die Höhe der Sonne. Letztere läßt sich übrigens auch aus der Länge des Schattens durch das Gnomon direkt berechnen, wenn die Länge des vertikalen Gnomonstabes gemessen ist. — Die Lösung von Aufgaben mittels der Sonnenuhren erscheint mir deshalb wertvoll, weil die üblichen astronomischen Aufgaben, die mit Hilfe sphärischer Dreiecke gelöst werden, leicht zu einem äußerlich-schematischen Verfahren verleiten, wogegen die Anwendung der Sonnenuhren den Schüler zu einem intensiven Gebrauch seines räumlichen Anschauungsvermögens nötigt.

Von praktischen Aufgaben, die sich mit Hilfe der Sonnenuhren lösen lassen, sei noch die Bestimmung des Meridians genannt. Ist der Himmel zur Zeit des wahren Mittags klar, so kann man die Mittagslinie NS bestimmen, indem man den vom Zeiger im Augenblick des Meridiandurchganges der Sonne geworfenen Schatten durch Drehung des Zifferblattes mit der Zwölfuhrlinie des letzteren zur Deckung bringt. — Sind die Bedingungen der Beobachtung zu anderer Tageszeit, etwa um 2^h nachm. günstiger, so wartet man mit der Uhr in der Hand die richtige (wahre) Zeit (2^h) ab und bringt den Schatten mit der Zweiuhrlinie des Zifferblattes zur Deckung. Im letzteren Falle gibt die Zwölfuhrlinie des Zifferblattes die Richtung der Mittagslinie an. Selbstverständlich ist bei diesen Versuchen eine genau regulierte Uhr erforderlich, auch müssen den Schülern die verschiedenen Arten der Zeiteinteilung (wahre, mittlere, mitteleuropäische Zeit) bekannt sein.

Bei der Frage nach der Herstellung der Sonnenuhren kommt es darauf an, ob man eine feststehende oder eine bewegliche zu haben wünscht. Gegen die Anbringung einer festen Sonnenuhr sprechen mancherlei Gründe. Zunächst wird in der Mehrzahl der Fälle die Platzfrage Schwierigkeiten machen, da der in Betracht kommende Ort innerhalb des Schulgeländes liegen und außerdem während des ganzen Tages und zu jeder Jahreszeit von der Sonne beschienen sein muß. Ist ein solcher Platz vorhanden, so muß als Fundament für die Sonnenuhr ein gemauerter Pfeiler errichtet werden. Die Uhr selbst müßte aus wetterfestem Material hergestellt werden. Soll die Uhr halbe oder gar Viertelstunden zeigen, so muß das Zifferblatt in großen Dimensionen angelegt sein. Endlich wäre es notwendig, die Uhr, solange sie nicht gebraucht wird, in geeigneter Weise zu bedecken, um sie vor den Einflüssen der Witterung zu schützen. Dies alles würde eine Anfertigung der Uhr im Handfertigkeitsunterricht ausschließen. Deshalb halte ich es für besser, die Uhr in kleinem Maßstab und aus billigem Material von den Schülern selbst herstellen zu lassen. Sie kann dann an einem geeigneten Ort, jedesmal, wenn sie gebraucht wird, aufgestellt und im Falle der Abnützung durch eine neue ersetzt werden.

Die Anfertigung selbst ist so einfach, daß für geschickte Schüler die Schwierigkeiten kaum größer sind, als bei der Herstellung mathematischer Modelle. Ein quadratisches Brett von der Länge 20 bis 30 cm wird mit drei Stellschrauben versehen, so daß es mit Hilfe einer Libelle horizontal gestellt werden kann. Darauf wird ein rechtwinkeliges Dreieck ausgesägt, in dem ein spitzer Winkel gleich der Polhöhe φ ist. Dieses Dreieck wird mit dem Kathetenschenkel des $\measuredangle (90 - \varphi)$ so auf das horizontale Brett geleimt, daß dieser Schenkel genau die Richtung Nord—Süd hat, die man vorher durch eine Beobachtung in wahren Mittag ermittelt. Auf die Hypothenusenfläche wird dann ein zweites Brett geleimt, welches das Zifferblatt der Aequatorialuhr tragen soll. Letzteres wird auf ein Blatt Papier gezeichnet und in geeigneter Weise auf dem zweiten Brette befestigt. Bringt man dann noch im Mittelpunkt des Zifferblattes senkrecht zu letzterem eine lange Stricknadel oder ein Stück Draht an, so ist die Aequatorialsonnenuhr fertig (Fig. 11).

Zu der Horizontalsonnenuhr ist nur das oben beschriebene horizontale Brett nötig, in dessen Mitte die Stricknadel unter einem Winkel φ in der Richtung der Erdachse angebracht wird.

Die Konstruktion der Schattenlinien wird in der weiter oben angegebenen Weise ausgeführt.

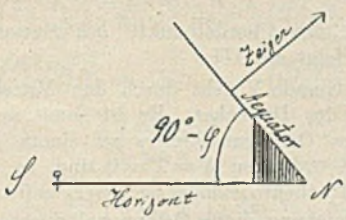


Fig. 11.

Besonders geschickten Schülern gelingt es vielleicht auch, das die Aequatorialuhr darstellende Brett so an dem horizontalen anzubringen, daß es sich auf- und niederklappen und unter beliebigem Winkel gegen den Horizont festklemmen läßt. Eine solche Sonnenuhr kann dann in verschiedenen Breiten benutzt werden, ja, sie kann sogar dazu dienen, die geographische Breite zu bestimmen. Man dreht das bewegliche Brett vorsichtig so weit, daß zu genauer Ortszeit, etwa um 2^h nachmittags, der Schatten auf die Zweiuhrlinie des Zifferblattes fällt und mißt den Neigungswinkel des beweglichen Brettes gegen das horizontale. Dieser Winkel ist gleich dem Komplement der Polhöhe ($= 90^0 - \varphi$).

Schließlich muß noch eines Uebelstandes Erwähnung getan werden, mit dem die Aequatorialuhr in der oben beschriebenen Gestalt behaftet ist. Sie kann nämlich im Winterhalbjahr nicht benutzt werden, weil zu dieser Jahreszeit die Sonne unterhalb (südlich) des Aequators steht und daher das Zifferblatt nicht bescheinen kann. Diesem Uebelstande kann dadurch abgeholfen werden, daß man den Zeiger durch das dem Aequator parallele Brett hindurchsteckt, so daß seine untere Spitze das horizontale Brett berührt. Der Schatten des Zeigers fällt dann im Winterhalbjahr auf die Unterseite des betreffenden Brettes. Wird also auch auf dieser Seite ein Zifferblatt angebracht, so kann das Instrument im Sommer und Winter gebraucht werden. Zur bequemeren Beobachtung der Unterseite kann man die obere Fläche des horizontalen Brettes mit spiegelndem Glase belegen.

Diese Andeutungen werden genügen, um die Herstellung von Aequatorialsonnenuhren im Handfertigkeitsunterricht möglich zu machen. Auch Horizontal- und Vertikalsonnenuhren können ebenso leicht von Schülern angefertigt werden.

Von Interesse ist ein Sonnenuhrmodell, welches von der Firma Meiser & Mertig-Dresden gebaut wird und in einem mir neulich zugegangenen Prospekt beschrieben und abgebildet ist (Neukonstruktionen von physikalischen Apparaten. Meiser & Mertig, Dresden, N 6, Nr. 3, 1915). Ich habe noch keine Gelegenheit gehabt, das Modell zu prüfen, halte es aber für praktisch, da in ihm die Aequatorialsonnenuhr (für Sommer und Winter) mit der Horizontal- und Vertikalsonnenuhr in einer Konstruktion vereinigt ist.

Zur Lehre von den Aehnlichkeitspunkten dreier Kreise.

Von Prof. Jos. Moser (Breslau).

Beim Studium der Eigenschaften der Aehnlichkeitspunkte dreier Kreise im Unterricht wurde die Frage aufgeworfen, ob die drei gegebenen Kreise die einzigen seien, denen die Aehnlichkeitspunkte als solche zugehören. Diese Frage fand im folgenden ihre Beantwortung.

Drei durch einen Punkt „0“ gehende Ecktransversalen eines Dreieckes schneiden die Gegenseiten in den Punkten J_1, J_2, J_3; die zu diesen Punkten konjugierten harmonischen Punkte A_1, A_2, A_3 liegen auf einer Geraden, der Harmonikalen zu „0“. Faßt man die sechs Punkte $J \ldots A \ldots$ als innere und äußere Aehnlichkeitspunkte von drei Kreisen, in denen die Ecken des Dreieckes die Mittelpunkte sind (eines Kreistripels), auf, so hat die Figur Eigenschaften, die hier teilweise entwickelt werden.

Es sei durch die im Punkte „0“ sich schneidenden Ecktransversalen die Seite c in die zwei Teile $\varkappa$ und $c - \varkappa$, die Seite a in die Teile λ und $a - \lambda$ geteilt. Die drei Radien der Kreise seien ξ_1, ξ_2, ξ_3. Es verhält sich dann

$$\xi_1 : \xi_2 : \xi_3 = \varkappa\lambda : \lambda(c - \varkappa) : (a - \lambda)(c - \varkappa).$$

Hat der Punkt „0“ in bezug auf die Dreiecksseiten die homogenen Koordinaten x_1^0, x_2^0, x_3^0, so verhalten sich

$$\xi_1 : \xi_2 : \xi_3 = p \cdot \frac{x_2^0\, x_3^0}{\sin\alpha} : p \cdot \frac{x_3^0\, x_1^0}{\sin\beta} : p \cdot \frac{x_1^0\, x_2^0}{\sin\gamma} \quad . \quad \text{I}$$

worin p ein veränderlicher Parameter ist.

Die Gleichungen I besagen, daß es unendlich viele Kreistripel gibt, deren Aehnlichkeitspunkte $J \ldots A \ldots$ sind. Es gehört also zu jedem Punkte „0“ ein System von Kreistripeln in bezug auf das Dreieck. Sämtliche Kreistripel haben dieselben drei Mittelpunkte, die Ecken des Dreieckes, und dieselben Aehnlichkeitspunkte: J_1, J_2, J_3; A_1, A_2, A_3. Die einem Tripel angehörenden drei Kreise haben die Radien:

$$\xi_1 = p \cdot \frac{x_2^0\, x_3^0}{\sin\alpha}, \quad \xi_2 = p \cdot \frac{x_3^0\, x_1^0}{\sin\beta}, \quad \xi_3 = p \cdot \frac{x_1^0\, x_2^0}{\sin\gamma} \quad . \quad \text{II}$$

Für sie bestehen also die Gleichungen:

$$\xi_1 x_1^0 \sin\alpha = \xi_2 x_2^0 \sin\beta = \xi_3 x_3^0 \sin\gamma.$$

Wir nehmen noch ein rechtwinkeliges Koordinatensystem zu Hilfe, mit dem Mittelpunkte des Umkreises als Anfangspunkt. In ihm haben die Ecken des Dreieckes die Koordinaten x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3.

In diesem System haben die drei Kreise eines Tripels die Gleichungen:

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = \xi_1^2 = p^2 \cdot \left(\frac{x_2^0\, x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2;$$

sein Mittelpunkt ist E_1.

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = \xi_2^2 = p^2 \cdot \left(\frac{x_3^0\, x_1^0}{\sin\beta}\right)^2;$$

sein Mittelpunkt ist E_2.

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = \xi_3^2 = p^2 \cdot \left(\frac{x_1^0\, x_2^0}{\sin\gamma}\right)^2;$$

sein Mittelpunkt ist E_3.

Die Chordalen dieser drei Kreise haben die Gleichungen:

$$2x(x_1-x_2)+2y(y_1-y_2)=-(\xi_1^2-\xi_2^2),$$
$$2x(x_2-x_3)+2y(y_2-y_3)=-(\xi_2^2-\xi_3^2),$$
$$2x(x_3-x_1)+2y(y_3-y_1)=-(\xi_3^2-\xi_1^2),$$

ihr Schnittpunkt, der Mittelpunkt des Orthogonalkreises des Tripels mit dem Parameter p, hat die Koordinaten:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{p^2}{4F}\begin{vmatrix} \left(\frac{x_2^0\,x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2, & 1, & y_1 \\ \left(\frac{x_3^0\,x_1^0}{\sin\beta}\right)^2, & 1, & y_2 \\ \left(\frac{x_1^0\,x_2^0}{\sin\gamma}\right)^2, & 1, & y_3 \end{vmatrix} = p^2\cdot A \\ Y &= \frac{p^2}{4F}\begin{vmatrix} \left(\frac{x_2^0\,x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2, & x_1, & 1 \\ \left(\frac{x_3^0\,x_1^0}{\sin\beta}\right)^2, & x_2, & 1 \\ \left(\frac{x_1^0\,x_2^0}{\sin\gamma}\right)^2, & x_3, & 1 \end{vmatrix} = p^2\cdot B \end{aligned}\right\} \quad \text{III}$$

Hierin ist F die Fläche des Dreieckes.

Der Orthogonalkreis selbst ist gegeben durch jede der drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} (x-X)^2+(y-Y)^2+\xi_1^2-(x_1-X)^2-(y_1-Y)^2&=0 \\ (x-X)^2+(y-Y)^2+\xi_2^2-(x_2-X)^2-(y_2-Y)^2&=0 \\ (x-X)^2+(y-Y)^2+\xi_3^2-(x_3-X)^2-(y_3-Y)^2&=0 \end{aligned}\right\} \text{IV}$$

Sämtliche Orthogonalkreise der zum System „0“ gehörigen Kreistripel haben ihre Mittelpunkte auf der Geraden

$$X\cdot B-Y\cdot A=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{V}$$

der Achse der Chordalpunkte des Systems. Diese Gleichung folgt aus III.

Diese Gerade V geht durch den Mittelpunkt des Umkreises des Dreieckes. Er ist somit auch Mittelpunkt eines Orthogonalkreises zu einem Kreistripel. Da seine Koordinaten $X=Y=0$ sind, so ist für ihn auch $p=0$; ebenso sind $\xi_1=\xi_2=\xi_3=0$ nach II.

Die Gleichung dieses Orthogonalkreises wird daher

$$x^2+y^2=r^2,$$

worin r der Radius des Umkreises ist. Der Umkreis des Dreieckes ist also Orthogonalkreis für das Null-Kreistripel des Systems „0“.

Es fragt sich nun weiter, gibt es im System „0“ ein Kreistripel, für welches der Orthogonalkreis zu Null wird? Damit dies eintritt, muß nach IV

$$(X-x_1)^2+(Y-y_1)^2=\xi_1^2$$

oder

$$(X-x_2)^2+(Y-y_2)^2=\xi_2^2$$
$$(X-x_3)^2+(Y-y_3)^2=\xi_3^2$$

werden, daher nach III:

$$(p^2\cdot A-x_1)^2+(p^2\cdot B-y_1)^2=p^2\cdot\left(\frac{x_2\,x_3}{\sin\alpha}\right)^2$$

usw., daher

$$p^2=\frac{2(Ax_1+By_1)+\left(\frac{x_2\,x_3}{\sin\alpha}\right)^2\pm\sqrt{\left\{2(Ax_1+By_1)+\left(\frac{x_2\,x_3}{\sin\alpha}\right)^2\right\}^2-4r^2\left\{A^2+B^2\right\}}}{2(A^2+B^2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{VI}$$

oder kürzer: $p^2=\dfrac{K\pm W}{2(A^2+B^2)}$.

Die Werte von K und W sind aus der vorigen Gleichung ersichtlich. Es gibt somit für jedes System „0“ zwei Null-Orthogonalkreise; ihre Koordinaten sind:

$$\left.\begin{aligned} X_1&=\frac{K+W}{2(A^2+B^2)}\cdot A, \quad & X_2&=\frac{K-W}{2(A^2+B^2)}\cdot A \\ Y_1&=\frac{K+W}{2(A^2+B^2)}\cdot B, \quad & Y_2&=\frac{K-W}{2(A^2+B^2)}\cdot B \end{aligned}\right\} \quad \text{VII}$$

Aus den Gleichungen VII erhält man

$$\left.\begin{aligned} (X_1^2+Y_1^2)(X_2^2+Y_2^2)&=\frac{(K+W)^2(K-W)^2}{4(A^2+B^2)^2} \\ &=\frac{r^4(A^2+B^2)^2}{(A^2+B^2)^2}=r^4 \end{aligned}\right\} \quad \text{VIII}$$

Wenn e_1 und e_2 die Entfernungen der beiden Null-Orthogonalkreise vom Mittelpunkte des Umkreises sind, so ist

$$X_1^2+Y_1^2=e_1^2, \quad X_2^2+Y_2^2=e_2^2,$$

und nach VIII

$$e_1\cdot e_2=r^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IX}$$

Diese Gleichung sagt, daß die beiden Null-Orthogonalkreise und die beiden Schnittpunkte der Chordalachse mit dem Umkreise des Dreieckes vier harmonische Punkte bilden.

Sind ξ_1', ξ_1'' usw. die Entfernungen der beiden Null-Orthogonalkreise von den Ecken des Dreieckes, so ist nach II

$$\xi_1'^2=\frac{K+W}{2(A^2+B^2)}\cdot\left(\frac{x_2^0\,x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2,$$
$$\xi_1''^2=\frac{(K-W)}{2(A^2+B^2)}\cdot\left(\frac{x_2^0\,x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2,$$

somit

$$\left(\frac{\xi_1'}{\xi_1''}\right)^2=\frac{K+W}{K-W};$$

ebenso

$$\left(\frac{\xi_2'}{\xi_2''}\right)^2=\frac{K+W}{K-W}, \quad \left(\frac{\xi_3'}{\xi_3''}\right)^2=\frac{K+W}{K-W},$$

also

$$\frac{\xi_1'}{\xi_1''}=\frac{\xi_2'}{\xi_2''}=\frac{\xi_3'}{\xi_3''} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{X}$$

Die sechs Halbierungslinien der Winkel $\angle\,\xi_1'\,\xi_1''$, $\angle\,\xi_2'\,\xi_2''$, $\angle\,\xi_3'\,\xi_3''$ gehen also durch die beiden Punkte, in denen die Chordalachse (V) den Umkreis des Dreieckes schneidet.

Nach den Gleichungen X, die sich schreiben lassen:

$$\xi_1':\xi_2':\xi_3'=\xi_1'':\xi_2'':\xi_3''$$

liegen die beiden Null-Orthogonalkreise auch auf den Kreisen, welche resp. die Strecken J_1A_1, J_2A_2, J_3A_3 zum Durchmesser haben. Es gehören also diese drei Kreise ein und demselben Kreisbüschel an.

Wie aus Gleichung VI ersichtlich, sind die beiden Null-Orthogonalkreise reell und getrennt, reell und zusammenfallend, imaginär, je nachdem

$$W^2 \gtreqless 0$$

ist. Damit die beiden Null-Orthogonalkreise zusammenfallen, muß also $W=0$ sein, daher auch nach VII

$$X_1^2+Y_1^2=\frac{K^2}{4(A^2+B^2)}=r^2=X_2^2+Y_2^2$$

werden. Es fallen also die beiden Null-Orthogonalkreise auf die Peripherie des Umkreises in einem Punkte zusammen, was auch schon aus Gleichung IX hervorgeht.

Die Entfernungen dieses Punktes von den Ecken des Dreieckes sind:

$$\xi_1=p_0\cdot\frac{x_2^0\,x_3^0}{\sin\alpha}, \quad \xi_2=p_0\cdot\frac{x_3^0\,x_1^0}{\sin\beta}, \quad \xi_3=p_0\cdot\frac{x_1^0\,x_2^0}{\sin\gamma},$$

$$p_0=\frac{K}{2\left\{A^2+B^2\right\}}.$$

Die Punkte „0“ $\left\{x_1^0,\ x_2^0,\ x_3^0\right\}$, für welche $W=0$ wird, liegen auf der Kurve achter Ordnung:

$$\gamma^2 \begin{vmatrix} \left(\frac{x_2^0\, x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2, & x_1, & 1 \\ \left(\frac{x_3^0\, x_1^0}{\sin\beta}\right)^2, & x_2, & 1 \\ \left(\frac{x_1^0\, x_2^0}{\sin\gamma}\right)^2, & x_3, & 1 \end{vmatrix}^2 + \gamma^2 \begin{vmatrix} \left(\frac{x_2^0\, x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2, & y_1, & 1 \\ \left(\frac{x_3^0\, x_1^0}{\sin\beta}\right)^2, & y_2, & 1 \\ \left(\frac{x_1^0\, x_2^0}{\sin\gamma}\right)^2, & y_3, & 1 \end{vmatrix}^2$$

$$= \begin{vmatrix} \left(\frac{x_2^0\, x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2, & x_1, & y_1 \\ \left(\frac{x_3^0\, x_1^0}{\sin\beta}\right)^2, & x_2, & y_2 \\ \left(\frac{x_1^0\, x_2^0}{\sin\gamma}\right)^2, & x_3, & y_3 \end{vmatrix}^2,$$

in der für den Fall x_1^0, x_2^0, x_3^0 als die Variabeln anzusehen sind.

Die Gleichung der Chordalachse des Systems „0", Gleichung V, läßt sich schreiben:

$$\frac{X}{Y} = \frac{A}{B};$$

$\frac{A}{B}$ ist eine Konstante, c_1, die von der Lage des Punktes „0" abhängt. Nehmen wir in $A - cB = 0$, also in

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{x_2^0\, x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2, & 1, & y_1 \\ \left(\frac{x_3^0\, x_1^0}{\sin\beta}\right)^2, & 1, & y_2 \\ \left(\frac{x_1^0\, x_2^0}{\sin\gamma}\right)^2, & 1, & y_3 \end{vmatrix} - c \begin{vmatrix} \left(\frac{x_2^0\, x_3^0}{\sin\alpha}\right)^2, & x_1, & 1 \\ \left(\frac{x_3^0\, x_1^0}{\sin\beta}\right)^2, & x_2, & 1 \\ \left(\frac{x_1^0\, x_2^0}{\sin\gamma}\right)^2, & x_3, & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{XI}$$

x_1^0, x_2^0, x_3^0 als die Variabeln, so gibt XI alle Punkte „0", für deren Systeme die Chordalachse dieselbe Linie ist, nämlich die durch c bestimmte Chordalachse. Jede durch den Mittelpunkt des Umkreises gehende Gerade ist also Chordalachse für unendlich viele Systeme; die Punkte „0" dieser Systeme bilden die Kurve vierter Ordnung XI.

Die bisherige Entwickelung sagt also:

Jedem Punkte in der Ebene eines Dreieckes entspricht ein System (eine Unendlichkeit) von Kreistripeln. Ein Kreistripel sind drei Kreise, deren Mittelpunkte die Ecken des Dreieckes sind. Alle Kreistripel desselben Systems „0" haben dieselben Aehnlichkeitspunkte (Aehnlichkeitspunkte des Systems). Die Mittelpunkte sämtlicher Orthogonalkreise der Tripel eines Systems liegen auf einer durch den Mittelpunkt des Umkreises gehenden Geraden (Chordalachse des Systems). Der Umkreis ist Orthogonalkreis für das Null-Kreistripel jedes Systems. Jede durch den Mittelpunkt gehende Gerade gehört einer Unendlichkeit von Systemen an, deren „Träger" „0" eine Kurve vierter Ordnung bilden. Unter den Orthogonalkreisen jeden Systems gibt es zwei Nullkreise; sie bilden mit den Durchschnittspunkten der Chordalachse mit dem Umkreise vier harmonische Punkte. Sie sind die gemeinsamen Punkte der drei Kreise, welche die Entfernung des inneren vom äußeren Aehnlichkeitspunkte auf einer Dreieckseite zum Durchmesser haben.

Ein einfacher Beweis des Satzes von der winkelhalbierenden Transversale des Dreiecks.

Von Prof. Kiesling (Bromberg).

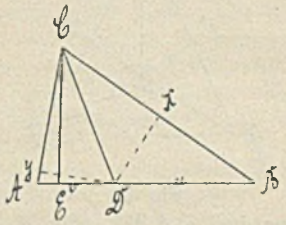
Es sei CD die Winkelhalbierende. Da die Dreiecke CAD und CBD die Höhe CE gemeinsam haben,

so ist: $$\frac{\triangle CDB}{\triangle CDA} = \frac{u}{v};$$

ferner ist: $$\frac{\triangle CDB}{\triangle CDA} = \frac{a}{b},$$

da die Lote DX und DY gleich sind. Folglich ist:

$$\frac{a}{b} = \frac{u}{v}.$$



Genau ebenso läßt sich zeigen, daß die Halbierungslinie des Außenwinkels die Grundlinie äußerlich im Verhältnis $a:b$ teilt.

Ein weiterer Beweis des Lehmus-Steinerschen Satzes.*

Von Prof. Kiesling (Bromberg).

Hilfssatz. Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie übereinstimmen in der Grundlinie ($AB = A_1B_1$), dem Winkel an der Spitze ($\gamma = \gamma_1$) und der diesen Winkel halbierenden Transversale ($W = W_1$).

Beweis: Denkt man sich beiden Dreiecken ABC und $A_1B_1C_1$ die Kreise umbeschrieben und die Winkelhalbierenden bis E bezw. E_1 verlängert, dann ist $\triangle CEB \sim \triangle DEB_1$ da $\sphericalangle\varepsilon$ gemeinsamer Winkel und $\sphericalangle DBE = \frac{\gamma}{2}$.

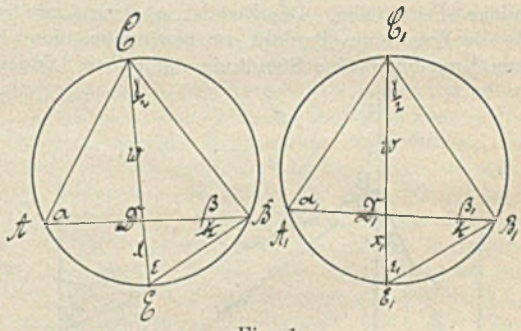


Fig. 1.

Folglich ist: (Fig. 1)

$$\frac{CE}{BE} = \frac{BE}{DE} \text{ oder } BE^2 = CE \cdot DE$$

$$BE^2 = (W + x) \cdot x = W \cdot x + x^2.$$

Aehnlich ist:

$$B_1E_1^2 = \qquad W x_1 + x_1^2.$$

Nun ist aber $BE = B_1E_1$ als Sehnen, die in gleichen Kreisen zu gleichen Peripheriewinkeln $\left(\frac{\gamma}{2}\right)$ gehören.

Folglich ist:

$$W \cdot x + x^2 = W x_1 + x_1^2; \quad W(x - x_1) + x^2 - x_1^2 = 0;$$

$$(x - x_1)(W + x + x_1) = 0.$$

Hieraus folgt, daß $x = x_1$ sein muß, weil $W + x + x_1$ nicht Null sein kann.

Es ist also auch $CE = C_1E_1$ folglich

$$\sphericalangle CBE = \sphericalangle C_1B_1E_1 \text{ oder } \beta + \frac{\gamma}{2} = \beta_1 + \frac{\gamma}{2}.$$

* Vergl. diese Zeitschrift XXI, Nr. 5, S. 97.

EKA TECHNIKI KIEL

d. h. $\beta = \beta_1$. Die Dreiecke ABC und $A_1 B_1 C_1$ stimmen also in der Grundlinie und in den Winkeln überein und sind kongruent.

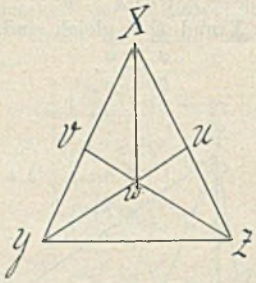


Fig. 2.

Es sei nun im $\triangle XYZ$ (Fig. 2) die Winkelhalbierende YU gleich der Winkelhalbierenden ZV, dann sind nach dem Hilfssatz die Dreiecke XYU und XZV kongruent, da $YU = ZV$, $\sphericalangle X$ gemeinsam und auch die Winkelhalbierende XW beiden Dreiecken gemeinsam.

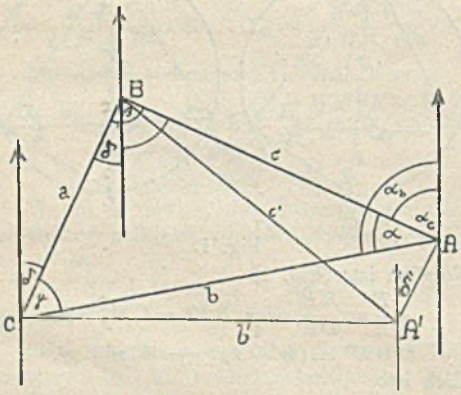
Folglich ist $XY = XZ$.

Rückwärtseinschneiden aus zwei Punkten.

Von Dr. Alois Lanner (Innsbruck).

In den verbreitetsten Lehrbüchern der Trigonometrie wird bei den Anwendungen nur ein „Vorwärtseinschneiden aus zwei Punkten" und ein „Rückwärtseinschneiden aus drei Punkten" besprochen.

Ersteres setzt die Messung einer Standlinie und der von ihren Endpunkten ausgehenden Winkel, letzteres die Kenntnis der Entfernungen dreier Punkte und die des Winkels voraus, den ihre Verbindungslinien miteinander einschließen. Das Ziel ist in diesem zweiten Falle die Lage eines Punktes zu bestimmen, ohne in dessen Umgebung eine Standlinie wählen zu können.



Dies läßt sich aber auch erreichen, wenn man den Abstand zweier Punkte B und C und den Winkel δ kennt, den ihre Verbindungslinie mit dem geographischen Meridian einschließt, wie es mit Hilfe einer hinreichend genauen Landkarte möglich ist. Daraus läßt sich das Dreieck ABC berechnen, wenn wir von A aus die Winkel α_b und α_c bis zum Meridian messen, denn es ist

$$\alpha = \alpha_b - \alpha_c,\ \beta = \alpha_c + \delta \text{ und } \gamma = 2R - (\alpha_b + \delta),$$

woraus sich mit Hilfe von $a = BC$ auch b und c ergeben.

Noch mehr Interesse hat die weitere Aufgabe, für einen zweiten Punkt A', zu dem wir uns von A aus, vielleicht auf allerlei Umwegen begeben haben, die Länge und Richtung von $AA' = l'$ zu bestimmen, ohne von A' aus A zu sehen oder von dort aus gesehen zu werden, was strategisch sehr wertvoll sein kann. Wir brauchen zu diesem Zwecke nur die nach A' gerichteten Strecken b' und c' in derselben Weise zu berechnen und dann noch den Winkel δ' zwischen AA' und dem Meridian zu ermitteln.

Auf diesem Wege läßt sich die Lage aller Punkte bestimmen, soweit B und C gleichzeitig sichtbar sind, und zwar sowohl in bezug auf BC als auch zueinander, ohne daß die Berechnungen von irgendwelchen Zwischenstationen abhängig wären.

Bücher-Besprechungen.

Trinkwalter, Oberlehrer L., Ausländische Kultur- und Nutzpflanzen, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Verbreitung, ihres Anbaues und ihrer wirtschaftlichen Bedeutung. Mit 59 Abbildungen im Text. 120 S. Schmeils Naturwissenschaftliches Unterrichtswerk. Leipzig 1913, Quelle & Meyer. Preis geh. M 1.80, geb. M 2.40.

Trinkwalters „Ausländische Kultur- und Nutzpflanzen" ist ein Ergänzungsband in dem Naturwissenschaftlichen Unterrichtswerk Otto Schmeils, in dessen botanischen Lehrbüchern und Leitfäden die kolonialen Nutzpflanzen nicht genügend berücksichtigt werden konnten. Des Verfassers Wunsch geht dahin, daß die deutschen Jungen und Mädchen mit Hilfe dieses Buches Pflanzen kennen lernen, die Lieferanten von Nahrungs- und Genußmitteln, von Gewürzen, Oel, Drogen und anderes mehr geworden sind, und dadurch eine hervorragende Bedeutung in unserem deutschen Handels- und Wirtschaftsleben erlangt haben. Trinkwalter beschränkt sich nicht nur, ausführliche Beschreibungen der ausländischen Nutz- und Kulturpflanzen zu bringen, sondern er geht auch auf die Gewinnung, Verarbeitung und wirtschaftliche Bedeutung der pflanzlichen Produkte ein. Dabei erfahren diejenigen Kulturpflanzen, die in den deutschen Kolonien beheimatet sind oder jetzt dort auch angepflanzt werden, besondere Berücksichtigung. Das vortreffliche Buch wird daher auch mit Erfolg im Erdkundeunterricht bei der Durchnahme deutscher überseeischer Besitzungen Verwendung finden können. Der Inhalt ist so reich, daß er in den Botanikstunden allein nicht ausgeschöpft werden kann. Viele ausgezeichnete Abbildungen helfen dabei, die Anschaulichkeit zu erhöhen.

W. Hirsch (Berlin-Lichterfelde).

* * *

Simroth, Prof. Dr. H., Abriß der Biologie der Tiere. Dritte vermehrte Auflage. Erster Teil: Entstehung und Weiterbildung der Tierwelt. Beziehungen zur organischen Natur. Mit 34 Abbildungen. Sammlung Göschen Nr. 131. Zweiter Teil: Beziehungen der Tiere zur organischen Natur. Mit 35 Abbildungen. Sammlung Göschen Nr. 654. Berlin und Leipzig 1913, G. J. Göschensche Verlagshandlung, G. m. b. H. Preis pro Bändchen 90 Pf.

Simroths Abriß der Biologie der Tiere, der in dritter vermehrter Auflage vorliegt, verlangt zu seinem Studium einen auf zoologischem Gebiete durchaus gebildeten Leser, der mit Fachausdrücken wohl vertraut ist und über Kenntnisse der Tiersystematik und der vielen Formen verfügt. Mit großem Fleiße ist das Tatsachenmaterial zusammengetragen worden, das dazu

dienen soll, Einrichtungen des Tierkörpers biologisch zu deuten und zu erklären. Das erste Bändchen des Werkes handelt von der Schwere und Bewegung, von Licht und Farbe, vom Schall, berichtet von den chemischen Einflüssen und von der Wärme, denen der Tierkörper im Leben ausgesetzt ist, geht auf die elektrischen Erscheinungen ein, die in besonderen Fällen beobachtet werden können und widmet der Atmung und den Organen, die dazu verhelfen, einen besonderen Abschnitt. Das zweite Bändchen enthält die Kapitel: Nahrung, Schutzmittel, Fortpflanzung, Symbiose und Parasitismus, Land und Wasser, Psychisches. Unter diesen sind ihrer Bedeutung gemäß die, welche die Ernährung und die Fortpflanzung behandeln, am umfangreichsten. Sie zeigen, wie die übrigen, den kenntnisreichen Gelehrten, der eine Fülle von Material zusammenstellt, um die interessanten biologischen Erscheinungen in der Tierwelt dem Leser zu vermitteln.

W. Hirsch (Berlin-Lichterfelde).

* * *

Migula, Prof. Dr. **W.**, Die Grünalgen. Ein Hilfsbuch für Anfänger bei der Bestimmung der am häufigsten vorkommenden Arten mit einer kurzgefaßten, illustrierten Anleitung zum Sammeln und Präparieren. Von Dr. G. Stehli. Mit 8 Tafeln. Handbücher für die praktische naturwissenschaftliche Arbeit, X. Stuttgart, Franckhsche Verlagsbuchhandlung. Preis kart. M 2.—, geb. M 2.80.

In diesem Hilfsbuch für Anfänger bei der Bestimmung der am häufigsten vorkommenden Grünalgenarten findet der Leser zunächst eine übersichtlich gehaltene Anleitung zum Aufsuchen, Sammeln und Präparieren der Algen. Der Verfasser dieser Seiten, Dr. G. Stehli, macht hier besonders aufmerksam, daß beim Sammeln von Algen eine gründliche Terrainkenntnis nötig ist. Die Angaben desselben über Stätten des Vorkommens werden dem ungeübten Sammler angenehm sein, nicht weniger die Notizen, die die notwendigen Ausrüstungsgegenstände des Algologen aufzählen und zugleich deren Anwendung skizzieren; auch über das Fixieren, Färben und Einbetten wird ausführlich berichtet. Literaturangaben geben Gelegenheit, sich eingehendere Kenntnisse zu erwerben. Im übrigen enthält das Hilfsbuch eine Uebersicht der Grünalgen (Chlorophyceae) nach Ordnungen, Familien und Gattungen. Auf reichlich 50 Seiten Text werden die wichtigsten Arten klar und übersichtlich beschrieben. Acht Tafeln geben die häufig vorkommenden Formen wieder. Ohne Zweifel wird das Hilfsbuch ein guter, sicherer Ratgeber für den Algologen, besonders für den Anfänger algologischer Studien, sein. Für diesen soll es angelegentlich empfohlen sein.

W. Hirsch (Berlin-Lichterfelde).

* * *

Franz, J., Der Mond. 90. Band aus der Sammlung: Aus Natur und Geisteswelt. 2. Aufl. Mit 34 Abbildungen im Text und auf zwei Doppeltafeln. 118 S. Klein 8⁰. Leipzig 1912, G. B. Teubner. In Lnwd. geb. M 1.25.

Der Verfasser, Direktor der Universitäts-Sternwarte in Breslau, der die Beobachtung des Mondes zu einer wesentlichen Aufgabe seiner Forschertätigkeit gemacht hat, bietet in dem lesenswerten Büchlein bedeutend mehr, als man in der wissenschaftlich-gemeinverständlichen Darstellung zunächst erwarten sollte. Schon die Darlegungen in den ersten Kapiteln, daß der Mond ebensowohl als ein Trabant der Erde aufgefaßt werden kann, wie auch als ein Trabant der Sonne, der nur durch die nahestehende Erde in seiner Bewegung stark gestört wird, erweitert unsere Anschauungen. Von großem Interesse sind ferner die klaren Auseinandersetzungen über die Librationen, ihre Unterscheidung in einen optischen und physischen Anteil, welch letzterer wieder in zwei Teilbeträge, nämlich in die wirkliche freie und die — sicher beobachtete — erzwungene Libration zerlegt werden muß. Mit diesen Klarstellungen hängt aufs innigste die Untersuchung der nach der Erde zu verlängerten Mondgestalt zusammen, sowie auch die vom Verfasser zuerst vorgenommene Festlegung der Höhenschichten der Mondoberfläche. Er bediente sich hierbei einer Art des in neuerer Zeit so vervollkommneten stereoskopischen Meßverfahrens. Dabei stellte sich heraus, daß die „Meere" des Mondes in der Tat tiefer liegende Flächen sein müssen, nicht aber Hochebenen sind. Für viele überraschend dürfte es sein, daß ferner der Verfasser die Sonnenparallaxe aus Mondbeobachtungen mit mindestens so großer Genauigkeit hat bestimmen können, wie die Messungen aus den berühmten Venusdurchgängen und diejenigen vermittels des Eros sie ergeben haben. Faßt man den Mond als selbständigen Trabanten der Sonne auf, so ist offenbar die Möglichkeit gegeben, jene Beobachtungen an Venus oder Eros zum Zwecke der Gewinnung der Sonnenparallaxe durch solche am Monde zu ersetzen. Es müßte sogar die Genauigkeit wegen der größeren Erdnähe des Mondes entsprechend sich vergrößern lassen. Die praktische Ausführung der notwendigen Beobachtungen und Messungen wird nun im allgemeinen dadurch behindert, daß der Mondrand wegen seiner zackigen Form keine genügend sichere Einstellung gestattet. Der Verfasser hat die Schwierigkeit dadurch umgangen, daß er als Fundamentalpunkt seiner Beobachtungen den hellen Krater Mösting A mit einem Durchmesser von 6″ gewählt hat. Fesselnd dürften ferner für die Leser die schönen in dem Büchlein geschilderten Untersuchungen sein, durch Farbfilter und Lichtbildnerei mit farbenempfindlichen Platten die Färbungen einzelner Mondpartien festzustellen; es scheint hier ein erfolgreicher Weg beschritten zu sein, der uns vielleicht noch einmal zu einer Mineralogie und Petrographie des Mondes führt. Neben den angeführten Fragen werden noch viele andere in Untersuchung gezogen, z. B. die nach den Temperaturen auf dem Monde, nach seiner etwaigen Atmosphäre, nach seinem etwaigen Wassergehalt usw. Die Einwirkung des Mondes auf irdische Verhältnisse, die Erzeugung von Ebbe und Flut wird dargestellt, ebenso die geringe Beeinflussung des magnetischen Erdfeldes durch den Mond erwähnt, hingegen gezeigt, daß der vom Volksglauben so zäh behauptete Einfluß auf die Wetterlage bedeutungslos ist. Wenn wir noch hinzufügen, daß der Verfasser sorgfältig überall historische Angaben macht, am Schlusse ein Kapitel über die Geschichte der Mondforschung anfügt, daß ferner in dem Büchlein zahlreiche Zahlenangaben in bezug auf den Mond zu finden sind, so kann seine Brauchbarkeit nicht nur für die allgemeine Belehrung, sondern auch als ein erstes Nachschlagebuch nur zu rühmen sein. Nach den vorausgesetzten Kenntnissen wurde es für Gebildete verfaßt, denen die Grundlagen der Mathematik, Physik und Astronomie geläufig sein müssen. Das Büchlein darf wohl als eines der am besten gelungenen der Sammlung betrachtet werden.

W. Hillers (Hamburg).

Thurn, H., Die Funkentelegraphie. 2. Aufl. 58 Abb., 128 S. 167. Bändchen der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt". Leipzig 1913, B. G. Teubner. geb. M 1.25.

Die in den letzten Jahren sich überstürzenden Neuerungen auf dem Gebiete der Funkentelegraphie sind meist technisch-praktischer Art. Daher bietet die physikalische Fachliteratur kein zusammenhängendes Bild über den Stand dieses jüngsten Zweiges der Elektrotechnik. Mitteilungen darüber in den Tageszeitungen sind meist unklar und unzuverlässig. Der Funkentelegraphie wird nun von der gebildeten Oeffentlichkeit und den Schülern ein hervorragendes Interesse entgegengebracht. Diesem kommt das neu verlegte Büchlein recht gelegen. Nach kurzer geschichtlicher Einleitung und der Entwicklung der grundlegenden Begriffe folgt unter Vermeidung von Gelehrsamkeit eine gute Beschreibung der Methoden und Systeme, elektrische Wellen zu erzeugen, durch die Antenne dem Raume anzuvertrauen und durch abgestimmte Luftleiter wieder aufzufangen. Besonders wird das deutsche Telefunkensystem geschildert. Dabei wahrt die Darstellung den neuesten Stand der Technik. Man kann sich über die Wirkungsweise der Löschfunkenstrecke, der tönenden Funken, des elektrolytischen Detektors und des jetzt fast ausschließlich verwandten Mineral-Kontaktdetektors unterrichten. Das reiche Material an schematischen Zeichnungen ist klar und von Wert. Weniger durchsichtig wirken naturgemäß die zahlreichen Wiedergaben der technischen Apparate des Gebrauchs nach Lichtbildern. Hier wäre vielleicht eine sorgfältigere Ausführung in den Einzelheiten und eine bessere Auswahl dem Büchlein von Nutzen gewesen. Die letzten 50 Seiten behandeln den Einfluß der Funkentelegraphie auf das Verkehrswesen und die gesetzlichen Bestimmungen über dieses neue Mittel der Benachrichtigung. Sowohl die Küstenstationen der Nord- und Ostsee werden aufgeführt, als auch die internationale Verbreitung der Funkentelegraphie in mehreren Tabellen auseinandergesetzt.

Das Büchlein wird dem Lehrer, der einen raschen Ueberblick gewinnen will, willkommen sein, und kann auch reiferen Schülern und interessierten Gebildeten empfohlen werden. Die Darstellung ist natürlich etwas knapp und summarisch. Der Fachphysiker darf sich an gewissen Ungenauigkeiten nicht stoßen (z. B. S. 64: auf mechanischem Wege in Schwingungen versetzte Lichtstrahlen; . . . es ist eine bekannte Tatsache, daß die Erscheinungen der Elektrizität auf Schwingungen beruhen [!]; S. 65: Die Wellen auf einer Fernsprechleitung haben eine Länge von 30 bis 100 km [!]; eine falsche Angabe findet sich S. 13: . . . durch Einschaltung von Selbstinduktion wird die Frequenz erniedrigt, . . . durch Einschaltung von Kapazität wird die Frequenz erhöht [!!]). W. Hillers (Hamburg).

* * *

Scheiner, Prof. J., Der Bau des Weltalls. 24. Bd. der Sammlung: Aus Natur und Geisteswelt. 4. Aufl. Mit 26 Figuren im Text. 132 S. Klein 8⁰. Leipzig und Berlin 1913, B. G. Teubner. In Lwd. geb. M 1.25.

Das Büchlein erfreut sich, wie die Herausgabe schon der vierten Auflage zeigt, großer Beliebtheit. Der Grund dafür ist nicht allein der auch weitere Kreise stets anziehende Inhalt, sondern der Verfasser versteht es ausgezeichnet, seinen Gegenstand in wirklich allgemein verständlicher Weise darzubieten. Er bemüht sich, alle dem Nichtfachmann etwa ungeläufigen Begriffe von Grund auf neu aufzubauen. Als Beispiele seien seine Darlegungen zum Massenbegriffe und zum Begriffe des Spektrums erwähnt. Naturgemäß nehmen solche Entwicklungen zum Zwecke der Klarheit einen erheblichen Teil des Raumes ein. Daher mußte der astronomische Inhalt des Büchleins streng auf die gestellte Aufgabe beschränkt werden. Immerhin dürften manche mitgeteilten Tatsachen und Anschauungen der neueren Astronomie nicht allgemein bekannt sein. Dahin würden etwa gehören: Die spektroskopische Einteilung der Fixsterne in drei Klassen und die physikalisch tiefere Begründung dazu; die überraschende Verteilung der Sterne auf diese Klassen; die neueren Kenntnisse von den veränderlichen Sternen, den Doppelsternen und den Nebelflecken; die Bedeutung der Milchstraße, und andere. Erwähnt sei schließlich, daß am Ende des Buches in einem Anhange von 14 Seiten eine Auswahl von Tabellen mitgeteilt wird, die z. B. im Unterricht gute Dienste leisten können.

W. Hillers (Hamburg).

* * *

Poincaré, H., Wissenschaft und Methode. Autorisierte deutsche Ausgabe mit erläuternden Anmerkungen von F. und L. Lindemann. 17. Band der Sammlung „Wissenschaft und Hypothese". IV und 283 S. Klein 8⁰. Leipzig und Berlin 1914, B. G. Teubner. Preis in Lnwd. geb. M 5.—.

Als erster Band der erwähnten Sammlung erschien das Buch „Wissenschaft und Hypothese" vom gleichen Verfasser und von denselben Uebersetzern, das der Sammlung den Namen gab und das schon zwei Auflagen erlebte. 1910 folgte „Der Wert der Wissenschaft" vom selben Verfasser, und nunmehr ist uns ein dritter Poincaré beschert worden, geraume Zeit, nachdem der um die Wissenschaft berühmte Franzose der Welt entrissen wurde. Behandeln die vorgenannten Werke mehr erkenntniskritische, philosophisch-mathematische Untersuchungen, so scheinen die vorliegenden Ausführungen zunächst ein wenig abseits von jener Gedankenrichtung zu liegen. Eine Auswahl von Kapitelüberschriften stellt scheinbar ganz unzusammenhängende Themata zusammen, wie: Die Zukunft der Mathematik, die Relativität des Raumes, Mechanik und Radium, die Geodäsie in Frankreich. In der Tat läßt das Buch die Geschlossenheit der Gedankenwelt seines Inhaltes etwas vermissen. Wir treffen nicht nur, wie in den erwähnten früheren Bänden, den scharf denkenden Franzosen an, der mit großer Beweglichkeit des Geistes uns viele Fragen der reinen und angewandten Mathematik in überraschender Beleuchtung vorzuführen weiß, sondern auch einen Erzähler, der mit sichtlichem vaterländischen Stolze schildert, unter welchen Schwierigkeiten und mit welcher Hingebung sich frühere französische Mathematiker der Aufgabe widmeten, eine genaue Geodäsie Frankreichs zu erzielen.

W. Hillers (Hamburg).

Abschluß dieser Nummer am 31. Januar 1916.

Das Inhalts-Verzeichnis der Jahre 1913—1915 liegt dieser Nummer bei.