Jahrgang XIX. 1913. No. 8.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Prof. Dr. A. Thaer,
Direktor der Oberrealschule vor dem Holstentore in Hamburg.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden nur an die Adresse des Dir. Thaer, Hamburg 36, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Inhalt: Das geschichtliche Element im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Von Geh. Hofrat Dr. S. Günther in München (S. 141). — Eine Beziehung am Kegelschnitt. Von B. Kerst in Zwickau (S. 150). — Kleinere Mitteilungen [Bemerkungen über einen geometrischen Satz. Von Prof. Dr. v. Vieth in Dresden (S. 151). — Zur Napoleons-Aufgabe. Von Prof. Dr. Krüger in Brieg (S. 152). — Bemerkungen zum Aufsatz Dr. K. Wörner. Von Prof. Dr. Otto Richter in Leipzig (S. 152)]. — Vereine und Versammlungen [Bericht über die 85. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Wien. Von P. Riebesell in Hamburg (S. 152)]. — Bücherbesprechungen (S. 158). — Zur Besprechung eingetroffene Bücher (S. 160). — Anzeigen.

Das geschichtliche Element im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.

Vortrag auf der XXII. Hauptversammlung in München.

Von Geh. Hofrat Dr. S. Günther (München).

Hochverehrte Anwesende! Geehrte Damen und Herren! Das Gebiet, mit dem ich mich beschäftigen will, ist Ihnen nicht fremd, und es ist ein großer Erfolg der Neuzeit, daß es Ihnen nicht fremd ist. Die Notwendigkeit der Berücksichtigung des geschichtlichen Elementes beim mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichte hat sich in der neueren Zeit mehr und mehr geltend gemacht; das beweist insbesondere die größere Anzahl von Publikationen, die sich mit diesem Gegenstand beschäftigen und, wie ich wohl sagen darf, recht erfolgreich beschäftigen. Was nur die Mathematik anlangt, so hat David E. Smith, der bekannte Mathematiker in New-York, in seiner sehr schönen Bibliographie immerhin nicht weniger wie sieben besondere Schriften angeführt, welche sich im Verlaufe der letzten zwölf Jahre mit der Frage, die ich jetzt behandeln will, befassen. Darunter befindet sich auch jene Abhandlung, in welcher sich Gebhardt, dessen Persönlichkeit und Leistungen Sie alle mehr oder weniger kennen, eingehend mit der Sache beschäftigt hat. Er behandelt im wesentlichen die Mathematik als solche, und ich möchte ja zugeben, daß sie in erster Linie dazu herausfordert, die Geschichte zu berücksichtigen, obgleich ich der Ueberzeugung bin, daß bei genauerem Zusehen sich das gleiche auch von der anorganischen Naturwissenschaft — bezüglich der organischen schreibe ich mir eine Kompetenz nicht zu — recht wohl behaupten läßt. Von den erwähnten Abhandlungen Gebhardts nenne ich nur eine, die ich auf den Tisch des Hauses hier niederlege und warm empfehlen möchte. Es ist das die „Geschichte der Mathematik im mathematischen Unterricht der höheren Schulen Deutschlands, dargestellt auf Grund zahlreicher Lehrbücher und programmatischer Abhandlungen höherer Schulen“, herausgegeben in den bekannten Abhandlungen über den mathematischen Unterricht in Deutschland, veranlaßt durch die internationale mathematische Unterrichtskommission, III. Band. Wie Sie sehen, ist das ein sehr stattlicher Band. Hier wird nun eine ungemein große Anzahl von einzelnen Gesichtspunkten diskutiert, die in dieser Beziehung von Wichtigkeit sind, und in der Tat muß ich sagen, daß die Gesichtspunkte, welche eine ausdrückliche Beachtung des geschichtlichen Elementes im mathematischen Unterricht wünschenswert machen, überraschend groß an der

Zahl sind. Da ich mich auf diese Schrift ebenso wie insbesondere auf die Ihnen bekannte Anregung in der Didaktik des Prof. Simon in Straßburg beziehe, darf ich mich nach der Seite hin sehr erheblich kürzer fassen, indem ich den Wunsch ausspreche, daß dieses vorzügliche Werk in keiner Bibliothek irgend einer Hochschule fehlen möge, dieses Werk, das eine so große Menge von Gesichtspunkten in die Hand gibt und eine Reihe von Winken enthält, die von einem verständnisvollen Lehrer gewiß beachtet werden dürften. Ich selbst gedenke auf mehrere der vielen einzelnen Materien, die hier behandelt sind, nicht einzugehen, und zwar aus dem Grunde, weil mir die Zeit nicht ausreichen würde. Meine Absicht geht nur dahin, Ihnen unmittelbar zu zeigen, wie im engsten Anschluß an das geschichtlich Gewordene der Unterricht als solcher befruchtet und befördert werden kann. Sie werden aus dem Buche sehen, daß das nach verschiedenen Richtungen hin möglich ist. Sie werden finden, daß wir bei den verschiedenen Aufgaben in großer Zahl Gelegenheit haben, auf das, was in früherer Zeit geleistet wurde, zurückzukommen. Aber etwas besonderes ist die Frage: wie kann unmittelbar der Unterricht, wenn wir die Geschichte zu Rate ziehen, eine Förderung erfahren?

Nur einen Punkt wünsche ich noch abgesehen davon der Erörterung zu unterstellen: einen Punkt, der sowohl von Herrn Oberstudienrat Kerschensteiner, wie von dem Herrn Kollegen Fischer gestreift wurde, nämlich, daß wir uns bemühen sollen — es ist das auch bei Gebhardt ausgeführt — die Gestalt der Persönlichkeiten, die sich um die Geschichte der Wissenschaften verdient gemacht haben, den jungen Leuten näher zu bringen, ein Element der Aneiferung und der Belebung des Unterrichts damit zu geben, was ich für normale junge Menschen sehr hoch einschätzen würde. Man hat das auch schon in früherer Zeit getan; in den älteren bayerischen Schulordnungen nämlich, die über ein Jahrhundert zurückliegen, war ein besonderer Passus, bei dem es heißt: „Lebensbeschreibungen großer Männer". Damit sind nicht nur große Helden gemeint, sondern auch insbesondere bedeutende Forscher der Wissenschaft in den verschiedensten Zweigen. Diese eigentümlich angeordnete und für jene Zeit verfrühte Abteilung ist später aus den Schulplänen wieder verschwunden, es war eben damals noch nicht die richtige Zeit gekommen; ich würde es ja auch außerordentlich bedauern, wenn man daraus einen besonderen Unterrichtszweig machen würde. Für mich kommt es darauf an, im Unterrichte auf das persönliche Moment mit allem Nachdruck hinzuweisen. Der Herr Oberstudienrat Kerschensteiner hat in seinem Vortrage die Person Keplers in den Vordergrund gestellt, allerdings besonders nach seiner ausgezeichneten moralischen Seite hin, und am Nachmittage hat Herr Kollege Fischer darauf hingewiesen, daß auch die Phantasie bei den großen Physikern und Entdeckern eine nicht zu unterschätzende Rolle spiele. Und wer einen Mann wie Kepler in seinen verschiedenen Betätigungen näher verfolgt, der lernt ihn als einen Mann kennen, in dem wir eine eigenartige Parallele, er sagte mit Recht: wie nicht leicht sonst bei einem Menschen, den uns die Geschichte kennen lehrt, einen Parallelismus der Phantasie und der ernsten Wissenschaft vereinigt finden. Jene drei Gesetze, die mit seinem Namen belegt werden, sind weit entfernt davon, das Resultat einer kühlen Reflexion und strengen Rechnung zu sein, sie sind in erster Linie hervorgegangen aus dem Fluge seiner weltumfassenden Phantasie, aber was diesen ganz eigenartigen Menschen so besonders auszeichnete, das war der Umstand, daß, wenn seine Phantasie zur Tätigkeit ihn anregte, nun die kühle theoretische Betrachtung dazukommt, und was für Rechnungen hat der Mann angestellt, der selbst erst im höheren Alter die Logarithmen kennen lernte und bei uns in Deutschland einführte! Er hatte geradezu ein immenses Meer von Zahlen bearbeitet, deren Zusammenhänge er in einer Reihe von Gesetzen nachwies. Ein diesen Punkt betonender Unterricht wird für einen normalen Schüler im höchsten Maße anregend wirken. Man kann sich ja auch dagegen neutral verhalten; aber aus meiner Erfahrung heraus, ich bin ja selbst zwölf Jahre lang Gymnasiallehrer gewesen, kann ich Ihnen versichern, daß, wenn man die Zeit findet — und sie läßt sich finden —, derartige geschichtliche Einstreuungen zu machen, man stets auf ein sehr gern zuhörendes Publikum rechnen darf.

Ich komme nunmehr zurück auf die Frage, die ich gleich am Anfang in den Vordergrund gestellt habe, und möchte einige Disziplinen, welche mir näher liegen, kurz durchgehen, um zu zeigen, wie sich in jeder einzelnen derselben der Gedanke, den ich an die Spitze gestellt habe, praktisch verwerten läßt. Ich beginne mit der Physik. Dieses Fach scheint vielleicht weniger geeignet dazu zu sein; allein es kommt darauf an, daß man auch die richtigen Hilfsmittel herbeizieht. In Deutschland ist, wie ich mich überzeugen muß, leider wenig bekannt geworden das in seiner Art ausgezeichnete Werk des kürzlich verstorbenen dänischen Physikers Lacour, der dem Historiker der Naturwissenschaften dadurch bekannt ist, daß er das meteorologische Tagebuch von Tycho Brahe — nebenbei bemerkt nicht Tycho de Brahe; der dänische Adel will von dem „von" nichts wissen — der Oeffentlichkeit übergeben hat. Lacours Werk ist von einem Deutschen namens Appel in unsere Sprache übersetzt worden und bietet für denjenigen, der die Absicht hat, auch den physikalischen Unterricht historisch zu beleben, eine Fülle interessanten Materiales dar, in dem Sinne, wie ich es meine, nämlich zu zeigen, wie sich die einzelnen Tatsachen ergeben haben; und daß dies viel instruktiver ist als ein kurzes positives Hinstellen der Resultate, werden Sie mir wohl alle zugeben. Davon will ich nun einen ganz besonders umfassend behandelten Fall herausgreifen. Wir stehen der merkwürdigen Erscheinung gegenüber, daß einer der größten Gelehrten seiner Zeit, Galileo Galilei, der Tatsache, die ihm von florentinischen Brunnengräbern gemeldet wurde, daß sich nämlich das Wasser nur bis zu einer gewissen Höhe der Pumpröhre bringen lasse, eigentlich ratlos gegenüberstand. Der sogenannte Horror vacui war ihm freilich unsympathisch, weil er ein metaphysisches Gepräge trug und Galilei gegenüber aller Metaphysik durch strenge geistige Arbeit ankämpfte; aber er war doch, wie gesagt, mit seinem Latein zu Ende, und es dauerte lange Zeit, bis unter der Anregung seiner beiden Schüler Torricelli und Viviani durch Hereinziehung eines schließlich auch höchst einfachen Gedankens — denn jedes Kolumbusei ist schließlich einfach — etwas völlig Neues geschaffen und dadurch die ganze Lehre von den Eigenschaften der Luft erst ermöglicht wurde. Torricellis Gedanke war, das leichte Wasser durch eine spezifisch schwerere Flüssigkeit zu ersetzen und auf diese Weise die Höhe, bis zu welcher die Flüssigkeit gehoben werden kann, sehr viel zu verkleinern. Und damit war auch die Erfindung eines Instrumentes gelungen, das allerdings in engerem Sinne nicht von ihm, sondern von seinem Freunde und Mitschüler Viviani hergestellt wurde, nämlich die unseres bekannten Barometers. Und wie die „Torricellische Leere" in jener Zeit entstand, so auch auf der anderen Seite die „Guerickesche Leere", und es ist belehrend, an der Hand der Originalwerke von Guericke sich zu überzeugen, welche eigentümlichen Wege der menschliche Geist machen muß, bis er ein vorliegendes Experiment richtig zu deuten imstande ist und erkennt, daß in der Tat diese Luft etwas wirklich Materielles ist, das auch rein materiell angegriffen werden muß. Und wenn man in Verbindung mit diesen beiden großen Entdeckungen, welche die Wissenschaft auf eine neue Grundlage stellten, die Barometermessungen hereinzieht und zusieht, wie unmittelbar aus dem, was Torricelli gelehrt hat, ein Pascal seine Folgerungen zog, nach welchen er auf Kirchtürmen und Bergspitzen das wirkliche Steigen und Sinken des Barometers nachwies, dann hat man doch etwas Zusammenhängendes. Wenn man in diesem Sinne verfährt, wobei allerdings die Grundforderung, auf welche es ankommt, das bekannte Glasrohrumstürzen, eintreten muß, und wenn man so den Schüler über die Grundfragen, wie sie sich historisch gestaltet haben, unterrichtet, dann ist das eine außerordentlich gewinnbringende Sache, und man wird sich damit den Dank der jungen Leute verdienen.

Besonders möchte auch bei dem Unterricht in der Chemie ein ähnlicher Weg betretbar erscheinen. Wenn man nur die einzelnen Grundstoffe, die Hauptgase, einzeln den Schülern vorführt und ihnen zeigt, wie jene dargestellt werden und was sie für Eigenschaften haben, so ist das ja gewiß belehrend, und ein großer Teil von den Anwesenden ist wohl durch einen solchen Weg hindurchgegangen. Allein ungleich besser würde es nach meiner persönlichen Ueberzeugung doch sein, wenn man auch das anführen wollte, was sich tatsächlich begeben hat, damit der Schüler sieht, wie die einzelnen Gase nicht als Deus ex machina auf der Bildfläche erscheinen, um in der Schule oder Vorlesungsstunde demonstrativ vorgeführt zu werden, sondern wie sich alles mit Naturnotwendigkeit aus dem, was die Wissenschaft anstrebt, ergeben hat. Wenn man den Fortschritt der Gaschemie des 18. Jahrhunderts näher prüft und wenn man die Leistungen von Black, Priestley, Cavendish und Schele vergleicht und sieht, wie sich allmählich diese neuen Stoffe gebildet haben, wenn man dem Schüler dies im Experimentiersaale zeigt und wenn man ihm weiter vorführt, wie es der überragenden Kraft Lavoisiers hauptsächlich durch Anwendung der Wage gelang, allmählich den endgültigen Nachweis dafür zu erbringen, daß sich in der Tat in der Luft gewisse Gase finden, aus welchen die Luft sich zusammensetzt, und wenn ihnen dann noch gesagt wird, wie die frühere höchst bestechend anmutende bequeme Lehre vom Phlogiston durch die antiphlogistische Lehre verdrängt ward, dann bin ich überzeugt, daß man dem Schüler wirklich etwas bietet. Wenn hierauf dann der eigentliche theoretische Unterricht beginnt, dann kann man mit Tatsachen rechnen, die in höchst bequemer Weise einen Untergrund bereitet haben.

Ein Gebiet der Naturwissenschaften ist es, das es nach meiner Ansicht nicht bloß wünschenswert macht, daß man historisch verfährt, sondern das sogar die gebieterische Forderung stellt, daß das geschehe, und das ist die mathematische oder, wie ich lieber sagen möchte, die astronomische Geographie. In früherer Zeit wurde diese Disziplin vielfach dogmatisch vorgetragen, und dabei wurde gewiß manches erreicht, aber das wurde nicht erreicht, daß die jungen Leute nur die leiseste Vorstellung von dem bekamen, was man vortrug. Es lassen sich ganz gewichtige Gründe für die Kugel-gestalt der Erde und Beweise für die Achsendrehung und Revolution der Erde anführen, man konnte dann vielleicht bis zu einem gewissen Grade ein Urteil abgeben, aber, daß man, wenn man nicht besonders veranlagt war oder wenn nicht ein Lehrbuch besondere Hilfe darbot, aus sich heraus die Konsequenz der Lehre von der Erdkrümmung und Erdbewegung zu ziehen vermocht hätte, das halte ich für außerordentlich unwahrscheinlich. Man hat zu diesem Zwecke eine Fülle von Apparaten erfunden, nach meiner Ansicht mehr wie gut ist; wir sind in der mathematischen Geographie mit Demonstrationsmitteln geradezu überfüttert worden, und es sind ja teilweise höchst geistvolle, zugleich aber auch oft verwickelte Apparate gewesen, und wir wissen, daß die jungen Leute im Unterricht mit diesen verwickelten Apparaten gerne operieren sehen, aber es furchtbar schwer finden, den eigentlich leitenden Faden immer zu behalten, denn irgendwelche Nebendinge, die eben nicht vermieden werden können, lenken ihre Aufmerksamkeit ab. Ich bin seit 35 Jahren unausgesetzt bemüht und ich darf zu meiner Befriedigung sagen, auch nicht ohne Erfolg, nach der angedeuteten Seite eine Reform des mathematischen Geographieunterrichtes in die Wege zu leiten. Als ich vor einigen Jahren bei dem Lübecker Geographentage den Vortrag des Herrn Realgymnasialdirektors Schwarz hörte, war ich hoch erfreut darüber, alle die Gedanken, die ich mir selbst gebildet habe und die ich bei verschiedenen Gelegenheiten an die Oeffentlichkeit zu bringen versuchte, in anderer Form, aber in ähnlicher Grundvorstellung wieder zu hören, und dabei manche Aeußerungen, die mich sympathisch berührten, wie z. B.: „für die Unterstufe gehören alle Demonstrationsapparate in den Giftschrank“. Ein äußerst wahres Wort! Die jungen Leute müssen von dem, was zu den Zeiten des Ptolemäus oder vor Ptolemäus geschah, einen rohen sinnlichen Augenschein gewonnen und überwunden haben, ehe man daran geht, sie zu Kepler, Newton und selbst zu Copernicus emporzuführen, also zu viel höheren Reformen, die aber nur dann begrifflich zugänglich werden, wenn vorher bereits alle Versuche, die man gemacht hat, um das Schwerbegreifliche begreiflich zu machen, dem Schüler bekannt geworden sind. Man muß anfangen mit dem, was der Augenschein darbietet. Die Erde muß als platte Scheibe dargestellt werden, so daß von der Himmelskugel nichts anderes wie Zenit und Nadir bekannt ist, weil das zwei Punkte sind, welche sich unmittelbar dem persönlichen Augenscheine darbieten, und dann erst kann man übergehen auf die Bewegungen, zunächst der Sonne und dann auch anderer Himmelskörper; es muß nach und nach jenes Erfahrungsmaterial gewonnen werden, welches die Geschichte in vielen Jahrhunderten herbeigeschafft hat, und das man jetzt dem Schüler in einer kurzen Zeit darbieten muß. Ich möchte sagen: der junge Mensch muß den ganzen Entwicklungsgang, den die Wissenschaft im Laufe von Jahrhunderten durchmachte, im Laufe von ein bis zwei Jahren selber durchmachen, und das kann er auch, wenn die Hilfe des Lehrers eine entsprechende gewesen ist. Das ist aber gewiß eine viel schwierigere Aufgabe, als wenn ich einfach in der alten Weise dogmatisch vortrage. Es mag ja gegenwärtig noch gelegentlich da und dort Einzelne geben, die an dieser alten Weise festhalten; aber bis zu einem gewissen Grade hat sich doch der genetische Lehrgang durchzusetzen vermocht. Und ich glaube, daß dieser genetische Lehrgang nur dann seine volle Wirksamkeit entfalten kann, wenn er in jeder Hinsicht geschichtlich aufgefaßt wird. Wenn insbesondere von den alten Griechen ausgegangen und gezeigt wird, wie Eudoxus durch seine Sphären allerdings einen Teil der vorhandenen Schwierigkeiten entfernte, nämlich die sogenannte zweite Ungleichheit, wogegen man der ersten Ungleichheit, der ungleichen Größe der Sonnen- und Mondscheibe in den verschiedenen Zeiten des Jahres, ratlos gegenüberstand, und wie dann Ptolemäus die Epizyklen einführte, dann hat man eine ganz neue Auffassung erreicht, und dabei hat man die beste Gelegenheit, auch die jungen Leute darauf aufmerksam zu machen, wie sehr etwas geometrisch richtig, ja bestechend sein kann, was mechanisch unbrauchbar ist. Diese Epizyklentheorie ist außerordentlich glücklich gewählt, um die verwickelte Erscheinung der Planetenbewegungen darzustellen, so daß man sagen könnte, wenn es sich nur um die rechnerische Praxis handeln würde, könnte man recht wohl damit auskommen; aber da sich ein materieller Körper um einen Punkt bewegen soll, in welchem sich nichts befindet, so ist das mechanisch unmöglich, und eben das hat besonders Galilei deutlich erkannt. Denn auch Copernicus hat die Epizyklen nicht etwa ganz beseitigt, sondern nur ihre Zahl gemindert, anstatt daß er die mechanische Unmöglichkeit der Bewegung eines Mobils um einen leeren Punkt in ihrer ganzen Größe erkannte. Allmählich nähert man sich so jenem gewaltigen Fortschritt mit Naturnotwendigkeit, welcher durch die Keplerschen Gesetze dargeboten wurde. Ich glaube, daß eine derartige Entwicklung ganz außerordentlich wertvoll sein muß, und wenn Copernicus, Kepler und Newton den Schülern schon bekannt sind, dann mag der dogmatische Lehrgang mit seinen Beweisen a posteriori ruhig einsetzen. Nunmehr kann, wie ich glaube, ein eigentliches Mißverständnis nicht mehr aufkommen. Dann mögen auch einfache Apparate, aber auch wirklich nur einfache

Apparate, ihre Schuldigkeit tun, nicht komplizierte, bei denen man mit dem besten Willen nicht imstande ist, einer größeren Schüleranzahl die wirklich vorkommenden Verhältnisse in der richtigen Weise zugänglich zu machen.

So habe ich nunmehr die Physik, die Chemie und die mathematische Geographie wenigstens in kurzen Zügen gestreift als Wissenschaften, bei welchen die historische Entwicklung nicht allein möglich, sondern auch nutzbringend und im letzteren Falle, wie ich glaube, sogar unbedingt erforderlich ist. Nun gestatten Sie mir, daß ich auch auf die reine Mathematik mit einigen Worten eingehe. Was diese anlangt, so wissen Sie, daß, wie ich schon sagte, eine große Anzahl hervorragender Männer die Notwendigkeit, dieses Element zu betonen, geltend gemacht haben, wie z. B. in seinem bekannten Buche Tropfke. Dieses Werk fehlt wohl in wenigen Bibliotheken und gibt jedem Lehrer die Möglichkeit an die Hand, sich nach allen Seiten hin über vorkommende Fragen in dem Sinne zu unterrichten, daß, wenn gelegentlich ein neuer Satz auf der Bildfläche erscheint, er imstande ist zu sagen, er ist da und dort unter der oder jener Bedingung gefunden worden, und darin liegt eine ganz gewaltige Anregung und Bereicherung des Wissenstandes. Vor allem ist hier auch in dem Gebhardtschen Werke höchst begrüßenswert, daß es mit einer großen Literaturkenntnis alle früheren Versuche in den Lehrbüchern, dem geschichtlichen Element gerecht zu werden, zusammenfaßt und kritisch beleuchtet. Obgleich ich mir einbilde, auf diesem Gebiete auch einige Kenntnis zu besitzen, so muß ich doch sagen, es ist mir nicht gelungen, außer einem einzigen Werke etwas nachträglich diesem Gebhardtschen Literaturverzeichnis beizufügen. Das einzige Werk, welches ich anführen könnte — und da der Herr Autor anwesend ist, wird er es gelegentlich wohl selbst nachprüfen —, wäre das von Johann Traugott Müller in Wiesbaden, der ebenfalls, wie das Werk beweist, einen ausgesprochenen Sinn für die historische Frage besaß und den Aussagen seiner Schüler zufolge diesem Sinne in seinem Unterrichte auch Recht zu verschaffen wußte.

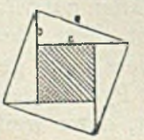
Nun möchte ich Ihnen an einer Reihe von Beispielen zeigen, wie ich mir unmittelbar eine Befruchtung des mathematischen Unterrichts durch Beispiele denke. Ich habe schon vor langen Jahren, im Jahre 1883, also vor 30 Jahren, in einem Aufsatze der Zeitschrift „Das Gymnasium" darauf hingewiesen, und Sie werden mich wohl nicht des Selbstplagiates bezichtigen, wenn ich auf die von mir selbst gewählten Exempel zum Teil zurückkomme, weil sie mir noch jetzt gut gewählt vorkommen und weil ich dieses Urteil noch heute darüber aussprechen muß! Ich möchte mit dem pythagoreischen Lehrsatze beginnen. Zu meiner Zeit wurde er rein euklidisch gelehrt. Sie wissen, daß das für den Lehrer eine sehr schwere Aufgabe ist, aber für den Schüler ist es noch schwerer, denn wenn selbst ein so kundiger Mathematiker wie Abraham Gotthelf Kästner gegen Ende des 18. Jahrhunderts sagte, daß, als er als Student zum ersten Male den pythagoreischen Lehrsatz habe vortragen hören, sich nicht habe klarmachen können, warum die Hilfslinien so und nicht anders gezogen werden, dann wird ein junger Mensch von 14 bis 15 Jahren noch weniger dazu imstande sein.

Wir haben an der technischen Hochschule hier in München einen höchst interessanten Vortrag von Direktor Münch in Darmstadt gehört, welcher auf kinematischem Wege den euklidischen Beweis anschaulich zu machen suchte und das auch sehr schön erreichte; aber leider ist das eine Tätigkeit, die an einer gewöhnlichen Schule mit bestem Willen nicht effektuiert werden kann.

Mir scheint es nun zweckmäßig, zu zeigen, wie der pythagoreische Lehrsatz nicht als eine Athene aus dem Kopfe des Zeus plötzlich hervorgegangen ist, sondern wie er allmählich geworden sein wird. Das ist überhaupt gut, wenn man die Schüler darauf hinweist — ich komme noch darauf zu sprechen —, daß auch die Griechen nicht alle die Lehren, die sie in elegante synthetische Form gekleidet vorführten, in dieser Art gefunden haben, sondern daß ganz andere geistige und auch noch andere Operationen notwendig geworden sind, worauf später erst der strenge Beweis einsetzte, von dem man sagen kann, daß er dazu da war — um ein bekanntes Diplomatenwort zu wiederholen —, um die Wege zu verschleiern, auf denen die Tatsachen gefunden worden waren. Der Magister Matheseos ist in diesem Falle das Gemeingut vieler Kulturvölker gewesen. Wir finden ihn ja in einfachen Beispielen bereits um 1100 in den ältesten Werken, die wir über chinesische Mathematik besitzen. Da kommt schon das Dreieck 3, 4 und 5 vor, und hier, glaube ich, sollte auch der Unterricht zuerst einsetzen, wenn man zeigt, daß eben diese Dreiecke die Eigenschaft haben, daß das Quadrat über der einen Seite so groß ist wie die Summe der Quadrate der beiden anderen Seiten. Dann hat man in einem besonderen Falle gezeigt, daß die Sache in der Tat sich so verhält, und nun kam es darauf an, im Sinne dessen, was Moritz Cantor das „mathematische Experiment bei Pythagoras" genannt hat, an einer Reihe von Beispielen zu zeigen, daß das auch in anderen Fällen zutrifft, wie z. B. $12^2 + 5^2 = 13^2$. Hat man den Schülern eine Reihe solcher Beispiele ganz gewiß in dem Sinne, wie auch die Pythagoreer es ursprünglich machten, vorgeführt, dann weiß man, daß es rechtwinklige Dreiecke gibt, für welche dieser Satz tatsächlich gilt; aber freilich, allgemein ist er damit noch nicht bewiesen, und da muß nun eine Hilfsoperation beginnen, die wir wieder bei einem Griechen wahrnehmen, nämlich jener Beweis für gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke, wie er in dem mustergültigen Gesetz der sogenannten *τέχνη μαιευτική*, der geistigen Hebammenkunst, sich als angeblich von Sokrates herrührend, bei dem großen griechischen Philosophen Platon findet. Es ist bekanntlich dort davon die Rede, daß es möglich sein muß, aus einem ganz ungebildeten Sklaven, einem Barbaren, der auf dem Markte in Athen verkauft worden ist, einen geometrisch richtigen Schluß sozusagen herauszubefördern,

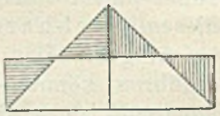
wenn man dabei gehörig den Geist unterstützt, eine Tätigkeit, die in mancher Hinsicht an das erinnert, was wir von Herrn Oberstudienrat Kerschensteiner gehört haben. Da wird die Sache in der Weise gemacht, daß zunächst das Quadrat gezeichnet wird.

Nun wird der betreffende aufgefordert, dasselbe unter Beibehaltung der Seiten zu verdoppeln. Da kommt er auf den Gedanken, es noch einmal daneben zu setzen. Es wird ihm klar gemacht, daß das kein Quadrat sei. Dabei ist schon die Hälfte eines Quadrats entstanden. Dieses Quadrat wird nun vollendet und siehe da, es ist viermal so groß als das ursprüngliche. Nun wird allmählich mit geschickter Benützung der verhältnismäßig wenigen Anhaltspunkte, die sich darbieten, das Augenmerk des Betreffenden auf die vier Halbierungspunkte der Quadratseiten gelenkt. Diese vier Punkte werden durch gerade Linien miteinander verbunden, und jetzt zeigt sich, daß wir ein Quadrat erhalten haben, welches vier derartige Dreiecke enthält, I, II, III, IV, während das ursprüngliche Quadrat bloß die beiden Dreiecke I und V enthält, so daß die Aufgabe der Verdoppelung des Quadrats mit Beibehaltung der Gestalt gelöst ist. Nunmehr wußte man also, daß auch für das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck der Satz zu Recht besteht. Für eine große Anzahl von Fällen ist nun das Experiment durchgeführt. Jetzt lag es nahe, zu sagen, der Satz muß allgemein gelten, und nun kam das angeborene Talent der Griechen zu eleganten synthetischen Beweisen voll zur Geltung. Man wird bei dieser Gelegenheit auch den durch Aehnlichkeit der Dreiecke geführten Beweis nicht vergessen und vor allem nicht den auch auf die Inder



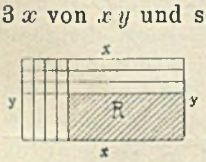
zurückgehenden Anschauungsbeweis, der sich durch große Anschaulichkeit auszeichnet und der im Unterricht sehr gerne akzeptiert zu werden pflegt. Sie kennen ihn ja wahrscheinlich selbst. Ich will nur kurz darauf hinweisen, daß man das rechtwinklige Dreieck viermal in dieser Weise konstruiert, so daß $a^2 = 4\frac{bc}{2} + (c-b)^2$ wird. Damit haben wir den pythagoreischen Lehrsatz gewonnen. Das ist die alte indische Methode, die sich durch große Anschaulichkeit gegenüber dem euklidischen Beweisverfahren und vielen anderen später beliebten Methoden auszeichnet.

Da wir eben von den Indern sprechen, habe ich es für nützlich gehalten, die Aufmerksamkeit der jungen Leute gerade auf dieses merkwürdige Volk zu lenken und sie aufzufordern, sich klar zu machen, wie gewaltig die Unterschiede in der mathematischen Auffassung und Leistungsweise der verschiedenen Völker des Altertums sind, mit denen wir uns gelegentlich zu beschäftigen haben, der Griechen, Römer, Inder und Araber. Der Griechen als derjenigen, welche gewissermaßen von Natur dazu prädestiniert sind, alles in der elegantesten und logisch am meisten befriedigenden Weise darzustellen; der Inder, bei denen der Beweis so gut wie keine Rolle spielt, wogegen sich das Rechnen mit Zahlen in großartiger Weise bei ihnen entwickelt hat. Die Algebra ist indischen Ursprungs. Es ist von großem Interesse, zu hören, daß auch die Inder durchaus nicht etwa die Anschauung gänzlich entbehren können und wollen; aber als naive Geometer, wenn ich so sagen darf, brauchen sie den großen Apparat der Griechen nicht, sondern Chaturveda, einer der hervorragendsten Kommentatoren der klassischen Werke, sagte einmal ganz einfach, als von der Berechnung des Dreiecksinhalts die Rede ist, indem er die beigefügte Figur zeichnete: „siehe Figur" und weiter nichts.



Dieselbe sagt in der Tat genug, daß nämlich die beiden analog schraffierten Dreiecke kongruent sind, und daß das größere Dreieck gerade so groß ist, als ein Rechteck von derselben Basis und halber Höhe. Da haben ferner die Römer, durchaus nicht einmal so unmathematisch, wie sie uns oft geschildert werden, in ihren agrimensorischen Büchern ein recht respektables Quantum von geometrischer Praxis zweifellos niedergelegt. Sie waren die reinen Praktiker, die niemals Freude hatten an den theoretischen Aufgaben, sondern die alles, was nicht für Staatskunst, Kriegskunst, Rechtskunde und Oekonomie Interesse hat, zur Seite schieben und von den Griechen nur das herausnehmen, was ihren unmittelbaren praktischen Zwecken dienlich erscheint. Endlich die Araber, wieder ein ganz anderer Menschenschlag, außerordentlich beachtenswert deshalb, weil eben dieses Volk auf mathematischem Gebiete nicht bloß etwa die griechischen und indischen Vorbilder umarbeitet und dem eigenen Bedürfnis akkommodiert, sondern selbstschöpferisch auftritt. Die sphärische Trigonometrie, wie wir sie heute haben, ist doch wesentlich ein arabisches Produkt. Und dieses Volk bringt es niemals zu einer auch nur halbwegs erträglichen organischen Naturwissenschaft. Diese ist alles nichts weiter als ein Konglomerat von Märchen und törichten Erzählungen. Wo irgend etwas Naturwissenschaftliches in Betracht kommt, dem eine mathematische Seite abgewonnen werden kann, dann steht der Araber plötzlich auf der Höhe. Sie sehen, das sind höchst interessante, ich möchte sagen, ethnographisch wichtige Parallelen, die man ziehen kann. Warum sollte man sie im Unterricht nicht ziehen? Sie nehmen nicht viel Zeit weg, gewähren aber eine Menge von Ausblicken, die den Lernenden wertvoll sein können.

Ich möchte endlich bei den Indern noch einen Fall kurz streifen, der mir von jeher interessant vorgekommen ist. Es handelt sich um die Gleichung $xy = ax + by + c$, also eine diophantische Gleichung, wie wir uns etwas unrichtig ausdrücken, denn Diophantus hat sich mit solchen Gleichungen niemals beschäftigt. Es ist eine Gleichung, welche nicht mehr vom ersten Grade ist, aber ohne Irrationalitäten gelöst werden kann. In dieser Form würden die Inder sie nicht gelöst haben, denn sie hatten keine Buchstabenbezeichnung; diese ist erst viel später erfunden worden. Es sind Zahlen gewesen, mit denen man rechnete, aber diese Zahlen genügen vollständig, um die allgemeine Lösung sofort daran zu knüpfen: $xy = 3x + 4y + 2$. Das ist das klassische Beispiel des großen Brahmegupta, wohl des geistvollsten und originellsten unter allen indischen Mathematikern. Wie kommt er zu dieser Lösung? Der Inder, der doch sonst von der Anschaulichkeit nicht viel wissen will, löst die Sache sozusagen geometrisch; er sagt: man konstruiert ein Rechteck, dessen beide Seiten x und y sind, dann ist $xy = 3x + 4y + 2$, oder $xy - 3x - 4y = 2$. Er zieht also zunächst $3x$ von xy und sodann $4y$ ab. Dann ist jedoch



das Rechteck oben links wieder zu addieren, wenn man das restierende Rechteck R erhalten will und sonach ist

$$R = 2 + 12 = 14.$$

Damit haben wir die Aufgabe gelöst. Wie oft läßt sich 14 in ganzzahlige Faktoren zerlegen? Offenbar zweimal, 14 mal 1 und 7 mal 2. Dann ist also entweder

$$x = 14 + 4 = 18,$$
$$y = 1 + 3 = 4,$$

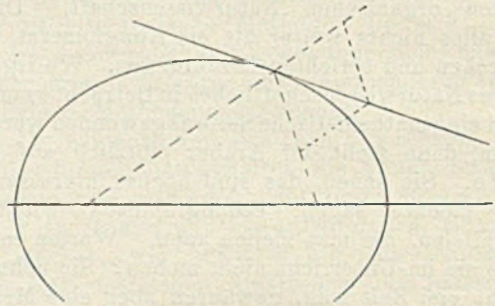
oder

$$x = 7 + 4 = 11,$$
$$y = 2 + 3 = 5,$$

worauf natürlich auch die Vertauschung von x und y stattfinden kann. Wenn Sie die Aufgabe algebraisch einkleiden mit Buchstaben, so sehen Sie, daß das die gleiche Lösung ist, wie wir sie den Schülern vortragen. Aber ich konnte mich davon überzeugen, daß sie den Schülern jetzt Freude macht, weil ein neuer Gesichtspunkt an sie herantritt, der sonst beim Unterricht natürlich weniger geltend gemacht werden kann.

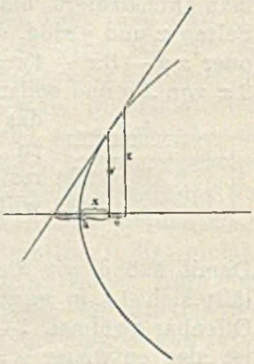
Von ganz besonderem Interesse, verehrte Anwesende, ist dann weiter die Aufgabe, den Schülern den Uebergang zur Infinitesimalrechnung möglichst zu erleichtern. In unserer Zeit — und darauf ist natürlich schon hingewiesen worden — ist das glücklicherweise nicht mehr etwas Unbekanntes. Realgymnasium und Oberrealschule, wenigstens in Bayern, müssen davon Gebrauch machen dürfen, weil sie ohne ihn nicht auskommen können, und auch das humanistische Gymnasium kann, wenn auch vielleicht sozusagen etwas mehr meuchlings, aber doch nicht weniger bestimmt den Infinitesimalbegriff ebenfalls einführen, ohne den man ebenfalls niemals durchkommen kann. Wollen wir uns doch ehrlich gestehen, daß ohne den Infinitesimalbegriff ein großer Teil dessen, was unsere Schüler lernen, auf einem Erschleichungsprozesse beruht. Wer in zahlreichen älteren Lehrbüchern die dortigen Versuche betrachtet, durch alle möglichen Kunstgriffe um das unendlich Große und Kleine herumzukommen, wird mir Recht geben, wenn ich sage, daß das lediglich ein Erschleichungsprozeß ist, und den muß man möglichst vermeiden. Ganz leicht kann das, soweit ich urteile, dann geschehen, wenn man auch sich an die Zeit erinnert, in welcher der Infinitesimalbegriff sich langsam und auch durch alle möglichen Um- und Krummwege den Zugang zu den allgemeinen mathematischen Systemen zu erkämpfen wußte. Die Infinitesimalbetrachtung kommt gelegentlich schon im Mittelalter vor. Wir finden einen Anklang an den Funktionsbegriff z. B. bei Nicole Oresme; aber das ist natürlich nur ein ganz schwacher Anfang. Mehr mit Bewußtsein begegnen wir zuerst dem fraglichen Begriffe bei Kepler, dessen unendlich reicher Geist uns eine solche Fülle von Möglichkeiten, aus ihm Nutzen zu ziehen, darbieten kann; aber Kepler gehört durchaus nicht zu Denen, welche im archimedischen Geiste etwa glauben, all die Dinge, welche sich von vornherein ganz einfach darstellen, nunmehr nachträglich mit weiteren neuen Beweisen versehen zu müssen. Diese Naivetät erscheint mir gerade für Schüler sehr geeignet, wenn man ihnen zugleich natürlich sagt, daß damit die strengste Auffassung nicht ganz erreicht ist, sondern nur der Anfang zu einer solchen strengen Auffassung. Den Kreis betrachtet Kepler ganz einfach als Polygon von sehr vielen Seiten, nicht eigentlich von unendlich vielen Seiten, den Kegel betrachtet er in ähnlicher Weise, und vor allem die Kubierung der Kugel — das ist eine Aufgabe, die zu lösen nach damaligen Begriffen sehr schwer war — ist für ihn sehr einfach. Er sagt sich einfach, die Kugeloberfläche ist aus unendlich vielen kleinen Figuren zusammengesetzt, was für Figuren es sind, ist gleichgültig, er verbindet die einzelnen Punkte des Umfangs mit dem Mittelpunkt, dann haben wir überall die Größe r als Seite und Höhe dieses nadelförmigen Körpers, wie er sich ausdrückt. Wir können ohne weiteres die Kegelformel zur Anwendung bringen. Sei s die Fläche eines solchen Elementarkegels, so ist dessen Volumen gleich $\frac{1}{3} rs$, und wenn alle addiert werden, so erhält man, da sämtliche s zusammen die Kugelfläche $4 r^2 \pi$ geben, als Resultat $4 r^2 \pi \cdot \frac{1}{3} r = \frac{4}{3} r^3 \pi$. Durch solche nadelförmige kleine Kegel glaubt Kepler ganz einfach den Kugelinhalt ausschöpfen zu können. Das ist nach unseren Begriffen nicht richtig, aber es ist der erste Anfang des Richtigen, und dieses Ziel den Schülern erkennbar zu machen, hat wirklich sehr großen Wert. Kepler ist dann auch noch weiter gegangen und hat angefangen, auch von einer Reihe von Körpern den durch Umdrehung einer Kurve um irgend eine Achse entstandenen kubischen Inhalt zu berechnen. Dabei werden fortwährend alle möglichen kühnen Voraussetzungen gemacht, aber die Rechnung bestätigt, daß sie im wesentlichen richtig aufgestellt sind.

So sind wir in das 17. Jahrhundert hineingekommen, in jene Zeit, welche der großen Periode eines Newton und Leibniz vorangeht, und da ist es höchst interessant zu sehen, wie sich allmählich der Gedanke, daß man mit dem Unendlichen arbeiten muß, durchsetzt. Das tritt hervor bei dem Tangentenprobleme der Kurven. Es gab in jener Zeit noch Einzelne, welche von jenen Konzessionen an eine nicht ganz mathematische Strenge nichts wissen wollten und bis zu einem gewissen Grade ihre Aufgabe auch zu lösen verstanden. So wird es höchst instruktiv sein, die jungen Leute etwa hinzuweisen auf die Robervalsche Tangentenkonstruktion. Man sucht von einem Punkte, der die Kurve beschreibt, festzulegen, welche Impulse in gegebenen Momenten auf sie einwirken und nach dem Satz vom Parallelogramm der Kräfte faßt man dieselben zu einer Resultante zusammen, d. i. eben die Tangente. Das tritt nach Roberval namentlich sehr schön in die Erscheinung bei der Ellipse. Haben wir hier die beiden Brennpunkte und verbinden wir den Punkt, der die Kurve beschreibt, mit den beiden Brennpunkten, so haben wir die Fokalstrahlen und können nun sagen: auf den Punkt, der die Kurve beschreibt, wirken in jedem Moment zwei Impulse, ein Impuls, welcher diesen einen Brennstrahl zu verlängern sucht und ein zweiter Impuls, welcher den anderen Brennstrahl um dieselbe Größe zu verkleinern sucht. Die beiden sind gleich groß. Demgemäß ist das Parallelogramm der Impulse in diesem Fall ein Rhombus.



Im Rhombus halbiert die Diagonale die Winkel, und wir sehen, daß die Tangente dadurch gefunden wird, daß man den Winkel beim beschreibenden Punkte hier halbiert. Allein dieses Verfahren läßt sich wohl in manchen Fällen anwenden, aber die allgemeine Anwendung ist sehr schwerfällig oder sie bringt eine solche Komplikation herein, daß man tatsächlich auch wieder nicht in der Lage ist, sie in allgemeiner Weise verfügbar zu machen. Da ist es nun, wie ich glaube, von ganz besonderem Wert, wenn man die Auffassung des vielleicht bedeutendsten Mathematikers des 17. Jahrhunderts vor Newton und Leibniz ins Auge faßt, wenn man sieht, wie sich Fermat aus der allerdings ziemlich großen Verlegenheit zu winden versucht.

Ich wüßte nicht, warum man nicht auch den Schülern einer oberen Klasse das Fermatsche Verfahren direkt vorführen sollte, gewissermaßen als eine Propädeutik dessen, was später durch die Infinitesimalrechnung in vollständig befriedigender Weise geleistet werden kann. Das darf ich an einem Beispiel Ihnen ebenfalls vorführen. Wir haben hier eine Parabel. Wie können wir die Tangente einer Parabel bestimmen? Wir haben die Ordinate y und die Abszisse x, nun kommt es Fermat stets darauf an, jene Größe zu finden, die man Subtangente nennt. Wir wollen sie a nennen. Da macht nun Fermat folgende Prozedur, er sagt: Wir vergrößern die Abszisse x um ein endliches Stück e und konstruieren auch dazu die Ordinate z. Wir sehen, z reicht jetzt nicht bis an die Tangente, sondern es bleibt noch ein endliches Stück übrig, das ich in der Zeichnung durch eine andere Farbe kennzeichnen will. Zunächst haben wir dann die Gleichungen



$$y^2 = p\,x$$
$$z^2 = p\,(e + x).$$

Dann geben uns ähnliche Dreiecke die folgende Proportion:

$$a : (a + e) < y : z.$$

Wir quadrieren auf beiden Seiten:

$$\frac{a^2}{a^2 + 2\,a\,e + e^2} < \left[\frac{y^2}{z^2} = \frac{p\,x}{p\,(e + x)}\right].$$

Durch die Verwendung des Zeichens $<$ umgehen wir die Erschleichung zunächst. Wir haben noch korrekt

$$a^2\,e + a^2\,x < a^2\,x + 2\,a\,e\,x + e^2\,x,$$
$$a^2\,e < 2\,a\,e\,x + e^2\,x,$$
$$a^2 < 2\,a\,x + e\,x.$$

Jetzt setzen wir $e = 0$ und lassen sich das Zeichen $<$ in das Zeichen $=$ verwandeln, und wir haben

$$x = \frac{a}{2},$$

oder die Subtangente ist die doppelte Abszisse, der bekannte Satz, der von Fermat in dieser Weise hergeleitet worden ist.

Wie gesagt, es ist dabei tatsächlich ein gewisser Verstoß gegen die Strenge der Entwicklung gemacht worden und ohne einen solchen Verstoß kommen wir überhaupt, wenn wir nicht ganz strenge Grenzmethoden anwenden, nicht durch. Wenn Sie die alte Art und Weise betrachten, wie Leonhard Euler in seiner Rechnung mit „intensiven" Nullen um diese Schwierigkeit herumzukommen suchte, dann werden Sie sagen, daß Fermat diese Frage keineswegs weniger streng als dieser hervorragende Heros in der neueren Mathematik angepackt hat, und in der Tat haben die Alten, haben die Griechen es immer so gemacht, daß sie sich ohne jede Erschleichung durchgeholfen haben? Wenn man die Exhaustionsbeweise des Archimedes betrachtet, dann meint man allerdings, wenn es so gemacht wird, dann ist freilich die Strenge vollständig gewahrt; aber, wer je seinen Archimedes gelesen hat, weiß auch, daß er das Gefühl hat, auf diesem Wege etwas Neues zu finden, ist absolut unmöglich; man kann wohl gegebene Wahrheiten beweisen, aber man kann unmöglich heuristisch fortschreiten.

Nun haben wir bekanntlich durch die vereinigte Arbeit der zwei dänischen Gelehrten Heiberg und Zeuthen in den Briefen des Archimedes an Eratosthenes Einblicke und Erklärungen bekommen, welche uns ermöglichen, in die Geisteswerkstatt des Archimedes einen tiefen Blick zu tun, und da bemerken wir, daß dieser geniale Mann auch, wie jeder andere Sterbliche, ehe er den feinen salonfähigen Exhaustionsbeweis antritt, in ganz ähnlicher Weise seine Sätze tatsächlich hergeleitet hat, wie es die Späteren taten. Für Archimedes ist in diesem Vorbereitungsstadium die Fläche nichts als ein Aggregat von Linien, so daß auch die Griechen dann, wenn sie Neues finden wollten, sich von einem Verzicht auf Strenge absolut nicht ferne gehalten haben. Die strenggriechische Geometrie ist nur das Ergebnis einer Reflexion a posteriori. A priori hat in diesem Gebiete niemals etwas geleistet werden können.

Wenn wir nun unseren jungen Leuten in dieser Weise auch zeigen, wie allmählich durch derartige Hilfsmittel der Grund zu dem gelegt wurde, was in späterer Zeit durch den Grenzübergang, der viele Aehnlichkeit hat mit Exhaustionsbeweisen, verifiziert werden konnte, dann glaube ich, dürfen wir ruhig auch in solcher Weise den genetischen Gang hier anwenden, natürlich unter der Voraussetzung, daß man immer den jungen Leuten klarzumachen sucht, um was es sich handelt, und daß die volle Strenge auf diesem Wege nicht erreicht wird. —

Ich hätte noch manchen Punkt, den ich Ihnen gerne dargelegt hätte, ich muß mich jedoch bescheiden, meine Zeit ist, wie ich eben höre, abgelaufen; aber ich glaube, ich habe wenigstens in einigen Punkten das, was ich eigentlich beabsichtigte, Ihnen wirklich vorgeführt; ich habe Ihnen gezeigt, daß man in der Tat bei Behandlung des geschichtlichen Elementes im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht den Schüler fördern kann und dabei dem ganzen Unterricht eine wesentliche Belebung zu erteilen imstande ist. Und wenn wir nun daran denken, daß viele von den hervorragendsten Mathematikern der Neuzeit, ein Lagrange, ein Jacobi, daß neuerdings ein Zeuthen so gerne auf die hohe Bedeutung der mathematisch-genetischen Methode im Unterrichte immer hingewiesen haben und bemüht waren, der historischen Forderung eine Gasse zu brechen, so haben wir auch das Recht, in dem Sinne unseren Unterricht zu gestalten, wie es Gebhardt haben will, und wie ich es heute in teilweise anderer Weise auszuführen mir erlaubte.

* * *

Hier in München haben Sie, wenn auch zunächst in Stein, sozusagen das Hohe Lied auf die Geschichte der Naturwissenschaften und Technik, d. i. unser Deutsches Museum. Mein Kollege von Dyck wird Ihnen darüber einen Bericht erstatten, den ich sehr gerne mit angehört hätte, was mir aber durch anderweitige Verpflichtung nicht möglich ist. Ich möchte glauben, daß dieser Vortrag an den meinen sich sehr gut anfügt. Wenn Sie das Deutsche Museum selbst besuchen, so werden Sie unwillkürlich finden, daß in der Tat das, was ich mir auszuführen erlaubte, durch diese prächtige, unerreichbar dastehende Sammlung gewissermaßen seine natürliche Illustrierung gefunden hat. Unter diesem Gesichtspunkte möchte ich den Besuch des Museums und den Vortrag auf das dringendste empfohlen haben.

Eine Beziehung am Kegelschnitt.

Von B. Kerst (Zwickau).

Die Seiten eines beliebigen Dreiecks $A_1 A_2 A_3$ mögen einen beliebigen Kegelschnitt in den Punkten B_1, C_1; B_2, C_2; B_3, C_3 schneiden. Die Ecktransversalen nach diesen Punkten schneiden den Kegelschnitt zum zweitenmale in den Punkten $B_1' \cdots C_3'$. Dann gilt der Satz:

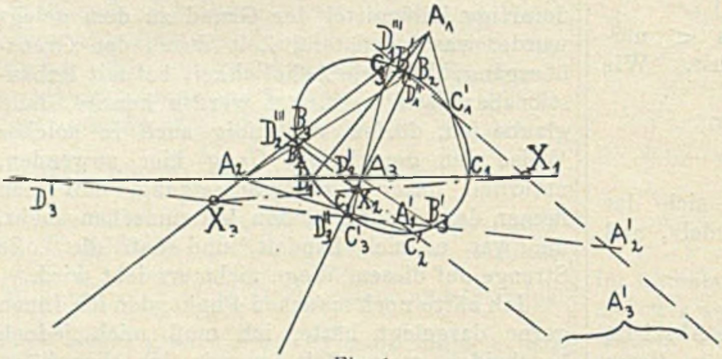


Fig. 1.

Die Schnittpunkte X_1, X_2, X_3 der Geraden $B_1' C_1'$ und $A_2 A_3$, $B_2' C_2'$ und $A_3 A_1$, $B_3' C_3'$ und $A_1 A_2$ liegen in einer Geraden.

Es sei nämlich, bezogen auf das Dreieck $A_1 A_2 A_3$, die Gleichung des Kegelschnitts:

$$\left.\begin{aligned} a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{33} x_3^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 + \\ + 2 a_{23} x_2 x_3 = 0, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

und die Koordinaten seiner Schnittpunkte mit den Dreiecksseiten seien:

$$B_1 (0 \mid b_2' \mid b_3') \qquad B_2 (b_1'' \mid 0 \mid b_3'') \qquad B_3 (b_1''' \mid b_2''' \mid 0)$$
$$C_1 (0 \mid c_2' \mid c_3') \qquad C_2 (c_1'' \mid 0 \mid c_3'') \qquad C_3 (c_1''' \mid c_2''' \mid 0).$$

Die Gleichungen für die nach diesen Punkten gehenden Ecktransversalen lauten dann:

$$\left.\begin{aligned} A_1 B_1 &: x_2 b_3' - x_3 b_2' = 0 \quad & A_1 C_1 &: x_2 c_3' - x_3 c_2' = 0 \\ A_2 B_2 &: x_3 b_1'' - x_1 b_3'' = 0 \quad & A_2 C_2 &: x_3 c_1'' - x_1 c_3'' = 0 \\ A_3 B_3 &: x_1 b_2''' - x_2 b_1''' = 0 \quad & A_3 C_3 &: x_1 c_2''' - x_2 c_1''' = 0 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Um die Koordinaten für die zweiten Schnittpunkte $B_1', \cdot\cdot C_3'$ dieser Linien mit dem Kegelschnitt zu bestimmen, schreibt man dessen Gleichung, z. B. zur Bestimmung von B_1', in der Form:

$$a_{11} \cdot \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{x_1}{x_3} + a_{22} \cdot \frac{x_2}{x_3} + a_{33} \cdot \frac{x_3}{x_2} + 2 a_{12} \cdot \frac{x_1}{x_3} + 2 a_{13} \cdot \frac{x_1}{x_2} + + 2 a_{23} = 0.$$

Setzt man hier für $\frac{x_2}{x_3}$ den aus (2) bestimmten Wert $\frac{b_2'}{b_3'}$ ein, und berücksichtigt man, daß, da der Kegelschnitt durch B_1 geht,

$$a_{22} \cdot \frac{b_2'}{b_3'} + a_{33} \cdot \frac{b_3'}{b_2'} + 2 a_{23} = 0$$

ist, so erhält man für den Schnittpunkt von $A_1 B_1$ mit dem Kegelschnitt die Gleichung

$$a_{11} x_1^2 + 2 a_{12} x_1 x_2 + 2 a_{13} x_1 x_3 = 0.$$

Deren Lösung $x_1 = 0$ liefert den Punkt B_1 selbst, während für B_1' übrig bleibt:

$$a_{11} \frac{x_1}{x_3} + 2 a_{12} \frac{x_2}{x_3} + 2 a_{13} = 0.$$

Setzt man wieder nach (2): $\frac{x_2}{x_3} = \frac{b_2'}{b_3'}$, so folgt:

$$\frac{x_1}{x_3} = - \frac{2 \cdot (a_{12} b_2' + a_{13} b_3')}{a_{11} b_3'},$$

d. h. man kann, unter Fortlassung eines Proportionalitätsfaktors, für die gesuchten Koordinaten schreiben:

$$B_1' (- 2 \cdot (a_{12} b_2' + a_{13} b_3') \mid a_{11} b_2' \mid a_{11} b_3').$$

Ebenso erhält man:

$$C_1' (- 2 (a_{12} c_2' + a_{13} c_3') \mid a_{11} c_2' \mid a_{11} c_3').$$

Daher lautet die Gleichung für $B_1' C_1'$:

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot (a_{11}^2 \cdot b_2' c_3' - a_{11}^2 b_3' c_2') \\ & - x_2 \cdot [2 \cdot (a_{12} c_2' + a_{13} c_3') \cdot a_{11} b_3' - 2 \cdot (a_{12} b_2' + a_{13} b_3') a_{11} c_3'] \\ & - x_3 \cdot [2 \cdot (a_{12} b_2' + a_{13} b_3') \cdot a_{11} c_2' - 2 \cdot (a_{12} c_2' + \\ & + a_{13} c_3') \cdot a_{11} b_2'] = 0. \end{aligned}$$

Nach Vereinfachung der Koeffizienten von x_2 und x_3 kann man die Gleichung durch $a_{11} \cdot (b_2' c_3' - b_3' c_2')$ dividieren, und man erhält:

$$B_1' C_1' : \quad a_{11} x_1 + 2 a_{12} x_2 + 2 a_{13} x_3 = 0.$$

Auf dieselbe Weise erhält man:

$$B_2' C_2' : \quad 2 a_{12} x_1 + a_{22} x_2 + 2 a_{23} x_3 = 0$$
$$B_3' C_3' : \quad 2 a_{13} x_1 + 2 a_{23} x_2 + a_{33} x_3 = 0.$$

Hieraus folgen für die Schnittpunkte X_i dieser Linien mit den Seiten des Fundamentaldreiecks, wenn δ_i ein Proportionalitätsfaktor ist, die Koordinaten:

$$X_1 : \quad (0 \mid \delta_1 a_{13} \mid - \delta_1 a_{12})$$
$$X_2 : \quad (- \delta_2 a_{23} \mid 0 \mid \delta_2 a_{12})$$
$$X_3 : \quad (\delta_3 a_{23} \mid - \delta_3 a_{13} \mid 0).$$

Diese erfüllen offenbar die Bedingung dafür, daß drei Punkte in einer Geraden liegen. Für diese Gerade $X_1 X_2 X_3$ erhält man übrigens die einfache Gleichung:

$$x_1 \cdot a_{12} \cdot a_{13} + x_2 \cdot a_{23} \cdot a_{12} + x_3 \cdot a_{13} \cdot a_{23} = 0.$$

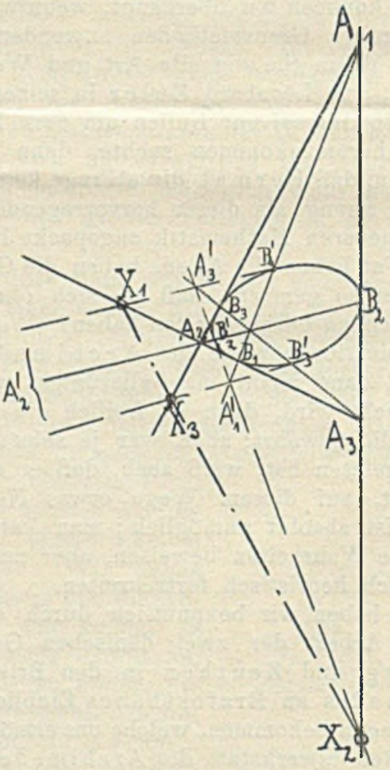


Fig. 2.

Ferner sei noch erwähnt, daß nach dem bewiesenen Satze, mit Rücksicht auf den Satz von Desargues, die drei Geraden $A_1 A_1'$, $A_2 A_2'$, $A_3 A_3'$ sich in einem Punkte schneiden, wenn A_i' der Schnittpunkt der Geraden $B_j' C_j'$ und $B_k' C_k'$ ist. Auch die Gleichungen jener Geraden ergeben sich sehr einfach; man findet:

$$A_i A_i' : x_j \cdot (2 \cdot a_{ij} \cdot a_{jk} - a_{ik} \cdot a_{jj}) - x_k \cdot (2 \cdot a_{ik} \cdot a_{jk} - a_{ij} \cdot a_{kk}) = 0.$$

Ebenso findet man für die Polaren der drei Punkte X_i die Gleichungen: $(i, j, k = 1, 2, 3)$

$x_j \cdot (a_{ij} \cdot a_{jk} - a_{ik} \cdot a_{jj}) - x_k \cdot (a_{ik} \cdot a_{jk} - a_{ij} \cdot a_{kk}) = 0.$
Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die sechs Geraden $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $A_3 A_1$, $A_1' A_2'$, $A_2' A_3'$, $A_3' A_1'$ nach dem Bewiesenen ein Pascalsches Sechseck bestimmen, dessen Ecken auf den Seiten des Dreiecks $A_1 A_2 A_3$ anzunehmen sind. Daher gilt auch noch der Satz für die Punkte $D_i^{(k)}$:

Die Verbindungslinien $B_i' C_i'$ der zweiten Schnittpunkte jener Ecktransversalen und des Kegelschnitts bestimmen je auf den zwei ihnen nicht entsprechenden Dreiecksseiten im ganzen sechs Punkte, die wieder auf einem Kegelschnitt liegen.

Für den besonderen Fall, daß der Kegelschnitt alle drei Seiten berührt, läßt sich der Zusammenhang der Dreiecke $A_1 A_2 A_3$ und $A_1' A_2' A_3'$ auch auf eine ganz elementare, rein geometrische Weise ableiten, so daß dieser Fall, wenn nötig noch mit Einschränkung auf einen Berührungskreis, auch im Unterricht in mittleren Klassen verwendet werden kann.

Die Linien $B_i' C_i'$ gehen hierbei in Tangenten über, und die drei Ecktransversalen $A_i B_i$ schneiden sich dann bekanntlich in einem Punkte, auch im Falle eines beliebigen, berührenden Kegelschnitts. Es geht dann in dem von den vier Geraden $A_1 A_2$, $A_1 A_3$, $A_1' A_2'$, $A_1' A_3'$ gebildeten Tangentenviereck die Diagonale $A_1 A_1'$ nach bekanntem Satze durch den Schnittpunkt der Berührungssehnen $B_2 B_2'$ und $B_3 B_3'$, die mit jenen Ecktransversalen identisch sind. Entsprechendes gilt von $A_2 A_2'$ und $A_3 A_3'$; sie sind also ebenfalls mit den Ecktransversalen identisch und gehen daher durch einen Punkt, woraus nach dem Satze von Desargues wieder folgt, daß die Schnittpunkte entsprechender Seiten der Dreiecke $A_1 A_2 A_3$ und $A_1' A_2' A_3'$ in einer Geraden liegen.

Zu dem eingangs aufgestellten Satz erhält man den dual zugeordneten, wenn man von den Ecken A_i aus die Tangentenpaare an den Kegelschnitt legt; sie bestimmen auf den Seiten $A_j A_k$ die Punkte P_i' und P_i''. Durch jeden von diesen werde die zweite noch mögliche Tangente gezogen, und dann gilt (Fig. 3) der Satz:

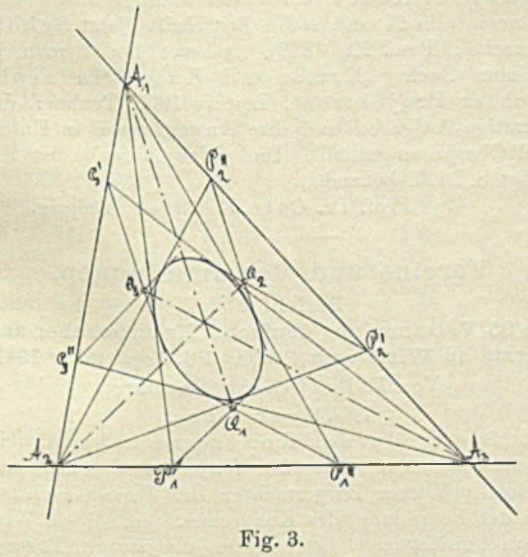


Fig. 3.

Die Schnittpunkte Q_ν der von P_ν' und P_ν'' ausgehenden Tangenten bilden ein Dreieck, dessen Ecken mit den entsprechenden des Dreiecks $A_1 A_2 A_3$ drei durch einen Punkt gehende Verbindungsgeraden bestimmen.

Zunächst ist ohne weiteres einzusehen, daß jede solche Verbindungslinie $A_i Q_i$ Polare ist zu dem Punkte R_i, in welchem die Seite $A_k A_j$ sowohl von der Polaren des Punktes A_i als auch von der des Punktes Q_i geschnitten wird. Nun ist z. B. die Polare von A_1:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 = 0;$$

ihr Schnittpunkt mit $A_2 A_3$ ist also:

$$R_1: \quad 0 \mid -a_{13} \mid a_{12},$$

wobei wieder ein, eventuell auch negativer, Proportionalitätsfaktor weggelassen ist. Die Polare von R_1 ist also:

$$a_{13} \cdot (a_{12} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3) - a_{12} \cdot (a_{13} x_1 + a_{23} x_2 + a_{33} x_3) = 0.$$

Vereinfacht man dies noch, und bildet man auf analoge Weise die Polaren von R_2 und R_3, so erhält man die drei fraglichen Geraden $A_i Q_i$ in der Form:

$$x_2 \cdot (a_{13} a_{22} - a_{12} a_{23}) + x_3 \cdot (a_{13} a_{23} - a_{12} a_{33}) = 0$$
$$x_3 \cdot (a_{13} a_{23} - a_{12} a_{33}) + x_1 \cdot (a_{11} a_{23} - a_{12} a_{13}) = 0$$
$$x_1 \cdot (a_{11} a_{23} - a_{12} a_{13}) - x_2 \cdot (a_{13} a_{22} - a_{12} a_{23}) = 0.$$

Das Verschwinden der Determinante dieser drei Gleichungen beweist den aufgestellten Satz.

Auch für diesen Satz läßt sich ein Spezialfall auf elementare Weise beweisen. Geht nämlich (Fig. 4) der Kegelschnitt durch die drei Ecken A_i, so fallen die Punkte P_i' und P_i'' in einen einzigen, P_i, zusammen, und Q_i geht in den Berührungspunkt der zweiten, von P_i gezogenen Tangente über. Nach dem Satz von Pascal liegen die drei Punkte P_i auf einer Geraden; ihre Polaren, d. h. die Linien $A_i Q_i$ schneiden sich also in einem Punkte.

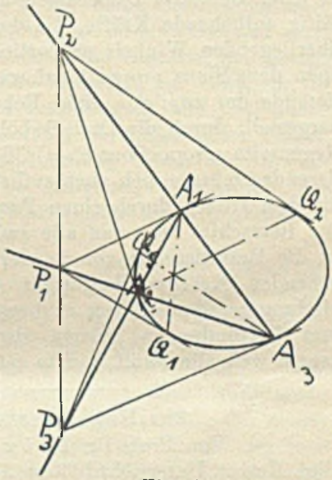


Fig. 4.

Kleinere Mitteilungen.

Bemerkungen über einen geometrischen Satz.

Von Prof. Dr. v. Vieth (Dresden).

Auf Seite 152 des vorigen Jahrganges und Seite 11 des jetzigen Jahrganges befinden sich von Herrn Oberlehrer Linnich und Herrn Prof. Dr. Gutzmer mehrere Beweise des folgenden Satzes:

Konstruiert man über den Seiten eines beliebigen Dreiecks drei ähnliche gleichschenklige Dreiecke und zwar jedesmal nach außen oder nach innen vom Grunddreieck aus, und verbindet man die Spitzen der gleichschenkligen Dreiecke mit den gegenüberliegenden Ecken des Grunddreiecks, so gehen die drei Verbindungsgeraden durch einen Punkt.

Dieser Satz läßt sich auch beweisen mit Hilfe des Satzes der Mechanik, daß drei auf ein starres System wirkende Kräfte nur dann im Gleichgewicht sind, wenn sie durch einen Punkt gehen.

Denkt man sich nämlich jede Ecke des Grunddreiecks als Angriffspunkt von zwei Kräften, die nach den anderen Ecken hinwirken und deren Größe durch die Hälfte der betreffenden Dreiecksseite dargestellt ist, so sind diese sechs Kräfte im Gleichgewicht, weil je zwei in einer Geraden wirkende sich aufheben. Bildet man dagegen die Resultierende von je zwei von einem Eckpunkt ausgehenden Kräften, so ist sie dargestellt durch die Mittellinie (Seitenhalbierende) des Dreiecks. Diese drei Resultierenden müssen sich auch aufheben, also durch einen Punkt gehen; die drei Mittellinien gehen in der Tat durch einen Punkt.

Um nun die in dem zu beweisenden Satze vorkommenden Verbindungsgeraden als Kräfte ansehen zu können, muß an jeder Ecke noch eine Zusatzkraft hinzukommen, die in die Dreieckshöhe fällt und der gegenüberliegenden Seite proportional ist. Betrachtet man auch diese als Resultierende von zwei in den Nachbarseiten wirkenden Kräften, so verhalten sich diese nach dem Gesetz vom Parallelogramm der Kräfte wie die Kosinus der den betreffenden Seiten gegenüberliegenden Winkel, wie man sich leicht durch eine einfache Zeichnung und Anwendung des Sinussatzes klarmachen kann.

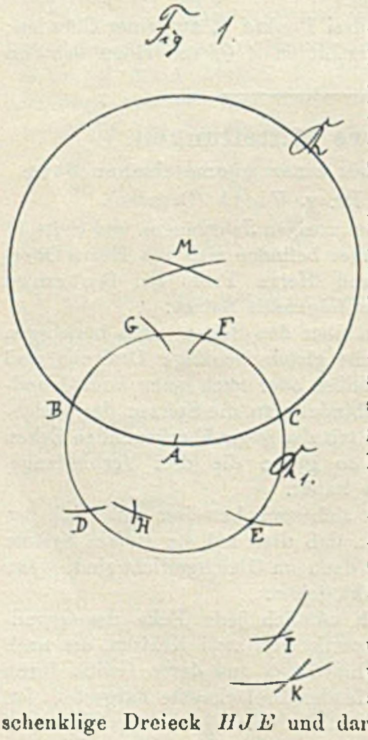
Denkt man sich also in derselben Weise wie oben in jeder der drei Dreiecksseiten je zwei sich gegenseitig authebende Kräfte, die dem Kosinus des gegenüberliegenden Winkels proportional sind, während sie oben dem Sinus proportional waren, so ist die Resultierende der zwei von einer Ecke ausgehenden Kräfte dargestellt durch die Dreieckshöhe, aber von einer der Gegenseite proportionalen Größe. Diese drei Resultierenden müssen sich auch aufheben; in der Tat gehen die drei Höhen durch einen Punkt.

Betrachtet man nun alle zwölf Kräfte zugleich, so ist die Resultierende von je vier von einer Ecke ausgehenden Kräften dargestellt durch eine der Verbindungsgeraden in dem zu beweisenden Satze. Diese drei Verbindungen müssen also durch einen Punkt gehen, weil alle zwölf Kräfte sich paarweise aufheben.

Zur Napoleonsaufgabe.

Von Prof. Dr. Krüger (Brieg).

(Vgl. Herbst, Unterrichtsblätter, Jahrg. XV, 1909, Nr. 2).



Nachstehend gebe ich eine einfache Lösung der Napoleonsaufgabe: „Den Mittelpunkt eines Kreises nur mit Hilfe des Zirkels zu finden“.

1. Der Kreis $\mathfrak{K}_1$ mit ϱ um den Punkt A auf dem gegebenen Kreise $\mathfrak{K}$ trifft diesen in B und C.

2. Die Kreise um B und C mit demselben Radius ϱ bestimmen auf $\mathfrak{K}_1$ das gleichschenklige Trapez $DEFG$.

3. Die Kreise um F mit FE und um D mit FG ergeben das gleichschenklige Dreieck HEF.

4. Durch die Kreise um E mit EH und um H mit HF entsteht das gleichschenklige Dreieck HJE und daraus

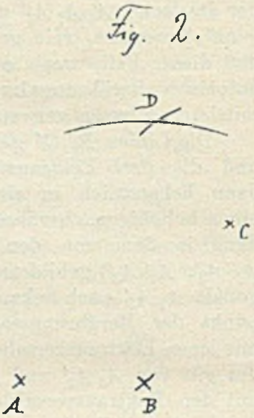
5. durch die Kreise um E mit ED und um H mit DJ das gleichschenklige Dreieck DKE.

6. Die Kreise um D und E mit demselben Radius DK treffen sich in dem gesuchten Mittelpunkte M des gegebenen Kreises.

Beweis: Aus $\triangle EDJ \cong \triangle EKH$ folgt $\angle DEJ = \angle HEK$ und daraus, weil D, H, E auf einer Geraden liegen: $\triangle HJE \sim \triangle DKE$; daher ist $HE : HJ = DE : DK$ oder (wegen $HJ = HF$ und $DK = DM$) $HE : HF = DE : DM$. Mithin $\triangle DEM \sim \triangle HEF$, also $\angle DEM = \angle HEF$, d. h. EM fällt in die Richtung EF und ebenso (wegen der Symmetrie) DM in die Richtung DG. Die Strecken EF und DG sind aber n. $\mathfrak{K}$. Mittellote auf den Sehnen AC und AB.

Dieselbe Analysis führt auch zur Lösung der verwandten Aufgabe:

Durch drei gegebene Punkte A, B, C einen Kreis nur mit Hilfe des Zirkels zu legen.



Die Konstruktion ist in Fig. 2 angedeutet: Die Kreise um B mit AC und um C mit AB bestimmen das gleichschenklige Trapez $ABCD$, welches dem gesuchten Kreise eingeschrieben ist. Die Mittellote auf den beiden gleichen Sehnen AB und CD werden wie in Fig. 1 gezeichnet und geben den Mittelpunkt des gesuchten Kreises.

Zu dem Aufsatze von Dr. K. Wörner, Jahrg. XIX, S. 130: „Konstruktion der Ellipse aus zwei Punkten, aus dem Mittelpunkt und der Länge der großen Achse.“

Die Aufgabe läßt sich rein geometrisch auf verschiedene Art lösen. Die erste Lösung gab Niemtschik (Sitzungsberichte der Wiener Akademie, 67. Bd.); dann hat G. Hauck auf diese wichtige Sache hingewiesen (Hoffmannsche Zeitschrift (jetzt Schottensche), Band 29, 1898). Näheres findet man in meinem Buche „Kreis und Kugel in senkrechter Projektion“, Leipzig 1908, Teubner, das derartige Aufgaben und ihre Anwendungen in Unter- und Oberprima enthält. Die obige Aufgabe ist daselbst S. 26 ff. behandelt.

Prof. Dr. Otto Richter, Leipzig.

Vereine und Versammlungen.

Bericht über die 85. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Wien vom 21. bis 28. September 1913.

Von P. Riebesell (Hamburg).

1. Allgemeines.

„Die modernen Kongresse nehmen die Dimensionen des 20. Jahrhunderts an“, sagte der Wiener Bürgermeister Dr. Weiskirchner bei der Begrüßung des Kongresses, und dieses Wort charakterisiert am besten die diesjährige Tagung. Ueber 5000 Teilnehmer, über 800 Vorträge, das sind die Zahlen, die diese Behauptung beweisen. Zum vierten Male seit ihrem Bestehen tagte die Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte in Wien, und die Berichte der früheren Versammlungen — 1832, 1856, 1894 — geben mit den diesjährigen einen interessanten Ueberblick, nicht nur über die Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin, sondern über die Geschichte der gesamten deutschen Kulturentwicklung. Namentlich ein Vergleich mit der ersten Versammlung von 1832 mit ihren 300 Teilnehmern und fünf Sektionen im Gegensatz zu den 5000 Mitgliedern der heutigen 34 Abteilungen zeigt den glänzenden Aufstieg der deutschen Wissenschaft im 19. Jahrhundert. Außerdem kam gerade in Wien der geistige und politische Zusammenhang der Deutschen in Oesterreich mit den Reichsdeutschen, der Wert und die Bedeutung des Bündnisses der beiden Staaten auch in wissenschaftlicher Beziehung zu beredtem Ausdruck.

Doch in dem enormen Fortschritt der Wissenschaft, der mit weitgehender Spezialisierung verbunden ist, liegt die Gefahr der Auflösung solcher allgemeiner Organisationen, wie es die Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte ist. Viele Einzelvereine halten gemeinsam mit der Naturforscherversammlung ihre Tagungen ab, und das Programm ihrer Vorträge ist so umfangreich, daß sich für gemeinsame Sitzungen kaum noch die Zeit erübrigen läßt. So hatte die Deutsche Mathematikervereinigung allein 34 Vorträge, die Deutsche physikalische Gesellschaft 59 Vorträge organisiert. Aehnlich steht es mit den anderen Sektionen, namentlich in der Medizin. Wenn dadurch auch die Gewähr besteht, daß die einzelnen Sektionssitzungen an sich Bedeutung haben und eine große Zahl der aktiven Forscher vereinigen, so liegt doch die Gefahr nahe, daß das gemeinsame Band vergessen wird. Und gerade die Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte soll nicht ein Konglomerat verschiedener wissenschaftlicher Vereine sein, sie soll vielmehr die Zusammenfassung dieser Einzelbestrebungen sein und die gemeinsamen Wege zeigen. So liegt die Schwierigkeit vor, die allzuweitgehende Spezialisierung der Tagungen zu vermeiden, ohne in den Fehler der allgemeinen Verflachung zu verfallen. Eine Vereinfachung muß erstrebt werden, ganz abgesehen davon, daß auch die geselligen Veranstaltungen bei einer so großen Teilnehmerzahl wie der in Wien schon aus Raummangel nicht mehr zusammengefaßt werden können. Um diese Mißstände zu beheben, hat der Vorstand der Gesellschaft folgende Resolutionen angenommen, die der wissenschaftliche Ausschuß vorgeschlagen hat, und die auf der nächstjährigen Tagung in Hannover zur definitiven Abstimmung kommen sollen. Es soll damit ein Weg gefunden werden, beide Arten von Kongressen, die allgemeinen und die zahlreichen Sonderkongresse zeitlich und örtlich so zu ordnen, daß sie einander ergänzen, nicht aber stören. Die Resolutionen lauten:

1. Im Interesse der verschiedenen Disziplinen auf naturwissenschaftlich-medizinischem Gebiete, zum Zwecke der Verbesserung der Abteilungssitzungen auf der Naturforscherversammlung, und um auf dieser gute allgemeine Vorträge zu ermöglichen, sollen die großen allgemeinen Vereine auf naturwissenschaftlich-medizinischem Gebiete sich gemäß der eventuell zu reformierenden Geschäftsordnung der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte an der Organisation der Kongresse beteiligen.
2. Diese Vereine sollen unter Aenderung der Satzungen im wissenschaftlichen Ausschuß der Gesellschaft entsprechend Vertretung finden.
3. Um vorbildlich für andere Gesellschaften zu wirken, soll die Naturforscherversammlung nur alle zwei Jahre abgehalten werden, wobei es den anderen Gesellschaften überlassen bleibt, ob sie ihre jährliche oder mehrjährige Versammlung unabhängig oder gemeinsam mit der Naturforscherversammlung halten wollen.
4. Die Tagung soll, wenn möglich, verkürzt und die geselligen Veranstaltungen vereinfacht werden.
5. Die Naturforschergesellschaft soll eine Zentralstelle für Veranstaltung von Kongressen aller Art auf medizinisch-naturwissenschaftlichem Gebiete organisieren, um als Informationsstelle für alle derartigen Veranstaltungen zu dienen.

Leider liegt, so sehr diese Bestrebungen der Unterstützung wert sind, für unseren Verein die Schwierigkeit vor, daß die Naturforscherversammlung meist in eine Zeit fällt, in der keine Schulferien sind. Sollte sich eine Verschiebung zu unseren Gunsten nicht ermöglichen lassen, was nach den Statuten keineswegs ausgeschlossen ist, so wäre immerhin zu erwägen, ob wir uns nicht mit einem Fachkongreß alle zwei Jahre zu Pfingsten begnügen können, und allgemeinere Fragen auf der Naturforscherversammlung behandeln. Jedenfalls ist unser Verein die geeignete Organisation, die die Leitung der Unterrichtssektion der Kongresse in der Hand behalten muß.

Wie der Kongreß nach außen unter dem Zeichen der Masse stand, so war auch in wissenschaftlicher Beziehung das Problem der Masse — und zwar der großen, vielleicht unendlich großen, und der kleinen, aber nicht unendlich kleinen — der Mittelpunkt der Verhandlungen. Eine auffallende Konvergenz der verschiedenen Wissensgebiete, der Astronomie, der Physik, der Biologie, der Chemie ist hier zu konstatieren, und die Geschäftsführung hatte durch Organisation gemeinsamer Sitzungen und Gewinnung hervorragender Redner dafür gesorgt, daß diese gemeinsame Note betont würde. Und auch die Kleinarbeit in den einzelnen Sektionen gruppierte sich hauptsächlich um diese modernen Probleme, ja es war auffallend, wie sehr andere Dinge, die an sich wichtig und interessant waren, aber keinen sichtbaren Zusammenhang mit diesen brennenden Fragen hatten, an Interesse einbüßten.

Im folgenden sei über einige Vorträge, namentlich über diejenigen, die im Zusammenhang mit den Fragen der Konstitution der Materie und den Prinzipien der Naturwissenschaft stehen, berichtet.

2. H. v. Seeliger-München, Moderne Astronomie. In der Entwicklung der astronomischen Wissenschaft lassen sich drei Etappen unterscheiden. Die erste, die nach Jahrtausenden zu bemessen ist, dauert etwa bis zum Anfang des 17. Jahrhunderts und ist gleichbedeutend mit der Lehre von den Bewegungen im Planetensystem. Einen Abschluß bezeichnet die heliozentrische Lehre des Kopernikus. Seine Methoden der Betrachtung sind im wesentlichen die der alten Astronomie, und den rein phoronomischen Standpunkt konnte er ebensowenig überwinden, wie einen gewissen Dogmatismus, der zum Beispiel nur Kreisbewegungen als allein möglich zuließ. Die Erfindung des Fernrohres am Anfang des 17. Jahrhunderts begründet dann eine neue Epoche in der

Entwicklung der Astronomie. Die Planeten hören auf, leuchtende Punkte zu sein, sie enthüllen sich als von der Sonne beleuchtete, der Erde ähnliche Körper; Jupiter mit seinen Trabanten stellt sich wie ein kleines Modell des Sonnensystems dar; auf der Sonne werden Flecken entdeckt, und nicht lange dauert es, bis Saturn seine für lange Zeit rätselhaften Ringe präsentiert. Und weit über das Sonnensystem hinaus dringt das Fernrohr. Der merkwürdige Andromedanebel löst neue Fragen aus, und die Milchstraße wird als ein Gewimmel unzähliger Sterne erkannt.

Aber die Fülle neuer Entdeckungen, auch die Errechnung des Planeten Neptun durch Leverrier wird weder durch wesentlich neue Ideen veranlaßt, noch durch neue Methoden gewonnen. Erst um die Mitte des 19. Jahrhunderts fangen Keime zu sprießen an, die sich in erstaunlich kurzer Zeit zu mächtigen Gebilden entwickeln. Die moderne Astronomie kann durch die Schlagworte gekennzeichnet werden: Anwendung physikalischer Methoden, insbesondere der Spektralanalyse und Photometrie, Verwendung der Photographie. Es handelt sich hier namentlich um die Sichtbarmachung lichtschwacher Objekte und die chemische Zusammensetzung der Himmelskörper. Daneben sind die physikalischen Eigenschaften der Sterne und ihre Bewegungen zu erforschen. So ist die Tatsache festgestellt, daß sich alle Weltkörper im wesentlichen aus denselben Stoffen aufbauen, die auf der Sonne und auf der Erde sich vorfinden, und daß die Verschiedenheit der leuchtenden Weltkörper sich hauptsächlich in der Verschiedenheit des Zustandes desselben Stoffes ausdrücken läßt. Temperatur und Lichtstärke der glühenden Massen und die Art ihrer Umhüllung durch Atmosphären bestimmen das Aussehen ihrer Spektren und können in gewissem Sinne aus ihnen abgelesen werden. Das natürliche Einteilungsprinzip für die Sterntypen wird die Temperatur bilden, wenn sich auch nicht überall derselbe einfache Zusammenhang herstellen wird.

Auch über die Entwicklung und Bildung neuer Sterne haben wir wesentlich neue Aufschlüsse erhalten. So erschien 1901 im Sternbild des Perseus ein neuer Stern, der nachweisbar in wenigen Stunden eine Helligkeit erreichte, die nur die allerhellsten Sterne am Himmel besitzen. Explosionen im gewöhnlichen Sinne des Wortes als Ursache anzunehmen, kann physikalisch nicht begründet werden. In kleinem Maßstabe erleben wir das Schauspiel des Aufleuchtens neuer Sterne fortwährend, wenn wir das plötzliche Aufleuchten einer Sternschnuppe bemerken oder die feurige Bahn eines Meteors verfolgen. Vielleicht sind auch bei den neuen Sternen analoge Vorgänge im Spiele. Sind doch im Weltenraume ausgedehnte Ansammlungen fein verteilter Materie in kosmischen Staubwolken vorhanden.

Die sichersten und wichtigsten Ergebnisse der Astrophysik sind mit Hilfe des Dopplerschen Prinzips gewonnen worden, wodurch relative Geschwindigkeiten bis auf 1 km pro sek. bestimmt werden konnten. Weitere, besonders photometrische Messungen erstreckten sich über unser Sonnensystem hinaus in das Gebiet der Milchstraße, und es gelang, aus der scheinbaren Verteilung der Sterne auf die räumliche Anordnung der Weltkörper in den uns umgebenden Teilen des Universums Schlüsse zu ziehen. Es hat sich ergeben, daß unser Milchstraßensystem eine elliptische Scheibe darstellt, die von mehr als 100 Millionen leuchtenden Fixsternen bevölkert ist, die größte Entfernung beträgt 25000 Lichtjahre, die kleinste 6000. Damit taucht die Frage auf, ob wir vielleicht Kunde haben von ähnlichen großen Massenverbänden wie das Milchstraßensystem. In Gebilden, wie dem Andromedanebel und neuerdings in den vielen Spektralnebeln, hat man solche entlegene Weltsysteme erblicken zu können geglaubt. Doch sind das nur Mutmaßungen, denen mit gleichem Recht die andere Mutmaßung gegenübergestellt werden kann, daß alle diese Gebilde unserem Fixsternsystem angehören und gewissermaßen relativ kleine Nachbildungen von ihm darstellen.

Nun erhebt sich aber bei dieser Erweiterung des astronomischen Forschungsgebietes die Frage, ob unsere Naturgesetze für das Universum überhaupt Geltung behalten, wobei das Universum als ein Grenzbegriff anzusehen ist. Zwar sind unsere meisten physikalischen Gesetze völlig unabhängig von einer unbegrenzten Ausdehnung von Raum und Zeit, und für ihre Anwendung ist es unwesentlich, ob der Raum, in dem wir forschen, durch die Wände unseres Zimmers begrenzt wird oder bis zu dem entferntesten Stern ausgedehnt wird. Aber gerade diejenigen Gesetze, die die Grundlage der Astronomie und der ganzen Naturwissenschaft bilden, das Newtonsche Gesetz, der Energie- und der Entropiesatz, vertragen eine solche Verallgemeinerung nicht, es sind keine universellen Gesetze Für völlig abgeschlossene Systeme darf sicherlich die Erhaltung der Energie als eine feststehende Tatsache angesehen werden. Das Universum ist aber kein abgeschlossenes System und kann niemals als solches angesehen werden. Für das Entropiegesetz liegen die Verhältnisse noch viel ungünstiger, weil seine Geltung schon im endlichen Raume an einschränkende Bedingungen geknüpft ist. Energie und Entropie der Welt sind also Begriffe, denen ein faßbarer Sinn nicht unterlegt werden kann, und somit sind auch alle Folgerungen aus ihnen hinfällig. Wollte man übrigens dem Universum in seiner Entwicklung eine Bahn auf ein bestimmtes Ziel zuschreiben, so müßte sie nach rückwärts verlängert auf einen bestimmten Anfang weisen, der in allen Stücken das Gegenteil des Endzustandes sein müßte. Der Entropiesatz beschreibt den Endzustand als den völliger Ausgeglichenheit, wo alle Geschwindigkeiten und Temperaturdifferenzen verschwunden sind, das Weltall in eisiger Ruhe erstarrt ist. Der Anfang müßte also unendlich große Geschwindigkeiten und Temperaturdifferenzen aufweisen, eine Konsequenz, zu der man sich wohl kaum wird entschließen können. Inwiefern hier die Relativitätstheorie oder die Sätze der nichteuklidischen Geometrie Auswege zeigen können, ist vorläufig nicht zu übersehen.

Fassen wir aber unser Sonnensystem in erster Annäherung als ein abgeschlossenes System auf, so gelten die oben erwähnten Sätze, und wir können aus ihnen Konsequenzen ziehen. Es kann nicht zweifelhaft sein, daß die Wärmestrahlung der Sonne, die alles Leben auf der Erde nährt, allmählich aufhören wird, und daß schließlich die Lebensbedingungen für höher organisierte Wesen verloren gehen werden. Das Ende des Menschengeschlechts wird also langsam, aber unaufhaltsam herannahen, vielleicht in einer Form, die der Dichterastronom Flammarion in so tief ergreifender Weise geschildert hat, vielleicht tritt aber auch an Stelle dieses langsamen Hinsiechens eine plötzliche Vernichtung. Wer möchte leugnen, daß das Verhängnis in einer Staubwolke verborgen liegen kann, die nach unwandelbaren Gesetzen der Mechanik sich uns nähert, um die Erde und das ganze Planetensystem und alles, was hier gelebt und gedacht hat, in verzehrender Flamme zu vernichten? Wer will behaupten, daß nicht etwa das Aufleuchten eines neuen Sternes die in wenigen Augenblicken sich vollziehende Vernichtung geistiger Werte ankündigt, die unvergleichlich höher sind als alles, was die kleine Erde jemals hervorbringen konnte?

3. Rinne-Leipzig, Mineralogische Charakteristik des kristallinen Zustandes. Die allgemeine Erscheinung der Kristalle mit ihrer individuellen Abgeschlossenheit von der Außenwelt und ihrer Entstehung in Form winziger Keime, denen die Möglichkeit innewohnt, zu wachsen und auch eventuell zu vergehen, stellt sie in gewisse Parallele mit Gliedern der organischen Welt. Allerdings ist nicht zu verkennen, daß die besondere Art ihres Werdens durch generatio spontanea von der stets ex ovo sich vollziehenden Bildung organischer Individuen durchaus verschieden ist. Auch ist die gewöhnliche Weise ihres Wachstums durch Umschalung dem des Lebendigen, das sich durch Innenaufnahme vergrößert, entgegengesetzt. Indes gibt es in dieser Hinsicht keine scharfen Grenzen; man kennt Kristalle, die nachträglich Stoffe zu inkorporieren vermögen, so die quellenden und flüssigen unter ihnen, und solche wie Eisen und Gold, die in erhöhter Temperatur Substanzen in sich hineindiffundieren lassen.

Wohl der wichtigste charakteristische Ausdruck des inneren Wesens der Kristalle ist die regelmäßige, ganz bestimmten Gesetzen folgende geometrische Physiognomie. Die Natur arbeitet bei der Ornamentierung der Kristalle mit einfachsten Mitteln, sie wendet z. B. keine oder 1, 2, 3, 4, 5, 7 und nie mehr als 9 Symmetrieebenen an, und sie läßt rhythmische Wiederholungen nur nach der Zwei-, Drei-, Vier- und Sechszahl zu; eine Wiederkehr von Ornamenten über die Sechszahl hinaus ist also ebenso ausgeschlossen wie der Rhythmus nach der fünf, der in der Tier- und Pflanzenwelt eine so große Rolle spielt. Es ist nicht zu erwarten, daß entsprechend der Entwicklung der Pflanzen- und Tierwelt sich höhere Symmetrien im Reiche der Kristalle im Laufe der Zeit noch herausbilden werden. Der Evolutionsgedanke hat in der mineralogischen Welt keine Gültigkeit.

Neben der regelmäßigen äußeren Form charakterisiert die Kristalle die sprungweise Aenderung der geometrischen Umgrenzung und der inneren Struktur. Diese kann durch den sprungweisen Wechsel in dem physikalischen Verhalten der kristallinen Materie nachgewiesen worden. So gibt es bestimmte Ebenen größter Sprödigkeit oder solche der Plastizität, welch letztere ein leichtes Gleiten parallel zu diesen Flächen gestatten. Daneben ist das verschiedene optische Verhalten nach verschiedenen Richtungen hin charakteristisch. Auch die chemischen Eigenschaften variieren diskontinuierlich, was an Lösungspräparaten von Gips, Steinsalz und Kalkspat gezeigt werden kann.

Alle diese Hauptprinzipien des Kristallinen versinnbildlichen die sogenannten Raumgitter, beziehungsweise regelmäßige Punktsysteme, aus denen man sich die Kristalle aufgebaut denkt. Ihre geometrischen Verhältnisse und die chemischen Umstände des sogenannten Polymorphismus, der Isomorphie, auch die Eigenart mancher kristallinen Stoffe, sich ohne Gefährdung des Kristallgebäudes kristallographisch-chemisch ab- und umbauen zu lassen, werden auf Grund der Raumgittertheorie durchaus verständlich. Daß es bisher nicht gelang, in optischer Hinsicht den regelmäßig lückigen Punktgitterbau der Kristalle sichtbar zu machen, liegt an der gegenüber der Feinheit der Moleküle und ihrer Abstände doch immerhin ungeschlachten Art der Wellen des gewöhnlichen Lichtes. Die fundamental wichtigen Versuche Laues und seiner Mitarbeiter haben in dieser Hinsicht Wandel geschaffen, insofern der Aufbau gewisser Kristalle aus regelmäßig angeordneten submikroskopischen Teilchen sich durch die Beugungsbilder der sehr kleinwelligen, also den molekularen Verhältnissen besser angepaßten Röntgenstrahlen bekunden läßt.

4. Laue, Friedrich, Wagner-München, Ueber Interferenz von Röntgenstrahlen in Kristallen. Die Wellennatur der Röntgenstrahlen konnte durch Interferenzerscheinungen erst nachgewiesen werden, nachdem genügend kleine Spalte für die Beugungserscheinungen, genügend kleine Schichten für die Erscheinung der Reflektion an dünnen Blättchen geschaffen waren. Beide Bedingungen waren in den Raumgittern der Kristalle erfüllt, und während beim Durchgehen durch den Kristall dieser gleichsam die Wellenlänge sich aussucht, die für seine Gitterkonstante charakteristisch ist, gelang es bei der Reflektion an Kristallflächen das Spektrum der Röntgenstrahlen näher zu untersuchen. Nach der für die Erscheinung der Farben dünner Blättchen gültigen Formel

$$n \cdot \lambda = 2\,d \cos \varphi,$$

wo d die Dicke der Schicht, φ der Einfallswinkel, λ die Wellenlänge, n eine ganze Zahl bedeuten, läßt sich das Spektrum zerlegen. Eine genaue Bestimmung der Wellenlänge ist allerdings erst möglich, wenn d mit genügender Sicherheit bestimmt ist. Leider sind die kristallographischen Daten noch nicht genau genug festgestellt, so daß die früher erfolglosen Versuche der Beugung der Röntgenstrahlen an einem Spalt wiederholt werden müssen, was nunmehr Erfolg verspricht, nachdem durch Anwendung von Kristallen mit großer Gitterkonstante eine Aussiebung von Wellen mit großer Wellenlänge ermöglicht werden kann. Das Spektrum der Röntgenstrahlen stellt sich als ein kontinuierliches dar, das durch die Bremsung der Kathodenstrahlen entsteht, es wird aber überlagert durch andere Strahlen, die von der Eigenschwingung der Antikathode, d. h. dem Material derselben, abhängen.

5. E. Fischer-Berlin, Probleme der modernen Chemie. Die Entwicklung der Struktur der organischen Stoffe hat es ermöglicht, durch Synthese fast alle Stoffe herzustellen, die im Pflanzen- und Tierreich vorkommen. Der Vortragende berichtet über die künstliche Darstellung von Flechten- und Gerbstoffen, die neuerdings gelungen ist. Wenn auch die Verwendung künstlicher Gerbstoffe für die Herstellung von Leder vorläufig durch den hohen Preis ausgeschlossen ist, so kann doch die Fabrikation dereinst technische Bedeutung erlangen, weil die Gerbstoffe auch Bestandteile wichtiger Genußmittel, wie des Weines, des Tees und Kaffees sind, und zu erwarten ist, daß die synthetische Chemie in absehbarer Zeit diese Gebiete erobern wird. Wird doch schon das Koffein künstlich dargestellt. Eine eigentümliche Ergänzung geben diese synthetischen Forschungsresultate zu den Bemühungen der modernen Physik, das Molekül immer mehr zu zerkleinern und zu zerlegen. Hier handelt es sich um die Herstellung von Riesenmolekülen, von denen Fischer eines mit dem Molekulargewicht 4021 ge-

winnen konnte. So erscheinen die Elektronenforschung und die organische Synthese in diesem Punkte als Ausläufer der Naturforschung nach zwei entgegengesetzten Richtungen.

6. Einstein-Zürich, Das Gravitationsproblem. Dasjenige Erscheinungsgebiet der Physik, dessen theoretische Durchleuchtung zuerst gelang, war dasjenige der allgemeinen Massenanziehung. Die Gesetze der Schwere und der Bewegungen der Himmelskörper wurden von Newton auf ein einfaches Gesetz der Bewegung des Massenpunktes und auf ein Gesetz der Wechselwirkung zweier gravitierender Massenpunkte reduziert. Diese Gesetze haben sich als derart exakt zutreffend erwiesen, daß vom Standpunkte der Erfahrung aus kein entscheidender Grund vorliegt, an der strengen Gültigkeit derselben zu zweifeln. Wenn trotzdem gegenwärtig kaum mehr ein Physiker sich finden lassen dürfte, der an die exakte Gültigkeit jener Gesetze glaubt, so ist dies auf den umgestaltenden Einfluß zurückzuführen, den die Entwicklung unserer Kenntnisse von den elektromagnetischen Vorgängen in den letzten Jahrzehnten mit sich gebracht hat. Auch die elektromagnetischen Vorgänge wurden auf Elementargesetze zurückgeführt, die möglichst genau nach dem Muster des Newtonschen Kraftgesetzes gebaut waren, wonach also elektrische Massen Fernwirkungen aufeinander ausüben, die zu ihrer Fortpflanzung durch den Raum keine Zeit brauchen. Erst die Untersuchungen von Faraday, Maxwell und Hertz zeigten, daß wir es mit Nahewirkungen, die eine endliche Zeit beanspruchen, zu tun haben. Dadurch wurde auch das Vertrauen in die Richtigkeit von Newtons Fernwirkungstheorie erschüttert, es brach sich die Ueberzeugung Bahn, daß das Gravitationsgesetz ebensowenig die Erscheinungen der Gravitation in ihrer Gesamtheit umspanne, wie das Coulombsche Gesetz der Elektrostatik und Magnetostatik die Gesamtheit der elektromagnetischen Vorgänge. Daß Newtons Gesetz zur Berechnung der Bewegungen der Himmelskörper bisher ausreichte, ist darauf zurückzuführen, daß die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen jener Bewegungen klein sind.

Nun hat die Relativitätstheorie festgestellt, daß es in der Natur kein Mittel gibt, das uns gestatten würde, Signale mit Ueberlichtgeschwindigkeit zu senden, so daß eine neue Gravitationstheorie geschaffen werden muß. Eine solche ist von Nordström gegeben, doch führt sie in einigen Punkten zu scheinbar mit der Erfahrung in Widerspruch stehenden Tatsachen, und Einstein hat eine andere auf Grund einer Erweiterung des Relativitätsprinzips gegeben.

Er verfährt folgendermaßen, indem er das Relativitätsprinzip im engeren Sinne, das für gleichförmige Geschwindigkeiten gilt, auf Beschleunigungen erweitert. Es erwachen z. B. zwei Physiker A und B aus narkotischem Schlafe, und sie bemerken, daß sie sich in einem geschlossenen Kasten mit undurchsichtigen Wänden befinden. Sie sind mit all ihren Apparaten versehen, aber sie haben keine Kenntnis davon, wie der Kasten angeordnet, beziehungsweise ob und wie er bewegt ist. Sie konstatieren nur, daß Körper, die sie in die Mitte des Kastens bringen und loslassen, alle nach derselben Richtung — sagen wir nach unten — mit der allen gemeinsamen Beschleunigung fallen. Was können die Physiker daraus schließen? A schließt daraus, daß der Kasten ruhig auf einem Himmelskörper liege und daß die Richtung nach unten diejenige nach dem Zentrum des Himmelskörpers sei, falls dieser kugelförmig sein sollte. B aber vertritt den Standpunkt, daß der Kasten durch eine außen an ihm angreifende Kraft in gleichförmig beschleunigter Bewegung nach „oben“ erhalten sein könne; ein Himmelskörper brauche nicht in der Nähe zu sein.

Es gibt nun kein Kriterium, das diese Frage lösen könnte, so daß also dem Begriff der Beschleunigung ebensowenig eine absolute physikalische Bedeutung zukommt wie der Geschwindigkeit. Dasselbe Bezugssystem ist mit gleichem Rechte als beschleunigt oder als nicht beschleunigt zu bezeichnen; je nach der gewählten Auffassung hat man dann aber ein Gravitationsfeld als vorhanden anzusetzen, welches zusammen mit dem eventuellen Beschleunigungszustand des Systems die Relativbewegung freibeweglicher Körper gegen das Bezugssystem bestimmt.

Nimmt man dieses verallgemeinerte Relativitätsprinzip als gültig an, so kann man auf Grund folgender Postulate eine Theorie der Gravitation ableiten, wie Einstein und Großmann dies in einer soeben bei Teubner erschienenen Arbeit getan haben. Die Postulate lauten: 1. Gültigkeit von Impuls- und Energiesatz, 2. Gültigkeit des Relativitätsprinzips im engeren Sinne, 3. Gültigkeit des Satzes von der Gleichheit der trägen und schweren Masse, 4. Unabhängigkeit der Theorie vom Absolutwerte des Gravitationspotentials, 5. Unmöglichkeit, durch Kreisprozesse aus dem statischen Feld Energie zu entnehmen. Die Grundlagen der Theorie sollen bei der nächsten Sonnenfinsternis ihre Gültigkeit beweisen, wobei die Ablenkung von Lichtstrahlen in der Nähe der Sonne konstatiert werden soll, eine Erscheinung, die sich bei Annahme des bewegten Gravitationsfeldes ergeben müßte.

Als Ergebnis der Theorie ist hervorzuheben, daß die Anhäufung von Maßen in der Umgebung eines ruhenden Massenpunktes eine Erhöhung seiner Trägheit bewirkt. Damit steht sie im Gegensatz zur Nordströmschen, die das Gegenteil aussagt, was jedoch mit der Wirklichkeit nicht übereinzustimmen scheint. Man ist dadurch in die Lage gebracht, die Trägheit besser als früher zu definieren. Denn wenn die Trägheit eines Körpers durch Anhäufung von Massen in seiner Umgebung erhöht werden kann, so werden wir kaum umhin können, die Trägheit eines Punktes als durch die Existenz der übrigen Massen bedingt anzusehen. Die Trägheit wäre somit eine Art Wechselwirkung des zu beschleunigenden Massenpunktes mit allen übrigen Massenpunkten. Bedenkt man aber, daß man von einer Beschleunigung des Körpers an sich nicht reden kann, sondern nur von der Beschleunigung relativ zu andern Körpern, so sieht man, daß auch der Trägheitswiderstand, den die Körper einer Beschleunigung entgegensetzen, eine relative Größe ist. Es ist a priori zu erwarten, wenn auch nicht gerade logisch notwendig, daß der Trägheitswiderstand nichts anderes sei als ein Widerstand gegen Relativbeschleunigung des betrachteten Körpers gegenüber der Gesamtheit aller übrigen.

7. Dolezal, v. Hübl-Wien, Ueber Photogrammetrie. Die Bedeutung der Photographie für die Wissenschaft ist in allen Zweigen nachzuweisen, besonders in der Astronomie, Physik, Chemie, Biologie, Medizin. Besonders die Kinematographie, Mikro- und Röntgenphotographie haben wichtige neue Tatsachen zutage gefördert. Die Bildmeßkunst hat sich aber erst in den letzten Jahren ihre feste Stellung erkämpft und

geht jetzt dazu über, neue Gebiete zu erobern. Sie ist in der Ballistik und Kriminalistik zur Photographie des Unsichtbaren geworden, indem sie die Analyse von Erscheinungen gestattet, die auf andere Weise der Messung nicht zugänglich sind. Ihr eigentliches Gebiet ist die Landesaufnahme, in der sie zuerst die Kippregel verdrängt hat. Bereits das frühere Verfahren der Aufnahme von zwei Standpunkten aus, das der Arbeit mit dem Meßtisch entsprach, hat, namentlich in gebirgigen Gegenden, vorzügliche Resultate ergeben. Die Möglichkeit der praktischen Verwertung im Seekampfe wurde im letzten russisch-japanischen Kriege erwiesen, wo die ganze Meerenge von Tsuschima von den Japanern photogrammatisch aufgenommen war. Einen wesentlichen Fortschritt machte die Photogrammetrie durch die Einführung des stereoskopischen Aufnahmeverfahrens und die Einführung eines Entfernungsmessers für die Stereogramme des Stereokomparators, so daß jegliche Rechnung erspart blieb. Diese Stereophotogrammetrie hat jetzt in dem von Zeiß gebauten Stereoautograph ihren Idealapparat erhalten, der das direkte Zeichnen nicht nur der Karte, sondern aller Einzelheiten, wie Straßen, Wasserläufe, Waldgrenzen usw. sowie auch das Zeichnen der Schichtlinien ermöglicht. Durch diesen Apparat ist die Photogrammetrie für jedes Gelände brauchbar geworden. Es dürfte in nicht allzu ferner Zeit gelingen, den Lenkballon in ihre Dienste zu stellen, und dann wird die Photogrammetrie eine dominierende Stellung im Vermessungswesen einnehmen.

8. v. Heß-München, Ueber die Entwicklung von Licht- und Farbensinn in der Tierreihe. Erst in neuester Zeit ist es dem Vortragenden gelungen, die Versuche über den Farbensinn der Tiere so exakt zu gestalten, daß sichere Schlüsse aus ihnen gezogen werden können. Danach ist es sicher, daß die höheren Wirbeltiere einen dem unseren ähnlichen Farbensinn besitzen. Allerdings ist schon bei den Vögeln eine beträchtliche Verkürzung des Spektrums zu konstatieren, insofern, als sie infolge der gelben und roten Oelkugeln in der Netzhaut auf die kurzwelligen Strahlen weniger reagieren. Daraus ergeben sich schon viele wichtige Schlüsse auf die Ungültigkeit der Theorie der Schutzfärbung und geschlechtlichen Zuchtwahl, da etwa die schönen Farben des Eis- oder Paradiesvogels von vielen überhaupt nicht als solche aufgefaßt werden können. Von den Fischen abwärts ist nun überhaupt kein Farbensinn mehr konstatierbar, die Versuchstiere verhalten sich wie ein unter gleichen Bedingungen beobachteter völlig farbenblinder Mensch. Sie empfinden nur Helligkeitsunterschiede.

An der Hand dieser Befunde nimmt der Vortragende Stellung zu der von verschiedenen Biologen vertretenen Auffassung der Organismen als chemischer Maschinen. Er zeigt, daß, selbst wenn es gelänge, Maschinen zu konstruieren, die sich im Spektrum wie auch sonst gegenüber farbigen Lichtern so verhalten wie die untersuchten Fische und Wirbellosen, doch gerade das unerklärt bliebe, was an seinen neuen Befunden das Wesentliche, zugleich auch die merkwürdigste von allen einschlägigen Erscheinungen ist, nämlich die Uebereinstimmung der relativen Reizwerte verschiedener farbiger Lichter für die Sehorgane jener niederen Lebewesen mit den Helligkeitswerten, die diese Lichter für das total farbenblinde Menschenauge zeigen.

Nur bei den Wirbeltieren haben die spezifischen Energien der nervösen Substanz des Sehorgans mit dem Uebergang zum Luftleben unter dem Einflusse der viel größeren Mannigfaltigkeit der nunmehr zum Sehorgan gelangenden Strahlungen eine Umbildung erfahren, vermöge deren sie jetzt neben den farblosen Helligkeiten auch die bunten Farben zum Bewußtsein bringen. Aber selbst im normalen farbentüchtigen Menschenauge lassen sich noch jene Eigentümlichkeiten nachweisen, welchen wir weit herab in der Tierreihe, ja selbst da begegnen, wo die Wahrnehmung von Licht noch nicht durch besondere Sehorgane vermittelt wird, denn die gleiche Art der Helligkeitswahrnehmung wie jene niederen Tiere, zeigt auch das normale Menschenauge, sobald wir es im Zustande der Dunkeladaption unter Bedingungen untersuchen, unter welchen auch ihm sonst farbig gesehene Lichter farblos erscheinen.

9. Abel-Wien, Neuere Wege phylogenetischer Forschung. Seit einem halben Jahrhundert steht das Gesamtgebiet der Biologie unter dem Zeichen der Abstammungslehre. Besonders die vergleichende Anatomie und die Embryologie haben indirekte Beweise für die Richtigkeit der Theorie erbracht. Doch das eigentliche Problem, die Aufstellung des Stammbaumes, der Nachweis der Vorfahren, ihres Baues und ihrer Lebensweise, haben sie nicht erbracht. Sie können uns nur die Kenntnis einer Bauverwandtschaft der Lebewesen in großen Umrissen vermitteln, aber die Ahnen der Lebewelt können sie mit Sicherheit nicht aufdecken. Der tatsächliche Verlauf der Stammesgeschichte läßt sich nur aus den historischen Dokumenten der Paläontologie ermitteln. Allerdings wurde die Aufgabe der Paläontologie in früherer Zeit von manchen darin erblickt, daß sie die Aufeinanderfolge der Lebewesen zu ermitteln hat; diese Erforschung der Aufeinanderfolge fällt in Wirklichkeit der Geologie zu, während die Paläontologie ihr Endziel in der Ermittlung der Auseinanderfolge der Lebewesen zu suchen hat. Die Feststellung der zeitlichen Folge der fossilen Organismen kann für sich allein niemals einen Aufschluß über die Abstammungslinien geben; dies ist ausschließlich durch Hinzuziehung der vergleichenden Anatomie möglich. Die morphologische Erforschung der fossilen Tierwelt hat zwei Aufgaben zu erfüllen: die Ermittlung der Formverwandtschaft und der Bauverwandtschaft der Tiere. Aus diesen Bemühungen hat sich in der letzten Zeit ein ganz selbständiger Forschungszweig entwickelt, die Paläobiologie. Diese beruht auf der Morphologie und hat das Ziel, die Anpassungen der fossilen Formen und die Entstehungsursachen derselben zu ermitteln. Die Untersuchungen führen naturgemäß zu einer vergleichenden Geschichte der Anpassungen, ein neuer Zweig der phylogenetischen Forschung. Aus diesen Untersuchungen ist die Erkenntnis gereift, daß wir scharf zwischen Baugleichheit und Formengleichheit zu unterscheiden haben. Besitzen zwei Organismen gleichen oder ähnlichen Bau, so sind sie enge verwandt, besitzen sie nur gleiche oder ähnliche Form, so ist dies die Folge gleichartiger äußerer Lebensbedingungen, die bei nicht verwandten Formen zu ganz ähnlichen Anpassungen geführt haben. Daneben ist das wichtige Gesetz von der Nichtumkehrbarkeit der phylogenetischen Entwicklung zu berücksichtigen, nach welchem z. B. rudimentär gewordene Organe nicht wieder zur Wir-

kung gebracht werden. An der Hand aller dieser Tatsachen gelingt es, Unterlagen für die Konstruktion des Stammbaumes zu finden.

10. Die Unterrichtsfragen. Die Unterrichtsgruppe beschäftigte sich hauptsächlich wieder mit der Frage der Schülerübungen. Es referierten über Physik Grimschl-Hamburg und Wetternik-Wien über Biologie B. Schmid-Zwickau und Stadlmann-Wien sowie Prodinger-Mödling über das Verhältnis der physikalischen Schülerübungen zum fortlaufenden Klassenunterricht auf der Unterstufe. Als Resultat mag angegeben werden, daß die Methodik der Schülerübungen allmählich in feste Bahnen gelenkt wird. Man ist sich einig darüber, daß die Einrichtung der Uebungen gewisse Anforderungen an die Vorbildung der Lehrer, an Raum und Geld stellt. Doch sind sie auch mit einfachen Hilfsmitteln, wie etwa das Beispiel des freien Falles oder des Pendels zeigt, durchzuführen. Jedenfalls sollte das Arbeiten in gleicher Front von vornherein angestrebt werden. Dabei ist aber jeder Rezeptbetrieb zu vermeiden, da sonst lieber die Demonstrationen des Lehrers anzuwenden sind. Ueberall ist auf die Besprechung der Fehlerquellen Wert zu legen, die Einfachheit der Apparate soll nicht zu weit getrieben werden, und die Anfertigung der Apparate durch die Schüler selbst hat aus Zeitmangel zu unterbleiben. Eine enge Verbindung der Uebungen mit dem Klassenunterricht ist Vorbedingung des Erfolges, und die Einrichtung muß so getroffen werden, daß beliebig vom Demonstrationsunterricht zum praktischen Arbeiten übergegangen werden kann.

Interessant waren die Ausführungen von Schütt-Hamburg über die Einrichtung der Werkstatt an der Oberrealschule in St. Georg, Hamburg, die die Schule in den Stand setzt, fast sämtliche einfacheren Apparate für Physik, Chemie und Biologie selbst herzustellen.

Ferner soll hier auf den Vortrag von v. Dyck-München über die neue bayerische Prüfungsordnung hingewiesen werden. Danach hat man jetzt in Bayern in der Lehramtsprüfung die wissenschaftliche Arbeit fallen lassen und an ihre Stelle Klausurarbeiten treten lassen. Die freie Wahl der Fakultäten wie in Preußen oder die Abstufung der Zeugnisse nach Unter- und Oberstufe gibt es nicht, vielmehr muß stets dieselbe Prüfung in Mathematik und Physik abgelegt werden. Dabei sind die physikalischen Fächer besonders betont. Die Prüfungskommission besteht aus zahlreichen Herren, und die Kandidaten werden stets vor dem versammelten gesamten Kollegium geprüft. Nach dem Seminarjahr ist eine pädagogische Prüfung abzulegen. Neben dieser allgemeinen Prüfung kann von den Kandidaten in einer getrennten besonderen Prüfung weitergehende wissenschaftliche Befähigung nachgewiesen werden, wodurch sie für die Verwendung an Vollanstalten, für die Leitung von Sammlungen usw. besonders qualifiziert werden.

Ueber Mathematik und Naturwissenschaft in ihrer Beziehung zur philosophischen Propädeutik sprachen Höfler-Wien, Wernicke-Braunschweig, Pommer-Wien und Schmid-Zwickau.

11. Gesamteindruck. Wenn es auch bei der Fülle des Gebotenen schwer war, das Wichtige und Interessante herauszufinden, so kann man doch dem Vorsitzenden der Gesellschaft zustimmen, der mit folgenden Worten die Versammlung schloß: „Das Schaudern ist der Menschheit bester Teil, das Schaudern, das heißt die Ehrfurcht, und ich glaube, wir alle stehen noch unter dem Eindruck dieser Empfindung der staunenden Ehrfurcht vor dem Genie, vor den großen Männern der Wissenschaft, die wir hören und sehen durften". Und wenn es auch bei der großen Zahl der Teilnehmer nicht allen möglich war, bei der Verfolgung des Vergnügungsprogramms auf ihre Kosten zu kommen — Interpellationen im Wiener Gemeinderat legen Zeugnis davon ab —, so wird doch den meisten Teilnehmern die Wiener Tagung in dankbarer Erinnerung bleiben. Ein bleibendes Andenken erhielten die Mitglieder durch eine Festgabe des Kultusministeriums „Neubauten für Hochschulen in Wien 1894—1913", aus der besonders die mustergültige Einrichtung der beiden physikalischen Institute hervorgehoben sei.

Bücher-Besprechungen.

Die Kultur der Gegenwart, ihre Entwickelung und ihre Ziele, herausgegeben von Prof. Paul Hinneberg, III. Teil, III. Abteilung, 2. Band, Chemie unter Redaktion von E. v. Meyer, Allgemeine Kristallographie und Mineralogie unter Redaktion von Fr. Rinne. Bearbeitet von E. v. Meyer, C. Engler, L. Wöhler, O. Wallach, R. Luther, W. Nernst, M. Le Blanc, A. Kossel, O. Kellner, H. Immendorff, O. Witt und Fr. Rinne. Mit 53 Abbildungen im Text, XIV, 663 S. Leipzig und Berlin 1913, B. G. Teubner. geh. M 18.—, in Leinwand geb. M 20.—, in Hlbrzfd. M 22.—.

„Die Kultur der Gegenwart soll eine systematisch ausgebaute, geschichtlich begründete Gesamtdarstellung unserer heutigen Kultur darbieten, indem sie die Fundamentalergebnisse der einzelnen Kulturgebiete nach ihrer Bedeutung für die Gesamtkultur der Gegenwart und für deren Weiterentwickelung in großen Zügen zur Darstellung bringt", so kennzeichnet der Verlag in seiner Ankündigung die Ziele dieses Werkes, das rund 60 starke Bände umfassen wird. Wer von wissenschaftlichen Abhandlungen im Konversationslexikon nichts wissen mag, auch wenn sie noch so gut wären, weil die Dinge, der Natur dieser Werke entsprechend, fast immer zusammenhanglos und für den Fachmann zu populär dargestellt werden müssen, der fürchtet vielleicht in dem neuen großen Unternehmen des Teubnerschen Verlages einer ähnlichen Stoffsammlung zu begegnen. Das ist aber ganz und gar nicht der Fall, wie der vorliegende Band über Chemie und Kristallographie überzeugend darzutun geeignet ist.

Goethes Wort: „Die Geschichte der Wissenschaft ist die Wissenschaft selbst", hat den Herausgeber dieses Bandes, E. v. Meyer, den glänzenden Kenner der Geschichte der Chemie, dazu geführt, den gebildeten Laien an der Hand der geschichtlichen Entwickelung der Chemie von Boyle an, wo die chemische Forschung erst richtig beginnt, einzuführen in die Grundlagen der chemischen Wissenschaft. Hier schreibt der Verfasser eine von allem spezialwissenschaftlichen Beiwerk freie, glänzende Geschichte der Chemie, die die großen Zusammenhänge mit voller Klarheit hervortreten läßt, weil sie nur die Tatsachen heranzieht, die Richtung gebend für die Entwickelung der Wissenschaft gewesen sind, oder die zum Verständnis der Grundlehren der modernen Chemie nicht entbehrt werden können. In derselben Großzügigkeit, immer gerichtet auf das Verständnis der für die Kultur der Menschheit wirklich wichtigen Stoffe und ihrer Veränderungen in der unbelebten und belebten Natur, sind alle folgenden

Abschnitte von den besten Kennern der in Frage kommenden Spezialgebiete formvollendet dargestellt. Dem anorganischen Teil, der von C. Engler und L. Wöhler bearbeitet ist, geht ein allgemeiner Teil über einige Grundbegriffe der anorganischen Chemie voraus. Der spezielle Teil beginnt mit einer methodischen, vom Sauerstoff und Wasserstoff ausgehenden Einleitung und behandelt dann die übrigen Elemente in der Gruppierung des periodischen Systems. Daß in der von O. Wallach bearbeiteten organischen Chemie die Isomerien und Strukturen und die Synthese organischer Verbindungen einen breiteren Raum einnehmen, sei besonders hervorgehoben; im Gegensatz zur anorganischen Chemie, die eine Uebersicht über das Gesamtgebiet gibt, sind hier nur einzelne im Vordergrunde des Interesses stehende Fragen berührt. Die physikalische Chemie findet, ihrer heutigen Bedeutung für die Gesamtchemie entsprechend, weitgehende Berücksichtigung. Im ersten Teil beschreibt R. Luther „die Beziehungen zwischen physikalischen und chemischen Eigenschaften"; im zweiten Teil, „Verwandtschaftslehre und Thermochemie" gibt Nernst eine leichtverständliche Einführung in das nach ihm benannte Thermodynamische Theorem, und im dritten Teile behandelt Luther einen neuen Zweig der physikalischen Chemie, die Photochemie, während die Elektrochemie im vierten Teile in M. Le Blanc ihren Bearbeiter gefunden hat. Die Abschnitte „Beziehungen der Chemie zur Physiologie" von A. Kossel und „Beziehungen der Chemie zum Ackerbau" von O. Kellner und H. Immendorff führen in hochinteressanten Ausführungen in die Grundlehren dieser in den Lehrbüchern der Chemie meist zu kurz kommenden Anwendungsgebiete der Chemie ein. Der Schlußabschnitt des chemischen Teiles „Wechselwirkungen zwischen der chemischen Forschung und der chemischen Technik" von O. N. Witt weist in fesselnder Darstellung an einigen wichtigen technischen Prozessen und ihrer Entwickelung das „symbiotische Abhängigkeitsverhältnis" zwischen chemischer Wissenschaft und Technik nach. Dem Referenten ist kein Lehrbuch der Kristallographie bekannt, das so anschaulich und klar in die Begriffe „isotrop" und „anisotrop", in die Grundzüge der Kristallographie und in die aktuellen Probleme dieser Wissenschaft einführt, wie das Schlußkapitel des ganzen Werkes „Allgemeine Kristallographie und Mineralogie" von Fr. Rinne.

Wer einmal die Haupttatsachen der Chemie in ihrem Zusammenhang und in ihrer Bedeutung nach dem neuesten Stande unseres Wissens überblicken möchte, der lese in diesem Werke. Und wäre er selbst Chemiker, und wären ihm die dargelegten Tatsachen auch zu allermeist bekannt, so wird er so Vieles unter ganz neuen Gesichtspunkten, so völlig losgelöst vom Ballast der üblichen Lehrbuchchemie behandelt und bei jedem der Mitarbeiter so eigenartig dargestellt und doch so harmonisch zu einem Ganzen gefügt finden, daß auch er mit großem Genusse darin lesen wird. Für den Lehrer der Chemie bildet das Buch eine wahre Fundgrube von Anregungen für seinen Unterricht in wissenschaftlicher und in methodischer Hinsicht. Mit der zusammenhanglosen Aufzählung von Wissensstoff nach Art der Lexika hat das Buch nichts gemein, auch nichts mit der trockenen Aneinanderreihung der chemischen Verbindungen und ihrer Eigenschaften, wie wir sie seit 100 Jahren in den meisten wissenschaftlichen Lehrbüchern der Chemie zu finden gewohnt sind; es ist, was es selbst gar nicht zu sein beabsichtigt, ein ausgezeichnetes Lehrbuch der Chemie für fortgeschrittenere Studierende und für gebildete Laien, deren naturwissenschaftliche Vorbildung jedoch nicht zu gering sein darf, ein Buch, das in der chemischen Handbücherei höherer Schulen nicht fehlen sollte.

L. Doermer (Hamburg).

* * *

Schrutka, Dr. L. Edler von Rechtenstamm, Theorie und Praxis des logarithmischen Rechenschiebers. 96 S. Leipzig und Wien 1911, F. Deuticke. M 3.—.

Das kleine Buch ist sehr geeignet in die Handhabung des Rechenstabs einzuführen. Abweichend von anderen Büchern beginnt es mit der Proportion und weist mit Recht darauf hin, daß alle künstlichen Methoden der Stellenbestimmung weder den praktischen noch den pädagogischen Wert haben, wie eine schätzungsweise mit den abgekürzten Zahlen ausgeführte Ueberschlagsrechnung. Eine weitere Eigentümlichkeit ist die starke Ausnutzung der Kopfstellung der Zunge, die sonst nur beim Kubikwurzelausziehen verwandt wird. Unterschätzt wird von dem Herrn Verfasser nach der Erfahrung des Berichterstatters die trigonometrische Skala, die für den Schulgebrauch vielleicht sogar die größere Wichtigkeit hat. Freilich sind die üblichen Formeln öfter umzugestalten und tunlichst mit $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ zu rechnen. Wertvoll sind eine große Anzahl von Uebungsaufgaben, deren Ergebnisse am Schluß mitgeteilt sind. Ein alphabetisches Register macht das Buch besonders brauchbar.

A. T.

* * *

Wernicke, Schulrat Dr. **Alex.**, Mathematik und philosophische Propädeutik. Bd. III, Heft 7 der Abhandlungen der IMUK. 138 S. B. G. Teubner.

Mit dieser Abhandlung hat uns die IMUK wieder ein wertvolles Buch geschenkt. Gerade heute, wo ein Verständnis zwischen Philosophie und Mathematik so sehr angestrebt wird und doch so viele Mißverständnisse bei diesen Annäherungsversuchen entstehen, ist es doppelt wertvoll. — Das Buch zerfällt in zwei Teile. Im ersten behandelt der Verfasser die wichtigsten Fragen des Grenzgebietes von Mathematik und Philosophie und bemüht sich dabei ebenso sehr Mathematikern wie Erkenntnistheoretikern gerecht zu werden. Daß nicht alle hier in Betracht kommenden Fragen behandelt sein können, ist selbstverständlich, aber alles, was zur philosophischen Bildung des Mathematiklehrers nötig ist und vor allem das, was im Unterricht der Prima gestreift werden kann, wird betrachtet. — Der zweite Teil enthält die Anwendungen des ersten in der Praxis der Schule. Das Propädeutische des Mathematikunterrichts in der Prima soll hauptsächlich darin bestehen, dem Schüler die Mathematik als geschlossenes wissenschaftliches System vor Augen zu führen, die Grundlagen klarzustellen und die Logisierung, die beim Umwandeln der Erfahrungsbegriffe in mathematische Begriffe stattfindet, deutlich zu machen. Ferner soll auch die Möglichkeit der Anwendung der Mathematik auf die exakte Naturwissenschaft erörtert werden. Auf den letzten 30 Seiten des Buches zeigt uns der Verfasser noch, wie er selbst im Unterricht dem propädeutischen Ziele zustrebt. Natürlich will er dabei nur zeigen, wie man es machen kann, nicht, wie man es machen muß.

Dr. P. Groebel (Gr.-Flottbek).

Frank, K. S. J., Die Entwicklungstheorie im Lichte der Tatsachen. X und 164 S. Freiburg i. B. 1911, Herder. M 3.—.

Nachdem die vor 10 bis 20 Jahren mehrfach mit großer Sicherheit aufgestellten Stammbäume der Lebewesen durch die neueren Ergebnisse der Paläontologie, Physiologie und Morphologie mehr und mehr zweifelhaft geworden sind, und bereits mehrfach in den ersten wissenschaftlichen Kreisen die Frage nach der Bedeutung und Begrenzung der Deszendenzhypothese diskutiert ist, kann man nur beistimmen, wenn der Verfasser meint, es sei notwendig, vor allem das Gebiet abzugrenzen, wo man mit Aussicht auf Erfolg die Frage nach der Deszendenz überhaupt stellen kann. Nach den neueren Ergebnissen scheiden die Fragen nach der Entstehung der Organismen, nach der Entwicklung des Tierreiches aus dem Pflanzenreiche, nach der Abstammung der Typen und Klassen aus. Hierüber bietet die Paläontologie kein Material. Die Entwicklungshypothesen können sich demnach nur auf die Entstehung der Ordnungen, Familien, Gattungen und Arten beschränken. Dazu leistet weder der Darwinismus noch der Lamarckismus das, was man erhofft hatte. Um wirklich voran zu kommen, ist es nötig, allgemeine Tatsachen zu sammeln, die in dem ganzen Reich der Organismen verfolgt werden können. Frank führt einige an, im ganzen aber liegt hier noch wenig Anerkanntes vor. Einstweilen muß daher die Aufgabe sein, die Geschichte der einzelnen Tier- und Pflanzengruppen zu ermitteln. In fließender Sprache mit zahlreichen Belegstücken wird dies Resultat begründet. Man kann aus dem Buche sehr viel lernen; darum ist es zu empfehlen. Hoppe (Hamburg).

* * *

Brill, A., Das Relativitätsprinzip. 28 S. Leipzig und Berlin 1912, Teubner. M 1.20.

Gegenüber der umfassenden Darstellung von Laue, die vor kurzem an dieser Stelle empfohlen wurde, stellt Brill sich die Aufgabe, in möglichst einfacher Weise ohne Vektorenrechnung die Bedeutung des Relativitätsprinzips, ausgehend von der Forderung, daß bei den Transformationen Kugelwellen wieder in Kugelwellen übergehen, klarzulegen. Dabei schließt sich Brill wesentlich an die geometrische Interpretation Minkowskis an und beschäftigt sich ausschließlich mit der Bedeutung der Theorie für die Mechanik. Die veränderten Werte für Länge, Zeit, Maße werden abgeleitet und ihre Bedeutung an zwei Beispielen erläutert. Wegen der klaren, rein mathematischen Darstellung ist diese „Einführung" in die Theorie sehr empfehlenswert. Hoppe (Hamburg).

* * *

Markoff, A. A., Wahrscheinlichkeitsrechnung. Nach der 2. Aufl. des russischen Werkes übersetzt von Heinrich Liebmann. Mit 7 Figuren im Text. Leipzig und Berlin 1912, B. G. Teubner.

Es wird in dem Buche die mathematische Wahrscheinlichkeitslehre nebst den Grundlagen für die praktische Anwendung in der Methode der kleinsten Quadrate, der Versicherungsrechnung behandelt. Die Anwendungen selbst sind nicht behandelt. Der Verfasser hat mit Erfolg dahin gestrebt, alle Begriffe klar zu definieren und sich von willkürlichen Annahmen frei zu halten. Die Theorie wird durch zahlreiche Beispiele erläutert. Man muß dem Uebersetzer dankbar sein, daß er das Buch einem größeren Leserkreise zugänglich gemacht hat. Jung (Kiel).

Brauns, R., Prof. a. d. Univ. Bonn, Mineralogie. 4., verb. Aufl., 142 S. mit 132 Abbild. Sammlung Göschen. 1911. M 0.80.

Der allgemeine mineralogische Teil des Buches beginnt nach einer kurzen geschichtlichen Einleitung mit der Kristallographie, die zwar gründlich, aber trotzdem sehr klar und leicht verständlich gehalten ist. Daran schließen sich die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Mineralien, die Methoden der Untersuchung, die Entstehung und Verwitterung. Die zweite Hälfte enthält die spezielle Mineralogie in der üblichen Anordnung. Aus der großen Zahl der Mineralien und dem umfangreichen Tatsachenmaterial ist hier das Wissenswerteste geschickt, besonders auch unter Hinweis auf praktisch wichtiges Vorkommen und auf die wirtschaftliche Bedeutung und Verwendung zusammengestellt. Dr. Heineck (Wiesbaden).

Zur Besprechung eingetroffene Bücher.

(Besprechung geeigneter Bücher vorbehalten.)
1913 erschienen, wo nicht anders bemerkt.

Aus Natur und Geisteswelt. Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen. Leipzig, B. G. Teubner. geb. M 1.25.
Block, W., Maße und Messen.
Centnerszwer, M., Das Radium u. d. Radioaktivität.
Lehmann, E., Experimentelle Abstammungs- und Vererbungslehre.
Lindow, M., Differential- und Integralrechnung.
Nimführ, R., Die Luftfahrt.
Oppenheim, S., Das astronomische Weltbild im Wandel der Zeit.
Riemann, C., Die deutschen Salzlagerstätten.
Rotth, A., Grundlehren der Elektrotechnik.
Thurn, H., Die Funkentelegraphie.

Noë, F., Grundlinien der Geologie für Mädchenlyzeen. Wien, F. Tempsky. 2. Aufl. geb. 2 K.

Norrenberg, J., Handbuch des naturwissenschafl. u. mathem. Unterrichts. 7 Bände. Leipzig, Quelle & Meyer. geb. M 8—12. Bisher erschienen:
Scheid, K., Methodik des chem. Unterrichts. geb. M 12.—.
Pahl, F., Geschichte des mathem. u. naturwissenschaftl. Unterrichts. geb. M 10.—.

Ott, K., Die Angewandte Mathematik an den deutschen mittleren Fachschulen der Maschinenindustrie. Imuk IV, 2. Leipzig, Teubner. geb. M 4.—.

Perry, J., Der Drehkreisel. Deutsch von A. Walzel. 2. Aufl. Ebenda. geb. M 2.40.

Picard, E., Das Wissen der Gegenwart in Mathematik und Naturwissenschaft. Deutsch von F. und L. Lindemann. Ebenda. geb. M 6.—.

Planck, M., Vorlesungen über d. Theorie der Wärmestrahlung. 2. Aufl. Leipzig, J. A. Barth. geb. M 7.80.

Plaßmann, J., Himmelskunde. 3. Aufl. Freiburg i. B., Herder. geb. M 13.—.

Poll, H., Die Entwickelung des Menschen. Leipzig, Theod. Thomas. geb. M 1.—.

Pyrkosch, Lehrbuch der Mathematik f. d. Oberstufe. Bielefeld, Velhagen & Klasing.

Rabes—Löwenhardt, Vorlagen und Schemabilder für zoologische Uebungen. Leipzig, Quelle & Meyer. geb. M 1.80.

La Revue de l'Enseignement des Sciences. Directeur M. Ch. Michel. Paris, Félix Alcan. 1912 (VI): Nr. 57—60; 1913 (VII): Nr. 61—69.

Reinhardt und Zeisberg, Geometrie und Arithmetik für Lyzeen und Studienanstalten. 2 Teile, je M 3.50 geb. Frankfurt a. M., M. Diesterweg.

Roedel, S., Lehrbuch der Chemie. I Nichtmetalle, geb. M 1.80; II Metalle; III Organische Chemie (in Vbnd. mit K. Scheid bearbeitet); II und III zus. M 2.40 geb. Leipzig 1912, Quelle & Meyer.

Rohn, K., und Pappritz, Lehrbuch der Darstellenden Geometrie in 3 Bdn. I. Orthogonalprojektion. 4. Aufl. Leipzig, Veit & Comp. geb. M 14.—.

Roux, W., Ueber kausale und konditionale Weltanschauung. Leipzig, W. Engelmann. geb. M 1.60.

Rüdorff, Fr., Grundriß der Chemie. Ausg. B von A. Krause. 16. Aufl. Berlin, H. W. Müller. geb. M 4.—.

—„— Anleitung zur chem. Analyse. 13. Aufl. Ebenda. kart. 0.80.

Rühl, H., Gedächtniskunst. Heft 3. Darmstadt, H. Rühl. M 1.—.

Schäffer, C., Biologisches Experimentierbuch. Aus Bastian Schmids naturwiss. Schülerbibliothek. Leipzig, Teubner. geb. M 4.—.

Scheid, K., s. Norrenberg.

Schlee, P., Zur Morphologie des Berner Jura. Hamburg, L. Friedrichsen. M 3.—.

Abschluß dieser Nummer am 4. Dezember 1913.