

**ZESZYTY  
NAUKOWE  
POLITECHNIKI  
ŚLĄSKIEJ**

**ВАЛЕНТИН ОНИЩЕНКО**

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ  
ТЯЖЕЛОНАГРУЖЕННЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ  
НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗНОСА ЗУБЬЕВ**

**MECHANIKA**  
**z. 131**

**GLIWICE  
1999**

## OPINIODAWCY

Prof. dr hab. inż. Jerzy OSIŃSKI  
Prof. zw. dr hab. inż. Józef WOJNAROWSKI, dr h.c.

## KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY	- Prof.dr hab. Zygmunt Kleszczewski
REDAKTOR DZIAŁU	- Dr hab. inż. Andrzej Buchacz
SEKRETARZ REDAKCJI	Prof. Politechniki Śląskiej
	- Mgr Elżbieta Leško

## REDAKCJA TECHNICZNA

Alicja Nowacka

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0434-0817

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej  
ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice

---

Nakł. 267 + 83      Ark.wyd. 17      Ark.druk. 12,5      Papier offset kl.III, 70x100, 80g  
Oddano i podpisano do druku 9.02.1999      Druk ukończono w marcu 1999

Fotokopie, druk i oprawę wykonał "VIDEOGRAF 2000" Katowice

POLITECHNIKA ŚLĄSKA  
ZESZYTY NAUKOWE  
Nr 1410

ВАЛЕНТИН ОНИЩЕНКО

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ  
ТЯЖЕЛОНАГРУЖЕННЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ  
НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗНОСА ЗУБЬЕВ

Gliwice

1999

*P o d z i e k o w a n i e*

*Pragniemy tą drogą wyrazić podziękowanie  
Zarządowi Firmy „Żywiec Zdrój” w Cięcinie,  
dzięki któremu niniejsza praca mogła być wydana drukiem.*

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>стр. 13</b>
<b>1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА, ПОСТАНОВКА ЦЕЛИ И ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ .....</b>	<b>15</b>
1.1. Обзор и анализ литературных данных об оценке износостойкости зубчатых передач .....	15
1.2. Обоснование цели и задач исследования .....	22
<b>2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПЕРЕДАЧ С ИЗНОШЕННЫМИ ЗУБЬЯМИ .....</b>	<b>25</b>
2.1. Математическое описание изношенного профиля зуба .....	25
2.1.1. Выбор системы координат и описание эвольвентного профиля .....	25
2.1.2. Описание рабочей части профиля изношенного зуба .....	27
2.1.3. Полное описание профиля изношенного зуба .....	31
2.1.4. Определение радиуса кривизны и первой производной кривой, описывающей профиль зуба .....	34
2.2. Математическая модель определения координат точки контакта профилей изношенных зубьев .....	35
2.2.1. Графический метод определения координат контактной точки .....	36
2.2.2. Аналитический метод определения координат контактной точки.....	37
2.2.3. Численный метод определения координат контактной точки.....	40
2.3. Представление зуба в виде упруго деформируемого объекта .....	45
2.3.1. Определение прогиба зуба в точке приложения силы аналитическим методом .....	46
2.3.2. Определение прогиба зуба в точке приложения силы методом конечных элементов .....	48
2.3.3. Сравнительная оценка аналитического метода и метода конечных элементов .....	52
2.3.4. Определение контактной деформации и нормальных контактных напряжений .....	53
2.3.5. Определение жесткости зубьев .....	56
2.4. Построение линии зацепления и определение кинематических характеристик контакта зубьев с изношенными профилями .....	56
2.4.1. Определение координат контактной точки без учета упругости зубьев .....	56
2.4.2. Определение координат контактной точки с учетом упругости зубьев .....	59
2.4.3. Результаты численного эксперимента по определению координат линии зацепления, жесткости зубьев и контактных напряжений .....	62
2.4.4. Теоретическое обоснование и результаты численного эксперимента по определению мгновенного передаточного числа .....	67

2.4.5. Теоретическое обоснование и результаты численного эксперимента по определению скоростей перемещения точек контакта по профилям зубьев .....	69
2.5. Выводы .....	71
<b>3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРЕННИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ В КОНТАКТЕ ЗУБЬЕВ С ИЗНОШЕННЫМИ ПРОФИЛЯМИ .....</b>	<b>74</b>
3.1. Основные цели и задачи динамического исследования привода машины.....	74
3.2. Разработка динамической модели зацепления изношенных профилей зубьев с учетом переменности передаточного числа .....	77
3.2.1. Модель жесткой системы с одной степенью свободы .....	78
3.2.2. Модель упругой системы с двумя степенями свободы .....	80
3.2.3. Модель упругой системы с четырьмя степенями свободы .....	84
3.3. Результаты численного эксперимента по определению динамической нагрузки в зоне контакта зубьев зубчатых колес .....	86
3.4. Выводы .....	89
<b>4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КИНЕТИКИ ПАРАМЕТРОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ИЗНОШЕННЫХ ЗУБЬЕВ .....</b>	<b>91</b>
4.1. Структурная схема модели прогнозирования кинетики параметров контакта зубьев .....	91
4.2. Блок подготовки исходных данных .....	93
4.3. Блоки определения геометрических, кинематических и динамических параметров контакта .....	95
4.4. Блок моделирования износа зубьев в контактной точке .....	96
4.4.1. Основные факторы, определяющие износ в точке контакта .....	97
4.4.2. Влияние мгновенной контактной температуры на износ зубьев .....	98
4.4.3. Учет кромочного контакта зубьев .....	99
4.4.4. Учет влияния радиального биссектрисы зубьев .....	101
4.5. Блок синтеза изношенного профиля зуба .....	103
4.6. Основные параметры модели прогнозирования кинетики параметров передачи .....	108
4.7. Выводы .....	110
<b>5. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ИЗНОСУ ЗУБЬЕВ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ИЗНОСА .....</b>	<b>111</b>
5.1. Исследование изнашивания зубьев в лабораторных условиях .....	111
5.1.1. Оборудование для проведения форсированных испытаний зубьев на износ .....	111
5.1.2. Прибор и методика измерения износа по профилю зуба .....	114
5.1.3. Методика проведения лабораторных испытаний зубчатых колес.....	119
5.2. Исследование износа зубьев в производственных условиях .....	120
5.2.1. Методика измерения износа зубьев .....	120
5.2.2. Характеристики рабочей машины и параметры исследуемой зубчатой передачи .....	123
5.3. Выводы .....	125

стр.

<b>6. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС И СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ .....</b>	<b>126</b>
6.1. Методика оценки степени соответствия результатов моделирования изнашивания зубьев результатам эксперимента .....	126
6.2. Численный эксперимент по условиям лабораторных испытаний и сравнение его результатов с экспериментальными данными .....	127
6.3. Численный эксперимент по эксплуатационным условиям работы зубчатой передачи и сравнение его результатов с экспериментальными данными.....	132
6.4. Характер изменения качественных характеристик зубчатой передачи в результате износа зубьев .....	141
6.5. Выводы .....	146
<b>7. ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС .....</b>	<b>147</b>
7.1. Упорядочение комплектации зубчатых пар при капитальном ремонте приводов машин .....	147
7.2. Установка для избирательного ремонта зубьев методом электроконтактного припекания износостойких порошков .....	150
7.2.1. Основы процесса электроконтактного припекания износостойких порошков (ЭКПП) .....	150
7.2.2. Технологические режимы метода ЭКПП и электромеханические характеристики зоны припекания .....	151
7.2.3. Экспериментальная оценка показателей прочности наплавленного слоя .....	152
7.2.4. Опытная установка для ремонта зубьев методом ЭКПП .....	156
7.3. Конструкция установки для ремонта зубьев крупногабаритных (более 3 м) зубчатых колес .....	159
7.3.1. Кинематическая схема и основные параметры установки .....	160
7.3.2. Функционирование установки .....	162
7.3.3. Оценка точности воспроизведения эвольвенты .....	163
7.4. Выводы .....	164
<b>8. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ .....</b>	<b>166</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>169</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>176</b>
<b>АННОТАЦИЯ .....</b>	<b>194</b>
<b>SUMMARY .....</b>	<b>196</b>
<b>STRESZCZENIE .....</b>	<b>198</b>

## CONTENTS

	page
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>13</b>
<b>1. STATE OF PROBLEM AND FORMULATION OF INVESTIGATION TASKS .....</b>	<b>15</b>
1.1. Review and analysis of literary data concerning wear resistance of gear transmissions .....	15
1.2. Giving grounds of purpose and investigation tasks .....	22
<b>2. THEORETICAL FOUNDATIONS OF ENGAGEMENT WEAR TEETH PROFILES .....</b>	<b>25</b>
2.1. Mathematical description of wear tooth profile .....	25
2.1.1. Choice of the system of coordinates and description of evolvent profile	25
2.1.2. Description of a working part of wear profile .....	27
2.1.3. Complete description of a profile .....	31
2.1.4. Determination of curvature radius and the first derivative of the curve describing tooth profile .....	34
2.2. Mathematical model of the determination of coordinates of contact point of wear profiles .....	35
2.2.1. Graphic method of the determination of coordinates of a contact point .	36
2.2.2. Analytical method of the determination of coordinates of a contact point .....	37
2.2.3. Numerical method of the determination of coordinates of a contact point .....	40
2.3. Representation of a tooth as an elastic-deformed object .....	45
2.3.1. Determination of a tooth flexure in point of force application by the analytical method .....	46
2.3.2. Determination of a tooth flexure in point of force application by the method of finite elements .....	48
2.3.3. Comparative estimate of analytical method and method of finite elements .....	52
2.3.4. Determination of the contact deformation and normal contact stresses ..	53
2.3.5. Determination of teeth rigidity .....	56
2.4. Construction of the engagement line and determination of kinematic characteristics of the wear profiles .....	56
2.4.1. Determination of a contact point coordinates not taking into account the teeth elasticity .....	56
2.4.2. Determination of a contact point coordinates taking into account the teeth elasticity .....	59
2.4.3. Results of numerical experiment for determination of the engagement line coordinates, teeth rigidity and contact stresses .....	62

	page
2.4.4. Theoretical ground and the results of numerical experiment for determination of an instant gear ratio of the wear profiles .....	67
2.4.5. Theoretical ground and the numerical experiment results for the determination of rolling velocities and sliding velocity .....	69
2.5. Conclusions .....	71
<b>3. MODELLING OF INTERNAL DYNAMIC FORCES IN TEETH CONTACT WITH WEAR PROFILES .....</b>	<b>74</b>
3.1. Main purposes and tasks of dynamic research of drive machine .....	74
3.2. Construction of a dynamic model of quasiconjugated profiles engagement with the changeable gear ratio .....	77
3.2.1. Model of a rigid system with one degree liberty .....	78
3.2.2. Model of an elastic system with two-degree liberty .....	80
3.2.3. Model of an elastic system with four-degree liberty .....	84
3.3. Results of numerical experiment for determination of dynamic load in the zone of teeth contact .....	86
3.4. Conclusions .....	89
<b>4. MATHEMATICAL MODEL OF PROGNOSTICATION OF KINETICS OF ENGAGEMENT PARAMETERS OF TEETH .....</b>	<b>91</b>
4.1. Structural scheme model of prognostication of kinetics of engagement parameters of teeth .....	91
4.2. Unit of the preparation of initial data .....	93
4.3. Units of the determination of geometrical, kinematic and dynamic parameters of contact .....	95
4.4. Unit of wear teeth modelling in the contact point .....	96
4.4.1. Main factors defining wear in the point of contact .....	97
4.4.2. Influence of instant temperature in contact on wear teeth .....	98
4.4.3. Accounting of tooth edge contact .....	99
4.4.4. Accounting of influence of the eccentricity of pitch circumference .....	101
4.5. Unit of synthesis of wear tooth profile .....	103
4.6. Main parameters of prognostication model of the transmission characteristics kinetics .....	108
4.7. Conclusions .....	110
<b>5. CONDITIONS OF EXPERIMENT AS FOR WEAR OF TEETH AND METHODS OF MEASUREMENT OF WEAR .....</b>	<b>111</b>
5.1. Research of teeth wear in the laboratory conditions .....	111
5.1.1. Equipment for forced tests of teeth on wear .....	111
5.1.2. Device and method of measurement of a tooth wear .....	114
5.1.3. Method of the laboratory tests of gear wheels .....	119
5.2. Determination of wear teeth in the conditions of exploitation .....	120
5.2.1. Method of measurement of wear teeth .....	120
5.2.2. Working machine characteristics and parameters of the researched gear transmission .....	123
5.3. Conclusions .....	125

	page
<b>6. PROGNOSTICATION OF LONGEVITY OF GEAR WHEELS AND COMPARISON OF THE RESULTS WITH THE EXPERIMENTAL DATA .....</b>	<b>126</b>
6.1. Method of estimation of the degree of correspondence between the results of modelling of wear teeth and the results of the experiment .....	126
6.2. Numerical experiment according to the laboratory tests conditions and comparison of its results with the experimental data .....	127
6.3. Numerical experiment according to the exploitation conditions and comparison of its results with the experimental data .....	132
6.4. Character of the change of the quality parameters of gear transmission because of wear .....	141
6.5. Conclusions .....	146
<b>7. APPLIED ASPECTS OF PROGNOSTICATION OF GEAR WHEELS LONGEVITY .....</b>	<b>147</b>
7.1. Putting in order the composition of teeth pairs during capital repairing of machine drives .....	147
7.2. Installation of selected repairing of teeth by method of contact welding of wear resistant powders (ECWP) .....	150
7.2.1. Foundations of the process of ECWP .....	150
7.2.2. Technological regime of ECWP and electromechanical characteristics of a welding zone .....	151
7.2.3. Experimental estimation of resistance parameters of welding film .....	152
7.2.4. Experimental installation for teeth repairing by the method ECWP .....	156
7.3. Installation for repairing teeth of large-diameter wheels (more than 3 meters) .	159
7.3.1. Kinematic scheme and main parameters of the installation .....	160
7.3.2. Functioning of the installation .....	162
7.3.3. Estimation of the precision of evolvent reproduction .....	163
7.4. Conclusions .....	164
<b>8. MAINE CONCLUSIONS .....</b>	<b>166</b>
<b>LITERATURE .....</b>	<b>169</b>
<b>APPENDIX .....</b>	<b>176</b>
<b>АННОТАЦИЯ .....</b>	<b>194</b>
<b>SUMMARY .....</b>	<b>196</b>
<b>STRESZCZENIE .....</b>	<b>198</b>

## SPIS TREŚCI

	str.
<b>WPROWADZENIE .....</b>	<b>13</b>
<b>1. STAN PROBLEMU I SFORMUŁOWANIE ZADANIA BADAWCZEGO .....</b>	<b>15</b>
1.1. Przegląd i analiza danych literaturowych w zakresie zużycia przekładni zębatych .....	15
1.2. Sformułowanie celu i zakresu badań .....	22
<b>2. TEORETYCZNE PODSTAWY ZAZĘBIENIA ZUŻYTYCH PROFILI ZĘBÓW .....</b>	<b>25</b>
2.1. Matematyczny opis zużytego profilu zęba .....	25
2.1.1. Wybór układu współrzędnych i opis profilu ewolwentowego .....	25
2.1.2. Opis części roboczej zużytego profilu zęba .....	27
2.1.3. Pełny opis profilu zęba .....	31
2.1.4. Określenie promienia krzywizny i pierwszej pochodnej krzywej opisującej profil zęba .....	34
2.2. Model matematyczny określenia współrzędnych punktu styku zużtych profili zęba .....	35
2.2.1. Metoda graficzna określania współrzędnych punktu styku zębów .....	36
2.2.2. Metoda analityczna określania współrzędnych punktu styku zębów .....	37
2.2.3. Metoda numeryczna określania współrzędnych punktu styku zębów .....	40
2.3. Przedstawienie zęba w postaci ciała odkształcalnego sprężyste .....	45
2.3.1. Metoda analityczna określania ugięcia zęba w punkcie przyłożenia siły .....	46
2.3.2. Określenie ugięcia zęba w punkcie przyłożenia siły w na podstawie metody elementów skończonych .....	48
2.3.3. Porównawcza ocena metody analitycznej i metody elementów skończonych .....	52
2.3.4. Określenie odkształceń stykowych i naprężeń stykowych .....	53
2.3.5. Określenie sztywności zębów .....	56
2.4. Określenie linii zazębienia i charakterystyk kinematycznych zużtych profili zębów .....	56
2.4.1. Określenie współrzędnych punktu styku bez uwzględnienia odkształceń zębów .....	56
2.4.2. Określenie współrzędnych punktu styku z uwzględnieniem odkształceń zębów .....	59
2.4.3. Wyniki eksperymentu numerycznego, określenie współrzędnych linii zazębienia, sztywności zębów i naprężeń stykowych .....	62
2.4.4. Teoretyczne określenie i wyniki numerycznych obliczeń chwilowej wartości przekształcenia zużtych profili zębów .....	67

	str.
2.4.5. Teoretyczne określenie i wyniki obliczeń numerycznych prędkości przemieszczenia się punktu styku po zarysie zębów .....	69
2.5. Wnioski .....	71
<b>3. MODELOWANIE WEWNĘTRZNYCH SIŁ DYNAMICZNYCH W KONTAKCIE ZUŻYTYCH PROFILI ZĘBÓW .....</b>	<b>74</b>
3.1. Określenie celu i zadania badań dynamicznych napędu maszyny .....	74
3.2. Opracowanie modelu dynamicznego zazębienia quasi sprężonych profili zębów z uwzględnieniem zmienności przełożenia .....	77
3.2.1. Model sztywnego układu z jednym stopniem swobody .....	78
3.2.2. Model sprężystego układu z dwoma stopniami swobody .....	80
3.2.3. Model sprężystego układu z czterema stopniami swobody .....	84
3.3. Wyniki eksperymentu numerycznego określenia obciążenia dynamicznego w strefie styku zębów kół zębatych .....	86
3.4. Wnioski .....	89
<b>4. MODEL MATEMATYCZNY PROGNOZOWANIA KINETYKI PARAMETRÓW ZAZĘBIENIA .....</b>	<b>91</b>
4.1. Schemat strukturalny modelu prognozowania kinetyki parametrów styku zębów .....	91
4.2. Blok przygotowania danych wejściowych .....	93
4.3. Blok określenia geometrycznych, kinematycznych i dynamicznych parametrów styku zębów .....	95
4.4. Blok modelowania zużycia w strefie styku .....	96
4.4.1. Podstawowe czynniki określające zużycie w strefie kontaktu .....	97
4.4.2. Wpływ stykowej temperatury chwilowej na zużycie zębów .....	98
4.4.3. Uwzględnienie krawędziowego styku zębów .....	99
4.4.4. Uwzględnienie bicia promieniowego uzębień .....	101
4.5. Blok syntezy zużytego zarysu zęba .....	103
4.6. Podstawowe parametry modelu prognozowania kinetyki parametrów przekładni .....	108
4.7. Wnioski .....	110
<b>5. PARAMETRY BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH ZĘBÓW NA ZUŻYCIE .....</b>	<b>111</b>
5.1. Badanie zużywania się zębów w warunkach laboratoryjnych .....	111
5.1.1. Stanowisko do przeprowadzenia zintensyfikowanych badań zębów na zużycie .....	111
5.1.2. Metodyka pomiaru zużycia zęba i przyrząd pomiarowy .....	114
5.1.3. Metodyka przeprowadzenia badań laboratoryjnych kół zębatych na zużycie .....	119
5.2. Badanie zużycia zębów w warunkach przemysłowych .....	120
5.2.1. Metodyka pomiaru zużycia zębów w warunkach przemysłowych .....	120
5.2.2. Charakterystyki maszyny roboczej i parametry badanej przekładni zębatej .....	123
5.3. Wnioski .....	125

	str.
<b>6. PROGNOZOWANIE TRWAŁOŚCI UZĘBIEŃ PRZEKŁADNI ZĘBATYCH I ZESTAWIENIE WYNIKÓW PROGNOZY Z DANYMI DOŚWIADCZAL- NYMI .....</b>	126
6.1. Metodyka oceny stopnia zgodności wyników modelowania procesu zużycia zębów z danymi doświadczalnymi .....	126
6.2. Eksperyment numeryczny dla warunków laboratoryjnych oraz porównanie jego wyników z danymi doświadczalnymi .....	127
6.3. Eksperyment numeryczny dla warunków eksploatacji przekładni zębatej oraz porównanie wyników z danymi doświadczalnymi .....	132
6.4. Zmiana jakościowych charakterystyk przekładni zębatej w wyniku zużycia zębów .....	141
6.5. Wnioski .....	146
<b>7. PRAKTYCZNE ASPEKTY PROGNOZOWANIA TRWAŁOŚCI UZĘBIEŃ KÓŁ ZĘBATYCH .....</b>	147
7.1. Racjonalizacja procedury doboru kół zębatych w pary podczas wykonywania remontu kapitałnego napędów maszyn .....	147
7.2. Stanowisko do wykonywania regeneracji powierzchni roboczych zębów kół zębatych metodą elektro-kontaktowego napawania proszkami odpornymi na zużycie .....	150
7.2.1. Podstawy procesu elektrokontaktowego napawania proszków odpornych na zużycie .....	150
7.2.2. Parametry technologiczne procesu elektrokontaktowego napawania proszków odpornych na zużycie oraz charakterystyki elektromechaniczne strefy napawania .....	151
7.2.3. Doświadczalna metoda oceny wskaźników trwałości warstwy napawanej .	152
7.2.4. Urządzenie doświadczalne do regeneracji uzębień metodą napawania proszkami .....	156
7.3. Konstrukcja urządzenia do regeneracji zębów kół o średnicy powyżej 3 m .....	159
7.3.1. Schemat kinematyczny i podstawowe parametry urządzenia .....	160
7.3.2. Sposób działania urządzenia .....	162
7.3.3. Ocena dokładności zarysu ewolwentowego po zabiegu regeneracji kół zębatych .....	163
7.4. Wnioski .....	164
<b>8. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE .....</b>	166
<b>LITERATURA .....</b>	169
<b>ZAŁĄCZNIKI .....</b>	176
<b>AННОТАЦІЯ .....</b>	194
<b>SUMMARY .....</b>	196
<b>STRESZCZENIE .....</b>	198

## ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач современного производства является выпуск высококачественной, конкурентоспособной на внутреннем и внешнем рынках, продукции. Решение этой задачи в значительной степени определяется уровнем надежности средств механизации технологических процессов производства продукции. В значительной степени это относится к тяжело нагруженным машинам, обеспечивающим переработку больших массопотоков продукции, таких, как горнодобывающие, горно-обогатительные, металлургические, транспортные и другие. Повышение технического уровня рабочих машин и его сохранение в течение заданного периода эксплуатации являются актуальными задачами современного машиностроения.

В подавляющем большинстве тяжело нагруженных машин в качестве приводов используются передаточные механизмы, содержащие зубчатые передачи, степень совершенства которых в значительной мере определяет стоимость и эксплуатационные характеристики промышленного оборудования. Большая часть тяжело нагруженных машин, особенно горные, транспортные и др. работают при высоких нагрузках и в условиях значительного запыления окружающей среды. Тяжелые условия работы и динамический, вибрационный характер нагружения этих машин снижают прочность и время эксплуатации зубчатых передач их приводов.

Оценка долговечности зубчатой передачи по исходным параметрам эвольвентных профилей зубьев является приближенной и не отражает того факта, что из-за износа зубьев форма профиля становится отличной от эвольвентной, в результате чего изменяются нагрузочно-кинематические параметры контакта, которые, в свою очередь, изменяют темп изнашивания и форму профилей зубьев.

В связи с этим, исследования, направленные на разработку средств прогнозирования изменения качественных характеристик зубчатых передач в зависимости от времени их эксплуатации, являются актуальными и соответствуют требованиям научно-технического прогресса современного машиностроения.

Основным результатом выполненной диссертационной работы является возможность прогнозирования формы профиля зуба и, соответственно, характеристик качества работы зубчатых передач тяжело нагруженных машин на основе разработанной теории изнашивания зубьев, базирующейся на учете взаимовлияния и динамического равновесия между непрерывно меняющейся в результате износа формой рабочей поверхности зубьев и нагрузочно-кинематическими параметрами контакта (сила, скорость скольжения и др.), определяющих их износ, от времени эксплуатации передачи.

Основные научные положения, выносимые на защиту диссертации, и их новизна заключаются в следующем.

Положение зоны контакта зубьев в абсолютных (связанных с корпусом привода) и относительных (связанных с врачающимися колесами) координатах определяется формой профиля, нагрузкой в контакте и податливостью зубьев. Новым является учет

изменчивости формы профиля и зависимости нагрузки от фазы зацепления и времени, а также определение передаточного числа в двух парном зацеплении через результирующую составляющих полной нагрузки в контактирующих парах зубьев, которые в общем случае из-за искажения формы профиля не лежат на одной прямой. Новым является также подход к аппроксимации изношенного профиля, позволяющий сглаживать профильные кривые только в зонах износа зуба и сохраняющий прежние координаты не затронутой износом части профиля.

Динамическая нагрузка в зацеплении зубьев определяется инерционными характеристиками колес, податливостью зубьев, жесткостью и инерционными характеристиками привода. Новым является введение в динамическую модель переменного, из-за искажения в результате износа зубьев формы профилей, передаточного числа, путем представления движения зуба в виде суммы движения его основания в жесткой модели с переменным передаточным числом и относительного колебательного движения в упругой модели с четырьмя степенями свободы.

Удельный износ зубьев в контактной зоне зависит, в основном, от мощности, затрачиваемой на преодоление сил трения. Новым является определение суммарного износа в контактной зоне в функции мощности трения, зависящей от фазы зацепления и времени, и в функции интенсивности изнашивания, общей для контактирующих тел, с его распределением между трущимися поверхностями пропорционально пути скольжения. Новым также является введение в уравнения износа составляющей, зависящей от радиального биения, что обеспечило изнашивание зуба в зонах с нулевым значением скорости скольжения. Кроме того впервые учтена составляющая износа, пропорциональная значению мгновенной температуры в контакте, что позволило учсть влияние заедания рабочих поверхностей зубьев.

Разработанная модель прогнозирования характеристик зубчатой передачи оформлена в виде пакета компьютерных моделей с дружественным интерфейсом и включает в себя кинематическую модель зацепления зубьев с произвольной формой профилей, упругую динамическую модель зубчатой передачи, модель износа и модель синтезирования профилей изношенных рабочих поверхностей зубьев. Результаты численного эксперимента моделирования износа зубьев зубчатых колес передачи испытательного стенда и передачи привода одной из тяжело нагруженных машин показали хорошее совпадение с экспериментальными данными эксплуатационного износа как по величине интегрального износа, так и по форме износа профилей зубьев.

С учетом полученных результатов разработаны рекомендации по упорядочению комплектации зубчатых пар приводов машин при их капитальном ремонте, а также разработаны конструкции установок для программированного ремонта рабочих поверхностей зубьев.

Работа выполнена на кафедре 'Основы проектирования машин' Донецкого государственного технического университета и на кафедре Механика Роботов и Машин Силезской Политехники в рамках многолетнего сотрудничества между университетами. Пользуясь случаем, автор выражает глубокую признательность заведующим кафедр профессору д.т.н. Горелику В.С. и профессору д.т.н. Войнаровски Ю. за ценные указания и помочь в формулировании проблематики исследования.

Желаем тоже этим путем выразить благодарность Правлению Фирмы „Жывец Здруй”, которой данная работа была издана.

## **1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА, ПОСТАНОВКА ЦЕЛИ И ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ**

### **1.1. ОБЗОР И АНАЛИЗ ЛИТЕРАТУРНЫХ ДАННЫХ ОБ ОЦЕНКЕ ИЗНОСОСТОЙКОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

К тяжело нагруженным зубчатым передачам относятся приводы машин, при проектировании которых предъявляются жесткие требования к минимизации их габаритов, массы и стоимости. Сюда, в первую очередь, относятся транспортные машины и горные машины, работающие в ограниченном пространстве. Реализация этих жестких требований приводит к значительному росту удельной силовой нагруженности, а требование максимализации производительности машин приводит к росту скоростных характеристик привода. К этому следует добавить динамический характер внешнего нагружения и значительную загрязненность окружающей среды мелкодисперсными веществами абразивного характера. Все перечисленные факторы способствуют снижению надежности машин и их приводов, габариты и масса которых в основном определяются параметрами зубчатых передач.

Современные тенденции развития машиностроения приводят к еще большему ужесточению требований к параметрам качества передач при их проектировании вследствие:

- увеличения объемных и контактных напряжений при значительной неравномерности их распределения,
- увеличения скоростей скольжения и температур вследствие роста производительности машин,
- повышения вероятности отказов из-за усложнения конструкций машин и увеличения экономических потерь за время устранения отказов (упущенная выгода),
- расширения области эксплуатации машин - агрессивные среды, вакуум, вибрация, различные виды излучений, требующие новых подходов к оценке работоспособности и новых критериев предельных состояний.

Повышение долговечности приводов машин является одним из важнейших (наряду с повышением производительности и снижением себестоимости) требований к проектированию машин, которое в значительной степени обеспечивается за счет увеличения ресурса основных деталей привода и, в первую очередь, за счет повышения износостойкости их контактных поверхностей. При этом следует иметь ввиду, что обеспечение высокой износостойкости (особенно высших кинематических пар - например зубчатых колес) необходимо не только, чтобы предотвратить поломки из-за уменьшения рабочего сечения деталей вследствие их износа, но и для уменьшения влияния износа на параметры качества машин - уровень шума, точность позиционирования робототехнических систем, точность изготавляемой продукции (прокатные станы) и т.д. [17].

**Несущая способность и износостойкость** зубчатых передач привода определяется уровнем конструктивных решений по обеспечению оптимальных условий

работы передач, качеством их изготовления и степенью соответствия условий эксплуатации режимам, принятых при их проектировании.

Конструктивные решения по обеспечению необходимой *несущей способности* зубьев зубчатых передач обычно базируются на выполнении условий предотвращения двух основных видов повреждений - поломок зубьев (статических и усталостных) и контактного усталостного выкрашивания (питтинг) рабочих поверхностей. Методы расчета изгибной и контактной выносливости достаточно хорошо разработаны, прошли многолетнюю эксплуатационную проверку и являются основными методами расчета зубчатых передач на прочность, что нашло свое отражение в стандартах Международного Комитета по Нормализации ISO/DIS 6336/Ш (изгибная выносливость) и ISO/DIS 6336/П (контактная выносливость), а также в стандарте ГОСТ 21354-87, используемом в Украине и других странах СНГ.

*Износостойкость* определяется как свойство материала оказывать сопротивление изнашиванию в определенных условиях трения. Соответственно, изнашивание представляет собой процесс постепенного изменения размеров тела при трении, проявляющийся в отделении с поверхности трения материала и (или) его остаточной деформации [15].

В зубчатых передачах тяжело нагруженных машин имеет место граничное трение качения с проскальзыванием. При этом основным видом изнашивания является абразивно-усталостное механическое изнашивание, а в случае наступления засдания - молекулярно-механическое.

Абразивно-усталостное механическое изнашивание (в дальнейшем - изнашивание) приводит к постепенному изменению формы и размеров трущихся тел. Несмотря на четкость таких распространенных понятий, как трение, изнашивание и износостойкость, определение численных значений этих величин для конкретных условий эксплуатации представляет значительные трудности. Это объясняется сложностью физических, химических и механических явлений, имеющих место в зоне контакта тел, и огромным количеством взаимно влияющих факторов, определяющих конечный результат изнашивания.

Сложность и неоднозначность численной оценки процесса изнашивания подтверждается большим количеством публикаций, посвященных этой теме. Так, например, в работе [43] приводится библиографический список работ по теме расчетов на трение и износ, насчитывающий 737 наименований. Наиболее четкий, системный подход к разработке методов расчета на износ дан Дроздовым Ю.Н. в работе [29].

Однако трудности получения информации о численных значениях трибологических факторов и их изменении в конкретной контактной зоне не позволяют реализовать подход Дроздова в инженерных расчетах износостойкости контактных поверхностей. Так, например, в работе [47] даже утверждается, что долговечность вновь проектируемой передачи, подверженной не усталостным разрушениям, можно оценить в какой-то степени только на основании опыта эксплуатации аналогичных передач, работающим в условиях, близких к тем, в которых будет работать проектируемая.

При всем многообразии расчетных зависимостей по оценке износостойкости фрикционного контакта существует сравнительно немного формул, позволяющих непосредственно вычислить толщину изношенного слоя трущихся поверхностей.

Первая попытка связать износ с механическими свойствами материалов принадлежит Тонну, установившему линейную зависимость отношения износа трущихся поверхностей (образец/эталон) и твердостью материала [114]. Позднее Хольм-

[99], объясняя износ атомарным взаимодействием двух поверхностей, предложил следующую зависимость между износом и параметрами контакта:

$$\omega = z \frac{P}{HB}, \quad (1.1)$$

где  $\omega$  - количество изношенного материала, приходящегося на единицу пути скольжения,  
 $z$  - вероятность удаления атома с поверхности образца при встрече его с контрателом,  
 $P$  - нагрузка,  
 $HB$  - твердость.

По Арчаду [91] износ  $\omega$  на единицу пути в функции нагрузки и механических свойств материалов определяется зависимостью:

$$\omega = k \frac{P}{3\sigma_s}, \quad (1.2)$$

где  $k$  - коэффициент пропорциональности ( $k=10^{-2} \dots 10^{-7}$ ), представляющий собой вероятность отделения частицы износа с пятна контакта,  
 $\sigma_s$  - предел текучести.

Несовершенство этих формул очевидно, так как они не отражают влияния многих параметров контакта на износостойкость материалов. Реальная внутренняя структура трущихся материалов, структура их поверхностей, структурные и фазовые превращения, возникающие при работе деталей, в приведенных формулах не учитываются.

Дроздовым Ю.Н. разработана сравнительно простая схема расчета износа поверхностей зубьев зубчатых колес, позволяющая учитывать значительное количество факторов, влияющих на износ [26]:

$$h = I_h S, \quad (1.3)$$

где  $h$  - толщина изношенного слоя,  
 $I_h$  - интенсивность изнашивания, безразмерная характеристика, представляющая собой производную глубины износа по пути скольжения, определяемую расчетным путем, либо экспериментально,  
 $S$  - путь трения скольжения.

Применимельно к расчету износа зубьев тяжело нагруженных зубчатых передач формула (1.3) преобразуется к виду:

$$h_{1,2} = 0.135 \cdot 10^{-6} I_{h,1,2} \sigma_H \frac{v_{ck}}{v_{by} l_{1,2}} n_{1,2} i_{1,2} T_{l,2}, \quad (1.4)$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к отстающей (ножка) и опережающей (головка) контактным поверхностям зубьев,

- $I_{h1,2}$  - интенсивность изнашивания,  
 $\sigma_H$  - контактное напряжение в рассматриваемой точке линии зацепления [МПа],  
 $v_{ck}$  - скорость скольжения [м/сек],  
 $v_{ly1,2}$  - скорости перемещения точки контакта [м/сек],  
 $n_{1,2}$  - частота вращения [об/мин],  
 $i_{1,2}$  - количество зубчатых колес, зацепляющихся с рассматриваемым,  
 $T_{1,2}$  - время работы передачи [час].

Интенсивность изнашивания  $I_h$  зависит от большого числа факторов: физических, химических и механических свойств самого материала, характеристик смазки, агрессивности среды, условий нагружения, температуры, топографии контактирующих поверхностей и др. [29]. Поэтому теоретический расчет этой величины весьма затруднителен и получается удовлетворительным только в некоторых случаях, в связи с чем Дроздов Ю.Н. рекомендует использовать экспериментально определенную интенсивность изнашивания в режимах трения, максимально близким к условиям работы реальной передачи [26].

Однако результаты экспериментов по оценке износостойкости закаленных зубчатых колес одного класса (модуль  $1.5\pm 4$  мм), приведенные Алисиным В.В в работе [43], показали большой разброс значений интенсивности изнашивания: от  $I_h=5 \cdot 10^{-10}$  до  $I_h=3000 \cdot 10^{-10}$ . Причем интенсивность изнашивания зубьев ведомых зубчатых колес на порядок больше интенсивности изнашивания зубьев ведущих колес. Таким образом можно говорить о преждевременности широкого применения рассмотренной методики расчета зубьев на износ.

В качестве критерия, которому в первом приближении пропорциональна удельная интенсивность изнашивания Чудаков Е.А. предложил использовать удельную мощность, затрачиваемую на преодоление трения контактных поверхностей [86]:

$$K = f \sigma_H v_{ck}, \quad (1.5)$$

где  $K$  - критерий износа [ $Bm/m^2$ ],

$f$  - коэффициент трения.

Аналогичный критерий предлагали Кетов Х.Ф. и Колчин Н.И. [37]. В число основных факторов, влияющих на износ, Крагельский И.В. [42] включил сомножители, входящие в формулу (1.5), что косвенно может служить доказательством (при показателе кривой усталостного износа  $t=1$ ) правомочности предложенного критерия износа. Зависимость объемного износа от работы сил трения была также использована Флейшером при разработке энергетической теории износа [16,96]. Положение о пропорциональности величины износа работе сил трения для расчета износа машин применялось и другими исследователями [14,34,35,87,88].

На базе критерия износа (1.5) была разработана методика расчета на износ зубьев зубчатых колес, проверенная экспериментально для условий работы тяжело нагруженных приводов горных машин [50,75,107,112].

В основу этой методики было положено допущение, что критерию износа  $K$  пропорционален суммарный износ контактирующих тел, так как факторы, влияющие

на износ, являются общими для этих тел. Но поскольку при одинаковой скорости скольжения  $v_{cy}$  пути, проходимые точкой контакта по зацепляющимся профилям различны, следовательно, разным будет и износ контактирующих в данной точке зубьев зубчатых колес. Принято, что критерий износа (соответственно и износ) для контактирующих зубьев будет прямо пропорционален удельному скольжению:

$$\left. \begin{array}{l} K_1 + K_2 = K \\ \frac{K_1}{K_2} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \end{array} \right\} \quad (1.6)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  - критерии износа зубьев шестерни и колеса,

$$\left. \begin{array}{l} \vartheta_1 = \frac{v_{ly1} - v_{ly2}}{v_{ly1}} \\ \vartheta_2 = \frac{v_{ly1} - v_{ly2}}{v_{ly2}} \end{array} \right\} \quad \text{удельные скольжения зубьев шестерни и колеса,}$$

$v_{ly1}$  - скорость перемещения зоны контакта по профилю зуба шестерни,

$v_{ly2}$  - скорость перемещения зоны контакта по профилю зуба колеса.

После несложных преобразований значения критериев износа для шестерни и колеса будут иметь вид:

$$\left. \begin{array}{l} K_1 = \frac{f\sigma_H v_s}{1 + \frac{v_{ly1}}{uv_{ly2}}} \\ K_2 = K_1 \frac{v_{ly1}}{uv_{ly2}} \end{array} \right\}, \quad (1.7)$$

где  $u$  - передаточное число зубчатой передачи.

Введение в формулы (1.7) передаточного числа учитывает, в первом приближении, факт большей частоты фрикционного нагружения поверхности зуба шестерни по сравнению с поверхностью зуба колеса.

Для перехода от критериев износа к численным значениям износа в контактных точках зубчатых передач использовались результаты измерения износа в производственных условиях, на основании которых определялась эмпирическая функция удельной интенсивности изнашивания от значений критерия износа:

$$i_h = i_h(K). \quad (1.8)$$

Такой подход позволяет довольно надежно рассчитывать на износ зубья зубчатых передач, работающих в условиях, аналогичным тем, для которых была найдена функция (1.8).

Особое место в проблеме износостойкости зубчатых передач принадлежит заеданию - то есть процессу возникновения и развития повреждений поверхности трения вследствие схватывания и переноса материала. В зависимости от условий трения заедание поверхностей не носит катастрофического характера и может даже прекратиться («холодное заедание»), но в экстремальных условиях трения - при высоком уровне температур, нагрузок, скоростей скольжения, наличии агрессивных сред процесс заедания контактирующих поверхностей сопровождается образованием глубоких борозд, вырывов, рисок, наростов, оплавлений - «горячее заедание». В последнем случае процесс заедания часто характеризуется катастрофическим изнашиванием сопряженных пар и может привести к полному выходу механизма из строя в результате прекращения относительного движения в контакте. «Горячее заедание» (далее - заедание) является самым опасным видом повреждений зубьев зубчатых колес.

В момент возникновения заедания обычно резко увеличивается коэффициент трения скольжения, растет температура, активизируются динамические процессы, повышается вибрационная и акустическая активность. На процесс заедания существенное влияние оказывает нагрузка, скорости скольжения и качения, шероховатость контактирующих поверхностей, материал тел, температура, физико-химические характеристики смазочного материала и окружающей среды, вид и качество присадок к основному маслу, способ смазывания и другие факторы.

Для смазываемых поверхностей обязательным условием возникновения заедания является разрушение разделяющей их смазочной масляной (весьма тонкой) пленки, повреждение которой может наступить вследствие пластической деформации, износа шероховатостей контактирующих поверхностей или вследствие потери смазочных свойств масла при повышенных фактических температурах в зоне контакта тел, а также в результате срабатывания смазочного материала.

Возникновению заедания способствует увеличение скорости скольжения и уменьшение скорости качения. С ростом скорости скольжения растет мощность трения и уменьшается толщина смазочного слоя вследствие выделяющегося в контакте рабочих тел тепла и повышения контактной температуры. Увеличение нагрузки в контакте способствует возникновению задира и разрушению контактных поверхностей.

Для расчетов на заедание предложено довольно много критериев. Наиболее известными среди них являются: критерии Олмсона [89], Олмсона-Штрауба [90], Гоффера [98], Блока [92], Петрусевича А.И. [73,74], Кистьяна Я.Г. [38,39], Росливкера Е.Г. [80], Дроздова Ю.Н. [24], а также полученные для тяжело нагруженных зубчатых передач горных машин критерий Калашниковой И.Н. [36] и критерий Гашинского А.Г. [12].

Наиболее теоретически обоснованным и прошедшим широкую экспериментальную проверку в лабораторных условиях является температурный критерий Блока, основанный на гипотезе существования критической температуры разрушения масляной пленки, характерной для каждой комбинации материалов и масла. Температура в контакте определяется как сумма поверхностной температуры тел  $t_0$  перед входом в контакт и мгновенного повышения температуры в контакте в процессе трения тел - температурной вспышки  $\theta$ . Температура  $t_0$  определяется экспериментально или рассчитывается из теплового баланса узла зубчатой передачи. Температурная вспышка для цилиндрических тел, катящихся со скольжением, находится по формуле Блока [92]:

$$\theta = \frac{0.83 f q v_{ex}}{(\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1 v_{ly1}} + \sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2 v_{ly2}}) \sqrt{b_H}}, \quad (1.9)$$

где  $f$  - коэффициент трения в контакте,  
 $q$  - нагрузка на единицу длины контакта,  
 $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  - теплопроводности материалов поверхностей,  
 $\rho_1$  и  $\rho_2$  - плотности материалов поверхностей,  
 $c_1$  и  $c_2$  - удельные теплоемкости материалов,  
 $v_{ly1}$  и  $v_{ly2}$  - скорости перемещения зоны контакта по профилям зубьев,  
 $b_H$  - полуширина герцовской полоски контакта.

Условие отсутствия заедания представляет собой неравенство:

$$t_0 + \theta \leq t_s, \quad (1.10)$$

где  $t_s$  - суммарная критическая температура, при которой происходит заедание поверхностей.

На основе температурного критерия Блока разработан стандарт ISO/DIS 6336/IV для расчета на предотвращение заедания контактных поверхностей зубьев. Однако при использовании температурного критерия возникает вопрос об абсолютных значениях  $t_s$  и их инвариантности к изменению основных факторов при трении. Специальные исследования и анализ экспериментальных данных свидетельствуют о непостоянстве суммарной критической температуры [29]. Поэтому совершенствование физических моделей, закладываемых в критерии расчета на заедание, продолжается.

Учет дискретности контакта в решении температурной задачи позволил углубить понимание процесса заедания и объяснить причинность основных экспериментальных факторов. Так, например, на основании экспериментально установленной, близкой к линейной, зависимости критического значения температурной вспышки  $\theta_s$  при заедании от максимального контактного давления, Дроздов Ю.Н. предложил несколько иной - критериальный - подход к расчету на заедание [27]. После приведения этого критерия к более наглядному виду условие отсутствия заедания может быть представлено следующим образом:

$$\theta \leq \theta_s, \quad (1.11)$$

В свою очередь, критическое значение температурной вспышки определяется по формуле:

$$\theta_s = c_p v_{50^\circ C}^{0.06} \sqrt{q}, \quad (1.12)$$

где  $c_p$  - коэффициент, учитывающий свойства смазочного масла ( $c_p=2.0$  [27]),  
 $v_{50^\circ C}$  - кинематическая вязкость масла в  $мм^2/сек$  при  $50^\circ C$ ,  
 $q$  - погонная нагрузка,  $н/мм$ .

Результаты экспериментального определения нагрузки заедания, выполненные автором настоящей диссертационной работы для условий эксплуатации тяжело нагруженных горных машин, позволили уточнить значение коэффициента  $c_p$ :

- для нелегированных масел -  $c_p = 1.7$ ,
- для масел, легированных противозадирными присадками -  $c_p = 2.2$  [53].

Заслуживают внимания уточненный критерий Дроздова Ю.Н. для расчета на заедание по предельной толщине смазочного слоя [28] и механотермовременной критерий заедания Журкова С.Н. [30].

Тем не менее расчеты на заедание не являются достаточно надежными и в конструкторской практике почти не применяются (в ГОСТ 21354-87 этот вид расчета вообще не предусмотрен).

## 1.2. ОБОСНОВАНИЕ ЦЕЛИ И ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ

Недостаточная надежность расчетных оценок износостойкости, а, следовательно, и долговечности зубьев зубчатых передач кроме сложности процессов изнашивания и заедания может быть следствием еще двух причин - изменением геометрических, кинематических и нагрузочных параметров контакта в процессе износа (как монотонного, так и катастрофического), а также взаимовлиянием различных видов повреждений зубьев.

Факт изменения формы контактирующих поверхностей в результате их износа очевиден и подтверждается многими исследователями. Для низших кинематических пар (плоские поверхности и сопряжение типа вал-втулка) из материалов с однородными механическими свойствами эти изменения практически не влияют на режимы трения и изнашивания. Для высших кинематических пар (кулачковые механизмы, зубчатые передачи и др.) изменения формы трущихся поверхностей приводят к существенным изменениям режимов трения - в результате износа меняются радиусы кривизны контактных поверхностей, а, следовательно, и нормальные контактные напряжения и коэффициент трения. Меняются, соответственно, и кинематические параметры контакта - скорости качения и скольжения.

Изменение параметров зубчатого зацепления при износе зубьев зафиксировал Ю.С. Семенов [81,82], впервые показавший, что в результате искажения профилей зубьев горных электросверл ЭР-5, вызванного их износом, линия зацепления искривляется, вызывая изменение кинематических параметров зацепления. К аналогичным выводам пришел и М.Ю. Бицко с коллегами после анализа геометрии зацепления изношенных зубьев зубчатых колес шевронного редуктора стана НЗС-730 [5].

Игнатищев Р.М. показал, что в результате износа зубьев меняется закон распределения контактных напряжений и предложил методику определения фактических значений радиусов кривизны профилей и, соответственно, методику определения действительных значений контактных напряжений [33].

В работах [53,54,75] автором приведены результаты экспериментальных исследований заедания зубчатых колес горных машин, доказывающих, что в результате износа профили зубьев перестают быть эвольвентными, причем искажение профилей на порядок больше технологических ошибок изготовления зубьев. Моделирование

затепления изношенных профилей графическим методом показало значительное влияние износа зубьев на нагрузочно-кинематические параметры зацепления.

Муга J.R. экспериментально показал, что искажение профилей закаленных зубьев модуля  $m=3$  мм в результате износа оказывает существенное влияние на динамические нагрузки в зацеплении [105].

На основании обследования 7700 зубчатых колес (322 горные машины), выполненного Молдавским Л.А. на Рутченковском машиностроительном заводе (г. Донецк, Украина) установлена тесная зависимость между различными видами повреждений зубьев [51]. Петрусевич А.И., принимавший участие в анализе этого статистического материала, высказал гипотезу о последовательности развития повреждений зубьев: в начальный период работы зубчатой передачи возникает заедание зубьев, приводящее к развитию износа на ножке зуба с образованием так называемого «поднутрения». При этом в зоне полюса образуется явно выраженный хребет, расположенный вдоль зуба. Радиус кривизны этого хребта уменьшается, что приводит к росту контактных напряжений в околоволосной зоне, в результате чего возникает контактное выкрашивание, переходящее в ряде случаев в разрушение цементационного слоя. Гипотеза Петрусевича А.И. была подтверждена экспериментально [53].

Таким образом можно сделать вывод, что расчет износстойкости зубьев зубчатых передач по характеристикам исходного неизношенного профиля не может обеспечить необходимой надежности расчетов и прогнозирования качественных характеристик передачи на длительный период. Для повышения надежности расчетов на износ необходимо учитывать непрерывное взаимовлияние нагрузочно-кинематических параметров контакта на износ зубьев и формы профиля после износа на нагрузочно-кинематические параметры зацепления.

Целью диссертационной работы является разработка научных основ прогнозирования кинетики геометрических, кинематических и динамических параметров зацепления зубьев тяжело нагруженных зубчатых передач.

Основная идея работы заключается в разработке теории изнашивания зубьев, базирующейся на учете взаимовлияния и динамического равновесия между непрерывно меняющейся в результате износа формой рабочей поверхности зубьев и нагрузочно-кинематическими параметрами контакта (сила, скорость скольжения и др.).

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- разработать методику аналитического представления изношенного профиля с учетом анализа экспериментальных данных действительной формы профилей зубьев после их износа в процессе эксплуатации,
- разработать теорию зацепления зубьев с упругодеформированными квазиспряженными профилями зубьев и создать на ее основе кинематическую модель зацепления, позволяющую определить параметры контакта изношенных зубьев с учетом их податливости,
- разработать алгоритмы быстрой сходимости для итерационных методов определения координат зоны контакта зубьев,
- разработать динамическую модель зацепления зубьев, в которой, кроме динамических характеристик зубчатой передачи и привода, можно было бы учитывать переменность передаточного числа из-за изменения формы профилей зубьев вследствие их износа,
- разработать модель изнашивания на основе результатов анализа условий эксплуатации тяжело нагруженных машин, а также с учетом трибологических теорий соответствующим условиям работы исследуемых зубчатых колес,

- разработать модель прогнозирования долговечности зубчатых передач на основе анализа динамического равновесия между непрерывно меняющейся формой профилей зубьев и нагрузочно-кинематическими параметрами зубчатой передачи и синтеза на этой основе фактических профилей зубьев,
- оценить степень валидности модели прогнозирования долговечности зубчатых передач путем сопоставления с экспериментальными данными,
- разработать компьютерную технологию для прогнозирования эксплуатационных характеристик зубчатых передач приводов машин,
- разработать рекомендации для практического использования результатов исследования.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПЕРЕДАЧ С ИЗНОШЕННЫМИ ЗУБЬЯМИ

Известные теории зацепления описывают, как правило, зацепление сопряженных профилей.

Сопряженными обычно называют такие профили, которые обеспечивают непрерывное зацепление при заданном, как правило постоянном, значении передаточного числа [45, с.19], [83,100]. К сопряженным профилям относятся, в частности, профили зубьев наиболее распространенного в мире эвольвентного зацепления. Характерной особенностью такого зацепления является то, что общая нормаль к профилям, будучи касательной к основным окружностям с неподвижными центрами, пересекает линию центров в одной и той же точке - полюсе зацепления - в любой момент времени. Соответственно, линия зацепления является прямой линией.

В процессе эксплуатации зубчатых передач, вследствие неравномерного износа рабочих поверхностей зубьев, их профили перестают быть эвольвентными и общая нормаль к профилям в строгом соответствии с основным законом зацепления пересекает линию центров в разных точках (мгновенных центрах скоростей), что вызывает искривление линии зацепления [5,53,54,75,81,82]. Непостоянство положения мгновенного центра скоростей приводит к тому, что значение передаточного числа становится переменным. В то же время среднее значение передаточного числа остается неизменным, равным отношению числа зубьев зацепляющихся зубчатых колес. В связи с этим, а также тем, что некоторые характеристики зацепления профилей с изношенными зубьями (например скорость скольжения) меняются незначительно, изношенные профили можно назвать *квазисопряженными*.

В связи с тем, что для описания квазисопряженных профилей и определения характеристик контакта математический аппарат эвольвентного зацепления не может быть применен в полной мере, возникает необходимость в разработке новых подходов для анализа зацепления изношенных профилей зубьев [56,59,60,63,119].

В качестве первого этапа в работе рассматриваются только цилиндрические прямозубые передачи.

### 2.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИЗНОШЕННОГО ПРОФИЛЯ ЗУБА

#### 2.1.1. Выбор системы координат и описание эвольвентного профиля

Для математического описания профильной кривой квазисопряженного профиля были использованы полярная [59] и ортогональная [56] системы координат. Наиболее оптимальной оказалась ортогональная система координат, осью абсцисс которой является ось симметрии зuba, а ось ординат проходит через начальную точку  $O_e$ , эвольвенты исходного, неизношенного профиля -  $XOY$  (рис. 2.1).

Такая система координат обеспечивает возможность сравнения характеристик зацепления квазисопряженных профилей с их значениями для эвольвентных профилей,

в связи с чем на профиле отмечаются соответствующие точки, характерные для эвольвентного профиля.

Профиль зуба описывается в пределах половины углового шага зубьев  $\tau = 2\pi / z$ :

либо в функции абсциссы  $X$  (основной способ):

$$Y = Y(X), \quad (2.1)$$

либо в функции радиуса-вектора  $R_k$ :

$$Y = Y(R_k). \quad (2.2)$$

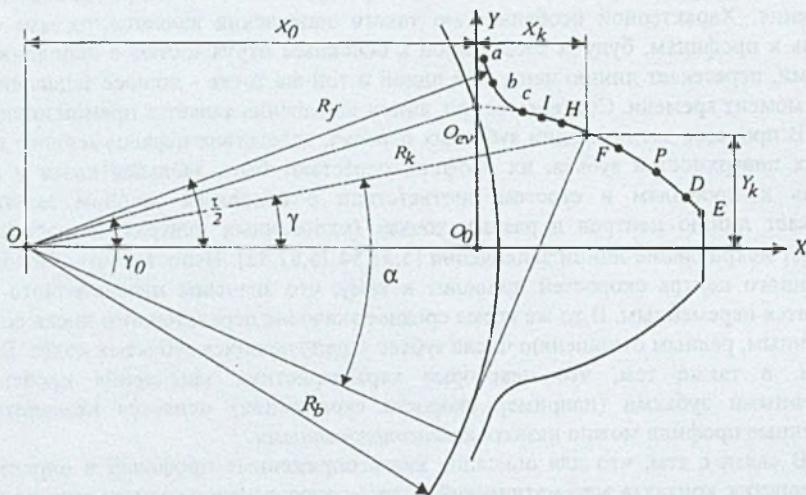


Рис. 2.1. Система координат профиля и расположение характерных точек  $ab$  - дуга окружности впадин,  $bc$  - переходная кривая,  $cE$  - эвольвента,  $E$  - вершина зуба,  $I$  - предельная граница износа зуба,  $H$  - теоретическая нижняя граница контакта,  $P$  - полюс зацепления,  $NF, DE$  - зоны двух парного зацепления

Кривая, описывающая профиль состоит из трех сопряженных частей.

Первая часть - дуга окружности впадин от середины впадины до сопряжения с переходной кривой ( $ab$  на рис. 2.1) - описывается параметрическим уравнением в функции радиуса окружности впадин  $R_f$  и угла  $\gamma$ .

Вторая часть - переходная кривая  $bc$  - описывается параметрическим уравнением в функции радиуса скругления вершины зуба исходного контура и угла  $\alpha$  [45, с.237-240].

Эти две части профиля являются одинаковыми для эвольвентного и квазисопряженного профилей.

Третья часть - от переходной кривой до вершины зуба и является, собственно, рабочей частью профиля зуба, которая описывается для эвольвентного (неизношенного зуба) и квазисопряженного профилей по разному.

Эвольвентный профиль описывается параметрическим уравнением в функции эвольвентного угла  $\alpha$ :

$$X_k = \frac{R_b}{\cos \alpha} \cos(\gamma_0 - \operatorname{tg} \alpha + \alpha) - X_0; \quad (2.3)$$

$$Y_k = \frac{R_b}{\cos \alpha} \sin(\gamma_0 - \operatorname{tg} \alpha + \alpha); \quad (2.4)$$

$$R_b = 0.5mz \cos \alpha_b; \quad (2.5)$$

$$X_0 = R_b \cos \gamma_0; \quad (2.6)$$

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{2z} + \frac{2x \operatorname{tg} \alpha_b}{z} + (\operatorname{tg} \alpha_b - \alpha_b), \quad (2.7)$$

где  $m$  - модуль зацепления,

$z$  - число зубьев,

$\alpha_b = 20^\circ$  - стандартный угол исходного контура,

$x$  - коэффициент смещения исходного контура,

$R_b$  - радиус основной окружности зубчатого колеса,

$\gamma_0$  - угловая координата начальной точки эвольвенты.

### 2.1.2. Описание рабочей части профиля изношенного зуба

Информация о координатах изношенного профиля может быть получена двумя способами. Первый способ заключается в непосредственном измерении этих координат, либо измерении износа зуба с последующим вычислением соответствующих координат. Второй способ предполагает получение координат профиля расчетным путем в результате моделирования изнашивания зуба.

В обоих случаях информация о координатах профиля представляет собой множество из  $N$  значений результатов измерений  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ , соответствующих множеству  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ . Причем, в общем случае элементы множеств  $X$  и  $Y$  получены с определенной погрешностью  $\varepsilon$ . Для того, чтобы иметь возможность вычислять функцию (2.1) при любом значении аргумента и сгладить возможные отклонения, вызванные погрешностями измерения в процессе эксперимента, необходимо найти соответствующую аппроксимирующую функцию, которая не проходила бы через экспериментальные точки, но, в то же время, отражала бы в максимальной степени исследуемую зависимость.

Наибольшее распространение получил способ представления аппроксимирующей функции в виде линейной комбинации постоянных коэффициентов  $C_k$  и базисных функций  $T_k$ :

$$Y_{ai} = \sum_{k=0}^M C_k T_k, \quad 0 \leq i \leq N. \quad (2.8)$$

Значения коэффициентов  $C_k$  определяются, чаще всего, из условия минимизации суммы квадратов погрешности аппроксимации, в связи с чем этот метод получил название метода «наименьших квадратов»:

$$Q = \sum_{i=0}^N (Y_i - Y_{ai})^2 \rightarrow \min \quad (2.9)$$

Условие минимизации суммы квадратов погрешностей аппроксимации реализуется приравниванием нулю частных производных от  $Q$  по коэффициентам  $C_k$ .

Задача аппроксимации сводится к выбору вида и количества базисных функций. При этом критерии оптимального выбора основываются на сравнении либо среднеквадратичной либо максимальной абсолютной погрешностей аппроксимации с ошибкой измерения. Следует также подчеркнуть, что для определения координат точки контакта несопряженных профилей в общем случае необходимо знать не только аппроксимирующую функцию, но и первые две ее производные, так как первая производная определяет положение нормали к профилю, а с помощью второй производной определяется радиус кривизны профиля в контактной точке.

Исходя из вида аппроксимирующей функции, которая в силу естественных причин не может значительно отличаться от эвольвенты, с целью выбора оптимального вида базисной функции были проанализированы несколько видов полиномов как с естественным базисом  $X$ , так и с нормированным базисом  $Z$ :

$$Z = 2 \frac{X - X_0}{X_N - X_0} - 1; \quad -1 \leq Z \leq 1. \quad (2.10)$$

Введение нормированного базиса позволяет уменьшить влияние абсолютных значений аргумента на величину погрешности аппроксимации.

Были рассмотрены следующие базисные функции:

а) классический степенной полином с естественным базисом:

$$T_k = X^k, \quad T_0 = 1; \quad T_1 = X; \quad (2.11)$$

а также группа полиномов с нормированным базисом  $Z$ :

б) степенной

$$T_k = Z^k, \quad (2.12)$$

в) Чебышева-1 (первая рекуррентная формула) [41, с.769]:

$$T_k = \frac{T_{k+1} + T_{k-1}}{2z}, \quad (2.13)$$

г) Чебышева-2 (вторая рекуррентная формула) [7]:

$$T_k = \frac{T_{k+1} + 0.25T_{k-1}}{z}, \quad (2.14)$$

д) Лежандра:

$$T_k = \frac{(k+1)T_{k+1} + kT_{k-1}}{(2k+1)z}. \quad (2.15)$$

Для всех полиномов с нормированным базисом первые две базисные функции имеют одинаковый вид:  $T_0 = 1; T_1 = Z$ .

Выбор оптимального варианта вида базисной функции (далее - полинома) и их числа  $M$  (далее - степень полинома) производился на основе аппроксимации профиля изношенного зуба тяжело нагруженной передачи с модулем  $m=8 \text{ мм}$ , числом зубьев  $Z=16$  и максимальным износом по ординате системы координат  $XO_aY$  (см. рис. 2.1)  $u_{max}=0.55 \text{ мм}$  [119]. Результаты аппроксимации разными полиномами при одном и том же значении степени полинома  $M=4$  представлены на рис. 2.2 (число точек замера износа  $N=31$ , погрешность измерения  $\epsilon=0.05 \text{ мм}$ ).

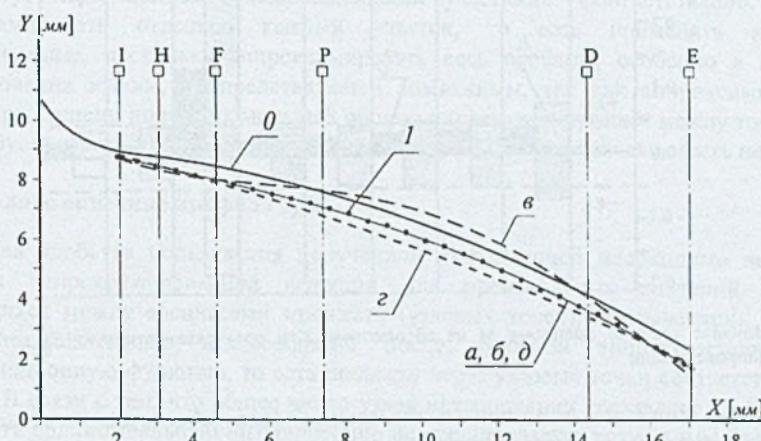


Рис. 2.2. Аппроксимация экспериментальных данных полиномами степени  $M=4$  0 - теоретический профиль, 1 - экспериментальные данные, а) степенной полиномом классический, б) степенной полиномом с нормированным базисом, в) полиномом Чебышева-1, г) полиномом Чебышева-2, д) полиномом Лежандра

Анализ результатов аппроксимации показывает, что погрешности аппроксимации классическим степенным полиномом, степенным полиномом с нормированным базисом и полиномом Лежандра практически одинаковы и столь невелики, что при принятом на рис. 2.2 масштабе изображения профиля зуба их аппроксимирующие функции сливаются с изображением экспериментально полученных значений координат изношенного профиля, тогда как полиномы Чебышева не обеспечивают требуемой точности аппроксимации.

Таким образом, полиномы Чебышева нецелесообразно применять для аппроксимации экспериментальных данных при исследовании износа зубьев передач данного класса.

В связи с тем, степенные полиномы и полином Лежандра при степенях до  $M=10$  дают практически одинаковые результаты (за исключением одного момента, о котором будет сказано ниже) в дальнейшем результаты обработки приводятся только для классического степенного полинома с естественным базисом. Для этого полинома на рис. 2.3 представлено влияние степени полинома на значения максимальных погрешностей аппроксимации - абсолютной  $E$  и среднеквадратичной  $E_Q$ .

Из диаграммы следует, что при степени  $M=3$  среднеквадратическое отклонение меньше погрешности измерения  $\epsilon=0.05 \text{ мм}$ , однако при этом следует учитывать, что 32% точек имеют отклонения, превышающие погрешность измерения. При степенях  $M=4$  и  $M=5$  таких точек всего 3% от их общего количества ( $N=31$ ).

При показателе  $M=8$  наблюдается так называемое биение, когда начинаютказываться вычислительные погрешности. Особенно сильно это проявляется при значительном отличии аргумента и функции по абсолютному значению. При применении полиномов с нормированным базисом явление биения не наблюдалось до степени  $M=10$ .

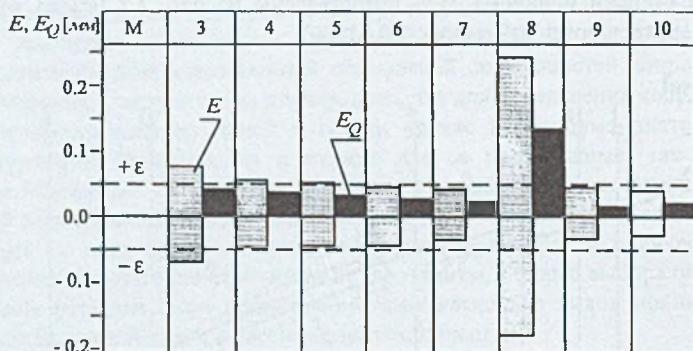


Рис. 2.3. Влияние степени полинома  $M$  на абсолютную  $E$  и среднеквадратичную  $E_Q$  погрешности аппроксимации

Анализ показал, что при минимальном (для обеспечения возможности вычисления второй производной) значении показателя степени полинома  $M=3$  экспериментальные значения слаживаются очень хорошо, однако при этом теряется существенная информация о кривизне профиля. При высоких степенях полинома ( $M=9\div 10$ ) аппроксимирующая кривая начинает проходить в непосредственной близости от экспериментальных точек и перестает отражать реальную форму профиля и, кроме того, усиливается влияние разности членов полинома высоких степеней, а также увеличивается риск переполнения разрядной сетки процессора компьютера при операциях с плавающей запятой.

Оптимальным видом базовой функции при аппроксимации изношенных профилей следует считать степенной полином с нормированным базисом. За минимальное значение степени полинома  $M_{min}$  следует принимать такую степень, при которой среднеквадратичное отклонение погрешности аппроксимации не превышает погрешность измерения:

$$E_{Q \min} = \sqrt{\frac{Q}{N}} \leq \varepsilon \quad (2.16)$$

а в качестве максимальной степени полинома  $M_{max}$  следует принимать такую степень, при которой 80-90% точек имеют погрешность аппроксимации меньшую, чем погрешность измерения:

$$\left\{ E_0, E_1, \dots, E_i, \dots, E_{N_1} \right\}, \quad E_i = |Y_i - Y_{ai}| \leq \varepsilon, \quad (2.17)$$

$$0 \leq i \leq N_1, \quad N_1 = (0.8 \div 0.9)N.$$

За оптимальное следует принимать среднее этих двух значений ( $M_{min}$  и  $M_{max}$ ) с округлением до целого в меньшую сторону.

Таким образом, профиль зуба описывается, как минимум, тремя дискретными множествами - дуга окружности впадин, для описания которой достаточно 4-5 точек; переходная кривая, для описания которой достаточно рассчитать координаты 5-10 точек; эвольвентный (либо изношенный) профиль, оптимальное число точек для описания которого определяется из условия, чтобы расстояние между ними не было больше ширины полоски герцовского контакта. Число массивов, описывающих профиль изношенного зуба, может быть больше единицы, так как участки изношенного зуба могут перемежаться с неизношенными участками. Соответственно, следует аппроксимировать отдельно каждый участок, то есть применять кусочную аппроксимацию, поскольку аппроксимировать весь профиль, особенно в процессе моделирования износа, не представляется возможным, так как аппроксимирующая кривая при степени полинома меньшей общего числа точек пройдет между точками, а, значит, будет зарегистрирован износ и участков зуба, где он физически быть не может.

### 2.1.3. Полное описание профиля зуба

Для удобства пользования полученной информацией необходимо вычислять значения аппроксимированной функции для произвольных значений абсцисс, находящихся между абсциссами множеств (узловых точек), описывающих профиль зуба. С этой целью целесообразно после кусочной аппроксимации найти интерполяционную функцию, то есть провести через узловые точки соответствующую кривую. В связи с тем, что общее число узлов интерполяции составляет 50-100 точек, применить полиномиальную интерполяцию не представляется возможным, так как для того, чтобы кривая прошла через все узлы, степень полинома должна равняться числу узлов, что может привести к большим погрешностям интерполяции между узловыми точками.

Наилучшие результаты в подобных случаях дает применение интерполяционных сплайнов, когда используется один вид полинома (обычно кубический) для проведения кривой между узлами, но число таких полиномов равно числу интервалов между узлами. Коэффициенты этих полиномов подбираются из условия гладкости кривой, проходящей через узлы. Схема сплайновой интерполяции представлена на рис. 2.4.

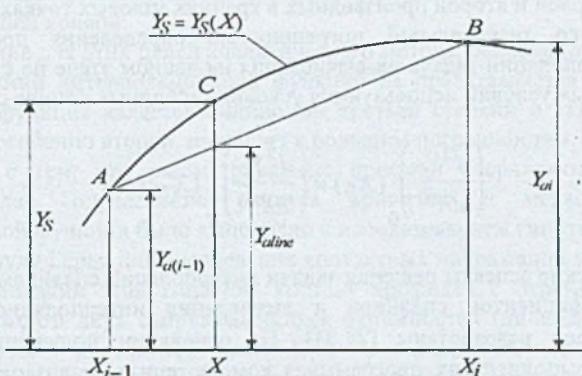


Рис. 2.4. Схема сплайновой интерполяции

Дифференциальное уравнение кубического сплайна  $Y_S$  имеет вид:

$$\frac{d^4 Y_S}{dX^4} = 0 \quad (2.18)$$

Соответственно, уравнение кубического сплайна, описывающего интерполяционную функцию на участке между узловыми точками А и В (см. рис. 2.4), запишется следующим образом:

$$Y_{Si}(X) = a_i + b_i(X - X_{i-1}) + c_i(X - X_{i-1})^2 + d_i(X - X_{i-1})^3 \quad (2.19)$$

где  $a_i, b_i, c_i, d_i$  - коэффициенты полинома:  
 $i=1,2,\dots,N$  - номер сплайна.

Коэффициенты сплайнов определяются из следующих условий:

- равенства значений сплайнов  $Y_S(X)$  и аппроксимируемой функции  $Y_a(X)$  в узлах (условие Лагранжа):

$$Y_{Si}(X_{i-1}) = Y_{ai}, \quad Y_{Si}(X_i) = Y_{ai}; \quad (2.20)$$

- непрерывность первой и второй производных от сплайнов в узлах:

$$\left( \frac{dY_S}{dX} \right)_i (X_i) = \left( \frac{dY_S}{dX} \right)_{i+1} (X_i), \quad (2.21)$$

$$\left( \frac{d^2 Y_S}{dX^2} \right)_i (X_i) = \left( \frac{d^2 Y_S}{dX^2} \right)_{i+1} (X_i). \quad (2.22)$$

- значения первой и второй производных в крайних узловых точках  $A_0$  и  $A_N$ .

В связи со значительной погрешностью определения производных при сплайновой интерполяции задача их вычисления на данном этапе не ставится. Тогда в качестве граничных условий используются условия свободных концов сплайнов:

$$\left( \frac{d^2 Y_S}{dX^2} \right)_0 (X_0) = \left( \frac{d^2 Y_S}{dX^2} \right)_N (X_N) = 0 \quad (2.23)$$

Теоретические аспекты решения задачи интерполяции сплайнами - определение множества коэффициентов сплайнов и вычисления интерполяционной функции достаточно хорошо разработаны [22,31]. На основании полученных алгоритмов Мудровым А.Е. выполнена их программная компьютерная реализация [52, с.96-104], которая и была использована в настоящей работе для вычисления множества коэффициентов сплайнов  $K_S$  и значения интерполяционной функции  $Y_S$  по этому множеству и заданной абсциссе профиля  $X$ :

$$K_S = \{(a_1, b_1, c_1, d_1), (a_2, b_2, c_2, d_2), \dots, (a_N, b_N, c_N, d_N)\}, \quad (2.24)$$

$$Y_S = Y_S(K_S, X). \quad (2.25)$$

Для решения задачи определения координат точки контакта несопряженных профилей необходимо располагать также возможностью вычислять ординату профиля в функции радиуса-вектора  $R$ :

$$R = \sqrt{(X_0 + X)^2 + Y_S^2}, \quad (2.26)$$

$$Y_S = Y_S(K_R, R), \quad (2.27)$$

что можно сделать, используя выражения (2.24) и (2.25), заменив в них абсциссы  $X$  на вычисленные по формуле (2.26) значения радиусов-векторов  $R$ .

**Коррекция ординаты интерполяционной функции.** Результаты применения программ Мудрова А.Е. показали, что если ординаты аппроксимированной функции на границах интервала значительно отличаются, то имеет место большая погрешность интерполяции. С целью уменьшения этой погрешности при вычислении интерполяционной функции внутри интервала было дополнительно введено ограничение этой функции по сравнению с ее значением в случае линейной интерполяции (см. рис. 2.4), то есть, если  $Y_S > (Y_{\text{aline}})_{\max}$ , то следует принять:

$Y_S = (Y_{\text{aline}})_{\max}$ , где  $(Y_{\text{aline}}) = Y_{a(i-1)} + \alpha(Y_{\text{aline}} - Y_{a(i-1)})$ . Значение коэффициента ограничения интерполяционной функции  $\alpha$  определялось на основании анализа качества интерполяции аппроксимированных кривых различного характера и было принято равным  $\alpha=1.5$ .

Для последующего определения геометрических характеристик точки контакта профилей и вычисления контактных напряжений необходимо кроме ординаты профиля между его узловыми точками знать также первую производную и радиус кривизны аппроксимирующей кривой.

Применение для этих целей аналитического метода, основанного на двукратном дифференцировании интерполяционной функции не представляется возможным, так как эта сплайн-функция является полиномом третьей степени и вычисление первой производной и, особенно второй, приводит к большим погрешностям.

В связи с тем, что рассматриваемые профили очерчивают зубья силовых зубчатых передач, определение радиуса кривизны и первой производной интерполяционной функции было выполнено с использованием гипотезы, позволившей применить формулу Герца для определения контактных напряжений в зубьях зубчатых передач. На основании этой гипотезы контакт профилей с переменной кривизной заменяется контактом двух соприкасающихся окружностей (цилиндров) с радиусами кривизны профиля в контактной точке. При этом считается, что ширина полоски контактной деформации реальных профилей и заменяющих их окружностей будет одинакова, а также предполагается одинаковым и закон распределения контактных напряжений.

На основании этих допущений в качестве соприкасающейся окружности принята окружность, проведенная через три точки: одна из которых является точкой

контакта, а две другие находятся от нее на расстоянии, не менее чем полуширина герцовской полоски контакта, формула для вычисления которой в случае контакта стальных тел с коэффициентом Пуассона  $\nu=0.3$ , имеет вид [77, с.638]:

$$b_H = 1.522 \sqrt{\frac{F_n}{b_l E} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}, \quad (2.28)$$

где  $F_n$  - нормальная сила, сжимающая контактирующие тела,

$b_l$  - длина контакта,

$E$  - приведенный модуль упругости,

$R_1, R_2$  - радиусы кривизны тел в контактной точке.

#### 2.1.4. Определение радиуса кривизны и первой производной кривой, описывающей профиль зуба

Схема определения радиуса кривизны  $R_K$  и производной интерполяционной функции  $S_f$  по трем опорным точкам  $K(X_K, Y_K)$ ,  $A(X_K-0.9b_H, Y_A)$  и  $B(X_K+0.9b_H, Y_B)$  представлена на рис. 2.5. Ординаты этих точек определяются из выражения (2.25).

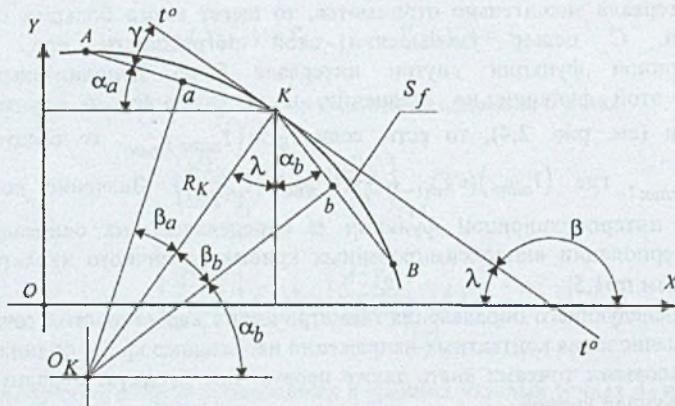


Рис. 2.5. Схема определения радиуса кривизны и первой производной аппроксимированной функции

Через середины хорд АК и КВ проводятся перпендикуляры к ним линии до пересечения в точке  $O_K$ , которая и будет центром кривизны сплайн функции  $S_f$  в точке К, а отрезок  $O_KK=R_K$  представляет собой искомый радиус кривизны. После несложных геометрических преобразований формулы для вычисления радиуса кривизны  $R_K$  и первой производной сплайн функции  $\dot{Y}_S$  можно представить в следующем виде:

$$R_K = \frac{S_a}{\sin \beta_a}, \quad (2.29)$$

$$\dot{Y}_S = \operatorname{tg} \beta = -\operatorname{tg}(\alpha_b + \beta_b), \quad (2.30)$$

где

$$\left. \begin{array}{l} \beta_a = \operatorname{arctg} \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma + \frac{S_b}{S_a}} \\ \beta_b = \operatorname{arctg} \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma + \frac{S_a}{S_b}} \\ S_a = 0.5 \sqrt{(X_K - X_A)^2 + (Y_K - Y_A)^2} \\ S_b = 0.5 \sqrt{(X_K - X_B)^2 + (Y_K - Y_B)^2} \\ \gamma = 0.5\pi - (\alpha_a + \alpha_b) \\ \alpha_a = \operatorname{arctg} \frac{Y_A - Y_K}{X_K - X_A} \\ \alpha_b = \operatorname{arctg} \frac{X_B - X_K}{Y_K - Y_B} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{- центральные углы полуходр } S_a \text{ и } S_b, \\ \text{- полуходры (aK и Kb,} \\ \text{- внешний угол треугольника aKb,} \\ \text{- углы наклона полуходр к осям координат.} \end{array}$$

При вычислении по формуле (2.29) радиус кривизны выпуклой кривой считается положительным, вогнутой - отрицательным. При стрелке дуг, стягиваемых хордами АК и КВ (см. рис. 2.5), не превышающей высоту микронеровностей для данного класса шероховатости зуба, кривая считалась плоской, однако, чтобы не исказить результат определения контактных напряжений и, в то же время, чтобы не вызвать переполнение разрядной сетки процессора вычислительной машины, радиус кривизны принимался равным конечному, достаточно большому числу,. При модуле зацепления 6+16 мм максимальное значение радиуса можно принять в пределах 4+5 м.

Для того, чтобы предложенный метод был работоспособен при совпадении контактной точки с конечной точкой профиля (вершина зуба) в дискретное множество координат, описывающих профиль зуба, вводилась дополнительная фиктивная точка. Эта точка использовалась только для определения радиуса кривизны и первой производной.

Координаты фиктивной точки определялись следующим образом. Выделялось небольшое дополнительное множество из пяти точек  $K_5$ , примыкающих к вершине зуба. Абсцисса фиктивной точки принималась равной абсциссе вершины зуба, увеличенной на  $\Delta x = 0.05b_H$ . Ордината фиктивной точки определялась экстраполированием с помощью полинома Лагранжа [52, с.72], найденного для дополнительного множества  $K_5$ .

## 2.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ТОЧКИ КОНТАКТА ПРОФИЛЕЙ ИЗНОШЕННЫХ ЗУБЬЕВ

Геометрически задача определения координат точки контакта кривых, описывающих профили контактирующих зубьев, сводится к нахождению точки касания двух жестких кривых, вращающихся относительно неподвижных центров. Причем рассмотрению подлежит только касание первого порядка, поскольку для твердых тел, какими являются зубья зубчатых колес, касание второго порядка физически не возможно.

Схема постановки задачи об определении координат контактной точки представлена на рис. 2.6.

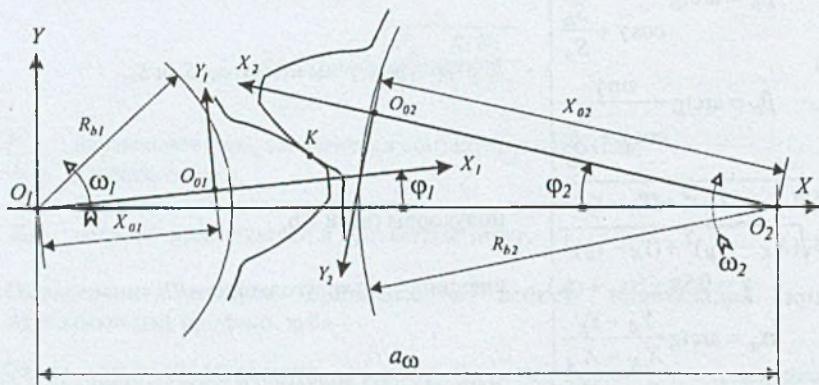


Рис. 2.6. Схема контакта профилей изношенных зубьев

Исходными параметрами для определения положения точки контакта  $K$  являются:

- неподвижные центры вращения профилей  $O_1$  и  $O_2$ , находящиеся на расстоянии, равном  $a_\omega$  - межосевому расстоянию зубчатой передачи,
- подвижные системы координат  $X_1O_1Y_1$  и  $X_2O_2Y_2$ , в которых с помощью интерполяционных функций  $Y_{S1} = Y_{S1}(K_{S1}, X_1)$  и  $Y_{S2} = Y_{S2}(K_{S2}, X_2)$  описаны профили контактирующих зубьев, а также определяется положение точки контакта в ее относительном движении,
- неподвижная система координат  $XO_1Y$ , в которой определяется положение точки контакта в ее абсолютном движении,
- угол поворота подвижной системы координат  $X_1O_1Y_1$  -  $\varphi_1$ , определяющий положение ведущего профиля.

Задача сводится к определению следующих параметров:

- координат точки контакта  $K$  в неподвижной системе координат  $XO_1Y$ ,
- координат точки контакта  $K$  подвижных системах  $X_1O_1Y_1$  и  $X_2O_2Y_2$ ,
- положение ведомого профиля, определяемое углом  $\varphi_2$ .

## 2.2.1. Графический метод определения координат контактной точки

Для решения поставленной задачи вначале был применен метод непосредственного графического моделирования [75]. Профили изношенных зубчатых колес изготавливались из тонкого жесткого материала в масштабе 10:1 и моделировался процесс зацепления зубьев по схеме, представленной на рис. 2.6. Положение точки контакта отмечалось на контактирующих профилях и на неподвижной плоскости, относительно которой они вращались.

Несмотря на невысокую точность метода графического моделирования, полученные результаты исследования зацепления изношенных профилей подтвердили целесообразность проведения дальнейших исследований.

Позднее были разработаны теоретические основы исследования зацепления квазисопряженных профилей зубьев зубчатых передач, что позволило создать математическую модель определения точки их контакта и использовать, в связи с большим объемом вычислений, компьютерные технологии [56,59].

### 2.2.2. Аналитический метод определения координат контактной точки

В основу определения точки касания профилей положено известное из дифференциальной геометрии утверждение, что при касании плоских кривых их касательные в точке касания совпадают [41, с.520].

Схема определения координат точки контакта квазисопряженных профилей представлена на рис. 2.7.

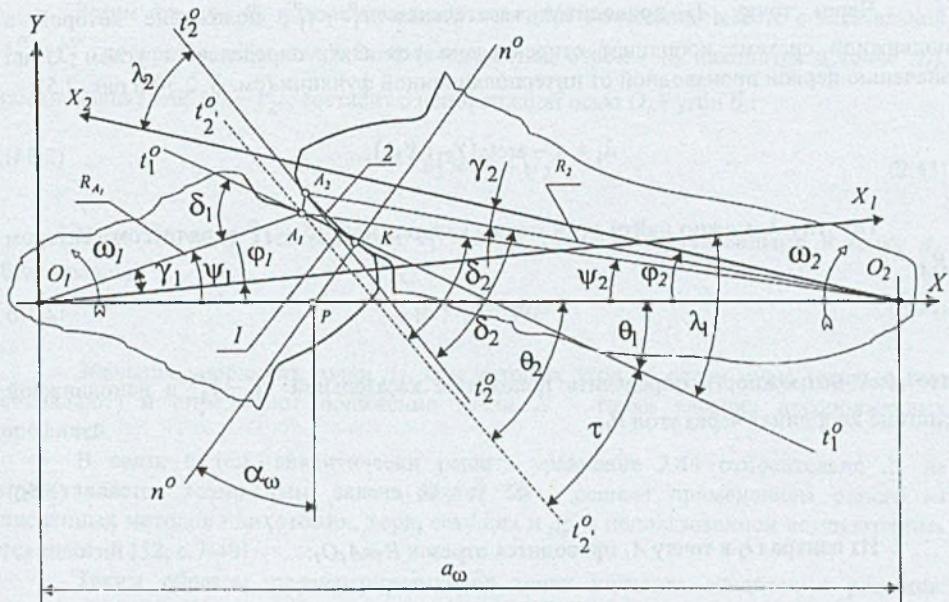


Рис. 2.7. Схема определения координат точки контакта изношенных профилей

Два профиля 1 и 2, описанные интерполяционными функциями  $Y_{S1} = Y_{S1}(K_{S1}, X_1)$  в системе координат  $X_1O_1Y_1$  и  $Y_{S2} = Y_{S2}(K_{S2}, X_2)$  в системе координат  $X_2O_2Y_2$ , вращаются вместе с этими системами вокруг неподвижных центров  $O_1$  и  $O_2$ , зафиксированных в неподвижной системе координат  $XO_1Y_1$ . Кроме того, профиль 2 дополнительно описывается функцией  $Y_{S2} = Y_{S2}(K_{R2}, R_2)$  (см. формулу 2.26).

Положение ведущего звена - профиля 1 - задается в этой системе углом  $\varphi_1$ , отсчитываемом от положительного направления оси  $O_1X$  в сторону его угловой скорости  $\omega$ . Положение ведомого профиля 2 отсчитывается от оси  $O_2X$  также в направлении его вращения, то есть по часовой стрелке.

На профиле  $I$  выделяется некоторая точка  $A_I(X_I, Y_{SI})$  радиус-вектор которой  $R_{A_I}$  составляет с осью  $O_I X$  угол  $\psi_I$ :

$$R_{A_I} = \sqrt{(X_{0I} + X_I)^2 + Y_{SI}^2}, \quad (2.31)$$

$$\gamma_I = \operatorname{arctg} \frac{Y_{SI}}{X_{0I} + X_I}, \quad (2.32)$$

$$\psi_I = \varphi_I + \gamma_I, \quad (2.33)$$

Через точку  $A_I$  проводится касательная  $t_I^o - t_I^o$ , положение которой в подвижной системе координат относительно оси  $O_I X_I$  определяется углом  $\lambda_I$  по значению первой производной от интерполяционной функции (см. ф. 2.30 и рис. 2.5):

$$\lambda_I = \pi - \operatorname{arcig}(\dot{Y}_{S1}(X_I)). \quad (2.34)$$

По углу  $\lambda_I$  можно найти угол между касательной  $t_I^o - t_I^o$  и радиусом-вектором  $R_{A_I}$ :

$$\delta_I = \gamma_I + \lambda_I, \quad (2.35)$$

что дает возможность определить положение касательной  $t_I^o - t_I^o$  в неподвижной системе координат через угол  $\theta_I$ :

$$\theta_I = \delta_I - \psi_I. \quad (2.36)$$

Из центра  $O_2$  в точку  $A_I$  проводится отрезок  $R_2 = A_I O_2$ :

$$R_2 = \sqrt{(a_\omega - R_{A_I} \cos \psi_I)^2 + (R_{A_I} \sin \psi_I)^2}, \quad (2.37)$$

который составляет с осью  $O_I X$  угол  $\psi_2$ :

$$\psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{R_{A_I} \sin \psi_I}{a_\omega - R_{A_I} \cos \psi_I}. \quad (2.38)$$

Координаты точки  $A_2$  в подвижной системе  $X_2 O_2 Y_2$  из очевидных зависимостей будут равны:

$$\left. \begin{aligned} Y_{S2} &= Y_{S2}(K_{R2}, R_2) \\ X_2 &= \sqrt{R_2^2 - Y_{S2}^2} - X_{02} \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

Отрезок  $R_2$  поворачивается вокруг центра  $O_2$  до совмещения его конца с профилем 2 в точке  $A_2$ , через которую проводится касательная  $t_2^o - t_2^o$ , положение которой определяется соответствующими углами  $\lambda_2$  и  $\delta_2$ :

$$\lambda_2 = \pi - \operatorname{arctg}(\dot{Y}_{S2}(X_2)). \quad (2.40)$$

$$\gamma_2 = \operatorname{arctg} \frac{Y_{S2}}{X_{02} + X_2}, \quad (2.41)$$

$$\delta_2 = \gamma_2 + \lambda_2, \quad (2.42)$$

Затем отрезок  $R_2$  поворачивается в исходное положение вместе с касательной  $t_2^o - t_2^o$ , которая в этом положении (когда конец отрезка  $R_2$  находится в точке  $A_1$ ), обозначенная как  $t_2^o - t_2^o$ , составит с неподвижной осью  $O_1X$  угол  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \delta_2 + \psi_2. \quad (2.43)$$

Угол  $\tau$  между касательными  $t_1^o - t_1^o$  и  $t_2^o - t_2^o$ , приведенными в точку  $A_1$ , будет равен:

$$\tau = \theta_2 - \theta_1. \quad (2.44)$$

Значения координат точки  $A_1$ , при которых угол  $\tau$  равен нулю (касательные совпадают) и определяют положение точки  $K$  - точки касания несопряженных профилей.

В связи с тем, аналитически решить уравнение 2.44 относительно  $X$ , не представляется возможным, задача может быть решена применением одного из численных методов - дихотомии, хорд, секущих и др. с использованием компьютерных технологий [52, с.7-40].

Таким образом, задача определения точки контакта сводится к решению трансцендентного уравнения с одним неизвестным -  $X$ , - вида:

$$|(\gamma_2 + \lambda_2 + \psi_2) - (\gamma_1 + \lambda_1 - \psi_1)| \leq \varepsilon_\lambda, \quad (2.45)$$

где  $\varepsilon_\lambda$  - точность решения уравнения по углу  $\lambda$ , которую можно в первом приближении принимать численно равной допустимой погрешности определения передаточного числа исследуемой передачи:  $\varepsilon_\lambda = (0.0001 \div 0.0002)u$ .

По найденному корню уравнения (2.45) -  $X$ , вычисляются координаты точки  $K$  в неподвижной и поворотных системах координат, положение профиля 2, определяемое углом  $\varphi_2$ , а также угол зацепления  $\alpha_\omega$ , определяемый как угол между общей нормалью  $n''-n''$  к профилям и перпендикуляром к линии центров  $O_1O_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_2 = \psi_2 + \gamma_2 \\ \alpha_\omega = \theta_1 = \theta_2 \end{array} \right\}. \quad (2.46)$$

Общая нормаль к профилям  $n^n$ - $n^o$ , определяет линию действия нормальной силы в зацеплении, а точка пересечения этой нормали с осью  $O_1X$  представляет собой положение мгновенного полюса зацепления  $P$ .

На основании результатов, полученных для множества значений угла поворота ведущего звена  $\varphi_{1\min} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{2\max}$ , выполняется исследование кинематики зацепления квазисопряженных (изношенных) профилей.

### 2.2.3. Численный метод определения координат контактной точки

Анализ результатов определения координат точки касания профилей по рассмотренной методике показал, что зона нулевого значения корня уравнения (2.45) имеет значительную протяженность и определение корня с требуемой точностью возможно только для профилей, описываемых аналитическими функциями, например эвольвентных, тогда как для квазисопряженных профилей, описанных аппроксимирующими с последующей сплайновой интерполяцией функциями, найти точное решение весьма затруднительно. В связи с этим решение задачи разбивается на два этапа.

На первом этапе производится предварительное определение зоны контакта квазисопряженных профилей, так как в отличие от эвольвентных профилей, для которых точка контакта всегда располагается на прямой, касательной к основным окружностям, линия зацепления изношенных зубьев является криволинейной, форма ее заранее неизвестна и подлежит определению.

Для этого, при заданном угле  $\varphi_1$ , определяющем положение ведущего звена, ведомый профиль устанавливается в такое положение, чтобы между профилями в направлении теоретической линии зацепления был зазор  $E$ , равный 1-2% от модуля зацепления (рис. 2.8).

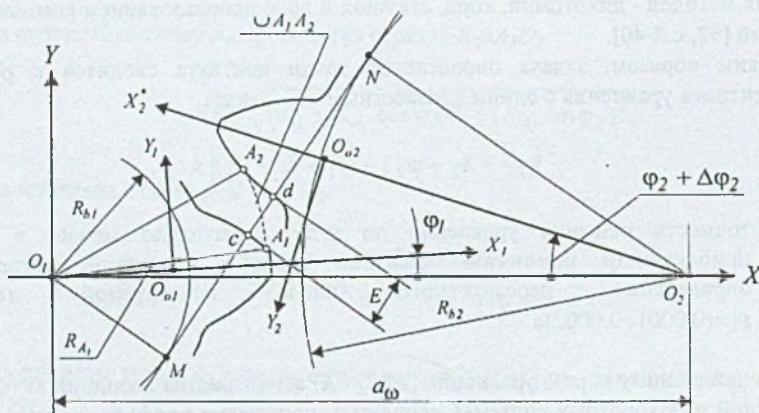


Рис. 2.8. Схема предварительного определения положения зоны контакта изношенных профилей зубьев

В этом положении для текущего значения абсциссы ведущего профиля  $X_1$  (в подвижной системе координат  $X_1O_1Y_1$ ) вычисляется радиус-вектор  $R_{A_1}$ , определяющий положение точки  $A_1$  на профиле. Затем радиус-вектор  $R_{A_1}$  поворачивается относительно центра  $O_1$ , при этом его конец описывает дугу до пересечения с ведомым профилем в точке  $A_2 \cup A_1A_2$ . Изменяя  $X_1$  в пределах рабочей части ведущего профиля  $X_{min} \leq X_1 \leq X_{max}$ , можно найти минимальное значение длины дуги  $\cup A_1A_2$ .

Однако зона минимального значения этой дуги является весьма протяженной, в связи с чем целесообразно ограничить ее, приняв допущение, что искомая точка контакта находится в средней части этой зоны в пределах ширины полоски герцовского контакта  $-2b_H$  (см. ф. 2.28).

На втором этапе в пределах выделенной зоны методом дихотомии (половинного деления) решается трансцендентное уравнение 2.45 и определяются параметры контакта.

Таким образом, для решения задачи определения координат контактной точки по предложенной схеме необходимо предварительно решить две вспомогательные задачи:

- развести профили на расстояние  $E$ ,
- найти длину дуги, описываемой текущим радиусом-вектором  $R$ , до ее пересечения с контактирующим профилем.

Алгоритм определения положения ведомого звена при разводе профилей. Схема разведения профилей представлена на рис. 2.9. Задача сводится к определению по заданному положению ведущего профиля  $\varphi_1$ , положения ведомого профиля, определяемого углом  $\varphi_2$ , при котором расстояние между профилями, измеренное по теоретической линии зацепления  $MN$ , будет равно  $cd=E$ .

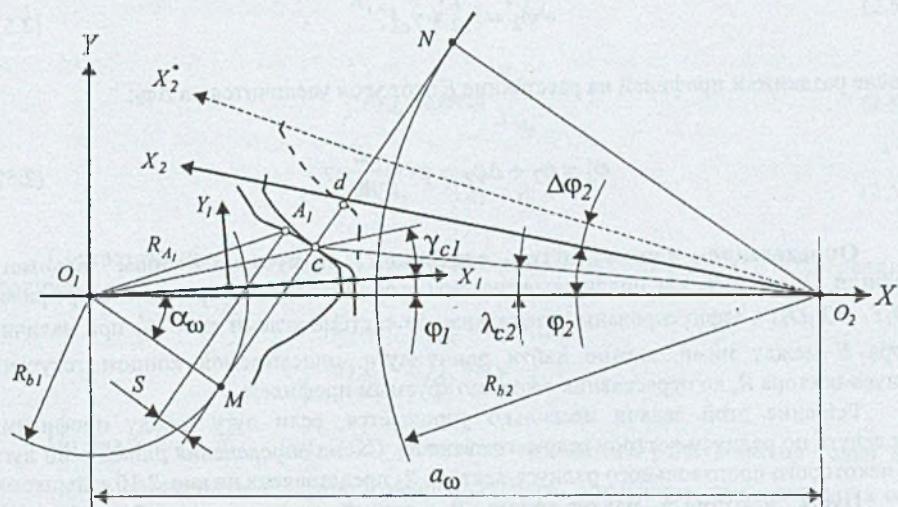


Рис. 2.9. Схема подготовки к первому этапу определения зоны контакта изношенных профилей зубьев

Для текущего значения радиуса-вектора  $R_{A_1}$  вычисляется разность между радиусом основной окружности  $R_b$ , и проекцией  $R_{A_1}$  на направление отрезка  $O_1M$ , то есть отрезок  $S$ , равенство которого нулю является условием пересечения ведущим профилем теоретической линии зацепления

$$S = R_{b1} - R_{A_1} \cos(\alpha_\omega + \varphi_1 + \gamma_{A_1}) = 0. \quad (2.47)$$

Корнем уравнения 2.47, решаемого численным методом, является радиус-вектор  $R_{c1}$  (при  $S=0$   $R_{A_1} = R_{c1}$ ) и, соответственно, его угловая координата  $\gamma_{c1}$ , что позволяет вычислить координаты точки  $c$  в неподвижной системе координат  $XO_1Y$ :

$$\left. \begin{array}{l} X_{c1} = R_{c1} \cos(\gamma_{c1} + \varphi_1) \\ Y_{c1} = R_{c1} \sin(\gamma_{c1} + \varphi_1) \end{array} \right\}. \quad (2.48)$$

По этим координатам находится радиус-вектор  $R_{c2}$  и его угол относительно оси  $O_1X$ :

$$R_{c2} = \sqrt{(a_\omega - X_{c1})^2 + Y_{c1}^2}. \quad (2.49)$$

$$\lambda_{c2} = \arctg \frac{Y_{c1}}{a_\omega - X_{c1}}. \quad (2.50)$$

Соответственно, положение ведомого профиля определится углом:

$$\varphi_2 = \lambda_{c2} + \gamma_{c2}, \quad (2.51)$$

а после раздвижки профилей на расстояние  $E$  этот угол увеличится на  $\Delta\varphi_2$ :

$$\varphi'_2 = \varphi_2 + \Delta\varphi_2 = \varphi_2 + \frac{E}{R_{b2}}. \quad (2.52)$$

**Определение длины дуги, описанной радиусом-вектором ведомого профиля.** После того, как подвижные системы координат квазисопряженных профилей  $X_1O_1Y_1$  и  $X_2O_2Y_2$ , зафиксированы в неподвижной системе углами  $\varphi_1$  и  $\varphi'_2$  при наличии зазора  $E$  между ними, можно найти длину дуги, описываемой концом текущего радиуса-вектора  $R$ , до пересечения с контактирующим профилем.

Решение этой задачи несколько упрощается, если дугу между профилями определять по радиусу-вектору ведомого звена  $R_2$ . Схема определения длины этой дуги для некоторого произвольного радиуса-вектора  $R_2$  представлена на рис. 2.10.

Пусть некоторый радиус-вектор  $R_2$ , взятый из интервала  $R_{2min} \leq R_2 \leq R_{2max}$ , определяется с использованием выражений 2.27 и 2.41 положение точки  $A_0$  на ведомом профиле. Угол между этим радиусом-вектором и осью  $O_1X$  будет равен:

$$\lambda_{2A_0} = \varphi_2' - \gamma_2. \quad (2.53)$$

По углу  $\lambda_{2A_0}$  определяются координаты точки  $A_0$  в неподвижной системе координат  $XO_1Y_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} X_{A_0} = a_\omega - R_2 \cos \lambda_{2A_0} \\ Y_{A_0} = R_2 \sin \lambda_{2A_0} \end{array} \right\} \quad (2.54)$$

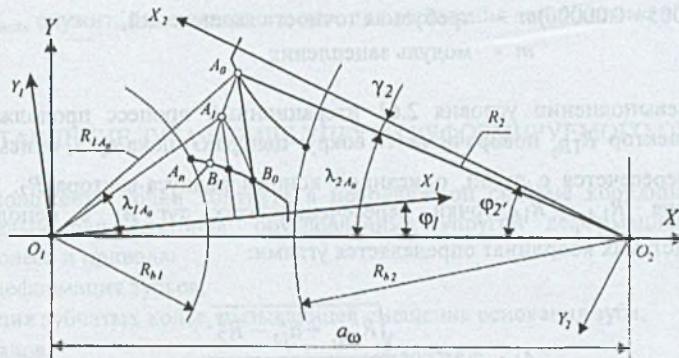


Рис. 2.10. К определению длины дуги  $\cup A_0 A_n$ , описанной радиусом-вектором  $R_2$

Затем из центра  $O_1$  в точку  $A_0$  проводится радиус-вектор  $R_{1A_0}$ , положение которого в неподвижной системе координат определяется углом  $\lambda_{1A_0}$ , а в подвижной  $X_1O_1Y_1$  - углом  $\psi_{1A_0}$ :

$$R_{1A_0} = \sqrt{X_{A_0}^2 + Y_{A_0}^2}, \quad (2.55)$$

$$\lambda_{1A_0} = \arctg \frac{Y_{A_0}}{X_{A_0}}, \quad (2.56)$$

$$\psi_{1A_0} = \lambda_{1A_0} - \varphi_1. \quad (2.57)$$

Соответственно, точка  $A_0$  в подвижной системе  $X_1O_1Y_1$  определится координатами:

$$\left. \begin{array}{l} X_{1A_0} = R_{1A_0} \cos \psi_{1A_0} \\ Y_{1A_0} = R_{1A_0} \sin \psi_{1A_0} \end{array} \right\} \quad (2.58)$$

По значению  $X_{1A_0}$  (см. 2.25) находится ордината и радиус-вектор точки  $B_0$ , находящейся на ведущем профиле и перпендикуляре, опущенном из точки  $A_0$  на ось  $O_1X_1$ :

$$Y_{S1B_0} = Y_{S1B_0}(K_{S1}, X_{1A_0} - X_{01}), \quad (2.59)$$

$$R_{1B_0} = \sqrt{X_{1A_0}^2 + Y_{S1B_0}^2}. \quad (2.60)$$

Условием пересечения дуги, описываемой концом радиуса-вектора  $R_2$ , с ведущим профилем является равенство ординат точек  $B_0$  и  $A_0$  в подвижной системе координат  $X_OY_I$ :

$$|Y_{IA_0} - Y_{SIB_0}| \leq \varepsilon, \quad (2.61)$$

где  $\varepsilon = (0.00005 \div 0.00006)m$  - требуемая точность вычислений,  
 $m$  - модуль зацепления.

При невыполнении условия 2.61 итерационный процесс продолжается. Для этого радиус-вектор  $R_{IB_0}$  поворачивается вокруг центра  $O_I$  пока дуга, описываемая его концом, не пересечется с дугой, описанной концом радиуса-вектора  $R_2$ . Положение радиуса-вектора  $R_{IA_1} = R_{IB_0}$  точки пересечения этих дуг  $A_1$  в неподвижной и подвижной системах координат определяется углами:

$$\lambda_{IA_1} = \arccos \frac{\sqrt{R_{IA_1}^2 + a_\omega^2 - R_2^2}}{2R_{IA_1}a_\omega}. \quad (2.62)$$

$$\psi_{IA_1} = \lambda_{IA_1} - \varphi_1. \quad (2.63)$$

Соответственно, координаты точки  $A_1$  в поворотной системе координат будут равны:

$$X_{IA_1} = R_{IA_1} \cos \psi_{IA_1};$$

$$Y_{IA_1} = R_{IA_1} \sin \psi_{IA_1}.$$

Аналогично, по значению  $X_{IA_1}$  находится ордината и радиус-вектор точки  $B_1$ , находящейся на ведущем профиле и перпендикуляре, опущенном из точки  $A_1$  на ось  $O_I X_I$ :

$$Y_{SIB_1} = Y_{SIB_1}(K_{SI}, X_{IA_1} - X_{O_1}).$$

$$R_{IB_1} = \sqrt{X_{IA_1}^2 + Y_{SIB_1}^2}.$$

Далее производится проверка условия 2.61, при невыполнении которого итерационный процесс продолжается. Предложенный алгоритм обладает быстрой сходимостью по условию 2.61 и при числе итераций  $n=5 \div 6$  это условие уже выполняется, то есть точка  $A_n$  дуги радиуса-вектора  $R_2$  находится на ведущем профиле. В этом положении угол между радиусом  $R_2$  и осью  $O_I X$  будет равен:

$$\lambda_{2A_n} = \operatorname{arctg} \frac{R_{IA_n} \sin \lambda_{IA_n}}{a_\omega - R_{IA_n} \cos \lambda_{IA_n}}, \quad (2.64)$$

Соответственно, центральный угол дуги  $OA_n$  будет равен:

$$\theta = \lambda_{2A_0} - \lambda_{2A_n}. \quad (2.65)$$

Окончательно, искомая длина дуги для данного радиуса-вектора  $R_2$  будет равна

$$S_{A_0 A_n} = R_2 \theta. \quad (2.66)$$

Множество длин дуг, вычисленное для радиусов-векторов из интервала  $R_{2min} \leq R_2 \leq R_{2max}$ , служит, как показано выше, для выделения зоны контакта изношенных профилей.

### 2.3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗУБА В ВИДЕ УПРУГОГО ДЕФОРМИРУЕМОГО ОБЪЕКТА

На положение точки контакта в неподвижной системе координат оказывает влияние целый ряд факторов, обусловленных упругой деформацией элементов зубчатого колеса и привода:

- упругая деформация зубьев,
- деформация зубчатых колес, вызывающей смещение основания зуба,
- прогиб валов,
- смещение зон контакта подшипников,
- деформация корпуса привода машины.

В настоящей работе учитывались только деформация зубьев, влияние остальных факторов на положение точки контакта считалось незначительным, что, однако, не исключает дальнейшего совершенствования разработанных методик расчета путем учета этих факторов.

В общем случае перемещение зоны контакта зубьев единичной длины в направлении линии действия удельной нормальной нагрузки  $q_n$  можно представить в виде суммы двух составляющих:

$$\delta = \delta_V + \delta_H, \quad (2.67)$$

где  $\delta_V$  - объемная деформация зуба в точке приложения силы;

$\delta_H$  - контактная деформация (смещение центров кривизны контактирующих объектов).

Погонная нагрузка  $q_n$  определяется из выражения:

$$q_n = \frac{T}{b_l R_b}, \quad (2.68)$$

где  $T$  - вращающий момент, приложенный к зубчатому колесу,

$b_l$  - ширина зубчатого венца,

$R_b$  - длина перпендикуляра, опущенного из центра вращения на общую нормаль в точке контакта профилей.

Определение перемещения точки контакта в результате объемной деформации зуба производилось, с целью сравнительной оценки, двумя методами - аналитическим методом и методом конечных элементов.

### 2.3.1. Определение прогиба зуба в точке приложения силы аналитическим методом

Как показал проведенный анализ, влиянием искажения профиля (в результате износа зуба) на жесткость зубьев можно пренебречь, поэтому был использован известный прием моделирования зуба в виде трапецидальной призмы, основание которой вписывается в зуб, очерченный эвольвентными профилями [45, 104, 113].

Схема формирования модели зуба представлена на рис. 2.11.

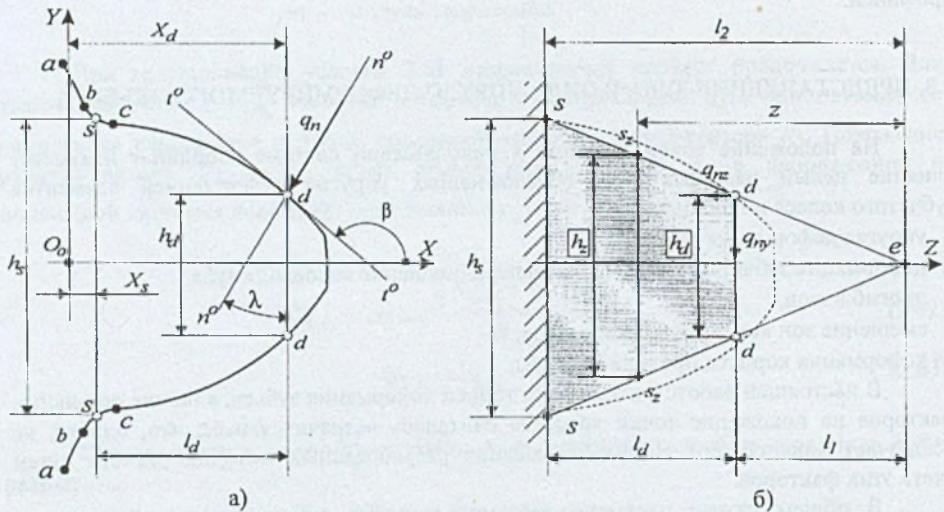


Рис. 2.11. Схема формирования модели упруго деформируемого зуба а) торцевое сечение зуба, б) торцевое сечение модели зуба

Зуб в торцевом сечении (см. рис. 2.11а) нагружен силой  $q_n$ , действующей по нормали  $n^o-n^o$  к профилю в точке  $d$ , с ординатой  $X_d$ . Нормаль  $n^o-n^o$  составляет с отрезком  $d-d$  угол  $\lambda$ , определяемый в функции угла наклона касательной  $l^o-l^o$  (то есть угла  $\beta$ ):

$$\lambda = \pi - \beta = \pi - \arctg(Y_S(X_d)), \quad (2.69)$$

где  $Y_S$  – первая производная функции, описывающей профиль зуба (см. выражение 2.30).

Поперечное сечение модели зуба представляет собой равнобочную трапецию, определяемую в системе координат  $XO_0Y$  следующими размерами (рис. 2.11б):

- большее основание равно ширине зуба в средней части его переходной кривой:

$$h_s = ss = 2 \left( \frac{Y_S(X_a) + Y_S(X_b)}{2} \right), \quad (2.70)$$

- меньшее основание равно ширине зуба в точке приложения нагрузки  $q_n$ :

$$h_d = dd = 2Y_S(X_d), \quad (2.71)$$

- высота определяется разностью абсцисс точки приложения силы и сечения ss:

$$l_d = X_d - X_s. \quad (2.72)$$

Модель нагружена составляющими полной погонной нагрузки  $q_n$ :

$$\left. \begin{array}{l} q_{ny} = q_n \cos \lambda \\ q_{nz} = q_n \operatorname{tg} \lambda \end{array} \right\} \quad (2.73)$$

В связи с переходом к удельной нагрузке  $q_n$  целесообразно принять длину трапециoidalной консольной балки равной единице.

Размеры и координаты поперечных сечений балки удобнее выразить в функции координаты  $z$ , отсчитываемой от точки  $e$  пересечения продолжения боковых сторон трапеции:

$$l_1 = \frac{h_d l_d}{h_s - h_d}, \quad (2.74)$$

$$l_2 = \frac{h_s l_d}{h_s - h_d} \quad (2.75)$$

$$h_z = \frac{h_s - h_d}{l_d} z \quad (2.76)$$

В основу метода определения перемещений положена теорема Кастильяно о том, что перемещение точки приложения силы по направлению ее действия равно частной производной от потенциальной энергии по этой силе [77 с.332].

Для плоской системы, пренебрегая влиянием на величину перемещений осевых сил, потенциальная энергия упругой модели выразится формулой:

$$U = U_{uz} + U_{cd}. \quad (2.78)$$

где  $U_{uz} = \int_z \frac{M^2(z) dz}{2EJ}$  - потенциальная энергия изгибной деформации,

$U_{cd} = \int_z k \frac{Q^2(z) dz}{2GA}$  - потенциальная энергия при сдвиге.

Применяя правило дифференцирования по параметру  $q_{ny}$ , находим перемещение в направлении перпендикуляра к оси симметрии зуба:

$$\delta_{V_y} = \delta_{V_{uz}} + \delta_{V_{cd}}, \quad (2.79)$$

где  $\delta_{V_{u3}} = \frac{\partial U_{u3}}{\partial q_{ny}} = \int_{l_1}^{l_2} \frac{M(z)dz}{EJ} \frac{\partial M(z)}{\partial q_{ny}}$  - прогиб в точке приложения силы,  
 $\delta_{V_{cd}} = \frac{\partial U_{cd}}{\partial q_{ny}} = \int_{l_1}^{l_2} k \frac{Q(z)dz}{GA} \frac{\partial Q(z)}{\partial q_{ny}}$  - сдвиг точки приложения силы.

Величины, входящие в формулы (2.78) и (2.79), имеют следующие значения:  
 $M(z) = -q_{ny}(z - l_1) + M_d$  - внутренний изгибающий момент в сечении  $S_zS_z$ ,

$M_d = (q_{ny} \operatorname{tg} \lambda) \frac{h_d}{2} = \text{const}$  - внутренний момент от действия нагрузки  $q_{nz}$ .

$Q(z) = q_{ny}$  - внутренняя поперечная сила,

$k$  - коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения, для прямоугольника  $k=1.2$  [84, с.171],

$E$  и  $G$  - модули упругости материала зуба соответственно первого и второго рода,

$J = \frac{1}{12} h_z^3 = \frac{1}{12} \left( \frac{h_s - h_d}{l_d} z \right)^3$  - момент инерции поперечного сечения балки единичной длины,

$A = 1 \cdot h_z = \frac{h_s - h_d}{l_d} z$  - площадь поперечного сечения балки.

Обозначив через  $C_1 = \frac{12l_d^3 q_{ny}}{E(h_s - h_d)^3}$  и  $C_2 = \frac{h_d}{2} \operatorname{tg} \gamma$ , после соответствующих

математических преобразований формула для вычисления перемещений при изгибе примет вид:

$$\delta_{V_{u3}} = C_1 \left[ \ln \frac{l_2}{l_1} - (2l_1 + C_2) \left( \frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} \right) + \frac{l_1}{2} (l_1 + C_2) \left( \frac{1}{l_1^2} + \frac{1}{l_2^2} \right) \right]. \quad (2.80)$$

Соответственно, перемещения при сдвиге можно вычислять по формуле:

$$\delta_{V_{cd}} = \frac{k l_d q_{ny}}{(h_s - h_d) G} \ln \frac{l_2}{l_1}. \quad (2.81)$$

Окончательно, смещение точки контакта в результате объемной деформации зуба по линии действия нормальной силы будет равно:

$$\delta_V = (\delta_{V_{u3}} + \delta_{V_{cd}}) \cos \gamma. \quad (2.82)$$

### 2.3.2. Определение прогиба зуба в точке приложения силы методом конечных элементов

Метод конечных элементов относится к вариационным методам теории упругости и позволяет оценивать напряженно-деформированное состояние плоских и объемных элементов конструкций [8].

Для моделирования деформированного состояния зуба в настоящей работе была использована лицензионная компьютерная технология PRO-MES 4.3 фирмы «PRO-SOFT», предоставленная кафедрой «Механика роботов и машин» Силезского технического университета.

Модель зуба формировалась путем вырезания зуба из зубчатого колеса двумя плоскостями, проведенными через середины соседних впадин и ось вращения. Полученный сектор отсекался плоскостью, перпендикулярной оси симметрии зуба на расстоянии от его основания, равном примерно двум модулям зацепления, что меньше минимальной рекомендуемой толщины обода зубчатого колеса [46].

Схема формирования модели зуба представлена на рис. 2.12.

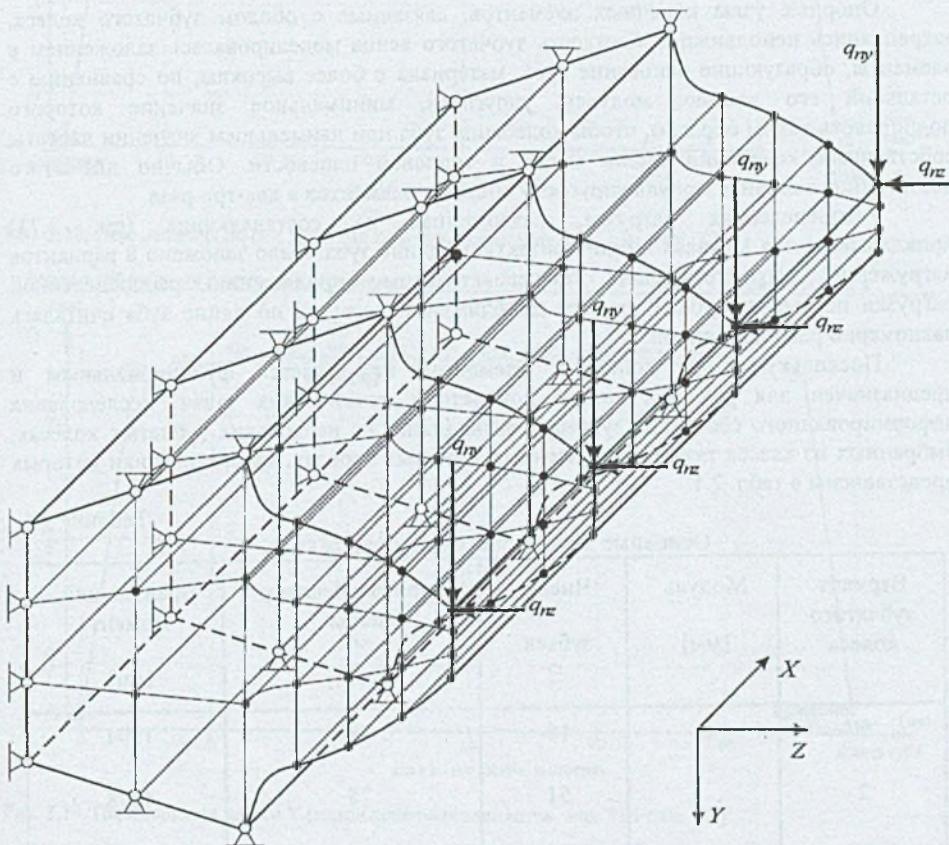


Рис. 2.12. Схема формирования модели для исследования деформированного состояния зуба методом конечных элементов (54 элемента, всего узлов - 112, опорных - 32)

Конечные элементы формировались плоскостями, проведенными с определенным шагом по длине зуба и перпендикулярно оси симметрии зуба. Полученные трапецидальные призмы рассекались плоскостями параллельными

образующей зуба, проведенными через основания трапеций, равномерно разбитых на три-четыре отрезка.

Увеличение числа конечных элементов способствует повышению достоверности результатов, но при этом усложняется ввод исходной информации, возникают вычислительные трудности. Как показал опыт эксплуатации программы PRO-MES 4.3, для эффективного решения задач данного класса число конечных элементов не должно превышать 1000.

Окончательный вариант модели зуба содержит 585 восьмигранных элементов и насчитывает 896 узлов, из которых 128 являются опорными. Для облегчения контроля за правильностью ввода трехмерных координат узлов все элементы были разбиты на четыре группы - опора, персходная часть, ножка зуба и головка зуба.

Опорные узлы конечных элементов, связанные с ободом зубчатого колеса, закреплялись неподвижно. Жесткость зубчатого венца моделировалась заложением в элементы, образующие основание зуба, материала с более высоким, по сравнению с остальной его частью, модулем упругости, минимальное значение которого подбиралось таким образом, чтобы колебания зуба при наименьшем значении частоты собственных колебаний имели место в торцовой плоскости. Обычно для этого достаточно увеличить модуль упругости опорных элементов в два-три раза.

Распределенная нагрузка,ложенная на составляющие (см. 2.73) прикладывалась в 16 узлах линии контакта по длине зуба. Было заложено 8 вариантов нагружения, соответствующих последовательному приложению распределенной нагрузки по высоте зуба. В первом приближении нагрузка по длине зуба считалась равномерно распределенной.

Поскольку метод конечных элементов не является функциональным и предназначен для решения только конкретных технических задач, исследования деформированного состояния зубьев производились на нескольких зубчатых колесах, выбранных из класса тяжело нагруженных зубчатых передач, характеристики которых представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Основные характеристики зубчатых колес

Вариант зубчатого колеса	Модуль [мм]	Число зубьев	Ширина зубчатого венца [мм]	Вращающий момент [Нм]
1	8	16	78	1594
2		51	75	4878
3	12	11	34	3634
4		31	30	9832

В качестве примера, на рис. 1.13 и рис. 1.14 представлены графики распределения по длине зуба перемещений точек (узлы 833+848) приложения у вершины зубьев равномерно распределенно нормальной силы соответственно для вариантов 1 и 3 из табл. 2.1.

Вариант №8 (нагрузка приложена к вершине зуба) FB

Пролив в направлении оси Y

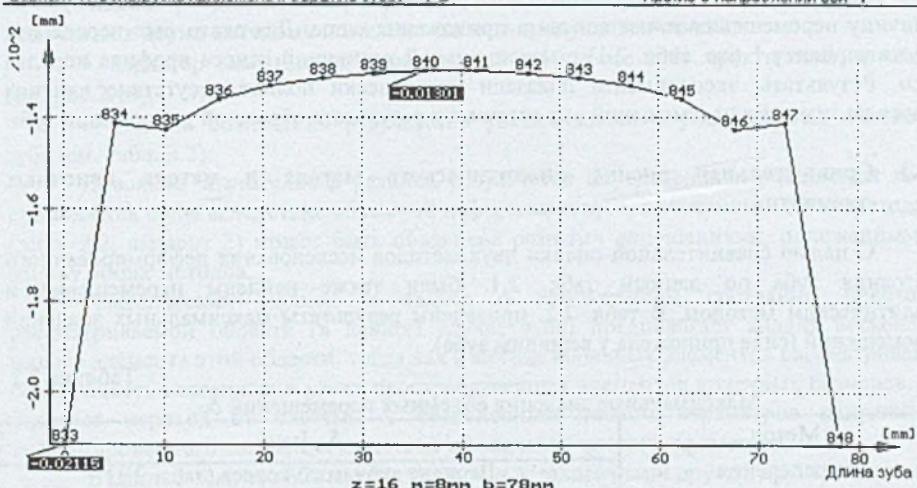


Рис. 2.13. Перемещения по оси Y (метод конечных элементов, вар. 1 из табл. 2.1)

Вариант №8 (нагрузка приложена к вершине зуба) FB

Пролив в направлении оси Y

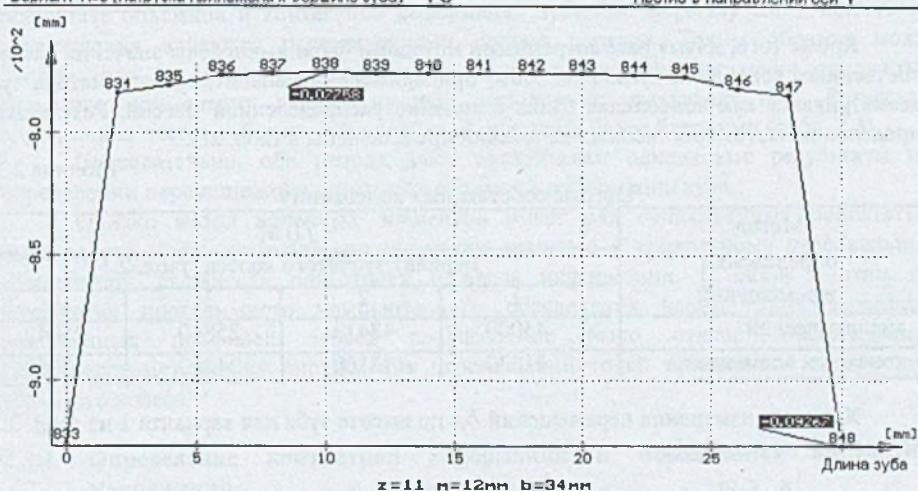


Рис. 2.14. Перемещения по оси Y (метод конечных элементов, вар. 3 из табл. 2.1)

Более равномерный характер распределения перемещений по длине зуба для варианта 3 объясняется меньшей длиной конечного элемента - 2.125 мм, при 4.875 мм для варианта 1. При этом следует подчеркнуть, что перемещения у краев зубьев учитывать не следует, так как в этих местах имеет место несоответствие принятой модели физическому состоянию объекта, заключающееся в том, что сосредоточенные силы, приложенные в узлах не зависят друг от друга, тогда как при взаимодействии реальных объектов отдельные их части связаны между собой. В связи с этим при оценке перемещений, найденных методом конечных элементов, учитывались только перемещения в средней части зуба.

Был так же сделан численный эксперимент по оценке влияния износа зуба на величину перемещения точки контакта приложения силы. Для этого был исследован зуб по варианту 1 (см. табл. 2.1) с максимальной величиной износа профиля порядка 1 мм. Результаты эксперимента показали практически полное отсутствие влияния износа на значения перемещений зон контакта в результате объемной деформации зуба.

### 2.3.3. Сравнительная оценка аналитического метода и метода конечных элементов

С целью сравнительной оценки двух методов исследования деформированного состояния зуба по данным табл. 2.1, были также найдены перемещения и аналитическим методом. В табл. 2.2, приведены результаты максимальных значений перемещений (сила приложена у вершины зуба).

Таблица 2.2

Максимальные значения объемных перемещений  $\delta_{V_y}$

Метод определения перемещений	$\delta_{V_y}$ [мм]			
	Вариант зубчатого колеса (табл. 2.1)			
	1	2	3	4
аналитический	0.010	0.009	0.067	0.075
конечных элементов	0.013	0.014	0.078	0.090

Кроме того, двумя рассмотренными методами были вычислены значения частот собственных колебаний зуба. При этом, при применении аналитического метода зуб рассматривался как консольная балка с линейно распределенной массой. Результаты определения частот собственных колебаний представлены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Частоты собственных колебаний  $f$

Метод определения перемещений	$f$ [Гц]			
	Вариант зубчатого колеса (табл. 2.1)			
	1	2	3	4
аналитический	45000	48412	25840	25042
конечных элементов	41230	43160	24260	23760

Характер изменения перемещений  $\delta_{V_y}$  по высоте зуба для варианта 1 из табл. 2.1 представлен на рис. 2.15.

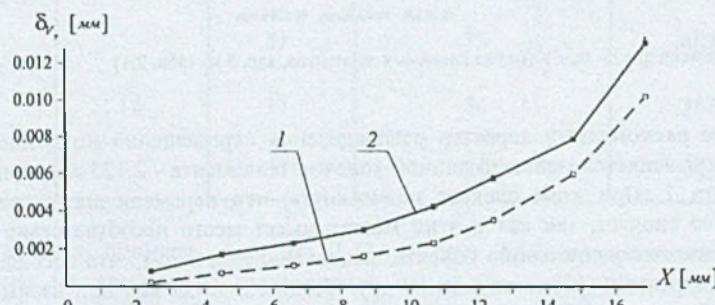


Рис. 2.15. Перемещения  $\delta_{V_y}$  для варианта 1 из табл. 2.1: 1 - аналитический метод, 2 - метод конечных элементов

Анализ результатов перемещений точки приложения силы к модели зуба, полученных двумя методами позволяет сделать следующие выводы:

- характер зависимости перемещений по высоте зуба практически одинаков (см. рис.2.15),
- степень совпадение результатов увеличивается с уменьшением жесткости зуба (см. табл. 2.2).

Довольно значительная разница результатов определения перемещений точки приложения силы вследствие объемной деформации зуба, полученных двумя методами (табл. 2.2, вариант 2) может быть объяснена разными допущениями, положенными в основу обоих методов.

Классический подход к задаче о напряженном состоянии некоторой рассматриваемой области (в данном случае зуба) предполагает анализ бесконечно малого элемента этой области, тогда как в методе конечных элементов рассматривается совокупность связанных в узлах пространственных элементов конечных размеров, что означает переход от системы с бесконечным числом параметров напряженно-деформированного состояния к системе с конечным числом параметров.

В связи с тем, что оба метода являются независимыми друг от друга, за истинное перемещение можно принять среднее значение двух методов. При таком допущении максимальная степень несовпадения результатов не превышает 20%. Следует также учитывать то обстоятельство, что полюс перемещение является суммой перемещений в результате объемной и контактной деформаций зуба (см. формулу 2.67), причем эти перемещения являются перемещениями одного порядка. Таким образом можно считать, что максимальное несовпадение полного перемещения точки приложения силы при применении любого из двух методов не превышает 10%. Результаты определения частот собственных колебаний оказалось более близкими (табл. 2.3).

Следовательно, оба метода дают практически одинаковые результаты при определении перемещений в результате объемной деформации зуба.

Однако метод конечных элементов имеет ряд существенных недостатков: высокая стоимость лицензии, лицензионная привязка к конкретному персональному компьютеру, сложность подготовки и ввода информации. В связи с этим при разработке программного компьютерного обеспечения исследования зацепления изношенных профилей зубьев предпочтение было отдано аналитическому (классическому) методу определения перемещений точки приложения силы к зубу зубчатого колеса.

#### 2.3.4. Определение контактной деформации и нормальных контактных напряжений

Контактная деформация - сближение контактирующих поверхностей - определялась по формулам общего случая контакта тел с прямым углом между главными плоскостями кривизны, в качестве которых принимались:

- торцевая плоскость, перпендикулярная оси вращения колес,
- осевая плоскость, параллельная оси вращения колес и проходящая через общую нормаль к профилям в точке их контакта.

Такой подход является более общим и обеспечивает возможность исследования зубьев с продольной модификацией профиля по длине зуба. В этом случае контактная площадка представляет собой эллипс с полуосью: большой -  $a$ , расположенной в направлении главной осевой плоскости, и малой -  $b$ , расположенной в направлении главной торцовой плоскости, формулы для которых имеют вид [76]:

$$\begin{aligned} a &= \vartheta_a r \\ b &= \vartheta_t r \\ r &= \sqrt[3]{\frac{3}{8} \frac{F_n}{K_\Sigma} (\mu_1 + \mu_2)} \end{aligned} \quad (2.83)$$

где

- $r$  - радиус круговой контактной площадки,
- $\vartheta_a$  и  $\vartheta_b$  - коэффициенты, учитывающие кривизну поверхностей упругих тел в зоне их касания,
- $F_n$  - нормальная сила в контакте,
- $K_\Sigma$  - суммарная кривизна контактирующих поверхностей,
- $\mu_1$  и  $\mu_2$  - коэффициенты, характеризующие упругие свойства материалов контактирующих тел.

Суммарная кривизна определяется как сумма кривизн контактирующих тел по их радиусам кривизны в главных плоскостях:

$$K_\Sigma = K_{1t} + K_{2t} + K_{1a} + K_{2a} = \frac{1}{\rho_{1t}} + \frac{1}{\rho_{2t}} + \frac{1}{\rho_{1a}} + \frac{1}{\rho_{2a}}, \quad (2.84)$$

где  $\rho_{1t}=R_1$  и  $\rho_{2t}=R_2$  - радиусы кривизны квазисопряженных профилей в торцовой плоскости,

$\rho_{1a}$  и  $\rho_{2a}$  - радиусы кривизны модифицированных по длине зубьев.

Значения коэффициентов  $v_a$  и  $v_t$  вычисляются в функции косинуса вспомогательного угла  $\tau$ :

$$\cos \tau = \frac{\rho_{1t} - \rho_{1a} - \rho_{2t} + \rho_{2a}}{\rho_{1t} + \rho_{1a} + \rho_{2t} + \rho_{2a}}. \quad (2.85)$$

Численные значения этих коэффициентов, являющихся функцией эллиптических интегралов, в зависимости от  $\cos \tau$  даны в работе [76] в табличной форме. Для удобства последующих вычислений табличные значения коэффициентов  $\vartheta_a$  и  $\vartheta_b$  были преобразованы в интерполяционные функции  $\vartheta_a = f_a(\cos \tau)$  и  $\vartheta_t = f_t(\cos \tau)$  с помощью полиномов 5-7 степени с нормированным базисом.

Коэффициенты  $\mu_1$  и  $\mu_2$  определяются в зависимости от модулей продольной упругости  $E_1, E_2$  и коэффициентов Пуассона  $v_1, v_2$  материалов контактирующих зубьев:

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= \frac{4}{E_1} (1 - v_1^2) \\ \mu_2 &= \frac{4}{E_2} (1 - v_2^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.86)$$

По найденным значениям полуосей контактной площадки определяются нормальные контактные напряжения:

$$\sigma_H = \frac{15F_n}{\pi ab}. \quad (2.87)$$

Выражение для определения упругого сближения зубьев, как тел достаточно удаленных от зоны контакта, имеет вид:

$$\delta_H = \frac{3}{8} \frac{F_n}{\pi} \frac{\mu_1 + \mu_2}{a} J, \quad (2.88)$$

где  $J=f_j(\cos t)$  - значение эллиптического интеграла, определяемого тем же способом, что и коэффициенты  $v_u$  и  $v_r$ .

При контакте зубьев с не модифицированными по длине зуба профилями параметры упругого контакта определяются для случая контакта двух прямых цилиндров с параллельными осями, радиусы оснований которых равны радиусам кривизны профилей в точке контакта  $R_1$  и  $R_2$ , а длина образующей равна длине контакта зубьев  $b_l$ . В этом случае площадка контакта имеет форму прямоугольника с длиной  $a = b_l$  и шириной  $b = 2b_H$ , определяемой по формулам 2.28 или 2.83 (при  $K_{1a}=0$  и  $K_{2a}=0$ ).

Нормальные контактные напряжения определяются формуле, аналогичной формуле 2.87:

$$\sigma_H = \frac{2F_n}{\pi ab}. \quad (2.89)$$

Согласно стандарту ISO/DIS 6336/II выражение для определения контактных напряжений имеет несколько иную форму:

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{F_n}{b_l R_{np}}}, \quad (2.90)$$

где  $Z_M = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}}$  - коэффициент, учитывающий свойства материалов контактирующих зубьев,

$$R_{np} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{- приведенный радиус кривизны контактирующих профилей.}$$

Для наружного контакта двух цилиндров при первоначальном линейном сближение параллельных цилиндрических поверхностей для случая, когда  $a=\infty$ , но диаметры тел ограничены, вычисляется по формуле А.И. Петруссевича [72], которая для стальных зубчатых колес ( $v=v_1=v_2$  и  $E=E_1=E_2$ ) имеет вид:

$$\delta_H = \frac{F_n (1-v^2)}{\pi E b_l} \ln \frac{2\pi E b_l z_1 z_2}{(1-\mu^2) F_n R_{np}}, \quad (2.91)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  - расстояния от площадки контакта по общей нормали до точек, между которыми вычисляется сближение.

Для эвольвентных (неизношенных) зубьев расстояния  $z_1$  и  $z_2$  обычно принимают равными радиусам кривизны заменяющих их цилиндров [45]. Л. Миллер [104] принимает в качестве  $z_1$  и  $z_2$  расстояния по нормали от площадки контакта до оси симметрии зуба, что дает несколько заниженные значения контактной деформации.

Для квазисопряженных профилей радиусы кривизны профилей изменяются в широких пределах и оси заменяющих цилиндров могут находиться даже за пределами тел зубчатых колес. Поэтому расстояния  $z_1$  и  $z_2$  приняты равными теоретическим значениям радиусов кривизны контактирующих зубьев. Влияние износа на контактное сближение учитывается с помощью входящих в формулу 2.91 значений приведенного

радиуса кривизны и силы взаимодействия между зубьями, которые в значительной мере зависят от степени износа профиля.

### 2.3.5. Определение жесткости зубьев

Жесткость одной пары зубьев определяется как отношение нормальной силы и полной их деформации:

$$C_n = \frac{F_n}{\delta_{V_1} + \delta_{V_2} + \delta_H}. \quad (2.92)$$

При одновременной работе двух пар зубьев с жесткостями  $C_{nI}$  и  $C_{nII}$  полная жесткость зацепления равна их сумме:

$$C_n = C_{nI} + C_{nII}. \quad (2.93)$$

## 2.4. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КВАЗИСПРЯЖЕННЫХ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ

### 2.4.1. Определение координат контактных точек без учета упругости зубьев

Определение координат линии зацепления, то есть геометрического места точек контакта профилей зубьев производится по методике, изложенной в п.2.2 путем последовательного задания угла поворота ведущего профиля -  $\varphi_I$ , отсчитываемого от оси  $O_I X$  по часовой стрелке в направлении его угловой скорости  $\omega_I$ . Угол  $\varphi_I$  изменяется в пределах от  $\varphi_{Imin}$  до  $\varphi_{Imax}$  с шагом  $\Delta\varphi_I$ . Для определения пределов изменения угла  $\varphi_I$  квазиспряженных профилей используются параметры эвольвентного зацепления (рис. 2.16).

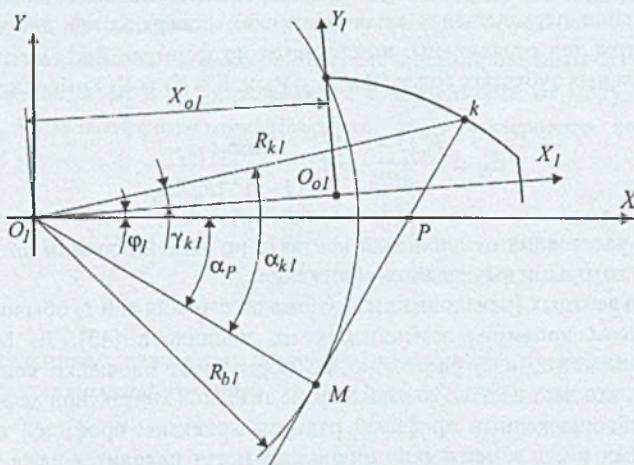


Рис. 2.16. Схема определения положения ведущего профиля относительно оси  $O_I X$

Для произвольной точки  $k$  профиля, находящейся на линии зацепления с полярными координатами в поворотной системе  $R_{k1}$  и  $\gamma_{k1}$ , угол  $\varphi_1$  определяется из очевидной зависимости:

$$\varphi_1 = \alpha_{k1} - \alpha_P - \gamma_{k1}, \quad (2.94)$$

где  $\alpha_{k1} = \arccos \frac{R_{b1}}{R_{a1}}$  - эвольвентный угол точки  $k$  ведущего профиля,

$\alpha_P = \arccos \frac{m(z_1 + z_2)}{2a_\omega} \cos \alpha_b$  - угол зацепления,

$m$  - модуль зацепления,

$z_1$  и  $z_2$  - числа зубьев зацепляющихся колес,

$a_\omega$  - межосевое расстояние,

$\alpha_b = 20^\circ$  - угол профиля исходного контура.

На рис. 2.17 дана схема определения эвольвентных углов в начале (точка  $H$ ), в полюсе (точка  $P$ ) и в конце зацепления (точка  $E$ ) ведущего профиля.

Эвольвентные углы определяются их следующих выражений:

$$\alpha_{E1} = \arccos \frac{R_{b1}}{R_{a1}}; \quad (2.95)$$

$$\alpha_{H1} = \operatorname{arctg} \frac{a_\omega \sin \alpha_p - \sqrt{R_{a2}^2 - R_{b2}^2}}{R_{b1}}, \quad (2.96)$$

где  $R_{a1}$  и  $R_{a2}$  - радиусы вершин зубьев зацепляющихся зубчатых колес.

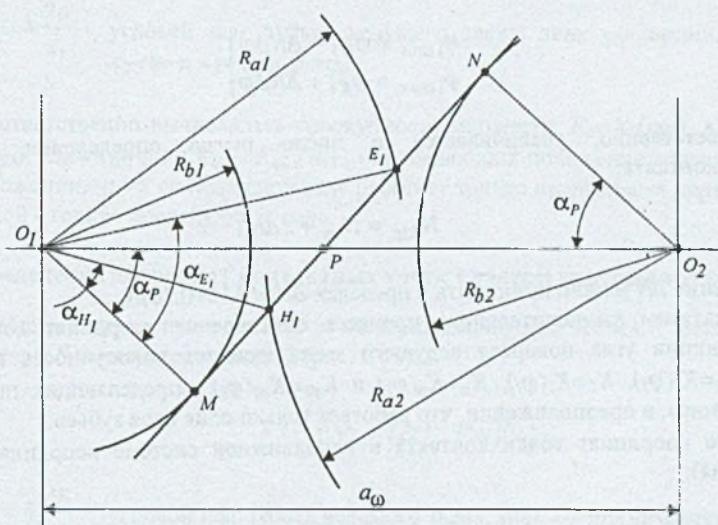


Рис. 2.17. К определению диапазона углов поворота ведущего звена

Соответственно, по формуле 2.94 находится угол поворота ведущего профиля в крайних точках рабочего участка линии зацепления и полюс  $P$ :

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_{H1} = \alpha_{H1} - \alpha_P - \gamma_{H1} \\ \varphi_P = -\gamma_P \\ \varphi_{E1} = \alpha_{E1} - \alpha_P - \gamma_{E1} \end{array} \right\}, \quad (2.97)$$

Оптимальное значение шага изменения угла поворота ведущего профиля определяется из условия, чтобы расстояние между соседними точками контакта по высоте зуба было соизмеримо с полушириной площадки контакта  $b_H$  (см. ф.2.28 или ф.2.83). При выполнении этого условия число шагов будет равно:

$$N_{ev} = \frac{L_{HE}}{b_H}, \quad (2.98)$$

где  $L_{HE} = \frac{R_{b1}(\operatorname{tg}^2 \alpha_{E1} - \operatorname{tg}^2 \alpha_{H1})}{2}$  - длина рабочей части эвольвентного профиля.

Следовательно, шаг поворота ведущего профиля будет равен:

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_{H1} - \varphi_{E1}}{N_{ev}} \quad (2.99)$$

Для изношенных профилей зубьев из-за искажения формы профиля по сравнению с эвольвентным контактные точки могут располагаться за пределами рабочей части теоретической линии зацепления. Поэтому диапазон изменения угла  $\varphi$ , целесообразно расширить, то есть увеличить  $N_{ev}$  на  $\Delta N$  шагов. Тогда, окончательно, диапазон изменения угла ведущего звена будет равен:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_{1\min} = \varphi_{H1} - \Delta N \Delta\varphi \\ \varphi_{1\max} = \varphi_{E1} + \Delta N \Delta\varphi \end{array} \right\}. \quad (2.100)$$

Соответственно, увеличивается и число шагов определения значений параметров контакта:

$$N_{ksp} = N_{ev} + 2\Delta N. \quad (2.101)$$

Значение  $\Delta N$  можно принимать в пределах  $\Delta N = (0.15 \div 0.20)N_{ev}$ .

Результатом вычислительного процесса определения координат контактных точек в функции угла поворота ведущего звена является совокупность множеств  $K = K(\varphi_1)$ ,  $K_1 = K_1(\varphi_1)$ ,  $K_2 = K_2(\varphi_1)$ ,  $K_\alpha = K_\alpha(\varphi_1)$  и  $K_{\varphi 2} = K_{\varphi 2}(\varphi_1)$ , определяющих положение контактной зоны, в предположении, что работает только одна пара зубьев:

- множество координат точки контакта в неподвижной системе координат (линия зацепления):

$$K = \left\{ (X_0, Y_0), (X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_{N_{ksp}}, Y_{N_{ksp}}) \right\}; \quad (2.102)$$

- множество координат точки контакта в поворотной системе координат, связанной с ведущим профилем:

$$K_1 = \left\{ (X_{10}, Y_{10}), (X_{11}, Y_{11}), (X_{12}, Y_{12}), \dots, (X_{1N_{ksp}}, Y_{1N_{ksp}}) \right\}; \quad (2.103)$$

- множество координат точки контакта в поворотной системе координат, связанной с ведомым профилем:

$$K_2 = \left\{ (X_{20}, Y_{20}), (X_{21}, Y_{21}), (X_{22}, Y_{22}), \dots, (X_{2N_{ksp}}, Y_{2N_{ksp}}) \right\}; \quad (2.104)$$

- множество значений углов зацепления  $\alpha$ :

$$K_\alpha = \left\{ \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_{ksp}} \right\}, \quad (2.105)$$

- множество значений углов  $\varphi_2$ , определяющих положение ведомого профиля:

$$K_{\varphi 2} = \left\{ \varphi_{20}, \varphi_{21}, \varphi_{22}, \dots, \varphi_{2N_{ksp}} \right\}. \quad (2.106)$$

Кроме этих множеств вычислялись параметры контакта предыдущей и последующей пар зубьев. При этом угол поворота ведущего звена  $\varphi_{1S}$  принимался равным:

$$\varphi_{1S} = \varphi_1 + \gamma_{z1}, \quad (2.107)$$

где  $\gamma_{z1} = \mp \frac{2\pi}{z_1}$  - угловой шаг зубьев ведущего звена, знак «-» принимается при  $\varphi_1 < \varphi_P$  и «+» при  $\varphi_1 > \varphi_P$ .

Соответственно вычислялась совокупность множеств:  $K_S = K_S(\varphi_{1S})$ ,  $K_{1S} = K_{1S}(\varphi_{1S})$ ,  $K_{2S} = K_{2S}(\varphi_{2S})$ ,  $K_{\alpha S} = K_{\alpha S}(\varphi_1)$  и  $K_{\varphi 2S} = K_{\varphi 2S}(\varphi_{1S})$ , определяющих положение контактной зоны, в предположении, что в до полюсной зоне работает только предыдущая пара зубьев, а в за полюсной - только последующая пара.

#### 2.4.2. Определение координат контактных точек с учетом упругости зубьев

В общем случае, при контакте рассматриваемой пары зубьев  $K$  между зубьями соседней пары  $S$  имеет место зазор  $L_S$  (рис. 2.18):

$$L_S = [(\varphi_2 + \gamma_{z2}) - \varphi_{2S}]R_{b2}, \quad (2.108)$$

где  $\gamma_{z2} = \mp \frac{2\pi}{z_2}$  - угловой шаг зубьев ведомого звена, знак «-» принимается при  $\varphi_1 < \varphi_P$  и «+» при  $\varphi_1 > \varphi_P$ .

Величина  $L_S$  позволяет определить при однопарном зацеплении какая из пар зубьев ( $K$  или  $S$ ) воспринимает нагрузку и вычислить нагрузку, передаваемую каждой парой, при их совместной работе.

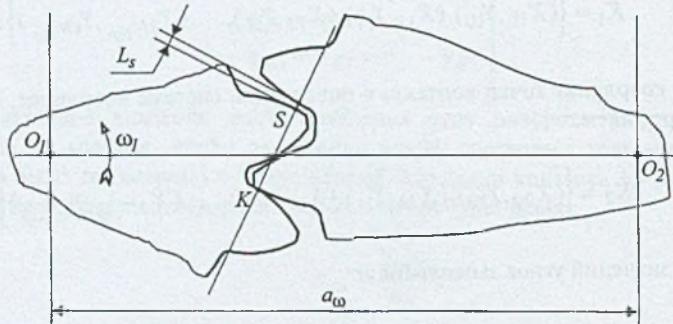


Рис. 2.18. К учету упругости зубьев

Условием одновременной работы двух пар зубьев является равенство нулю зазора  $L_S$ . Однако, в связи с тем, что задача исследования зацепления квазисопряженных профилей решается численными методами, целесообразно сравнивать  $L_S$  с достаточно малой величиной  $\varepsilon_L$ , определяемой погрешностью вычислительного процесса. На основании численных экспериментов рекомендуется принимать  $\varepsilon_L = (0.00001 \div 0.00005) m$ .

В зависимости от соотношения между  $L_S$  и  $\varepsilon_L$  возможны следующие варианты работы пар зубьев.

**Вариант 1 - двух парное зацепление.** Зазор  $L_S$  находится в пределах интервала  $-\varepsilon_L \leq L_S \leq \varepsilon_L$ , что предполагает наличие одновременного контакта зубьев в точках  $K$  и  $S$ . Если принять допущение, что составляющие полной силы в этих точках лежат на одной прямой, то полная нормальная сила в зацеплении  $F_n$  распределится между парами зубьев прямо пропорционально их жесткостям [45]:

$$\left. \begin{aligned} F_n &= F_{nK} + F_{nS} \\ \frac{F_{nK}}{F_{nS}} &= \frac{C_{nK}}{C_{nS}} \end{aligned} \right\}. \quad (2.109)$$

где  $F_{nK}$  и  $F_{nS}$  - силы в контактных точках зубьев  $K$  и  $S$ , действующие по нормали к поверхности контакта,

$C_{nK}$  и  $C_{nS}$  - жесткости пар силы в контактных точках зубьев  $K$  и  $S$ , определяемые по формуле 2.91.

Из выражения 2.108 для первого варианта определяется сила, действующая в зацеплении рассматриваемой пары:

$$F_{nK} = \frac{C_{nK}}{C_{nK} + C_{nS}} F_n. \quad (2.110)$$

**Вариант 2 - контакт имеет место в точке  $K$ .** Зазор  $L_S$  выходит за положительную границу интервала, определяющего первый вариант:

$$L_S > \varepsilon_L.$$

В этом случае  $L_S$  следует сравнивать с полным перемещением контактной точки  $K$ :

$$\delta_K = \delta_{V_{1K}} + \delta_{V_{2K}} + \delta_{H_K} + \delta_{R_a}, \quad (2.111)$$

где  $\delta_{V_{1K}}$  и  $\delta_{V_{2K}}$  - объемные перемещения зубьев, контактирующих в точке  $K$  и определяемых по формуле 2.82,

$\delta_{H_K}$  - контактная деформация пары зубьев в точке  $K$ , определяемая по формуле 2.89,

$\delta_{R_a} = k(R_{a1} + R_{a2})$  - упругая деформация шероховатостей контактных поверхностей,

$R_{a1}$  и  $R_{a2}$  - среднее арифметическое отклонение профиля шероховатостей поверхностей зубьев, соответствующих принятому классу шероховатости технологической обработки,

$k$  - коэффициент пропорциональности, который можно принимать в пределах  $k=0.3+0.5$ .

При  $L_S \geq \delta_K$  в зацеплении находится только рассматриваемая пара зубьев, контакт в точке  $S$  полностью отсутствует -  $F_{nS}=0$  - и контакт нагружен полной нормальной силой:  $F_{nK}=F_n$ .

При  $L_S < \delta_K$  схему нагружения контакта можно представить следующим образом. В начальный момент пары  $K$  деформируется до устранения зазора  $L_S$ . При этом пара будет нагружена силой  $F_{nK} = L_S C_{nK}$ , после чего начнется работа двух пар  $K$  и  $S$ , нагруженных силой ( $F_n - F_{nK}$ ). Следовательно пары будут нагружены силами:

$$\left. \begin{aligned} F_{nK} &= F_{nK} + \frac{C_{nK}}{C_{nK} + C_{nS}} (F_n - F_{nK}); \\ F_{nS} &= F_n - F_{nK}; \end{aligned} \right\}. \quad (2.112)$$

**Вариант 3** - контакт имеет место в точке  $S$ . Зазор  $L_S$  выходит за отрицательную границу интервала, определяющего первый вариант:

$$L_S < -\varepsilon_L.$$

В этом случае  $L_S$  следует сравнивать с полным перемещением контактной точки  $S$ :

$$\delta_S = \delta_{V_{1S}} + \delta_{V_{2S}} + \delta_{H_S} + \delta_{R_z}. \quad (2.113)$$

При  $|L_S| \geq \delta_K$  в зацеплении находится только пара  $S$ , контакт в рассматриваемой паре полностью отсутствует и контакт вообще не нагружен:  $F_{nK}=0$ .

При  $|L_S| < \delta_K$  схему нагружения контакта можно представить следующим образом. В начальный момент пары  $S$  деформируется до устранения зазора  $L_S$  между зубьями пары  $K$ . При этом пара  $S$  будет нагружена силой  $F_{nS} = L_S C_{nS}$ , после чего

начнется работа двух пар  $K$  и  $S$ , нагруженных силой ( $F_n$  -  $F_{oS}$ ). Соответственно, пары будут нагружены силами:

$$\left. \begin{aligned} F_{nK} &= \frac{C_{nS}}{C_{nK} + C_{nS}} (F_n - F_{oS}); \\ F_{nS} &= F_n - F_{nK}; \end{aligned} \right\}. \quad (2.114)$$

Для последующих вычислений целесообразно выделить из  $N_{kp}$  элементов множества  $K_{Fn_K}$  полученных значений сил  $F_{nK}$  подмножество  $L_{Fn_K}$ , содержащее только те элементы, которые соответствуют контакту рассматриваемой пары, для чего из множества  $K_{Fn_K}$  следует удалить от начала и конца списка нулевые элементы соответственно преобразовать множество  $K_{Fn_S}$ :

$$\left. \begin{aligned} L_{Fn_K} &= \left\{ F_{nK,js}, F_{nK,js+1}, F_{nK,js+2}, \dots, F_{nK,jf} \right\}, \\ L_{Fn_S} &= \left\{ F_{nS,js}, F_{nS,js+1}, F_{nS,js+2}, \dots, F_{nS,jf} \right\} \end{aligned} \right\}, \quad (2.115)$$

где  $F_{n,js}$  - первое значение от начала, а  $F_{n,jf}$  - от конца списка множества  $K_{Fn_K}$ , для которых выполняется условие:  $F_{nK} > 0.01F_n$ .

Соответственно преобразуются и множества координат точки контакта 2.101, 2.104, 2.105 и 2.106:

$$\left. \begin{aligned} L_K &= \left\{ (X_{Kjs}, Y_{Kjs}), (X_{Kjs+1}, Y_{js+1}), (X_{Kjs+2}, Y_{Kjs+2}), \dots, (X_{Kjf}, Y_{Kjf}) \right\} \\ L_{1K} &= \left\{ (X_{1Kjs}, Y_{1Kjs}), (X_{1Kjs+1}, Y_{1Kjs+1}), \dots, (X_{1Kjf}, Y_{1Kjf}) \right\} \\ L_{\alpha K} &= \left\{ \alpha_{Kjs}, \alpha_{Kjs+1}, \alpha_{Kjs+2}, \alpha_{Kjf} \right\} \\ L_{2K} &= \left\{ (X_{2Kjs}, Y_{2Kjs}), (X_{2Kjs+1}, Y_{2Kjs+1}), \dots, (X_{2Kjf}, Y_{2Kjf}) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2.116)$$

Аналогично преобразуются и множества координатных параметров для соседних пар зубьев  $L_s$ ,  $L_{1s}$ ,  $L_{2s}$ ,  $L_{Fn_S}$  и  $L_{\alpha s}$ .

#### 2.4.3. Результаты численного эксперимента по определению координат линии зацепления, жесткости зубьев и контактных напряжений

Для практической реализации предложенных численных методов решения задачи определения геометрических и кинематических параметров контакта квазисопряженных профилей зубьев с учетом их упругих свойств разработан соответствующий комплекс алгоритмов и пакет прикладных компьютерных программ.

Ниже приводятся результаты численного эксперимента, выполненного с помощью разработанных программ.

В качестве объекта исследования принята зубчатая передача, экспериментально исследованная в работе Myga J.R. [105]. Передача испытывалась под нагрузкой с

определенением износа зуба зубчатого колеса и измерением ускорений, на основании которых вычислялся коэффициент динамичности.

С целью сокращения длительности ресурсных испытаний, испытательный стенд был спроектирован таким образом, чтобы одно зубчатое колесо работало с четырьмя шестернями, которые входили в четыре замкнутых контура с циркулирующей мощностью. Нагружение осуществлялось за счет относительного перемещения корпусов редукторов испытательного и замыкающего блоков.

Характеристика испытываемой передачи для одного из режимов (1TII) эксперимента приведена в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Основные параметры исследуемой зубчатой передачи [105]

Параметр	шестерня	колесо
Модуль, мм	3	
Числа зубьев	35	36
Коэффициенты смещения исходного контура	0	0
Диаметры окружностей вершин, мм	111	114
Межосевое расстояние, мм	106.5	
Длина зуба, мм	15	30
Угловая скорость ведущего вала, рад/сек	157	
Условный показатель нагружения, н/мм <sup>2</sup>	0.912	
Вращающий момент на ведущем валу, нм	76	
Термическая обработка	закалка 54+60HRC	

Для сравнения при проведении численного эксперимента были исследованы два варианта формы профилей:

- неизношенные зубья, координаты профилей которых получены аналитически по данным табл. 2.4,
- изношенные зубья, координаты профилей которых взяты из работы [105].

В работе [105] приведены данные только об износе зубчатого колеса и отсутствуют данные об износе работавшей с ним шестерни. В связи с тем, что передаточное число передачи близко к единице, было принято, в первом приближении, что износ зубьев шестерни и колеса одинаков, но поскольку одновременно с колесом зацеплялось четыре шестерни, то, считая распределение общей нагрузки между ними равномерным, износ шестерни был принят равным 0.25 от износа колеса.

Информация о форме изношенного профиля представлена в работе [105] в виде увеличенного графического изображения зуба в среднем в масштабе 15:1 с нанесенными определенным шагом по нормали к профилю отрезками с указанием значения износа. Таким образом, даны значения износа в функции криволинейной координаты - длины эвольвенты.

С помощью методики, описанной выше в разделе 5.3 (см. ф.5.5), эта информация была преобразована в прямоугольные координаты профиля. Результаты аппроксимации профиля степенным полиномом с нормированным базисом степени 7 и соответствующие экспериментальные значения износа представлены на рис. 2.19.

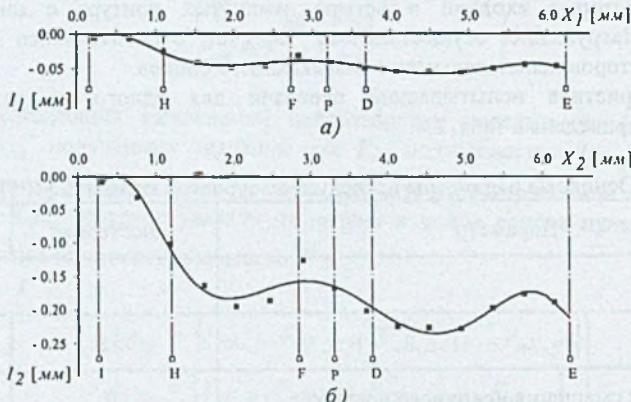


Рис. 2.19. Характер износа профиля зуба на основе данных работы [45] а) зуб шестерни, б) зуб колеса  
■ экспериментальные данные, — аппроксимирующая кривая

На рис. 2.19 буквами обозначены характерные точки эвольвентного зацепления: Р - полюс, Н и Е - начало и конец рабочей части профиля, F-D - зона однопарного зацепления, I - предельная граница износа зуба.

По результатам работы кинематической модели получен вид линии зацепления для неизношенных и изношенных зубьев:

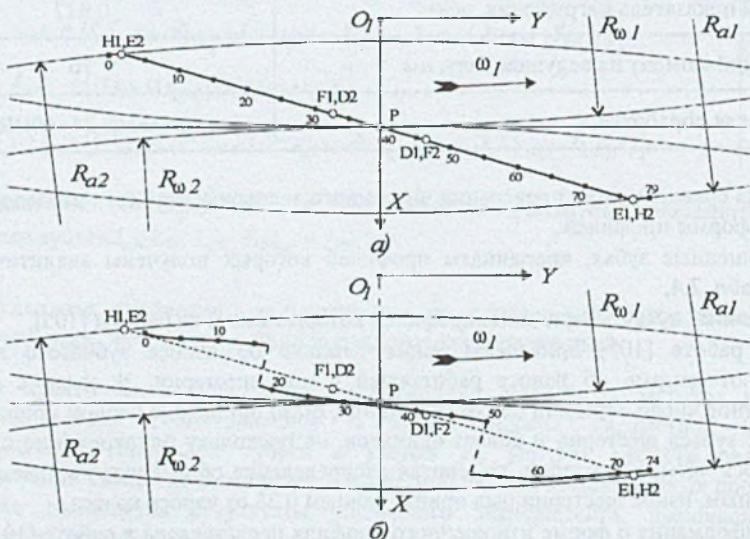


Рис. 2.20. Линия зацепления, построенная с учетом упругости зубьев а) неизношенный профиль,  
б) изношенный профиль

Цифрами на рис. 2.20 обозначены порядковые номера элементов множества  $K_5$  координатных точек зацепления (первой точке присвоен индекс  $j=0$ ).

Из анализа рис. 2.20 следует, что линия зацепления искажается в результате воздействия двух факторов - упругой деформации зубьев (рис. 2.20а) и износа их рабочих поверхностей (рис. 2.20б).

Причем, если влияние объемной упругой деформации можно считать постоянно действующим фактором, то степень влияния искажения профилей в результате износа зубьев неизбежно растет по мере увеличения времени эксплуатации передачи.

Характер изменения радиусов кривизны о высоте зуба нового и изношенного профилей представлены на рисунке 2.21.

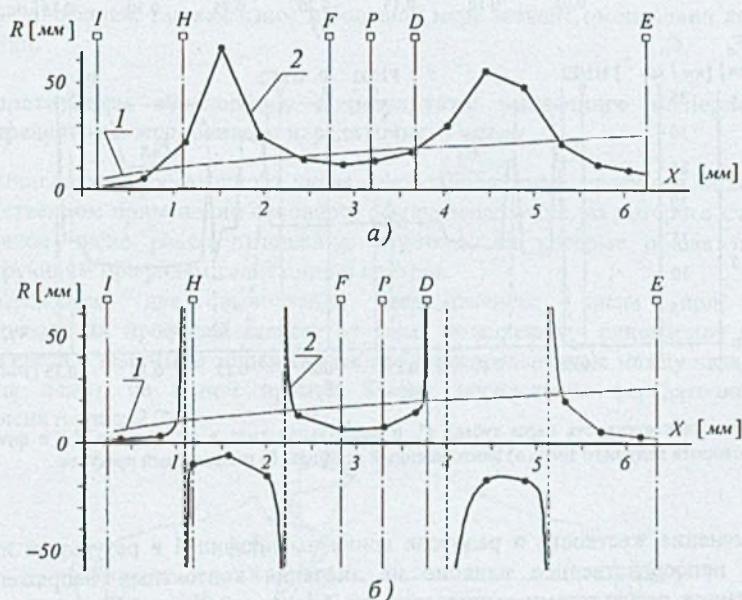


Рис. 2.21. Характер изменения радиусов кривизны в результате износа зубьев шестерни (а) и колеса (б)  
1 - до износа, 2 - после износа

Из рис. 2.21а следует, что износ даже в малой степени ( $I/m=0.02$ ) оказывает значительное влияние на радиусы кривизны профиля. При большем износе ( $I/m=0.08$ ), как видно из рис. 2.21б радиус кривизны даже меняет знак - поверхность зуба становится вогнутой. В зонах перехода от выпуклой части к вогнутой и наоборот, радиус кривизны принимает значения, равные бесконечности, то есть образуются плоские участки на боковой поверхности зуба.

Вследствие изменения радиусов кривизны профилей меняется приведенный радиус кривизны, что изменяет значения контактной деформации и, как следствие, меняется жесткость зубчатой пары. Кроме того, на значение приведенной жесткости влияет изменение числа пар зубьев, находящихся в зацеплении.

Пример изменения жесткости  $C_n$  и силы  $F_n$ , передаваемой парой зубьев, по результатам построения линии зацепления представлен на рис. 2.22.

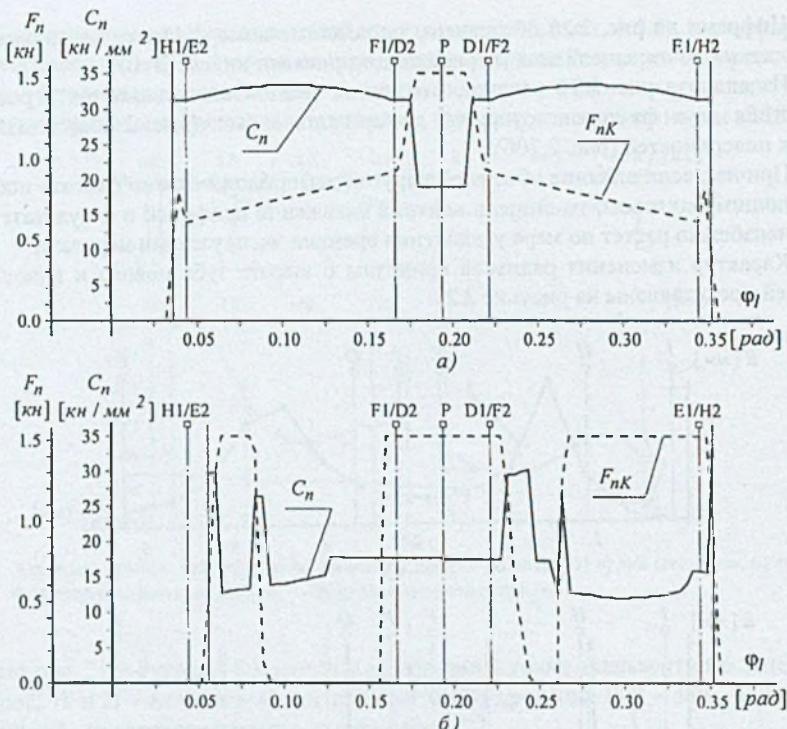


Рис. 2.22. Удельная жесткость пары зубьев  $C_n$  и нормальная сила в зацеплении  $F_{nK}$  в функции угла поворота ведущего звена а) неизношенный профиль, б) изношенный профиль

Изменение жесткости и радиусов кривизны профилей в результате их износа оказывает непосредственное влияние на значения контактных напряжений, что подтверждается результатами вычисления по формуле 2.88 контактных напряжений для рассмотренного примера зубчатой передачи, представленными на рис. 2.23 в функции времени зацепления пары зубьев.

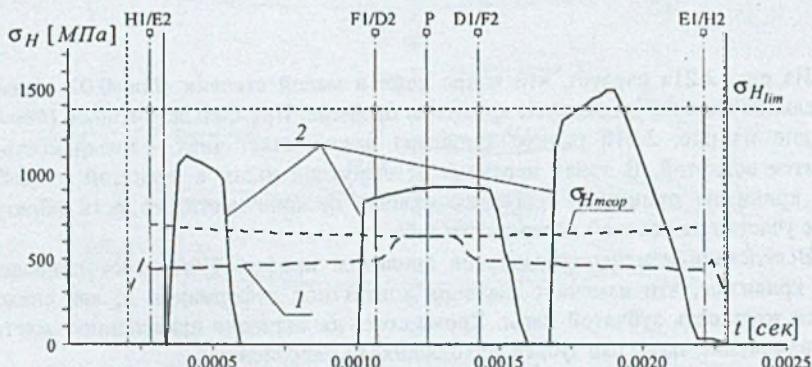


Рис. 2.23. Контактные напряжения в функции времени зацепления пары зубьев 1 - неизношенный профиль, 2 - изношенный профиль

За время поворота ведущего звена на один угловой шаг его угловая скорость  $\omega_1$  считалась постоянной. За начало отсчета времени принимался первый элемент множества  $L_{f_{nK}}$  (см. выражение 2.115), время поворота ведущего звена на угол  $\Delta\varphi$  определялось по формуле:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega_1}. \quad (2.117)$$

Очевидно, что в результате непостоянства контактных напряжений по высоте зубьев, в значительной степени определяемого искажением профилей в результате их износа, следует ожидать по мере эксплуатации передачи увеличения степени искажения профилей, так как износ в большой мере зависит от значений контактных напряжений.

#### 2.4.4. Теоретическое обоснование и результаты численного эксперимента по определению мгновенного передаточного числа

Вычисление передаточного числа квазисопряженных профилей базируется на непосредственном применении основного закона зацепления, из которого следует, что передаточное число равно отношению отрезков, на которые общая нормаль к контактирующим профилям делит линию центров.

Выражения для вычисления передаточного числа при контакте квазисопряженных профилей зависят от фазы зацепления - однопарное либо двух парное, в связи с тем, что в общем случае силы, распределенные между парами зубьев, не всегда лежат на одной прямой. Схема определения передаточного числа представлена на рис. 2.24.

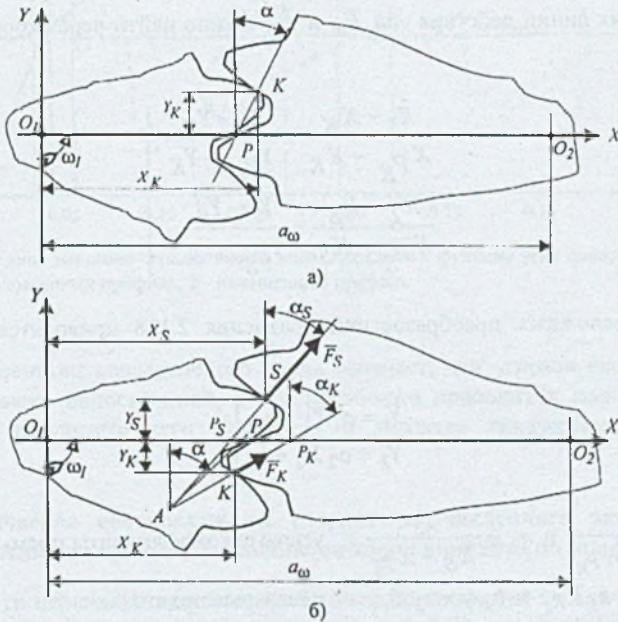


Рис. 2.24. Схема определения передаточного числа квазисопряженных профилей а) однопарное зацепление, б) двух парное зацепление

Исходными данными для вычисления передаточного числа являются множества координат линии зацепления, ( $L_K, L_S$ ), множества сил, действующих в парах зубьев ( $L_{FnK}, L_{FnS}$ ) и множества углов зацепления ( $L_{\alpha K}, L_{\alpha S}$ ).

В однопарном зацеплении ( $F_{nS}=0$ ) передаточное число определяется из очевидного выражения (рис. 2.24а):

$$u = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \frac{a_\omega - (X_K - Y_K \operatorname{tg} \alpha_K)}{X_K - Y_K \operatorname{tg} \alpha_K}, \quad (2.118)$$

В двух парном зацеплении задача определения передаточного числа сводится к нахождению точки пересечения линии действия равнодействующей составляющих  $\bar{F}_K$  и  $\bar{F}_S$  полной силы  $\bar{F}_n$  с линий центров  $O_1 O_2$  (рис. 2.23б). То обстоятельство, что силы  $\bar{F}_K$  и  $\bar{F}_S$  найдены из предположения нахождения на одной прямой, не оказывает заметного влияния на их численные значения, тогда как угол между ними, определяющий положение равнодействующей, оказывает существенное влияние на передаточное число зубчатой передачи.

Координаты точек пересечения в системе  $XO_1Y$  линий действия сил  $\bar{F}_K$  и  $\bar{F}_S$  с осью  $O_1 X$  будут равны (следует иметь ввиду, что на рис. 2.23б координата  $Y_K$  является отрицательной):

$$\left. \begin{array}{l} X_{P_K} = X_K - Y_K \operatorname{tg} \alpha_K, \quad Y_{P_K} = 0; \\ X_{P_S} = X_S - Y_S \operatorname{tg} \alpha_S, \quad Y_{P_S} = 0; \end{array} \right\} \quad (2.119)$$

Уравнения линий действия сил  $\bar{F}_K$  и  $\bar{F}_S$  можно найти через координаты точек  $K, P_K$  и  $S, P_S$ :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{X_1 - X_K}{X_{P_K} - X_K} = \frac{Y_1 - Y_K}{Y_{P_K} - Y_K}; \\ \frac{X_2 - X_S}{X_{P_S} - X_S} = \frac{Y_2 - Y_S}{Y_{P_S} - Y_S}; \end{array} \right\} \quad (2.120)$$

После несложных преобразований уравнения 2.118 приводятся к обычному виду:

$$\left. \begin{array}{l} Y_1 = a_1 X_1 + b_1 \\ Y_2 = a_2 X_2 + b_2 \end{array} \right\}, \quad (2.121)$$

где  $a_1 = \frac{Y_K}{X_K - X_{P_K}}$  и  $a_2 = \frac{Y_S}{X_S - X_{P_S}}$  - угловые коэффициенты прямых,  
 $b_1 = -a_1 X_{P_K}$  и  $b_2 = -a_2 X_{P_S}$  - начальные ординаты.

Линии действия сил  $\bar{F}_K$  и  $\bar{F}_S$  пересекаются в точке  $A$ , в которой приложена их равнодействующая. Координаты точки  $A$  определяются решением системы 2.121:

$$X_A = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2}, \quad Y_A = a_1 X_A + b_1. \quad (2.122)$$

Угол зацепления  $\alpha$  (угол между равнодействующей и перпендикуляром к линии центров) при двух парном контакте можно определить по соотношению проекций сил  $F_K$  и  $F_S$  на оси координат:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{F_K \sin \alpha_K + F_S \sin \alpha_S}{F_K \cos \alpha_K + F_S \cos \alpha_S}. \quad (2.123)$$

Окончательно, передаточное число определяется через координаты точки  $A$  и угол  $\alpha$  из выражения 2.121:

$$u = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \frac{a_\omega - (X_A - Y_A \operatorname{tg} \alpha)}{X_A - Y_A \operatorname{tg} \alpha}. \quad (2.124)$$

Искажение линии зацепления неизбежно оказывается на мгновенном значении передаточного числа при сохранении среднего его значения, равного отношению числа зубьев. Характер изменения передаточного числа в результате искажения линии зацепления из-за износа профилей представлен для выше рассмотренного примера зубчатой передачи на рис. 2.25.

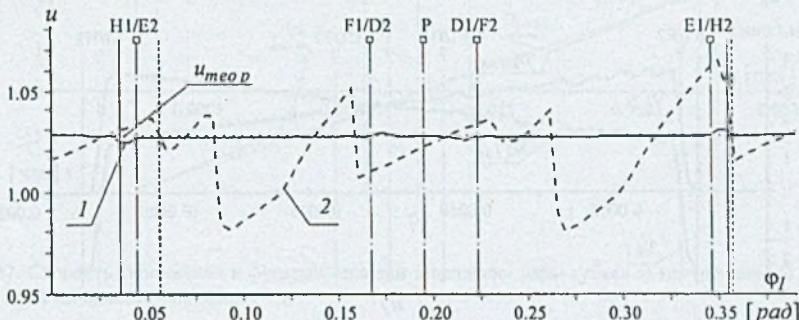


Рис. 2.25. Мгновенное значение передаточного числа передачи в функции угла поворота ведущего звена  
1 - неизношенный профиль, 2 - изношенный профиль

Непостоянство передаточного числа означает, что угловая скорость ведомого звена будет также непостоянной, а это неизбежно приводит к появлению угловых ускорений, в результате чего изменится и характер динамического нагружения контакта [62].

#### 2.4.5. Теоретическое обоснование и результаты численного эксперимента по определению скоростей перемещения точек контакта по профилям зубьев

Скорости перемещения контактной точки по профилям зубьев определялись по значениям множеств координат контактных точек  $L_{1K}$  и  $L_{2K}$  (ф. 2.116), а также времени поворота ведущего звена на угловой шаг -  $\Delta t$  (ф. 2.117). Ввиду малости  $\Delta t$ , составляющую величину порядка 0.01 от времени зацепления зуба, скорость

перемещения точки контакта по профилю (называемая также скоростью качения) принималась равной своему среднему значению в пределах этого временного интервала. Соответственно, скорости качения для ведущего и ведомого зубьев имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} v_{k1i} &= \frac{\Delta S_{1i}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{\Delta X_{1i}^2 + \Delta Y_{1i}^2}}{\Delta t} \\ v_{k2i} &= \frac{\Delta S_{2i}}{\Delta t} = \frac{\sqrt{\Delta X_{2i}^2 + \Delta Y_{2i}^2}}{\Delta t} \end{aligned} \right\}, \quad (2.125)$$

где

$i$  - порядковый номер элементов множеств  $L_{1K}$  и  $L_{2K}$ ,

$\Delta S_i$  - путь, проходимый точкой контакта по профилю зуба в течение времени  $\Delta t$ ,

$\Delta X_i = 0.5(X_{i+1} - X_{i-1})$  - приращение абсциссы, приведенное к  $i$ -той точке,

$\Delta Y_i = 0.5(Y_{i-1} - Y_{i+1})$  - приращение ординаты, приведенное к  $i$ -той точке.

Пример результатов численного эксперимента по определению скоростей качения для рассмотренного выше варианта зубчатой передачи представлен на рис. 2.26.

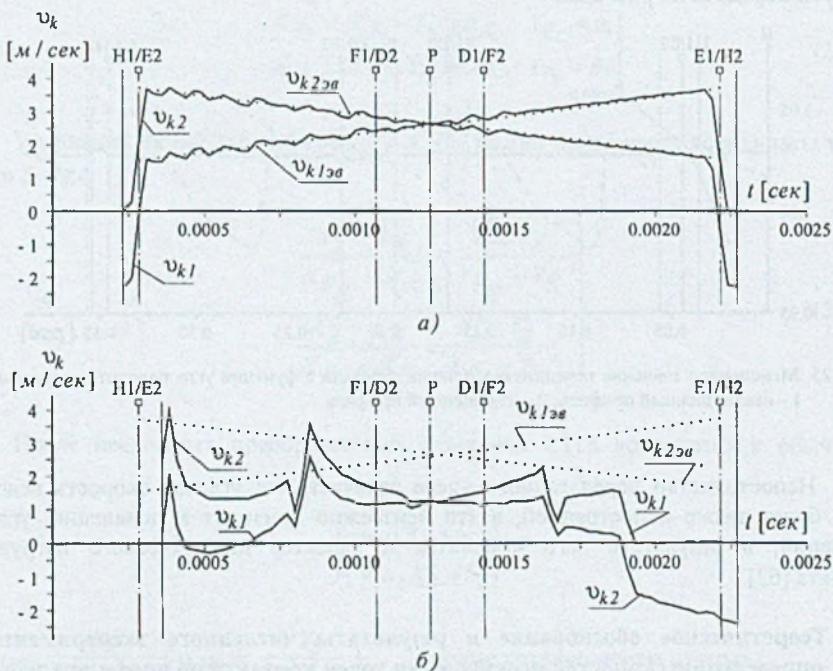


Рис. 2.26. Скорости качения по профилям зубьев в функции времени зацепления пары зубьев  
а) неизношенный профиль, б) изношенный профиль

По значениям скоростей качения  $v_{k1}$  и  $v_{k2}$  вычисляется кинематический параметр, в значительной степени влияющий на износ зубьев - скорость скольжения, то есть скорость относительного движения зубьев в точке контакта:

$$v_{ck} = v_{k1} - v_{k2}. \quad (2.126)$$

Результаты численного эксперимента по определению скоростей скольжения для рассматриваемого варианта зубчатой передачи представлен на рис. 2.27.

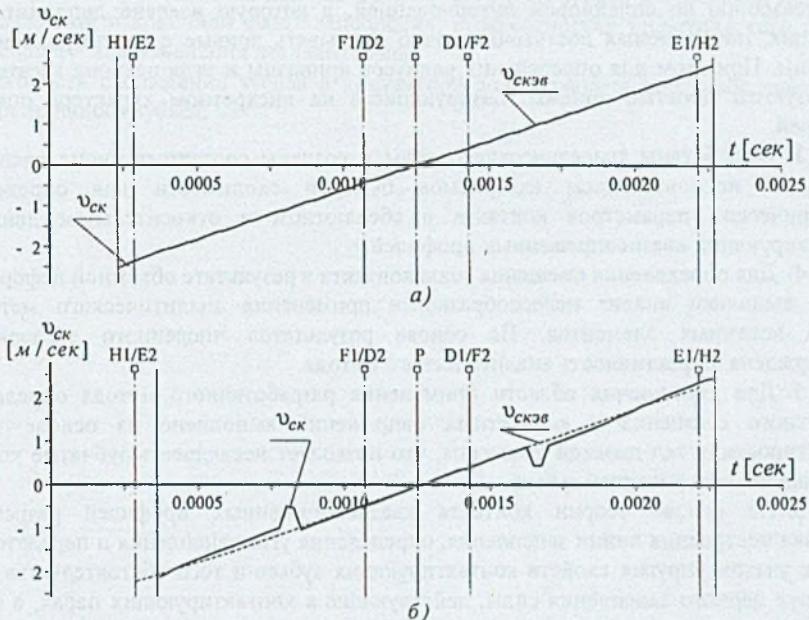


Рис. 2.27. Скорость скольжения в функции времени зацепления пары зубьев а) неизношенный профиль, б) изношенный профиль

Из анализа результатов, представленных на рис. 2.26 и рис. 2.27 следует, что искажения профиля, вызванные деформацией зубьев и их износом оказывают значительной влияние на изменение значений скоростей качения и, в то же время, практически не оказывают влияния на скорость скольжения.

## 2.5. ВЫВОДЫ

Проведенные теоретические исследования и выполненный на их основе анализ, подкрепленный численными экспериментами, позволяет сделать следующие выводы.

1. Установлено, что эвольвентный профиль, который имеют зубья зубчатых передач после их изготовления, в процессе эксплуатации из-за неизбежного износа искажается и после того, как степень искажения превысит допустимую погрешность, определяемую заданной степенью точности, профиль перестает соответствовать

начальным характеристикам. Вновь образованные контактирующие профили по мере эксплуатации зубчатой передачи непрерывно изменяются. Соответственно, параметры зацепления так же непрерывно изменяются, в результате чего не выполняется одно из требований к сопряженным профилям - постоянство передаточного числа. Но поскольку среднее значение передаточного числа не изменяется, профили изношенных зубьев можно условно назвать квазисопряженными профилями.

2. Теория эвольвентного зацепления не применима к описанию квазисопряженных профилей. Для математического описания произвольных профилей на основе численных методов разработана методика, включающая кусочную аппроксимацию со сплайновой интерполяцией, в которую введена дополнительная коррекция, позволяющая достаточно точно описывать кривые с резким изменением кривизны. При этом для определения радиусов кривизны и угла наклона касательной используются простые приемы, базирующиеся на дискретном характере описания профилей.

3. Разработаны теоретические основы и созданы соответствующие численные методы с использованием алгоритмов быстрой сходимости для определения геометрических параметров контакта в абсолютном и относительном движении контактирующих квазисопряженных профилей.

4. Для определения смещения зоны контакта в результате объемной деформации зубьев выполнен анализ целесообразности применения аналитического метода и метода конечных элементов. На основе результатов численного эксперимента подтверждена эффективность аналитического метода.

5. Для расширения области применения разработанного метода определение контактного смещения и контактных напряжений выполнено на основе теории контактирования тел двойкой кривизны, что позволяет исследовать зубчатые колеса с продольной модификацией зубьев.

6. На основе теории контакта квазисопряженных профилей разработана методика построения линий зацепления, определения угла зацепления и передаточного числа с учетом упругих свойств контактирующих зубьев и того обстоятельства, что в зоне двух парного зацепления силы, действующие в контактирующих парах, в общем случае не лежат на одной прямой.

7. Разработана методика определения кинематических параметров контакта квазисопряженных профилей применительно к дискретному характеру их описания.

8. С целью практической реализации разработанных численных методов определения геометрических и кинематических параметров контакта квазисопряженных профилей зубьев разработан комплекс пакетов прикладных компьютерных программ с дружественным интерфейсом для пользователя.

9. Результаты проведенных численных экспериментов показали, что после износа зубьев, превышающего допустимую погрешность профиля для заданной степени точности передачи, имеют место следующие явления:

- профиль зуба искажается по отношению к исходному эвольвентному неравномерно по высоте зуба,
- линия зацепления становится криволинейной, ее длина уменьшается, возможны разрывы линии зацепления,
- даже сравнительно малый износ вызывает значительное изменение радиусов кривизны, а при большом износе радиус кривизны может менять свой знак,
- мгновенное значение передаточного числа становится переменным, вследствие чего следует ожидать дополнительного динамического нагружения контакта,

- среднее значение передаточного числа остается постоянным, равным отношению чисел зубьев контактирующих колес;
- жесткость зубьев в процессе зацепления меняется не только из-за разного числа пар зубьев, находящихся в контакте, но и вследствие изменения контактной податливости, которое, в свою очередь, обусловлено изменением радиусов кривизны профилей в зоне контакта, вызванного износом зубьев,
- изменение кривизны контактирующих поверхностей зубьев существенно влияет на мгновенное значение контактных напряжений в процессе зацепления,
- скорости перемещения зоны контакта по профилям зубьев значительно меняются в начальной и конечной фазах зацепления, в окрестностях теоретического полюса зацепления эти изменения незначительны;
- скорость скольжения зубьев в контактной зоне сравнительно слабо зависит от степени износа зубьев.

### **3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРЕННИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ В КОНТАКТЕ ЗУБЬЕВ С ИЗНОШЕННЫМИ ПРОФИЛЯМИ**

Динамический характер сил, действующих в зоне контакта зубьев пары зубчатых колес, оказывает существенное влияние на интенсивность процесса их изнашивания. Отдельно взятая пара представляет собой подсистему полной системы зубчатых пар, формирующих преобразующий механизм, часто называемый редуктором. В свою очередь, система, состоящая из двигателя и редуктора, обычно называемая приводом, вместе с рабочим органом и формируют рабочую машину.

Таким образом, при рассмотрении процесса формирования внутренних сил в контакте зубьев отдельной зубчатой передачи необходимо учитывать влияние параметров привода и машины в целом.

Исследования динамических процессов в машинах и их приводах выполняются на основе специально проводимых экспериментов. В связи с трудностью их проведения и высокой стоимостью широкое распространение получило компьютерное моделирование, что позволяет не только исследовать существующие машины, но и прогнозировать ожидаемые динамические эффекты во вновь проектируемых машинах.

Из-за сложности моделируемых явлений все модели, в той или иной мере, содержат ограничения, являющиеся следствием компромисса между максимально возможным отражением физических процессов и возможностями их численного представления, что накладывает свой отпечаток на постановку задач и методы их решения при исследовании машины, привода или отдельной передачи.

В настоящей главе делается упор только на те вопросы динамики машин, которые необходимы для решения поставленной задачи - разработке научных основ прогнозирования эксплуатационных параметров зубчатых передач.

#### **3.1. ОСНОВНЫЕ ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИВОДА МАШИНЫ**

Основной целью динамического исследования приводов машин является определение спектра частот собственных колебаний и других параметров колебательной системы, а также оценка степени влияния на эти параметры отдельных масс и отдельных ступеней редуктора. С помощью амплитудно-частотных характеристик системы с несколькими степенями свободы путем сопоставления со спектром частот вынужденных колебаний можно установить наличие и степень опасности резонансных явлений, что позволяет наметить пути устранения нежелательных последствий.

Обычно эта задача решается на самой ранней стадии проектирования машины и, как правило, дело не доходит не только до серийного изготовления машины, но даже до изготовления ее опытного образца.

Другой целью является оценка вибрационной и акустической активности привода, что ставит задачи определения параметров длительно действующих колебательных процессов и оценки степени их влияния на человека, на окружающую среду и на усталостную прочность элементов конструкции машины.

Вопросам динамического анализа приводов машин посвящено много работ, как общего плана, так и посвященных исследованиям динамических процессов в конкретных машинах [1, 19, 32, 40, 69, 94, 95, 97, 102, 104, 106, 116, 124]. Подавляющее большинство работ посвящено динамическому анализу одноступенчатой передачи. Динамическая модель пары зубчатых колес даже включена в стандарт ISO/DIS 6336/1. Гораздо меньше работ касается анализа двухступенчатых и многоступенчатых передач [19, 102, 104, 124].

При разработке динамических моделей принимается целый ряд упрощений:

- зубчатые колеса представляются в виде сосредоточенных масс,
- валы чаще всего считаются невесомыми, а их инерционность распределяется между зубчатыми колесами,
- передаточное число зубчатых передач считается постоянным,
- вязкое сопротивление считается линейно зависящим от скорости.

В довольно редких случаях производится приведение распределенных масс валов и учитывается демпфирующая способность подшипников и т.д.

При этом практически всегда (кроме работ [10, 11, 62, 66, 119, 120, 121, 122]) при разработке моделей динамических процессов в качестве одного из основных допущений принимается, что передаточное число зубчатой передачи остается постоянным. Однако, как показано в главе 2, в процессе эксплуатации передачи профили зубьев искажаются, в результате чего передаточное число становится переменным в процессе зацепления зубьев. С допущением о постоянстве передаточного числа можно согласиться при рассмотрении многоступенчатых передач, тогда как при рассмотрении динамического нагружения контакта зубьев отдельной передачи с изношенными зубьями такой подход является слишком упрощенным (за исключением динамического анализа передачи с неизношенными зубьями).

Наиболее часто решение поставленных задач сводится к описанию движения системы твердых тел с геометрическими связями и силами сопротивления, линейно зависящими от скорости. Используя общее уравнение динамики, составляются уравнения Лагранжа второго рода, на основе которых уравнение движения записывается в виде дифференциальных уравнений второго порядка, число которых определяется числом степеней свободы принятой динамической модели.

Пример модели привода с двухступенчатой передачей, взятый из работы Осински Е. [124], приведен на рис. 3.1.

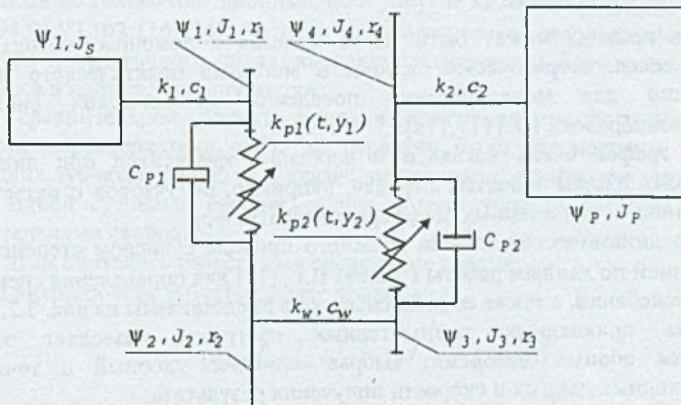


Рис. 3.1. Динамическая модель привода с двухступенчатой передачей [124]

Модель имеет 6 степеней свободы и движение тел, входящих в модель, описывается системой дифференциальных уравнений, на основании результатов решения которой получают динамические параметры привода и, в частности, значения дополнительных динамических нагрузок в кинематической цепи модели. Система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} I_s \ddot{\psi}_1 + c_1(\dot{\psi}_s - \dot{\psi}_1) + k_1(\psi_s - \psi_1) &= M_n, \\ I_1 \ddot{\psi}_1 - c_1(\dot{\psi}_s - \dot{\psi}_1) + c_{p1}r_1\dot{y}_1 - k_1(\psi_s - \psi_1) + r_1k_{p1}(t, y_1) &= 0, \\ I_2 \ddot{\psi}_2 - c_w(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_3) + c_{p1}r_1y_1 - k_w(\psi_2 - \psi_3) + r_2k_{p1}(t, y_1) &= 0, \\ I_3 \ddot{\psi}_3 + c_w(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_3) + c_{p2}r_3\dot{y}_2 + k_w(\psi_2 - \psi_3) + r_3k_{p2}(t, y_2) &= 0, \\ I_4 \ddot{\psi}_4 + c_2(\dot{\psi}_4 - \dot{\psi}_p) + c_{p2}r_4\dot{y}_2 + k_2(\psi_4 - \psi_p) + r_4k_{p2}(t, y_2) &= 0, \\ I_p \ddot{\psi}_p - c_2(\dot{\psi}_4 - \dot{\psi}_p) - k_2(\psi_4 - \psi_p) &= -M_0, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

где  $I_s, I_p$  - приведенные моменты инерции вращающихся деталей двигателя и рабочего органа,  
 $I_i$  - моменты инерции зубчатых колес ( $i=1,2,3,4$ ),  
 $r_i$  - радиусы основных окружностей зубчатых колес ( $i=1,2,3,4$ ),  
 $\psi_s, \psi_p, \psi_i$  - угловые координаты вращающихся масс,  
 $M_n$  - момент движущих сил (двигателя),  
 $M_0$  - момент сил сопротивления (рабочего органа),  
 $k_1, k_2, k_w$  - жесткости валов,  
 $c_1, c_2, c_w$  - коэффициенты демпфирования,  
 $k_{pj}(t, y_j)$  - нелинейная и переменная во времени функция, описывающая жесткость зацепления ( $j=1,2$ ),  
 $c_{pj}$  - коэффициент демпфирования в зацеплении,  
 $y_j$  - координата, описывающая движение вдоль линии зацепления зубчатой передачи.

Для определения спектра частот собственных колебаний системы составляется специальная модель, не содержащая демптирующих элементов, и с закрепленным валом рабочего органа.

Модель привода может быть также описана с помощью метода графов и структурных чисел, теоретические основы и методика практического применения непосредственно для моделирования поведения механических систем были разработаны Войнаровски Ю. [117, 118].

Метод графов очень нагляден и особенно эффективен при динамическом анализе сложных систем зубчатых передач, например, редукторов с разветвленными потоками мощности, планетарных, дифференциальных и др.

Пример динамической модели сложного привода с числом степеней свободы  $S=8$ , составленной по данным работы Гуляева В.Г. [19] для определения спектра частот собственных колебаний, а также ее полюсный график представлены на рис. 3.2.

Наличие прикладных компьютерных программ позволяет эффективно воспользоваться обоими методами, выбрав наиболее удобный с точки зрения подготовки исходных данных и скорости получения результата.

Моменты инерции вращающихся звеньев чаще всего определяются достаточно надежно расчетным путем, тогда как параметры жесткости и демпфирования более

точно определяются экспериментальным путем, например по методике, использованной в работе [19].

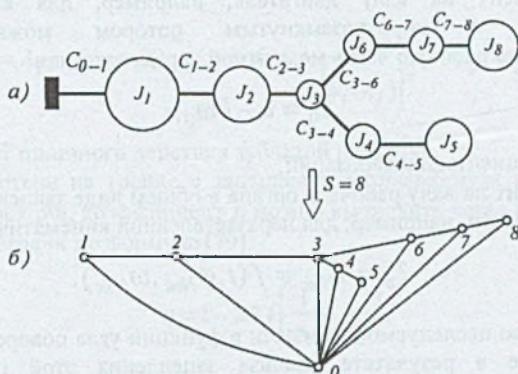


Рис. 3.2. Динамическая модель привода (а) и его полюсный график (б).  $I_i$  - приведенные моменты инерции зубчатых колес,  $C_{ij}$  - приведенные жесткости участков трансмиссии между зубчатыми колесами

Таким образом динамическое исследование отдельной зубчатой передачи следует выполнять только после динамического исследования машины в целом, что дает возможность определить динамические характеристики всех элементов привода, особенно примыкающих к исследуемой передаче, а также выявить и устранить условия возникновения резонансных явлений.

### 3.2. РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ИЗНОШЕННЫХ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ С УЧЕТОМ ПЕРЕМАННОСТИ ПЕРЕДАТОЧНОГО ЧИСЛА

При разработке динамических моделей зубчатой передачи в зависимости от степени упрощения физической модели, принимают за основу, чаще всего, модели от простейшей - с одной степенью свободы, учитывающую только инерционные характеристики, до моделей с двумя, четырьмя и более степенями свободы, учитывающими не только инерционные, но и упругие характеристики передачи и всего привода [94, 95, 97, 102, 116, 124]. Однако обычно в этих моделях не учитывается непостоянство передаточного числа, вызванное изменением формы профилей зубьев из-за их износа в процессе эксплуатации.

Для сравнительной оценки влияния изменения передаточного числа на динамические характеристики зубчатой передачи были рассмотрены три варианта моделирования зубчатой передачи с квазисопряженными профилями: модель жесткой системы с одной степенью свободы и две модели упругой системы - с двумя и четырьмя степенями свободы.

При этом считались известными следующие параметры:

- моменты инерции всех зубчатых колес привода:

$$\{J_0, J_1, J_2, J_3, \dots, J_j, \dots, J_{N_{3K}}\}, \quad (3.2)$$

- передаточные числа всех передач в окружении исследуемой пары:

$$\{u_0, u_1, u_2, u_3, \dots, u_i, \dots, u_{N_{\text{Эп}}}\}, \quad (3.3)$$

- вращающий момент на валу двигателя, например, для вала асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором можно использовать линеаризованную рабочую часть моментной характеристики:

$$T_0 = a - b\omega_0, \quad (3.4)$$

где  $a$  и  $b$  - коэффициенты линеаризации,

- вращающий момент на валу рабочего органа в общем виде зависит от времени, угла поворота или скорости, например, для неразветвленной кинематической цепи:

$$T_p = T_{N_{\text{ЭК}}} = f(t, \varphi_{N_{\text{ЭК}}}, \omega_{N_{\text{ЭК}}}), \quad (3.5)$$

- передаточное число исследуемой передачи в функции угла поворота ведущего звена пары, полученное в результате анализа зацепления этой пары с помощью кинематической модели, рассмотренной в главе 2:

$$u_i = \{u_{i0}, u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{j_f-j_s}\} = u_i(\varphi_j). \quad (3.6)$$

### 3.2.1. Модель жесткой системы с одной степенью свободы

Создание модели основывается на допущении, что все вращающиеся звенья кинематической цепи привода машины представляют собой твердые тела с сосредоточенными массами. При этом предполагается, что все передаточные числа зубчатых передач системы, кроме исследуемой передачи, являются постоянными. Разработка модели включает в себя два этапа (рис. 3.3) [10, 119...122].

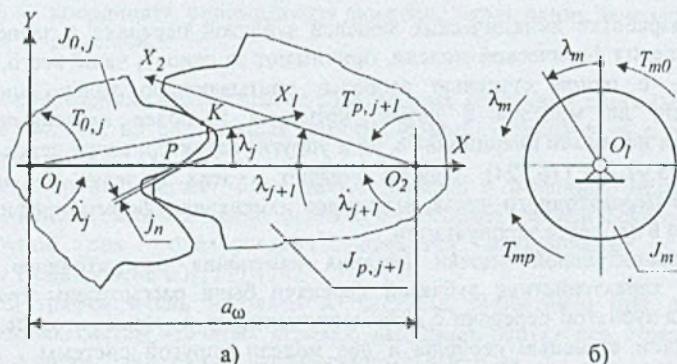


Рис. 3.3. Жесткая динамическая модель зубчатой передачи а) исходные данные, б) схема модели

На первом этапе (рис. 3.3а) производится приведение моментов инерции звеньев привода и движущего момента от электродвигателя к ведущему звену исследуемой передачи ( $J_{0,j}$  и  $T_{0,j}$ ), также приведение моментов инерции и момента сопротивления от рабочего органа к ведомому колесу передачи ( $J_{p,j+1}$  и  $T_{p,j+1}$ ).

На втором этапе (рис. 3.3б) формируется жесткая модель зубчатой передачи путем приведения момента инерции  $J_{p,j+1}$  и приведенного момента сопротивления  $T_{p,j+1}$  к валу ведущего звена модели с учетом переменного передаточного числа.

$u_i = u_i(\lambda_j)$ . Параметры жесткой модели выражаются через параметры моделируемой передачи следующим образом:

$$\lambda_m = \lambda_j, \quad T_{m0} = T_0, \quad J_m = J_{0,j} + \frac{J_{p,j+1}}{[u_i(\lambda_j)]^2}, \quad T_{mp} = \frac{T_{p,j+1}}{\eta u_i(\lambda_j)} \quad (3.7)$$

где  $\eta$  - коэффициент полезного действия зубчатой передачи.

Учитывая потери на трение в зацеплении и пренебрегая их зависимостью от коэффициента коррекции, коэффициент  $\eta$  можно вычислить через коэффициент трения  $f$  и числа зубьев передачи по формуле [79]:

$$\eta = 1 - 2.3f\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right). \quad (3.8)$$

На основании теоремы об изменении кинетической энергии можно записать дифференциальное уравнение движения звена приведения:

$$d\left(\frac{J_m(\dot{\lambda}_m)^2}{2}\right) = (T_{m0} - T_{mp})d\lambda_m, \quad (3.9)$$

которое, после соответствующих преобразований, принимает вид:

$$\frac{d\dot{\lambda}_m}{d\lambda_m} = \frac{T_{m0} - T_{mp} - \frac{dJ_m}{d\varphi_m} \frac{(\dot{\lambda}_m)^2}{2}}{J_m \dot{\lambda}_m}, \quad (3.10)$$

В результате численного решения уравнения (3.10), например методом половинного приращения кинетической энергии [32], находятся значения угловой скорости и углового ускорения звена приведения в функции его угла поворота (или, что то же самое, в функции угла поворота ведущего звена передачи  $\lambda_j$ ):

$$\left. \begin{aligned} \dot{\lambda}_m &= \dot{\lambda}_m(\lambda_m), \\ \ddot{\lambda}_m &= \frac{d(\dot{\lambda}_m)}{d\lambda_m} \dot{\lambda}_m. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

С помощью процедуры интегрирования:

$$t = \int_0^{\lambda_m} \frac{d\lambda_m}{\dot{\lambda}_m(\lambda_m)} \quad (3.12)$$

можно преобразовать угловую скорость и угловое ускорение зубчатых колес жесткой модели в функцию времени:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\lambda}_j = \dot{\lambda}_j(t), \\ \dot{\lambda}_{j+1} = \dot{\lambda}_{j+1}(t), \\ \ddot{\lambda}_j = \ddot{\lambda}_j(t), \\ \ddot{\lambda}_{j+1} = \ddot{\lambda}_{j+1}(t). \end{array} \right\} \quad (3.13)$$

При использовании значения углового ускорения шестерни коэффициент динамической нагрузки жесткой модели, учитывающий влияние непостоянства передаточного числа, определяется по следующей формуле:

$$K_{S1} = 1 - \frac{\ddot{\lambda}_j(t) J_{0,j}}{T_{0,j}}. \quad (3.14)$$

### 3.2.2. Модель упругой системы с двумя степенями свободы

Модель с числом степеней свободы  $S=2$  была образована путем синтеза жесткой модели и классической модели Буша [95], усовершенствованной Мюллером Л. [103] и Вилком А. [116]. При этом, в полученной модели моменты инерции звеньев приняты такими же, как в жесткой модели, тогда как в классической модели они соответствуют моментам инерции контактирующих колес.

В свою очередь, по сравнению с жесткой моделью в разработанной модели дополнительно учтены следующие факторы [120, 122, 123]:

- упругая деформация зубьев,
- сила неупругого сопротивления, линейно зависящая от скорости,
- нормальный боковой зазор в зацеплении (см.  $j_n$  на рис. 3.3а),
- переменное (из-за износа зубьев) передаточное число,
- сила трения между зубьями.

Схема упругой модели с двумя степенями свободы представлена на рис. 3.4.

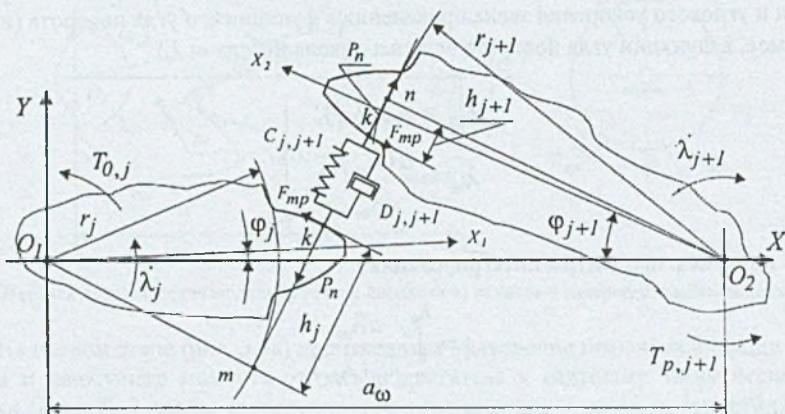


Рис. 3.4. Упругая динамическая модель с числом степеней свободы  $s = 2$

Угол поворота зубчатого колеса в абсолютном движении (в системе координат  $XO_1Y$ ) можно представить как сумму двух углов - угла поворота этого колеса вместе с поворотной системой при условии недеформируемости зубьев (эта задача решена в жесткой модели) и относительного угла поворота колеса в поворотной системе, обусловленного деформацией зубьев под нагрузкой:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_i = \lambda_i + \gamma_i \\ \varphi_{i+1} = \lambda_{i+1} + \gamma_{i+1} \end{array} \right\}. \quad (3.15)$$

В общем виде абсолютное движение зубчатых колес исследуемой передачи можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} J_{0,j}\ddot{\varphi}_j = T_{0,j} - P_n r_j + F_{mp} h_j; \\ J_{p,j+1}\ddot{\varphi}_{j+1} = P_n r_{j+1} - F_{mp} h_{j+1} - T_{p,j+1}; \end{array} \right\}, \quad (3.16)$$

где  $P_n$  - нормальная сила упругости между зубьями,  
 $F_{mp}$  - сила трения,  
 $r_j$  - плечо силы  $P_n$ , действующей на ведущее звено модели,  
 $r_{i+1} = r_i u_i(\varphi_i)$  - плечо силы  $P_n$ , действующей на ведомое звено,  
 $h_j$  - плечо силы трения, действующей на ведущее звено модели,  
 $h_{j+1} = h_j u_i(\varphi_j)$  - плечо силы трения, действующей на ведомое звено.

Нормальная сила упругости между зубьями с учетом вязкого сопротивления и сила трения определяются по следующим формулам:

$$\left. \begin{array}{l} P_n = e_{j_n} e_z C_{j,j+1} + D_{j,j+1} (\dot{\varphi}_j r_j - \dot{\varphi}_{j+1} r_{j+1}); \\ F_{mp} = -f P_n \frac{v_{ck}}{|v_{ck}|}; \end{array} \right\} \quad (3.17)$$

где  $e_{j_n}$  - коэффициент, учитывающий влияние нормального бокового зазора,  
 $e_z = \varphi_j r_j - \varphi_{j+1} r_{j+1}$  - относительное перемещение зубьев в направлении нормали к профилям в точке контакта в результате упругой деформации,  
 $C_{j,j+1} = f_C(\lambda_j)$  - жесткость зубчатого зацепления, определенная на основании исследования зацепления с помощью кинематической модели,  
 $D_{j,j+1}$  - коэффициент неупругого сопротивления,  
 $f$  - коэффициент трения между зубьями,  
 $v_{ck}$  - скорость скольжения.

Введением в формулу силы трения отношения  $\frac{v_{ck}}{|v_{ck}|}$  учитывается смена направления силы трения после прохождения полюса зацепления.

Коэффициент трения для условий тяжело нагруженного контакта определяется по формуле Дроздова Ю.Н. [29, с.31]:

$$f = \frac{4.5 \cdot 10^{-3} \sigma_H^{0.02} \left[ 10 + \lg \left( \frac{HBR_a}{E_{pr} R_{pr}} \right) \right]}{v^{0.07} (v_{ty1} + v_{ty2})^{0.12} v_{ck}^{0.2}} \leq f_{max}, \quad (3.18)$$

- где
- $\sigma_H$  - нормальное контактное давление по Герцу, [ $MPa$ ],
  - $HB$  - твердость по Бринеллю менее твердого из контактирующих материалов, [ $MPa$ ],
  - $R_a$  - среднее арифметическое отклонение профиля шероховатости менее твердого из контактирующих материалов, [ $m$ ],
  - $E_{pr} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$  - приведенный модуль упругости материалов, [ $MPa$ ],
  - $E_1$  и  $E_2$  - модули упругости материалов контактирующих тел, [ $MPa$ ],
  - $R_{pr} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  - приведенный радиус кривизны контактирующих профилей, [ $m$ ],
  - $v$  - кинематическая вязкость масла при температуре вступающих в контакт поверхностей, [ $m^2/сек$ ],
  - $v_{ty1}$  и  $v_{ty2}$  - скорости перемещения точки контакта по профилям контактирующих зубьев, [ $m/сек$ ],
  - $v_{ck} = v_{ty1} - v_{ty2}$  - скорость скольжения, [ $m/сек$ ],
  - $f_{max}$  - максимальное значение коэффициента трения для данных условий трения, принимаемое на основе экспериментальных данных (обычно  $f_{max}=0.12$ ).

Коэффициент неупругого сопротивления  $D_{j,(j+1)}$  определяется по формуле:

$$D_{j,j+1} = 2\psi \sqrt{C_{j,j+1} M}, \quad (3.19)$$

- где
- $M = \frac{m_j m_{j+1}}{m_j + m_{j+1}}$  - инерционный массовый фактор зацепляющихся колес, приведенный в зону контакта зубьев (по ISO/DIS 6336/1),
  - $m_j = \frac{J_j}{r_j^2}$  - приведенная масса ведущего звена
  - $m_{j+1} = \frac{J_{j+1}}{r_{j+1}^2}$  - приведенная масса ведомого звена,
  - $\psi$  - безразмерный коэффициент демпфирования, обычно принимаемый равным  $\psi=0.2+0.3$  [101].

Коэффициент  $e_{j_n}$ , учитывающий влияние нормального бокового зазора  $j_n$ , вычисляется в зависимости от значения упругой деформации зубьев  $e_z$  по следующим условиям [116]:

$$e_{j_n} = \begin{cases} 1, & \text{если } e_z \geq 0 \\ 0, & \text{если } (-j_n) \leq e_z < 0 \\ 1 + \frac{j_n}{e_z}, & \text{если } e_z < (-j_n) \end{cases}. \quad (3.20)$$

После подстановки выражений (3.15) в систему (3.16), дифференциальные уравнения относительного движения зубьев (то есть их колебательного движения) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\gamma_j}{dt^2} &= \frac{1}{J_{0,j}} \left( T_{0,j} - P_n r_j + F_{mp} h_j \right) - \ddot{\lambda}_j, \\ \frac{d^2\gamma_{j+1}}{dt^2} &= \frac{1}{J_{p,j+1}} \left( P_n r_{j+1} - T_{p,j+1} - F_{mp} h_j \right) - \ddot{\lambda}_{j+1}, \end{aligned} \right\}, \quad (3.21)$$

где  $P_n = e_{j_n} C_{j,j+1} (\gamma_j r_j - \gamma_{j+1} r_{j+1}) + D_{j,j+1} (\dot{\gamma}_j r_j - \dot{\gamma}_{j+1} r_{j+1})$ .

Следует заметить, что в соответствии с принятым в модели представлением движения зубчатых колес, решение системы уравнений (3.21) возможно только после рассмотрения их движения в жесткой модели и получения значений следующих величин в функции времени:

$$\begin{aligned} u_i &= u_i(t), \\ r_j &= r_j(t), \\ h_j &= h_j(t), \\ C_{j,j+1} &= C_{j,j+1}(t), \\ \dot{\lambda}_j &= \dot{\lambda}_j(t), \\ \ddot{\lambda}_j &= \ddot{\lambda}_j(t), \\ \ddot{\lambda}_{j+1} &= \ddot{\lambda}_{j+1}(t). \end{aligned}$$

Решение системы уравнений (3.21) производилось с применением численного метода Гира четвертого порядка для системы обыкновенных дифференциальных уравнений по схеме с одной коррекцией прогнозированного значения [52]. Результатами решения являются значения угловой скорости \*всдущего звена в относительном движении, на основании чего вычисляются соответствующие значения угловой скорости и углового ускорения в абсолютном движении:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\phi_j} &= \dot{\lambda}_j + \dot{\gamma}_j, \\ \epsilon_{\phi_j} &= \frac{d\omega_{\phi_j}}{dt}, \end{aligned} \right\}. \quad (3.22)$$

Коэффициент динамической нагрузки в зацеплении зубьев определяется по найденному значению углового ускорения  $\varepsilon_{\varphi}$ , так же, как и в жесткой модели:

$$K_{S2} = 1 - \frac{\varepsilon_{\varphi_j} J_{0,j}}{T_{0,j}}. \quad (3.23)$$

### 3.2.3. Модель упругой системы с четырьмя степенями свободы

Модель с числом степеней свободы  $S=4$  представляет собой упругую динамическую модель одноступенчатой передачи с присоединенными массами [97]. Модель (рис. 3.5) аналогична системе с двумя степенями свободы с тем отличием, что приведение моментов инерции звеньев кинематической цепи привода производится до масс, соседних к зубчатым колесам рассматриваемой передачи, а также введением между этими массами и зубчатыми колесами значений приведенной крутильной жесткости соответствующих участков трансмиссии [11,66].

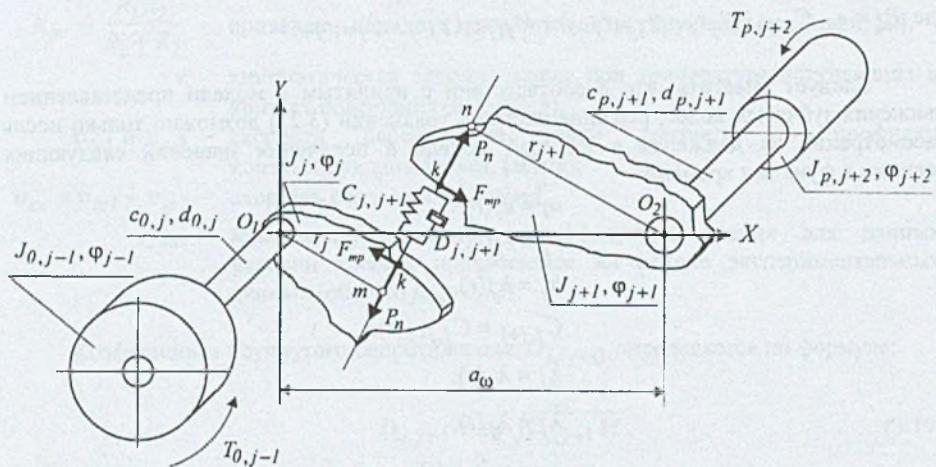


Рис. 3.5. Упругая динамическая модель зубчатой передачи с числом степеней свободы  $s = 4$

Абсолютное движение звеньев (с углом поворота  $\varphi$ ) упругой модели с четырьмя степенями свободы представляется, так же как и в упругой модели с двумя степенями свободы, как сумма двух движений - переносного и относительного.

Переносное движение представляет собой вращение поворотных систем координат зубчатых колес на угол  $\lambda$ . Параметры этого движения определены в жесткой модели. Относительное движение представляет собой поворот звеньев модели в поворотной системе на угол  $\gamma$ , обусловленный упругостью зубьев. Соответственно, абсолютное движение элементов упругой модели с  $S=4$  может быть представлено следующей системой зависимостей:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_{j-1} = \lambda_{j-1} + \gamma_{j-1}, \\ \varphi_j = \lambda_j + \gamma_j, \\ \varphi_{j+1} = \lambda_{j+1} + \gamma_{j+1}, \\ \varphi_{j+2} = \lambda_{j+2} + \gamma_{j+2}, \end{array} \right\}. \quad (3.24)$$

Из того факта, что в звенья ( $j-1$ ) и  $j$  представляют в жесткой модели одно твердое тело, также как и звенья ( $j+1$ ) и ( $j+2$ ), вытекают два дополнительных условия:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_j = \lambda_{j-1}, \\ \lambda_{j+1} = \lambda_{j+2}, \end{array} \right\}. \quad (3.25)$$

Система дифференциальных уравнений, описывающих абсолютное движение звеньев упругой динамической модели с четырьмя степенями свободы, имеет следующий вид:

$$\left. \begin{array}{l} J_{0,j-1}\ddot{\varphi}_{j-1} = T_{0,j-1} - T_{\varphi_{j-1,j}}; \\ J_j\ddot{\varphi}_j = T_{\varphi_{j-1,j}} - P_n r_j + F_{mp} h_j; \\ J_{j+1}\ddot{\varphi}_{j+1} = P_n r_{j+1} - F_{mp} h_{j+1} - T_{\varphi_{j+1,j+2}}; \\ J_{p,j+2}\ddot{\varphi}_{j+2} = T_{\varphi_{j+1,j+2}} - T_{p,j+2}; \end{array} \right\}, \quad (3.26)$$

где

- $T_{\varphi_{j-1,j}}$  - момент сил упругости с учетом вязкого сопротивления на участке кинематической цепи модели между звеньями ( $j-1$ ) и  $j$ ,
- $T_{\varphi_{j+1,j+2}}$  - момент сил упругости с учетом вязкого сопротивления на участке кинематической цепи модели между звеньями ( $j+1$ ) и ( $j+2$ ),
- $P_n$  и  $F_{mp}$  - нормальная сила и сила трения, определяемые по формулам 3.17.

Моменты сил упругости  $T_{\varphi_{j-1,j}}$  и  $T_{\varphi_{j+1,j+2}}$  определяются из следующих выражений:

$$\left. \begin{array}{l} T_{\varphi_{j-1,j}} = c_{0,j}(\varphi_{j-1} - \varphi_j) + d_{0,j}(\dot{\varphi}_{j-1} - \dot{\varphi}_j) \\ T_{\varphi_{j+1,j+2}} = c_{p,j+2}(\varphi_{j+1} - \varphi_{j+2}) + d_{p,j+2}(\dot{\varphi}_{j+1} - \dot{\varphi}_{j+2}) \end{array} \right\}, \quad (3.27)$$

где  $c_{0,j}, c_{p,j+2}$  - приведенные крутильные жесткости соответствующих участков кинематической цепи модели,

$d_{0,j}, d_{p,j+2}$  - коэффициенты вязкого сопротивления участков кинематической цепи модели.

После подстановки выражений (3.24) и (3.25) в систему (3.26) и соответствующих преобразований относительное движение зубчатых колес модели, обусловленное упругостью зубьев, может быть представлено в дифференциальной форме следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\gamma_{0,j-1}}{dt^2} &= \frac{1}{J_{0,j-1}}(T_{0,j-1} - T_{\gamma_{j-1,j}}) - \ddot{\lambda}_j \\ \frac{d^2\gamma_j}{dt^2} &= \frac{1}{J_j}(T_{\gamma_{j-1,j}} - P_n r_j + F_{mp} h_j) - \ddot{\lambda}_j \\ \frac{d^2\gamma_{j+1}}{dt^2} &= \frac{1}{J_{j+1}}(P_n r_j - F_{mp} h_j - T_{\gamma_{j+1,j+2}}) - \ddot{\lambda}_{j+1} \\ \frac{d^2\gamma_{j+2}}{dt^2} &= \frac{1}{J_{p,j+2}}(T_{\gamma_{j+1,j+2}} - T_{p,j+2}) - \ddot{\lambda}_{j+1} \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

Соответствующие моменты сил упругости с учетом вязкого сопротивления на участках кинематической цепи модели между звеньями  $(j-1), j$  и  $(j+1), (j+2)$  имеют тоже смысл, что и в выражении 3.27:

$$\left. \begin{aligned} T_{\gamma_{j-1,j}} &= c_{0,j}(\gamma_{j-1} - \gamma_j) + d_{0,j}(\dot{\gamma}_{j-1} - \dot{\gamma}_j) \\ T_{\gamma_{j+1,j+2}} &= c_{p,j+2}(\gamma_{j+1} - \gamma_{j+2}) + d_{p,j+2}(\dot{\gamma}_{j+1} - \dot{\gamma}_{j+2}) \end{aligned} \right\}, \quad (3.29)$$

Коэффициент динамической нагрузки в зацеплении зубьев можно определить по формуле (3.22) после решения системы (3.27) с использованием зависимостей (3.21):

$$K_{S4} = 1 - \frac{\epsilon_{\phi_j} J_j}{T_{0,j}}. \quad (3.30)$$

При этом следует обратить внимание, что в данном случае расчет коэффициента динамичности производится по моменту инерции ведущего звена, а не приведенному моменту инерции подсистемы, как в модели с двумя степенями свободы.

Разработанные теоретические зависимости определения внутренних сил в зацеплении зубьев с квазиспряженными профилями зубчатой передачи привода машины реализованы с использованием соответствующих численных методов в виде пакета прикладных компьютерных программ.

### 3.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ В ЗОНЕ КОНТАКТА ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Численный эксперимент по динамическому анализу зацепления изношенных зубьев был проведен для описанной в п.2.4.3 зубчатой передачи Myga J.R. [105]. Параметры этой передачи приведены в табл. 2.4. При моделировании динамических процессов исследуемой передачи учитывались результаты работы кинематической модели (см. п.2.4).

Инерционные и упругие характеристики замкнутого контура определялись приближенно. Зубчатые колеса рассматривались как сплошные цилиндры, длины валов были приняты равными  $l=500 \text{ мм}$  при диаметре  $d=40 \text{ мм}$ . В связи с малой мощностью

двигателя, на порядок меньшей, чем циркулирующая в контуре, инерционные характеристики ротора электродвигателя не учитывались. Вращающие моменты, приложенные к внешним звеням моделей, приняты постоянными. Значение безразмерного коэффициента демпфирования принято  $\psi=0.28$  (по графику М. Боша, приведенному в работе [101]).

Численные значения основных параметров динамических моделей, основанные на данных работы [105], приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Основные численные значения динамических моделей

Параметр	Тип модели, число степеней свободы $s$		
	упругая		жесткая
	$s=4$	$s=2$	$s=1$
приведенные вращающие моменты:			
движущий	$T_{0,j-1}=76 \text{ нм}$		$T_{0,j} = T_{0,j-1}$
сопротивления	$T_{p,j+2}=77 \text{ нм}$		$T_{p,j+1} = T_{p,j+2}$
приведенные моменты инерции:			
от двигателя	$J_{0,j-1}=0.0028 \text{ кгм}^2$		$J_{0,j}=J_{0,j-1}+J_j$
от рабочего органа	$J_{p,j+1}=0.0014 \text{ кгм}^2$		$J_{p,j+1}=J_{p,j+2}+J_{j+1}$
ведущего зубчатого колеса	$J_j=0.0014 \text{ кгм}^2$		-
ведомого зубчатого колеса	$J_{j+1}=0.0028 \text{ кгм}^2$		-
приведенная жесткость валов:			
от двигателя	$c_{0,j}=41000 \text{ нм/рад}$		-
от рабочего органа	$c_{p,j+1}=41000 \text{ нм/рад}$		-

Результаты исследования (рис. 3.6) представлены в форме сравнения интегрального параметра динамических характеристик передачи. - коэффициента динамической нагрузки - для трех рассмотренных динамических моделей при разной степени износа зубьев исследуемой зубчатой передачи, оценивавшего отношением максимального линейного износа к модулю зацепления  $I/m$ :

- неизношенный профиль ( $I/m=0$ ) - рис. 3.6а,
- изношенный профиль ( $I/m=0.07$ ) - рис. 3.6б.

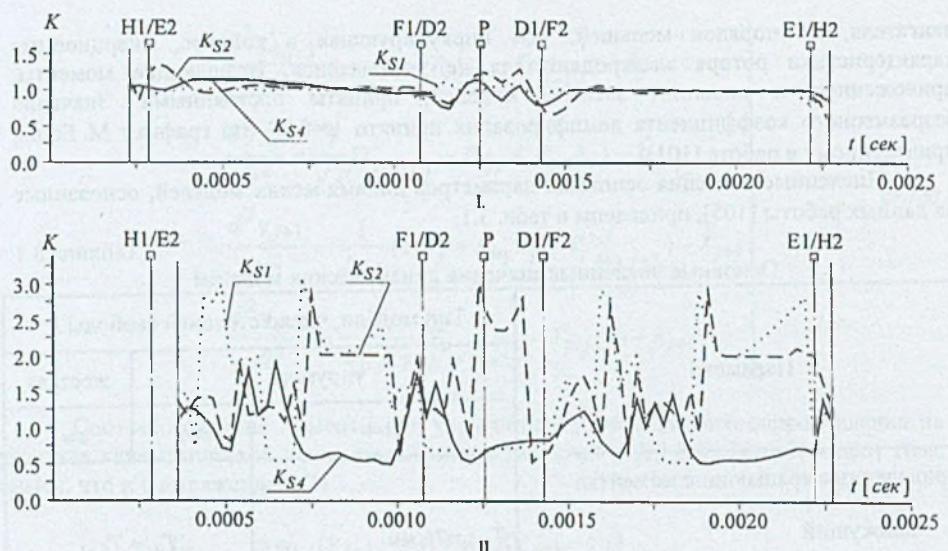


Рис. 3.6. Изменение коэффициента динамической нагрузки в функции времени зацепления  
а) неизношенный профиль -  $I/m=0$ ; б) изношенный профиль -  $I/m=0.07$   $K_{S1}$  - жесткая модель с одной степенью свободы  $K_{S2}$  - упругая модель с двумя степенями свободы  $K_{S4}$  - упругая модель с четырьмя степенями свободы

Сравнительный анализ показывает, что динамические модели с приведением моментов инерции звеньев кинематической цепи к зацепляющимся колесам фиксируют при одних и тех же исходных данных значительные динамические нагрузки в зацеплении одного порядка. Динамическая модель с четырьмя степенями свободы, показывает значительно меньшие значения динамической нагрузки в зацеплении.

Анализ характера изменения коэффициента динамической нагрузки подтверждает сделанные ранее выводы о влиянии деформации и износа зубьев на передаточное число зубчатой передачи, а именно: при малой степени износа основным фактором влияния является деформация зубьев, по мере увеличения времени эксплуатации зубчатой передачи растет степень влияния искажений профиля, вызванных износом зубьев. Из рис. 3.6 следует, что искажение профилей зубьев вследствие их деформации и износа оказывает существенное влияние на изменение динамической нагрузки в зацеплении.

Наибольшие изменения коэффициент динамической нагрузки прстерпевает для всех моделей в начале и конце зацепления (аналогичные результаты получены при использовании модели Вилка А. [116]). В основном изменение коэффициента динамической нагрузки определяется, скачкообразным изменением жесткости зубчатого зацепления, обусловленным изменением числа пар зубьев в зацеплении, и носит характер одного периода гармонического колебания, амплитуда которого в значительной мере зависит от степени износа зубьев.

Для квазисопряженных профилей характерно наличие дополнительного возбудителя колебаний - переменное передаточное число, обуславливающее переменную скорость переносного движения ( $\lambda$ , в выражении 3.21). Кроме того, смена направления силы трения в зоне полюса зацепления также является одной из причин возбуждения колебаний.

В таблице 3.2 приведены сравнительные данные максимальных значений коэффициента динамичности для разных динамических моделей в сопоставлении с результатами физического эксперимента [105].

Таблица 3.2

Сравнение результатов работы динамических моделей с экспериментальными данными

Степень износа зубьев $I/m$	Максимальное значение коэффициента динамичности			Результаты эксперимента [105]	
	Динамическая модель с числом степеней свободы $s$				
	$s=1$	$s=2$	$s=4$		
0.00	1.12	1.36	1.16	1.20	
0.07	3.10	3.09	1.95	1.60	

Как следует из табл. 3.2, наилучшее соответствие с экспериментальными данными было получено при работе динамической модели с четырьмя степенями свободы, которая и была принята для проведения дальнейших исследований в качестве базовой динамической модели.

При этом следует обратить внимание, что на значение коэффициента динамической нагрузки оказывает влияние соотношение приведенных крутильных жесткостей вращающихся звеньев привода и приведенной к крутильной жесткости зубчатого зацепления, с увеличением которого растут амплитуды резонансных частот [102]. Кроме того, коэффициент динамичности зависит также и от соотношения моментов инерции звеньев модели. При этом значения коэффициента динамичности могут быть довольно большими (в модели Вилка А.  $K=3+4$ ). В то же время коэффициент  $K$  может принимать и нулевые значения, что говорит о теоретическом отсутствии контакта зубьев.

Для практических расчетов на прочность и износ зубьев следует ограничить предельные значения коэффициентов динамической нагрузки при сохранении общей картины изменения этих коэффициентов по линии зацепления. Максимальное значение коэффициента динамичности целесообразно ограничить условием прочности зубчатой передачи. Так, например, стандарт ISO/DIS 6336 рекомендует максимальное значение коэффициента  $K_v=2$ , а стандарт ГОСТ 21354-87 -  $K_v=1.5$ . Минимальное значение можно принять как среднее между номинально нагруженным контактом и отсутствием нагрузки -  $K_{min}=0.5$ .

### 3.4. ВЫВОДЫ

Анализ, проведенный на основе теоретических разработок и численных экспериментов, позволяет сделать следующие выводы.

1. При рассмотрении процесса формирования внутренних сил в контакте зубьев зубчатой передачи следует учитывать влияние параметров привода и машины в целом. Динамическое исследование машины дает возможность оценить характер внешнего сопротивления, определить динамические характеристики всех элементов привода, а также выявить и устранить условия возникновения резонансных явлений.

2. Для динамического анализа нагрузочных параметров контакта зубчатой передачи разработаны математические модели разной сложности - жесткая с числом степеней свободы  $S=1$  и упругие с числом степеней свободы  $S=2$ , и  $S=4$ , учитывающие

влияние инерционных параметров привода и изменения передаточного числа вследствие износа рабочих поверхностей зубьев.

3. Анализ, выполненный на основе динамических моделей разной степени сложности, показал довольно значительную степень влияния износа зубьев на динамическую нагрузку в зацеплении. Наибольшие изменения коэффициента динамической нагрузки имеют место в начале и конце зацепления, основной причиной которого является скачкообразное изменение жесткости зубчатого зацепления, обусловленное сменой числа пар зубьев в зацеплении. Изменения динамической нагрузки носят характер одного периода гармонического колебания, амплитуда которого в значительной мере зависит от степени износа зубьев.

4. Переменность передаточного числа квазисопряженных профилей, обуславливающая переменность угловых скоростей звеньев модели, является дополнительным фактором возбуждения колебаний в зацеплении, особенно при значительном искажении профилей зубьев в результате их износа.

5. Упругие динамические модели, учитывающие, кроме переменного передаточного числа исследуемой передачи, моменты инерции входных и выходных (по отношению к этой передаче) отрезков кинематических цепей привода машины, жесткость зацепления, нормальный боковой зазор и силу трения между зубьями, также подтвердило значительное, хотя и в несколько меньшей степени, чем в жесткой модели, влияние искажения профилей зубьев на увеличение динамической нагрузки в зацеплении.

6. Деформация и ошибки изготовления профилей зубьев оказывают влияние на динамическую нагрузку только на начальном этапе работы передачи. С увеличением времени эксплуатации искажение профилей зубьев, вследствие их износа, оказывает более сильное влияние на динамическую нагрузку в зацеплении.

7. Как показало сравнение коэффициентов динамичности, полученных с помощью различных динамических моделей, с экспериментальными данными, наиболее приемлемой моделью для исследования процесса формирования внутренних усилий в зацеплении, в значительной степени определяющих износ рабочих поверхностей зубьев, является упругая динамическая модель зубчатой передачи с четырьмя степенями свободы, учитывающая кроме переменного передаточного числа исследуемой передачи моменты инерции входных и выходных (по отношению к этой передаче) отрезков кинематических цепей привода машины, жесткость зацепления, нормальный боковой зазор и силу трения между зубьями.

8. Максимальные значения коэффициентов динамической нагрузки, найденных с помощью динамических моделей должны быть ограничены из условий прочности зубчатой передачи при сохранении закона их изменения в процессе зацепления.

## **4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КИНЕТИКИ ПАРАМЕТРОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ИЗНОШЕННЫХ ЗУБЬЕВ**

В предыдущих главах было показано, что геометрические, кинематические и динамические параметры контакта зависят от формы профиля зубьев. В свою очередь, форма профилей зубьев определяется износом зубьев и их деформацией, которые зависят от нагрузочно-кинематических параметров контакта зубьев. Следовательно, в процессе эксплуатации существует непрерывное взаимовлияние формы профилей зубьев и параметров контакта зубьев.

В основу модели прогнозирования кинетики параметров зацепления положена реализация принципа динамического равновесия между формой и параметрами контакта зубьев исследуемой зубчатой передачи [67,108,110].

### **4.1. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КИНЕТИКИ ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТА ЗУБЬЕВ**

Для изучения взаимовлияния нагрузочно-кинематических параметров контакта и действительной формы профилей зубьев на основе теоретических исследований был разработан взаимно увязанный комплекс моделей и пакеты соответствующих компьютерных программ. Комплекс включает в себя рассмотренные выше:

- методы математического описания профиля зуба,
- методы представления зуба в виде упругого объекта,
- кинематическую модель зацепления зубьев с профилями произвольной формы,
- упругую динамическую модель зубчатой передачи,
- модель износа зубьев в контактной точке,
- модель синтеза изношенного профиля.

Разработанная модель прогнозирования кинетики параметров контакта предназначена для проведения численных экспериментов по прогнозированию качественных характеристик зацепления прямозубых цилиндрических зубчатых передач. По введенной исходной форме профилей зубьев модель позволяет установить форму профилей зубьев по истечении заданного периода времени, оценить степень изменения передаточного числа, контактных напряжений, скорости скольжения и других параметров качества передачи. Путем варьирования входными параметрами можно спроектировать зубчатую передачу с наиболее оптимальными показателями.

Общая блок-схема модели прогнозирования формы профилей зубьев представлена на рис. 4.1.

Основное назначение блоков модели сводится к следующему.

Блок подготовки исходных данных преобразует исходные данные в формат, соответствующий входным параметрам всех остальных блоков.

Блок кинематической модели зацепления зубьев позволяет определить положение контактной точки в неподвижной и подвижных (связанных с осью симметрии зуба) системах координат, мгновенное передаточное число, скорости перемещения контактной точки по профилям зубьев, а также скорость скольжения,

нормальную силу и контактные напряжения с учетом фактической кривизны профилей, изгибной и контактной податливости зубьев и распределения нагрузки между парами зубьев.

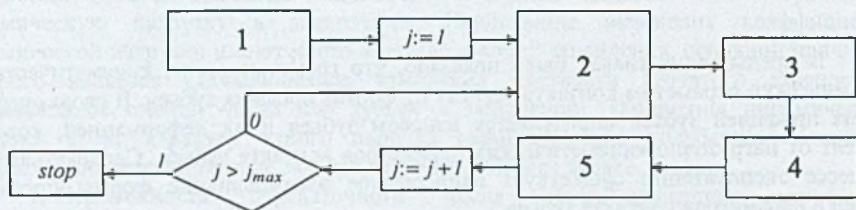


Рис. 4.1. Блок-схема моделирования кинетики прогнозирования параметров контакта зубьев зубчатых передач 1 - блок подготовки исходных данных, 2 - кинематическая модель зацепления, 3 - динамическая модель зацепления, 4 - модель износа зубьев в контактной точке, 5 - модель синтеза изношенного профиля

**Блок динамической модели** позволяет оценить динамическое нагружение контакта с учетом инерционных и диссипативных характеристик передачи и привода, переменного передаточного числа, переменной нормальной силы и силы трения, а также нормального бокового зазора.

**Блок износа зуба** в контактной точке определяет значение износа контактирующих поверхностей с учетом максимально возможного числа факторов.

**Блок синтеза изношенного профиля** по величине износа в отдельных точках профиля формирует новый профиль, сглаживая профильные кривые только в зонах износа и сохраняя в зонах отсутствия контакта прежние координаты не затронутой износом части профиля.

Интегральные результаты работы представляются поэтапно в процессе работы модели в виде графиков функций качественных характеристик передачи. Полный комплект результатов обработки накапливается в специальных файлах в каждом блоке компьютерных программ модели.

Основу моделирования кинетики изнашивания зубьев составляет итерационный процесс (см. рис. 4.1), реализованный в компьютерной программе с использованием численных методов решения соответствующих систем алгебраических и дифференциальных уравнений:

- по координатам исходных профилей зубьев, аппроксимированных в виде непрерывной, как минимум дважды дифференцируемой, функции, с помощью кинематической и динамической моделей определяются параметры контакта в функции времени за период зацепления одного зуба ведущего колеса исследуемой передачи (с шагом, равным 0.01 от углового шага зуба шестерни),
- в функции этих параметров определяется износ зубьев в контактных точках и вычисляются новые координаты профилей,
- по значениям износа в контактных точках осуществляется синтезирование изношенного профиля методом кусочной аппроксимации со сплайновой интерполяцией профилей,
- координаты синтезированного профиля опять вводятся в кинематическую и динамическую модели зацепления.

Итерационный процесс выполняется до достижения заданного максимального числа циклов изнашивания  $j_{max}$ , пропорционального времени эксплуатации передачи. Средний износ за один итерационный цикл принимается, как минимум, на порядок

выше, чем погрешность вычислительного процесса моделирования зацепления зубьев (по данным тестовых испытаний на теоретических профилях эта погрешность равна 0.001 мм). В тоже время, для обеспечения близкого к эксплуатационному характера изнашивания, средний износ за цикл принимается в пределах 1÷2% от максимального износа за период эксплуатации.

Реализация процесса моделирования кинетики прогнозирования параметров контакта зубьев осуществляется с помощью разработанного пакета из шести компьютерных программ PI\_EVPR, PI\_WCID, PI\_APPR, PI\_PARA, PI\_CONT и IZN\_PRG.

С помощью программ PI\_EVPR, PI\_WCID, PI\_APPR и PI\_PARA осуществляется основная работа по вводу и подготовке исходных данных. Поскольку этот процесс с трудом поддается алгоритмизации, работа с программами осуществляется в интерактивном режиме.

В программе PI\_CONT реализуется только блоки кинематической и динамической моделей для одного цикла зацепления зубьев.

В программе IZN\_PRG реализуется полностью весь алгоритм моделирования кинетики прогнозирования характеристик зубчатой передачи в процессе эксплуатации.

## 4.2. БЛОК ПОДГОТОВКИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Подготовка исходных данных производится в два этапа.

На первом этапе вводятся характеристики зубьев, координаты их профилей и общие характеристики зубчатых передач.

Схема подготовки данных на первом этапе, осуществляемая с помощью четырех компьютерных программ, объединенных в один комплекс, представлена на рис. 4.2.

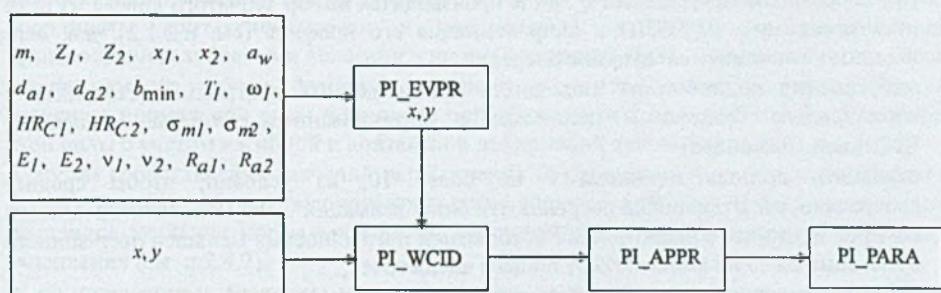


Рис. 4.2. Схема первого этапа подготовки исходных данных

Вне зависимости от начального состояния зубьев зубчатых колес (изношенные либо неизношенные) в блок подготовки исходных данных вводятся следующие параметры зубчатой передачи:

- $m$  - модуль зацепления,
- $Z_1$  и  $Z_2$  - числа зубьев шестерни и колеса,
- $x_1$  и  $x_2$  - коэффициенты смесцения исходного контура,
- $d_{a1}$  и  $d_{a2}$  - диаметры окружностей вершин шестерни и колеса,
- $a_w$  - межосевое расстояние передачи,
- $b_{min}$  - минимальная из двух контактирующих колес ширина зубчатого венца,

- $T_f$  - вращающий момент на валу ведущего зубчатого колеса,  
 $\omega_f$  - угловая скорость шестерни,  
 $HRc_1$  и  $HRc_2$  - твердость рабочих поверхностей зубьев по Роквеллу,  
 $\sigma_{m1}$  и  $\sigma_{m2}$  - пределы текучести материалов зубчатых колес,  
 $E_f$  и  $E_l$  - модули упругости материалов зубчатых колес,  
 $v_f$  и  $v_l$  - коэффициенты Пуассона материалов колес,  
 $R_{al}$  и  $R_{af}$  - среднеарифметическое отклонение профилей шероховатости контактирующих поверхностей.

Введенные данные хранятся в специальном блоке емкостью на 12 типов зубчатых передач.

Данные поступают в программу PI\_EVPR, которая позволяет определять координаты эвольвентного профиля, выкружки и впадин зуба, а также ординаты эвольвентного профиля по введенному множеству значений абсцисс (например, абсциссы изношенного профиля). Кроме того, программа определяет все необходимые параметры эвольвентного зацепления как для всей передачи, так и для зубчатых колес пары в характерных точках зацепления (см. п.2.1.1). По требованию пользователя программа PI\_EVPR вычисляет множество  $C_{x,y} = \{x,y\}$  мощностью в 50 элементов пар значений координат эвольвентного профиля в системе координат, представленной на рис. 2.1. Информация о множестве  $C_{x,y}$  поступает в программу PI\_WCID для упорядочения данных о координатах профилей исследуемых зубьев.

Программа PI\_WCID оформлена в виде базы данных емкостью в 96 множеств  $C_{x,y}$  для хранения координат профилей зубьев. Информацию можно вводить с клавиатуры или считывать из специального буферного файла. Имеется возможность просмотра информации, ее корректировки и выдачи на печать. Для зубьев с отличным от эвольвентного профилем - изношенные или зубья с модифицированным профилем - координаты профиля вводятся в программу PI\_WCID непосредственно.

С помощью программы PI\_APPR производится выбор зубчатого колеса из базы данных программы PI\_WCID и аппроксимация его профиля (см. п.2.1.2), для чего необходимо выполнить следующие операции:

- выбрать вид полинома из имеющихся в базе данных программы (степенной с естественным базисом и полиномы с нормированным базисом -степенной, Чебышева, Лежандра),
- назначить степень полинома - не более 10, из условий, чтобы среднее квадратическое отклонение погрешности аппроксимации было меньше погрешности измерения износа, а число точек с абсолютной погрешностью меньшей погрешности измерения было не менее 80% от общего числа точек,
- идентифицировать выбранный вариант, присвоив ему условное текстовое обозначение.

Программа PI\_APPR заносит вариант в свою базу данных (емкостью 96 вариантов) и обрабатывает его. При этом определяются коэффициенты полинома и производится вычисление ординат аппроксимирующей функции, ее первых двух производных, кривизны и радиусов кривизны этой функции, а также находятся значения абсолютных погрешностей аппроксимации и их среднеквадратическое отклонение. Результаты обработки накапливаются в базе данных программы PI\_APPR и могут быть представлены в табличном или графическом виде, а также выведены на печать. Имеется возможность корректировки введенных параметров аппроксимации.

В программе PI\_PARA путем выбора зубчатых колес из базы данных программы PI\_APPR составляется модель исследуемой зубчатой передачи, идентификационный номер которой программа заносит в свою базу данных емкостью 96 вариантов моделей. Например, для исследования влияния произвольной комплектации пар зубчатых колес

на ремонтных заводах можно составить пару, включающую шестерню с неизношенными и колесо с изношенными зубьями.

На втором этапе производится ввод в блок подготовки данных дополнительной информации, необходимой для работы остальных блоков модели (см. главы 2 и 3).

#### 4.3. БЛОКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ, КИНЕМАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТА

Блок кинематической модели зацепления предназначен для определения геометрических и кинематических параметров контакта. Для обеспечения функционирования модели на втором этапе работы блока подготовки исходных данных в интерактивном режиме вводятся, обусловленные заданной степенью точности изготовления передачи, значения погрешностей основного шага зубьев -  $f_{pb1}$  и  $f_{pb}$ , а также номинальное значение нормального бокового зазора -  $j_n$ .

Следует обратить внимание на то, что погрешности основного шага целесообразно вводить в программу PI\_CONT, тогда как ввод значений  $f_{pb1}$  и  $f_{pb}$  в программу IZN\_PGR требует введения в эту программу дополнительной подпрограммы уменьшения погрешностей по основному шагу вследствие износа зубьев в функции времени эксплуатации.

Работа блока кинематической модели основывается на реализации полученных ранее теоретических зависимостей. Укрупненный алгоритм решения задачи выглядит следующим образом:

- в конце работы блока подготовки исходных данных до начала работы блока кинематической модели определяется диапазон и шаг изменения угла поворота ведущего звена, а также число шагов итерационного цикла (см. п.2.4.1),
- для каждого значения шага итерационного цикла численным методом определяются координаты контактной точки в неподвижной и подвижных, связанных с вращающимися зубчатыми колесами, системах координат (см. п.2.2.3),
- для каждого зуба в функции координат контактной точки по номинальному значению нормальной силы в контакте определяется перемещение точки приложения этой силы с учетом изгибной и контактной деформаций зубьев (см. п.2.3.1 и п.2.3.4),
- путем сопоставления значений перемещения точки приложения нормальной силы с перемещениями соответствующих контактных точек соседних пар зубьев определяется численное значение нормальной силы, действующей на зуб с учетом двух парного зацепления (см. п.2.4.2),
- по полученному значению нормальной силы вычисляется жесткость пары зубьев и контактные напряжения (см. п.2.4.3),
- по координатам точки контакта в абсолютном движении определяются мгновенные значения передаточного числа и угла зацепления (см. п.2.4.4),
- по координатам точки контакта в относительном движении вычисляются значения скоростей перемещения этой точки по профилюм зубьев, а также скорость скольжения профилей (см. п.2.4.5).

Результаты обработки информации накапливаются в специальных файлах в виде упорядоченных множеств (на алгоритмических языках - массивов) значений соответствующих параметров, доступных для работы других программ.

По окончании работы блока кинематической модели зацепления результаты работы представляются в графической форме (см. примеры на рисунках 2.19...2.23 и на рисунках 2.25...2.27). Имеется возможность вывода результатов на печать в табличной форме.

Блок динамической модели зацепления предназначен для определения динамической составляющей нагрузки в контакте, оцениваемой по значению коэффициента динамичности. Для обеспечения функционирования модели на втором этапе работы блока подготовки исходных данных в интерактивном режиме вводятся инерционные и упругие характеристики зубчатой передачи и привода машины (см. табл. 3.1):

- $T_{p,j+1}$  - момент сопротивления, приведенный к валу зубчатого колеса,
- $J_I$  и  $J_{I+1}$  - моменты инерции шестерни и колеса исследуемой зубчатой передачи,
- $J_{0,I}$  - приведенный момент инерции от двигателя до зубчатого колеса, предшествующего шестерне,
- $J_{p,j+2}$  - приведенный момент инерции от рабочего органа к ближайшему к исследуемому зубчатому колесу,
- $C_{0,i}$  - приведенная крутильная жесткость валов привода от двигателя к шестерне исследуемой передачи,
- $C_{p,j+1}$  - приведенная крутильная жесткость валов привода от рабочего органа машины к колесу исследуемой передачи.

Вычислительный процесс реализации алгоритма решения задачи, описанного в главе 2, организован следующим образом.

Независимо от типа модели, используемой в блоке динамической модели, вначале формируется жесткая динамическая модель и на основании значений передаточного числа, полученных в кинематической модели, и введенных инерционных характеристик вычисляются угловые скорости и угловые ускорения звеньев жесткой модели (см. п.3.2.1).

При применении программы PI\_CONT на основании полученных данных для жесткой модели вычисляется коэффициент динамичности, после чего формируются две упругие динамические модели зубчатой передачи со степенью свободы 2 и 4 (см.п.3.2.2-3.2.3). Для этих моделей также вычисляются соответствующие значения коэффициентов динамичности. Результаты вычислений представляются в виде графика (см. пример на рис. 3.6). На этом работа блока динамической модели заканчивается.

При применении программы IZN\_PGR формируется только одна упругая динамическая модель с четырьмя степенями свободы. Значения коэффициента динамичности для каждой точки контакта представляются в виде графика  $K=K(t)$  и записываются в специальный файл, где хранятся результаты работы кинематической модели. Следует подчеркнуть, что в этот файл записываются результаты работы всех блоков модели прогнозирования параметров зацепления после окончания каждого цикла итерации процесса изнашивания зубьев.

#### 4.4. БЛОК МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗНОСА ЗУБЬЕВ В КОНТАКТНОЙ ТОЧКЕ

Блок предназначен для определения износа в точке соприкосновения зубьев и его распределения между контактирующими телами. Для обеспечения функционирования модели, на втором этапе работы блока подготовки исходных данных в интерактивном режиме вводятся следующие дополнительные данные:

- $F_{r,1}$  и  $F_{r,2}$  - допуск на величину радиального биения контактирующих зубчатых колес,
- $t_m$  - температура масла в редукторе,
- $V_m$  - кинематическая вязкость масла при температуре  $t_m$ ,
- $pris$  - признак легирования масла (при наличии противозадирной присадки в масле  $pris=1$ , при отсутствии -  $pris=0$ ).

На основании введенных данных и информации, накопленной после работы блоков кинематической и динамической моделей производится определение износа в каждой точке контакта для данного цикла итерации.

#### 4.4.1. Основные факторы, определяющие износ в точке контакта

Модель износа разработана на основе результатов анализа условий эксплуатации тяжело нагруженных машин, а также с учетом трибологических теорий соответствующих условиям работы исследуемых зубчатых колес (см. п.1.1). В соответствии с этим, в основу моделирования процесса изнашивания зубьев тяжело нагруженных зубчатых передач были положены два принципиальных допущения:

- суммарный износ в контакте двух контактирующих пропорционален удельной мощности, затрачиваемой на преодоление сил трения,
- износ соприкасающихся тел в контактной точке прямо пропорционален пути скольжения точки контакта по этим телам и обратно пропорционален твердости контактной поверхности.

Математически эти положения можно представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} I_{z1} + I_{z2} &= I_z \\ \frac{I_{z1}}{I_{z2}} &= \alpha_{z1} \end{aligned} \right\}, \quad (4.1)$$

где  $I_{z1}$  и  $I_{z2}$  - линейный износ контактирующих зубьев в направлении нормали к площадке контакта,

$I_z$  - суммарный износ контактирующих зубьев в контактной точке,

$\alpha_{z1}$  - коэффициент распределения износа между контактирующими поверхностями в контактной точке.

Из выражения 4.1 можно найти значения износа в контактной точке для каждого из контактирующих тел:

$$\left. \begin{aligned} I_{z2} &= \frac{I_z}{1 + \alpha_{z1}} \\ I_{z1} &= I_{z2}\alpha_{z1}/\alpha_{z1} \end{aligned} \right\}, \quad (4.2)$$

где  $\alpha_{z1}$  - коэффициент, учитывающий влияние частоты входа зубьев в зацепление.

Вследствие того, что в единицу времени зуб шестерни входит в передаточное число раз чаще, чем зуб колеса, следует ожидать и соответствующего увеличения износа зуба шестерни. Однако экспериментальные данные по определению объемного износа зубьев этого не подтверждают. Поэтому в выражение 4.2 введен поправочный коэффициент  $\alpha_{z1}$ , значение которого в первом приближении можно принимать равным отношению объемного износа зуба шестерни к объемному износу зуба колеса за определенный период эксплуатации зубчатой передачи, работавшей в условиях, аналогичных условиям исследуемой передачи.

В соответствии с принятыми допущениями величины  $\alpha_{z1}$  и  $I_z$  определяются следующим образом:

- коэффициент распределения износа между контактирующими поверхностями в контактной точке:

$$\alpha_{zI} = \frac{I_{z1}}{I_{z2}} = \frac{S_1}{S_2} \frac{HR_{C2}}{HR_{C1}} = \frac{v_{ty2}}{v_{ty1}} \frac{HR_{C2}}{HR_{C1}}, \quad (4.3)$$

где

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = 2b_H \frac{v_{ck}}{v_{ty1}} \\ S_2 = 2b_H \frac{v_{ck}}{v_{ty2}} \end{array} \right\} \text{ - пути скольжения контактной зоны по профилям контактирующих зубьев [43 с.388],}$$

$v_{ck} = v_{ty1} \cdot v_{ty2}$  - скорость скольжения,

$b_H$  - полуширина площадки контакта (см. ф. 2.28),

$v_{ty1}$  и  $v_{ty2}$  - скорости перемещения зоны контакта по профилям зубьев шестерни и колеса,

$HR_{C1}$  и  $HR_{C2}$  - твердость рабочих поверхностей контактирующих зубьев,

- суммарный износ контактирующих зубьев в контактной точке:

$$\left. \begin{array}{l} I_z = i_z \alpha_T \alpha_B P_z \\ P_z = \alpha_w f_{mp} \sigma_H \sqrt{K_d K_H \beta} v_{ck} \end{array} \right\}, \quad (4.4)$$

где  $i_z$  - удельная интенсивность изнашивания [ $\text{мм}^3/\text{вт}$ ],

$\alpha_T = \alpha_T(j)$  - коэффициент вариации удельной интенсивности изнашивания, учитывающий изменение  $i_z$  в процессе эксплуатации, определяется экспериментально,

$\alpha_B = \alpha_B(t)$  - коэффициент, учитывающий влияние мгновенной температуры контакта зубьев,

$P_z = P_z(t)$  - удельная мощность сил трения в контакте при относительном качении со скольжением контактирующих зубьев [ $\text{вт}/\text{мм}^2$ ],

$\alpha_\omega$  - коэффициент, учитывающий распределение нормальных контактных напряжений при кромочном контакте зубьев,

$f_{mp} = f_{mp}(t)$  - коэффициент трения (см. формулу 3.18),

$\sigma_H = \sigma_H(t)$  - нормальные контактные напряжения [ $\text{МПа}$ ],

$K_d = K_d(t)$  - коэффициент динамической нагрузки,

$K_H \beta$  - коэффициент распределения нагрузки по длине зуба,

$v_{ck} = v_{ck}(t)$  - скорость скольжения,

$j$  - параметр (число итераций), пропорциональный времени эксплуатации передачи,

$t$  - реальное время во временному интервале, соответствующем повороту шестерни на один угловой шаг [сек].

#### 4.4.2. Влияние мгновенной контактной температуры на износ зубьев

Коэффициент  $\alpha_B$ , учитывающий влияние мгновенной температуры контакта зубьев, принят равным отношению температуры вспышки в зоне контакта зубьев  $\theta$  (см. ф. 1.9, преобразованную применительно к расчетам стальных зубчатых колес) к критическому значению температуры вспышки  $\theta_5$  (ф. 1.12):

$$\alpha_B = \frac{\theta}{\theta_S} = \frac{0.453 C f_{mp} v_{ck} \sqrt{\frac{q}{R_{pr}}}}{\left( \sqrt{v_{ty1}} + \sqrt{v v_{ty2}} \right) C_p v_{50^\circ}^{0.06}}, \quad (4.5)$$

- где  $C$  - коэффициент, учитывающий соотношение максимальной и средней мгновенной температуры контакта, по данным работы [110, с.438] рекомендуется принимать  $C=1.5$ ,  
 $f_{mp}$  - коэффициент трения (см. формулу 3.18),  
 $q$  - удельная нагрузка по длине зуба (см. формулу 2.68) [ $N/m$ ],  
 $R_{pr} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  - приведенный радиус кривизны контактирующих профилей, [ $m$ ],  
 $v_{50^\circ}$  - кинематическая вязкость масла при температуре  $50^\circ\text{C}$  [ $\text{m}^2/\text{сек}$ ],  
 $v_{ty1}$  и  $v_{ty2}$  - скорости перемещения точки контакта по профилям контактирующих зубьев, [ $\text{м/сек}$ ],  
 $v_{ck} = v_{ty1} - v_{ty2}$  - скорость скольжения, [ $\text{м/сек}$ ],  
 $c_p$  - коэффициент, учитывающий свойства смазочного масла:  
 — для нелегированных масел  $c_p=1.7$  ( $pris=0$ ),  
 — для масел, легированных противозадирными присадками —  $c_p=2.2$  ( $pris=1$ ) [36].

#### 4.4.3. Учет кромочного контакта зубьев

Определение коэффициента  $\alpha_\omega$ , учитывающего распределение нормальных контактных напряжений при кромочном контакте зубьев, основано на применении принципа наложения Виллауэра [115]. Виллаузер использовал принцип наложения при исследовании распределения изгибающего момента в основании консольной балки конечной ширины по известному закону распределения момента от сосредоточенной силы в консольной балке бесконечно широкой балки.

Принцип основан на равновесии моментов внешних и внутренних сил. Суть принципа наложения сводится к следующему: при приложении сосредоточенной силы на конечном расстоянии от края балки (меньшем длины эпюры распределения момента по длине бесконечно широкой балки) отрезанная часть эпюры накладывается на оставшуюся часть эпюры, в результате чего площадь эпюры остается постоянной.

Очевидно, что принцип наложения можно применить и в случае кромочного контакта зубьев зубчатых колес, когда точка контакта находится от вершины зуба на расстоянии, меньшем полуширину полоски герцовского контакта. То есть, несмотря на неполную ширину полоски контакта площадь эпюры распределения нормальных контактных напряжений должна оставаться постоянной, чтобы уравновесить приложенную внешнюю нормальную силу. При этом можно использовать известный параболический закон распределения нормальных контактных напряжений при полном контакте соприкасающихся тел.

Схема определения нормальных напряжений в точке контакта в непосредственной близости от вершины зуба с применением принципа наложения Виллауэра представлена на рис. 4.3.

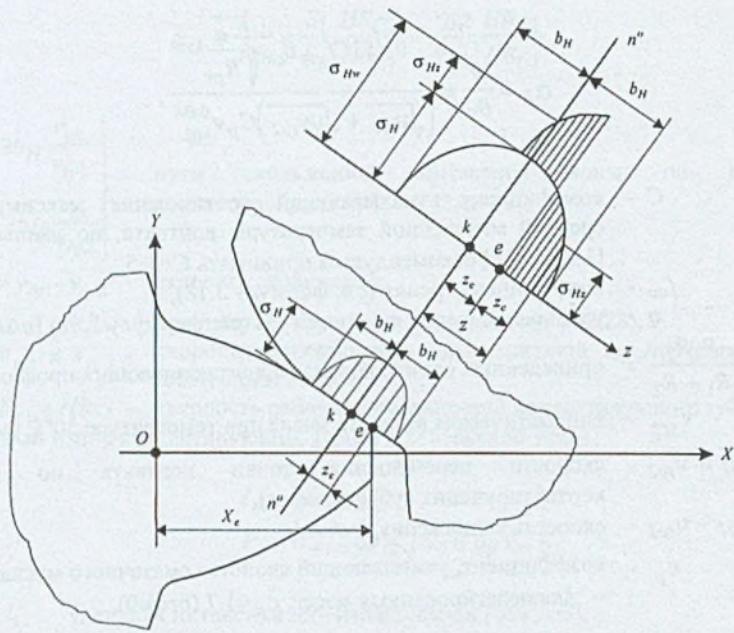


Рис. 4.3. Схема определения напряжений при кромочном контакте зубьев

Пусть некая точка контакта  $k$  находится на расстоянии  $z_e$  от вершины зуба  $e$  (рис. 4.3). Причем расстояние  $z_e$  не превышает половину ширины площадки контакта  $b_H$  (см. формулу 2.28). Закон распределения нормальных контактных напряжений по ширине полоски контакта является параболическим и описывается в функции расстояния от точки приложения внешней силы (центра эпюры напряжений) следующим выражением [63]:

$$\sigma_{Hz} = \sigma_H \sqrt{1 - \left(\frac{z}{b_H}\right)^2}. \quad (4.6)$$

Для определения наращиваемой ординаты напряжений  $\sigma_{Hz}$  в точке  $k$  кромочного контакта необходимо вычислить ординату нормальных напряжений «свисающей» части полной эпюры на расстоянии  $z_e$  от кромки зуба:

$$\sigma_{Hz} = \sigma_H \sqrt{1 - \left(\frac{2z_e}{b_H}\right)^2}. \quad (4.7)$$

Окончательно, полное значение нормальных напряжений в контактной точке при неполной ширине полоски контакта будет равно:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{Hw} &= \sigma_H + \sigma_{Hz} = \sigma_H \alpha_w \\ \alpha_w &= 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{2z_e}{b_H} \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Коэффициент  $\alpha_w$  определяется только для значений расстояния от кромки зуба до точки контакта, находящихся в пределах  $0 \leq z_e \leq 0.5b_H$ . При  $b_H > 0.5b_H$  максимальные нормальные напряжения будут равны  $\sigma_H$ .

#### 4.4.4. Учет радиального биения зубьев

Из выражения 4.4 следует, что в зоне полюса зацепления зубьев следует ожидать нулевое значение износа, так как в этой зоне скорость скольжения равна нулю. Однако согласно экспериментальным данным [5,53,54,81,82,75] в зоне полюса всегда имеет место износ, хотя и меньшей величины по сравнению с остальными участками зуба. Очевидно, что имеет место дополнительный фактор, влияющий на износ в околополюсной зоне. В качестве такого фактора было принято относительное скольжение зубьев шестерни и колеса в направлении линии центров из-за их радиального биения.

Общеизвестно, что вследствие неизбежных ошибок изготовления зубчатых колес имеет место несовпадение центров делительных окружностей зубчатых колес с осями вращения. Эта погрешность влияет на кинематическую точность и оценивается величиной допускаемого радиального биения, определяемого заданной точностью изготовления.

Суммарный износ в результате скольжения зубьев из-за радиального биения и его распределения между контактирующими зубьями можно найти из выражений, аналогичным 4.1 и 4.2:

$$\left. \begin{aligned} I_{r1} + I_{r2} &= I_r \\ \frac{I_{r1}}{I_{r2}} &= \alpha_{rl} \end{aligned} \right\}, \quad (4.9)$$

где  $I_{r1}$  и  $I_{r2}$  - линейный износ контактирующих зубьев в направлении нормали к площадке контакта,

$I_r$  - суммарный износ контактирующих зубьев в контактной точке,

$\alpha_{rl}$  - коэффициент распределения износа между контактирующими поверхностями в контактной точке.

Соответственно, значения износа в контактной точке для каждого из контактирующих тел будут равны:

$$\left. \begin{aligned} I_{r2} &= \frac{I_r}{1 + \alpha_{rl}} \\ I_{r1} &= I_{r2} \alpha_{rl} \alpha_u \end{aligned} \right\}. \quad (4.10)$$

Коэффициент распределения износа между контактирующими поверхностями в контактной точке  $\alpha_{rl}$  определяется также, как и  $\alpha_{rI}$  (см. формулу 4.3):

$$\alpha_{rl} = \frac{I_{rl}}{I_{r2}} = \frac{v_{r2}}{v_{rl}} \frac{HR_{C2}}{HR_{CI}}, \quad (4.11)$$

где  $v_{rl}$  и  $v_{r2}$  - скорости перемещения зоны контакта по профилям зубьев шестерни и колеса вследствие радиального биения.

Аналогично, как и в предыдущем случае, определяется и суммарный износ контактирующих зубьев в контактной точке:

$$I_r = i_r \alpha_T P_r \\ P_r = \alpha_w f_{tmp} \sigma_H \sqrt{K_d K_H \beta} v_{rck} \quad \left. \right\}, \quad (4.12)$$

где  $i_r$  - удельная интенсивность изнашивания при скольжении профилей [ $\text{мм}^3/\text{вт}\cdot\text{м}$ ].

$P_r = P_r(t)$  - удельная мощность сил трения в контакте при относительном скольжении зубьев [ $\text{вт}/\text{мм}^2$ ],

$f_{tmp} = f_{tmp}(t)$  - коэффициент трения скольжения,

$v_{rck} = v_{rl} - v_{r2}$  - скорость скольжения при радиальном биении.

Значения остальных величин, входящих в формулу 4.12, см. описание формулы 4.4. В связи с малыми значениями скоростей скольжения влияние температурной вспышки в этом случае не учитывалось.

Поскольку трение скольжения при радиальном биении зубчатых колес имеет возвратно-поступательный характер, коэффициент трения определялся по формулам для направляющих скольжения [44, с.207]:

$$f_{tmp} = f_m + 0.04 \left( \frac{\sigma_H \sqrt{K_d K_H \beta}}{HB} \right)^{0.25}, \quad (4.13)$$

где  $f_m$  - молекулярная составляющая коэффициента трения, принимаемая равной минимальному значению коэффициента трения для исследуемых режимов трения (для твердых стальных поверхностей обычно  $f_m=0.08\div0.10$ ),

$HB$  - твердость по Бринеллю менее твердого из контактирующих материалов, [ $\text{МПа}$ ].

Скорости перемещения зоны контакта по профилям зубьев шестерни и колеса вследствие радиального биения определяются по среднему значению биения за время одного оборота зубчатого колеса:

$$v_{ri} = \frac{0.5F_{ri} \cos\delta_{cp}}{T_i} \cos\alpha_\omega, \quad i=1,2, \quad (4.14)$$

где  $F_{r1}$  и  $F_{r2}$  - допуски на радиальное биение зубчатого венца шестерни и колеса, определяемые по национальным стандартам в зависимости от степени точности изготовления зубчатой передачи [ $\mu$ ],

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$  и  $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$  - время одного оборота шестерни и колеса, [сек],

$\omega_1$  и  $\omega_2$  - угловая скорость шестерни и колеса, [рад/сек],

$\delta_{cp}$  - среднее значение угла между вектором радиального биения и линией центров (до накопления экспериментальных данных можно принимать равным  $\delta_{cp}=45^\circ$ ),

$\alpha_\omega$  - угол зацепления.

#### 4.5. БЛОК СИНТЕЗА ИЗНОШЕННОГО ПРОФИЛЯ ЗУБА

Окончательно, после суммирования соответствующих значений выражений 4.2 и 4.10, износ зубьев контактирующих колес в контактной точке в направлении нормали к площадке контакта будет равен:

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = I_{z1} + I_{r1} \\ I_2 = I_{z2} + I_{r2} \end{array} \right\} \quad (4.15)$$

По найденным значениям износа  $I_1$  и  $I_2$  контактной точке  $k$  производится корректировка ординат профиля (рис. 4.4):

$$\left. \begin{array}{l} y_{1I} = y_1 - I_1 \cos\lambda_1 \\ y_{2I} = y_2 - I_2 \cos\lambda_2 \end{array} \right\}. \quad (4.16)$$

где  $\lambda$  - угол между нормалью к профилю зуба и перпендикуляром к оси абсцисс.

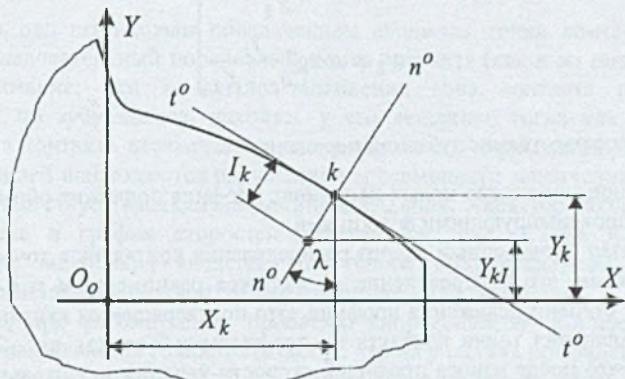


Рис. 4.4. Корректировка ординат профиля после определения износа в контактной точке

Схема определения угла  $\lambda$  представлена на рис. 4.5.

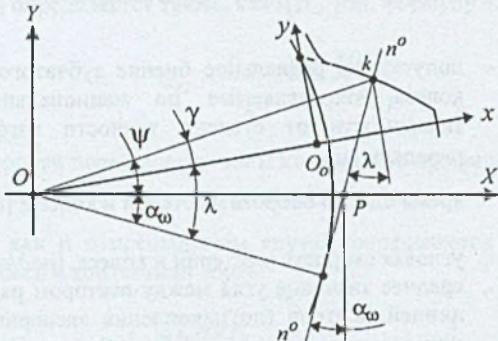


Рис. 4.5. К определению угла  $\lambda$

Из рис. 4.5 видно, что угол  $\lambda$  определяется для зацепляющихся колес из следующего очевидного выражения:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1 = \alpha_\omega + \psi_1 - \gamma_1 \\ \lambda_2 = \alpha_\omega + \psi_2 - \gamma_2 \end{array} \right\}, \quad (4.17)$$

где  $\alpha_\omega$  - угол зацепления, найденный в кинематической модели зацепления (см. формулы: для однопарного зацепления 2.46, для двух парного - 2.121),

$\gamma$  и  $\gamma_2$  - угловые координаты точки контакта в подвижных системах координат (см. выражение 2.32) шестерни и колеса, соответственно,

$\psi$  и  $\psi_2$  - углы между радиусами-векторами в точку контакта и линией центров для шестерни и колеса.

Углы  $\psi_1$  и  $\psi_2$  вычисляются через координаты точки контакта  $k(X_k, Y_k)$  следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} \psi_1 = \operatorname{arctg} \frac{Y_k}{X_k} \\ \psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{Y_k}{a_\omega - X_k} \end{array} \right\}, \quad (4.18)$$

где  $a_\omega$  - межосевое расстояние зубчатой передачи.

Полученное множество новых координат профиля подлежит обработке с целью их описания аппроксимирующими функциями.

Как показал проведенный анализ распределения контактных точек по профилю изношенных зубьев, это распределение не является равномерным и в значительной мере зависит от степени искажения профиля. Это подтверждается картиной изменения скоростей перемещения точки контакта по профилям зубьев (см. рис. 2.26). На этом рисунке видно, что после износа профилей скорости качения значительно отличаются от своих теоретических значений - есть участки с нулевым значением, что означает

мгновенную остановку, и участки с отрицательным значением скорости качения, что означает движение точки контакта в обратном направлении.

В качестве примера на рис. 4.6. представлена штриховая диаграмма распределения абсцисс точек контакта зубьев пары зубчатых колес, линия зацепления которых показана на рис. 2.20.

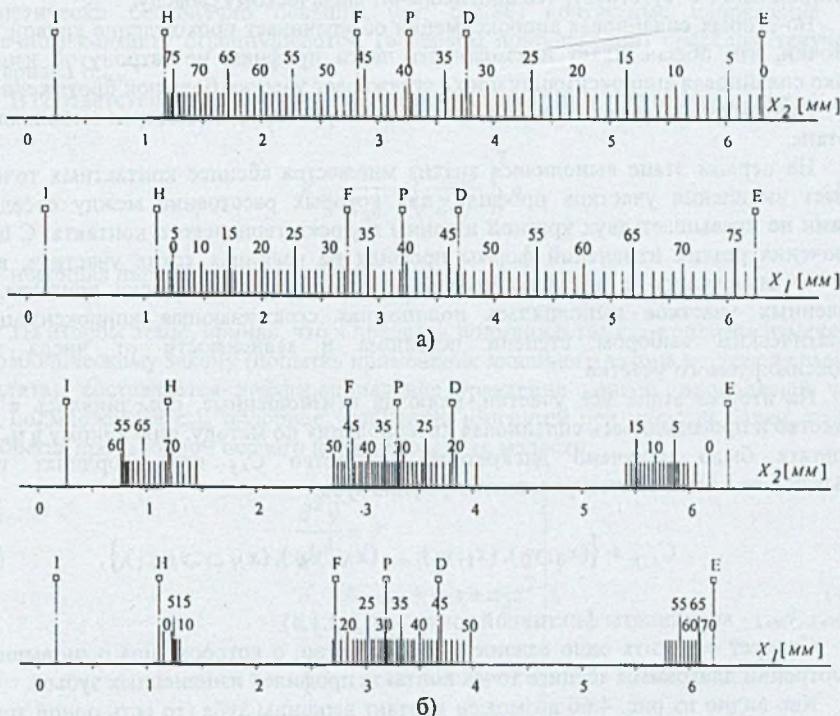


Рис. 4.6. Диаграммы абсцисс точек контакта профилей зубьев шестерни ( $X_1$ ) и колеса ( $X_2$ ) а) неизношенные; б) изношенные

Цифры над штриховым обозначением абсциссы точки контакта на рис. 4.6 означают последовательный порядковый номер контакта (как и на рис. 2.20). Следует обратить внимание, что в начале зацепления зона контакта практически не перемещается по зубу колеса, находясь у его вершины, тогда как по ножке зуба шестерни зона контакта перемещается, но в обратном направлении. Для искаженных износом профилей наблюдаются нарушения непрерывности зацепления после точек 17 и 50, что соответствует скачкам на линии зацепления. Характер такого перемещения отражает также и график скоростей качения (см. рис. 2.25б). Факт нарушения непрерывности зацепления является еще одним подтверждением невозможности отнесения профилей изношенных зубьев к сопряженным профилям.

Однако, при рассмотрении проблемы аппроксимации изношенного профиля наиболее важным является то обстоятельство, что на участках профилей после точек 17 и 50 отсутствует контакт зубьев, а, следовательно, и не может иметь место их износ. При этом длина этих участков значительно превышает ширину герцовской полоски контакта.

В этих условиях непосредственное применение метода аппроксимации профилей, описанного в разделе 2.1, может привести к значительным погрешностям.

Как уже ранее отмечалось, аппроксимация полиномом со степенью, меньшей числа точек, приводит к хорошему сглаживанию формы профиля. Но при этом аппроксимирующая функция пройдет между точками и будет искажена часть профиля, на которой износ отсутствует, что противоречит физическому смыслу.

Во-вторых сплайновая аппроксимация обеспечивает прохождение кривой через все точки, что обеспечивает неизменность части профиля, не затронутой износом. Однако сплайновая аппроксимация плохо сглаживает участки большой протяженности.

Поэтому был применен метод кусочной аппроксимации, которая выполнялась в два этапа.

На первом этапе выполнялся анализ множества абсцисс контактных точек на предмет выявления участков профиля, для которых расстояние между соседними точками не превышает двух кратной ширины полоски герцовского контакта. С целью исключения резких изменений формы профиля на границах таких участков, в них частично включались и неизношенные участки на ширину полоски контакта. Для выделенных участков выполнялась полиномная сглаживающая аппроксимация с автоматическим выбором степени полинома в зависимости от числа точек аппроксимируемого участка.

На втором этапе все участки, включая неизношенные, объединялись в одно множество и производилась сплайновая интерполяция по методу, описанному в п.2.1. В результате было получено дискретное множество  $C_{x,y}$  пар координат точек, описывающее новый синтезированный профиль зуба:

$$C_{x,y} = \{(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N), (x_{N+1}, y_{N+1})\}, \quad (4.19)$$

где  $x_{N+1}, y_{N+1}$  - координаты фиктивной точки (см. п.2.1.4).

Следует отметить одно важное обстоятельство, о котором шла речь выше при рассмотрении диаграммы абсцисс точек контакта профилей изношенных зубьев.

Как видно из рис. 4.6б возможен контакт вершины зуба (то есть одной точки с очень малым, благодаря близости вершины зуба и фиктивной точки, радиусом кривизны) с ножкой зуба контактирующего колеса с коническим, значительно большим значением радиуса кривизны. В этом случае решение уравнения 2.45 совместимости касательных к кривым в точках контакта может отсутствовать.

Для исключения этой возможности и сохранения точки контакта в непосредственной близости от вершины зуба предложен метод локального скругления вершины зуба, суть которого заключается в следующем.

На первом этапе из множества  $C_{x,y}$  выделяется подмножество  $C_{x,y}$ , состоящее из последних пяти точек с номерами:  $N-3, N-2, N-1, N, N+1$ , после чего в точках этого подмножества, за исключением крайних вычислялась кривизна профиля.

В точках  $N-2, N-1$  радиус кривизны определялся по формуле 2.29 раздела 2.1.4. Соответственно, кривизна профиля в этих точках может быть найдена из следующих выражений:

$$\left. \begin{aligned} K_{N-2} &= \frac{1}{R_{N-2}} \\ K_{N-1} &= \frac{1}{R_{N-1}} \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Радиус кривизны в точке  $N$  подмножества  $c_{x,y}$ , определялся на основе следующих допущений:

- ввиду малости радиуса кривизны в точке  $N$  по сравнению с радиусом кривизны контактирующей поверхности его можно считать равным приведенному радиусу кривизны в данной контактной точке;
- теоретически бесконечно большие (см. ф.2.88) контактные напряжения при точечном контакте ограничиваются, (в первом приближении) пределом текучести материала  $\sigma_{тек}$ .

В соответствии с принятыми допущениями кривизна в точке  $N$  будет равна:

$$K_N \frac{1}{R_{np}} = \left( \frac{\sigma_{тек}}{Z_M} \right)^2 q, \quad (4.21)$$

где  $q$  - погонная нагрузка по длине зуба.

На втором этапе, приняв, что в пределах подмножества  $c_{x,y}$ , кривизна изменяется по параболическому закону (попытка применения линейного закона не дала желаемого результата), составляется дифференциальное уравнение кривой, проходящей через точки подмножества  $c_{x,y}$ , подобное уравнению изогнутой оси упругой балки, то есть пренебрегая производной первого порядка ввиду ее малости:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d^2y}{dz^2} = K \\ K = K_{N-2} + a_1 z + a_2 z^2 \\ z = x - x_{N-2} \end{array} \right\}. \quad (4.22)$$

Значения коэффициентов  $a_1$  и  $a_2$  можно найти с помощью известных значений кривизны в точках  $N-1$  и  $N$  из следующих соотношений:

$$\left. \begin{array}{l} K_{N-1} = K_{N-2} + a_1 z_{N-1} + a_2 z_{N-1}^2 \\ K_N = K_{N-2} + a_1 z_N + a_2 z_N^2 \\ z_{N-1} = x_{N-1} - x_{N-2} \\ z_N = x_N - x_{N-2} \end{array} \right\}. \quad (4.23)$$

После решения системы 4.23 формулы для определения коэффициентов  $a_1$  и  $a_2$  будут иметь вид:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{z_N^2 (K_{N-1} - K_{N-2}) - z_{N-1}^2 (K_N - K_{N-2})}{z_N z_{N-1} (z_N - z_{N-1})} \\ a_2 = \frac{z_{N-1} (K_N - K_{N-2}) - z_N (K_{N-1} - K_{N-2})}{z_N z_{N-1} (z_N - z_{N-1})} \end{array} \right\}. \quad (4.24)$$

Двукратно интегрируя дифференциальное уравнение 4.22 и считая, что в точке с  $z=0$  координаты профиля и первая производная остаются неизменными, получим уравнение профиля зуба у его вершины в пределах подмножества  $c_{x,y}$ :

$$\left. \begin{aligned} y &= y_{N-2} + \dot{y}_{N-2} z + \frac{K_{N-2}}{2} z^2 + \frac{a_1}{6} z^3 + \frac{a_2}{12} z^4 \\ z &= x - x_{N-2} \end{aligned} \right\}. \quad (4.25)$$

После введения в выражение 4.25 абсцисс из подмножества  $c_{x,y}$  и вычисления соответствующих значений ординат производится окончательная корректировка координат множества  $C_{x,y}$ .

По полученным значениям ординат изношеннего профиля вычисляется объемный износ зуба за  $j$ -тый цикл износа зуба (см. рис. 4.1):

$$V_j = b_l \sum_{i=1}^N \frac{(y_{j,i} - y_{j-1,i}) + (y_{j,i-1} - y_{j-1,i-1})}{2} (x_i - x_{i-1}). \quad (4.26)$$

Результаты обработки за каждый цикл итерации накапливаются в соответствующих файлах компьютерной программы IZN\_PRG.

#### 4.6. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КИНЕТИКИ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАЧИ

В связи со сложностью и много цикличностью процесса моделирования прогнозирования процесса прогнозирования изнашивания профилей зубьев параметры модели следует подбирать методом последовательных приближений путем сравнения полученных результатов с экспериментальными данными зубчатых передач, работавших в подобных условиях.

Для первоначальной настройки блоков модели можно использовать следующие подходы, основанные на опыте эксплуатации компьютерных программ моделирования прогнозирования эксплуатации зубчатых передач.

Максимальное число шагов итерации рекомендуется принимать в пределах  $j_{max}=80+120$ . Тогда один цикл итерации будет эквивалентен определенной величине наработка машины. Под наработкой обычно понимают параметр, измеряемый в единицах продукции вырабатываемой машиной, то есть тот параметр, ради которого изготовлена машина. Например, для угольных комбайнов под наработкой понимают количество угля, добывшего машиной за период эксплуатации, для грузовых автомобилей - количество тонно-километров и т. д. Чаще всего наработку измеряют временем работы машины. В этом случае масштабный коэффициент цикла итерации будет равен:

$$\mu_T = \frac{T_e}{j_{max}}, \quad (4.27)$$

где  $T_e$  - время эксплуатации машины [час].

Компьютерное время одного цикла итерации составляет при использовании персонального компьютера с тактовой частотой 100  $M\text{Гц}$  порядка 70 сек. Следовательно, длительный период эксплуатации зубчатой передачи, который в производственных условиях может занимать несколько лет, воспроизводится с помощью программы прогнозирования в течение 1.5+2.5 час, что позволяет в краткие сроки оценить степень влияния различных факторов на качественные характеристики проектируемой зубчатой передачи и подобрать передачу с оптимальными параметрами.

Коэффициент вариации удельной интенсивности изнашивания при отсутствии экспериментальных данных можно принимать равным  $\alpha_r=1$ .

Коэффициент влияния частоты входа зубьев в зацепление до накопления экспериментальных данных можно принимать равным:

$$\alpha_u = 0.5u, \quad (4.28)$$

где  $u$  - передаточное число зубчатой передачи.

При наличии экспериментальных данных по износу зубьев зубчатых передач, аналогичных моделируемой, можно приблизенно определить средний суммарный линейный износ за один цикл итерации по формуле:

$$I_{zcp} = \frac{V_1 + V_2}{2mb_l j_{\max}}, \quad (4.29)$$

где  $V_1$  и  $V_2$  - объемный износ зубьев, соответственно, шестерни и колеса за период эксплуатации, [ $\text{мм}^3$ ],  
 $m$  - модуль зацепления, [ $\text{мм}$ ],  
 $b_l$  - ширина зубчатого венца, [ $\text{мм}$ ].

Тогда минимальное значение удельной интенсивности износа будет равно:

$$i_z = \frac{I_{zcp}}{f\sigma_H v_{ckcp}}, \quad (4.30)$$

где  $f$  - коэффициент трения,

$\sigma_H$  - нормальные контактные напряжения, [ $\text{МПа}$ ],

$v_{ckcp}$  - среднее значение скорости скольжения, [ $\text{м/сек}$ ].

Удельная интенсивность изнашивания при учете влияния радиального биения на износ зубьев может быть определена по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} i_r &= \frac{0.2I_{zcp}}{f\sigma_H v_{rck}} \\ v_{rck} &= 0.05\omega_l \left( F_{r1} - \frac{F_{r2}}{u} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (4.31)$$

где  $\omega_l$  угловая скорость шестерни, [ $\text{рад/сек}$ ],

$F_{r1}$  и  $F_{r2}$  допуски на радиальное биение зубчатого венца шестерни и колеса, [ $\text{м}$ ].

При отсутствии экспериментальных данных об износе зубьев предварительно можно принять  $I_{zcp}=0.01\div0.02$  мм.

#### 4.7. ВЫВОДЫ

Основные итоги и выводы, полученные на основе анализа работы по разработке технологии оценки измнений параметров зацепления в процессе эксплуатации машины сводятся к следующему.

1. Разработан алгоритм и комплекс взаимоувязанных компьютерных программ, реализующих модель прогнозирования параметров зацепления зубчатой передачи в функции времени эксплуатации. Программы работают в итерационном цикле определения геометрических, кинематических и динамических параметров зацепления, в функции которых производится определение износа в точке контакта и синтезирования нового профиля. Число итерационных циклов пропорционально наработке - параметру, измеряемому в единицах продукции, производимой машиной.

2. В качестве основной модели износа зубьев в контактной точке принято положение о пропорциональности суммарного износа двух тел удельной мощности сил трения, с дополнительным введением принципа об прямой пропорциональности износа каждого из тел пути скольжения и обратной пропорциональности твердости поверхностей.

3. Учтено влияние на износ мгновенного значения температуры в контакте, а также влияние противозадирных присадок в смазочных маслах.

4. Введение в основную модель износа составляющей, зависящей от радиального биссектрисы зубчатых колес, позволило учесть наблюдаемый в эксплуатации факт износа зубьев при скорости скольжения, равной нулю.

5. Разработаны теоретические положения о кромочном контакте зубьев и его влиянии на износ в зоне вершины зуба зубчатого колеса.

6. Теоретически обоснована методология синтеза профилей изношенных зубьев зубчатых колес, позволяющая за счет применения кусочной аппроксимации со сплайновой интерполяцией аппроксимировать только изношенные участки зуба, оставляя неизменными участки зуба, не затронутые износом.

## **5. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ИЗНОСУ ЗУБЬЕВ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ИЗНОСА**

Для оценки степени отражения реальности разработанной моделью прогнозирования кинетики параметров зацепления зубьев тяжело нагруженных зубчатых передач необходимо провести сравнительный анализ формы профилей зубьев, которую они приобретают в результате физического изнашивания и формы, которая будет получена в результате численного эксперимента по моделированию процесса изнашивания для одних и тех же условий.

В качестве примера тяжело нагруженных рабочих машин были приняты угледобывающие комбайны, работающие под землей в тяжелых горно-геологических условиях, при значительном внешнем динамическом нагружении и в загрязненной абразивной пылью атмосфере, что обуславливает значительную степень износа рабочих поверхностей зубчатых колес приводов этих машин.

Экспериментальные данные о действительной форме профилей зубьев были получены для двух вариантов условий работы зубчатых колес одного класса:

- лабораторные испытания натурных зубчатых колес в режиме максимально форсированной нагрузки,
- эксплуатация зубчатых колес в нормальных производственных условиях.

Испытания зубчатых колес в лабораторных условиях позволяли оценить влияние на износ зубьев форсированной нагрузки в течение сравнительно малого времени воздействия, тогда как производственные испытания позволяли оценить влияние номинальной нагрузки в течение всего периода эксплуатации машины.

### **5.1. ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗНАШИВАНИЯ ЗУБЬЕВ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ**

#### **5.1.1. Оборудование для проведения форсированных испытаний зубьев на износ**

Исследования были выполнены в лаборатории кафедры «Горные машины» Донецкого государственного технического университета (Украина) [53,75]. Основной целью исследований было определение нагрузки заедания зубьев зубчатых колес, но поскольку в процессе испытаний была получена информация о форме профилей изношенных зубьев, она была использована для оценки эффективности модели прогнозирования формы профилей зубьев в процессе их изнашивания.

Испытания натурных зубчатых колес производилось на разработанном автором специально для этого стенде ИЛМ-2. Кинематическая схема стенда представлена на рис. 5.1.

Стенд включает в себя четыре редуктора и электродвигатель. Одноступенчатые редукторы 1 и 2, содержащие испытываемые зубчатые колеса, вместе с планетарным редуктором 3, работающим в режиме мультипликатора, образуют замкнутый контур с циркулирующей мощностью. Произведение передаточных чисел редукторов 1,2 и 3 равно единице, при этом шестерни редукторов 1 и 2 являются ведущими.

Вспомогательный коническо-цилиндрический редуктор 5 обеспечивает требуемое значение угловой скорости ведущего вала контура. Электродвигатель 6 приводит

систему в движение, затрачивая при этом энергию, равную потерям энергии внутри замкнутого контура.

Планетарный редуктор 3 замыкает контур и выполняет функцию нагружателя, для чего его корпус с закрепленным в нем зубчатым венцом внутреннего зацепления имеет возможность поворота с помощью гидравлического домкрата 4 относительно центральной оси. Такая схема позволяет осуществить плавную нагрузку-разгрузку контура при работающем двигателе и обеспечить направление потока циркулирующей мощности в контуре в соответствии с направлением вращения ведущих зубчатых колес.

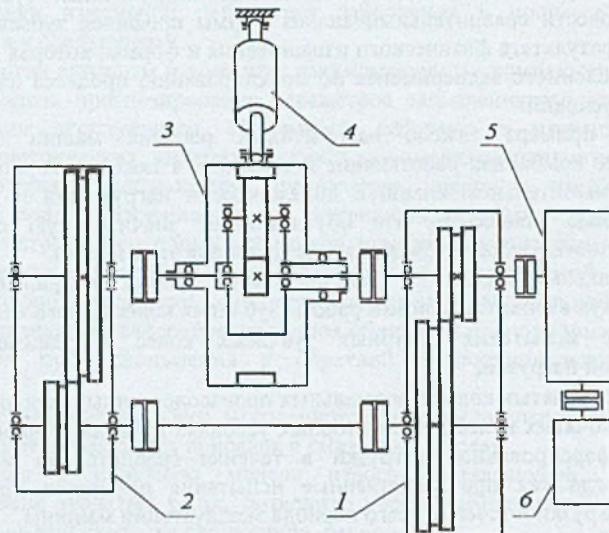


Рис. 5.1. Кинематическая схема испытательного стенда ИЛМ-2 1 и 2 - редукторы с испытываемыми зубчатыми колесами, 3 - планетарный редуктор, 4 - гидравлический домкрат, 5 - вспомогательный редуктор, 6 - двигатель

Стенд рассчитан на передачу максимального значения мощности, циркулирующей в контуре  $P_c=70 \text{ квт}$ , мощность двигателя составляет  $P_{\text{д}}=13 \text{ квт}$ .

Испытаниям подвергались только цилиндрические прямозубые зубчатые колеса, размещенные в редукторе 1. Параметры испытываемых колес (модуль, числа зубьев, скорости качения, скорости скольжения, коэффициент перекрытия и др.) были подобраны соответствующими средней части диапазонов параметров, характерных для тяжело нагруженных зубчатых передач горных машин. При этом зубья зубчатых колес изготавливались на одном и том же заводе, из того же материала, по одной и той же технологии, что и зубчатые колеса, направляемые на сборку приводов горных машин. В качестве корпусов испытательных редукторов использовались корпуса горных машин.

Характеристика основных параметров испытываемых зубчатых колес (редуктор 1 на рис. 5.1) приведена в табл. 5.1.

Конструкция испытываемых колес была аналогична колесам, находящимся в эксплуатации, так они нарезались на тех же самых заготовках. С целью увеличения удельной нагрузки на зубья испытываемых колес и обеспечения максимальной отдачи от одной пары колес в конструкцию зубчатого венца были внесены следующие изменения:

- зубья выполнялись узкими - с длиной, равной 2.5 модуля зацепления;
- на одном зубчатом венце размещалось два ряда зубьев (см. рис. 5.1).

Таблица 5.1

## Основные параметры испытываемой зубчатой передачи

Параметр	шестерня	колесо
Исходный контур		ГОСТ 13755-81 (PN-78/M-88503)
Модуль		12 мм
Числа зубьев	11	31
Коэффициенты смещения исходного контура	0.55	0.30
Диаметры окружностей вершин	164,20 мм	401,94 мм
Межосевое расстояние		261.09 мм
Степень точности по ГОСТ 1643-81 (PN-79/M-88522)		9-9-8В
Средняя арифметическая шероховатость		6.3 мкм
Длина зуба	32 мм	30 мм
Угловая скорость ведущего вала		19.26 рад/сек
Вращающий момент на ведущем валу		3634 нм
Материал и термическая обработка		сталь 25Х2ГНТА цементация, закалка 58±62HRC
Предел текучести материала зубчатых колес		1300 МПа
Модуль упругости		210000 МПа
Коэффициент Пуассона		0.3

Такая конструкция позволяет за счет перестановки колеса вдоль вала и реверсирования направления вращения обеспечить одной парой зубчатых колес четыре испытания.

Смазка зубчатых колес осуществлялась окунанием в масляную ванну. Наличие специальной быстросъемной крышки в корпусах испытательных редукторов обеспечивало легкий доступ для осмотра состояния зубьев и производства измерения их износа.

Стенд ИЛМ-2 оборудован измерительными узлами, позволяющими получать информацию о следующих параметрах исследуемой зубчатой передачи:

- вращающий момент  $M_e$  на выходном валу вспомогательного редуктора, то есть момент, пропорциональный мощности, расходуемой на трение внутри замкнутого контура (если пренебречь изменением скорости ротора электродвигателя);
- вращающий момент  $M_i$  на ведущем валу редуктора  $I$ , то есть момент внутри замкнутого контура;
- температура масла в редукторе  $t_m$ ;
- средняя температура зуба шестерни  $t_z$  (термопары крепились непосредственно к торцам зубьев шестерни);
- износ в 10÷20 точках по высоте зуба.

Информация (кроме износа зуба) непрерывно регистрировалась с помощью самопищущего потенциометра. Периодически, по мере необходимости, производилось осциллографирование вращающих моментов, а также измерение износа зубьев.

Характер изменения вращающих моментов  $M_e$  и  $M_i$  по результатам осциллографирования показан на рис. 5.1, на который для наглядности нанесена осциллограмма, показывающая характер изменения момента внешнего сопротивления одной из горных машин [20].

На осциллограмме момента  $M_i$  можно видеть две группы частот его изменения. Высокая частота является зубцовой, а более низкая обусловлена тем, что редукторы 1-2-3 соединены цепными муфтами. Благодаря наличию несовпадения осей валов, малому

( $z=5$ ) числу зубьев муфт, случайному расположению векторов дополнительной нагрузки в трех муфтах врачающий момент внутри контура является переменным.

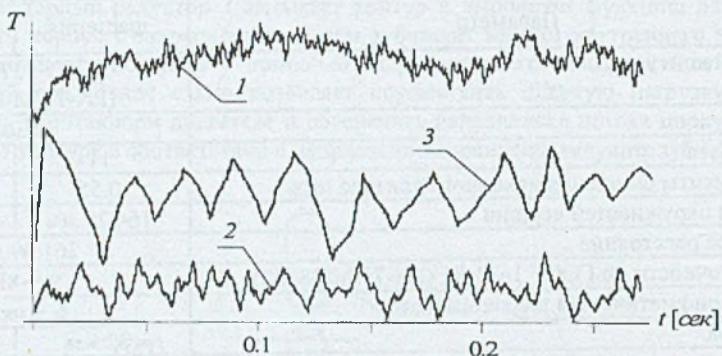


Рис. 5.2. Характер изменения вращающих моментов на валах стенда ИЛМ-2 1 - внутри замкнутого контура ( $M_i$ ), 2 - вне контура ( $M_e$ ) 3 - пример характера изменения момента внешнего сопротивления [20]

Как видно из рис. 5.2, частота изменения этого момента находится в диапазоне частот изменения внешнего момента сопротивления для горных машин, зубчатые колеса которых испытывались на стендсе.

### 5.1.2. Прибор и методика измерения износа зуба

Прибор, схема которого представлена на рис. 5.3, является накладным специализированным устройством для измерения износа зуба в фиксированных точках по длине эвольвентного профиля нереверсивных зубчатых передач [53,54].

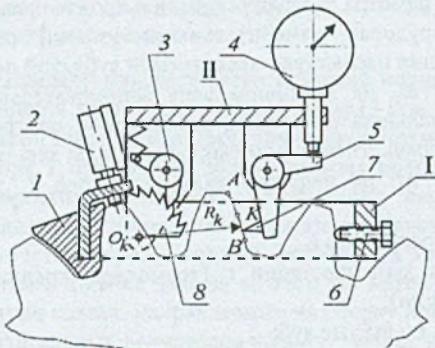


Рис. 5.3. Схема прибора для измерения износа зубьев зубчатых колес

Принцип работы прибора основан на двух главных положениях:

- базой прибора в момент измерения является не работающий при данном испытании профиль зуба,
- движение корпуса измерительного устройства осуществляется по дуге окружности, эквидистантной окружности, проходящей через три точки эвольвентного профиля зуба.

Прибор состоит из двух частей - основания I и измерительного рычага II. Рычаг II установлен в опорах на центрах (кернах) основания I и может поворачиваться относительно оси  $O_K$ , положение которой выбрано таким образом, чтобы дуга окружности радиуса  $R_K$  проходила через начальную A, среднюю K (обычно полюс зацепления) и конечную C точки активной части эвольвентного профиля зуба.

Основание прибора выполнено в виде рамы с шириной, равной ширине зубчатого венца, охватывающей с торцев зубчатое колесо. Левая часть рамы заформована в слепок I впадины зуба, выполненный из легкоплавкого металлического сплава с малым коэффициентом усадки. На кронштейне рамы установлены два индикатора часового типа 2, смешенные к торцам зубчатого колеса, измерительные наконечники которых опираются на поверхность вершин зубьев. Кроме того, с основанием прибора I жестко связан храповой сектор 8, центр которого совпадает с точкой  $O_K$ . С помощью прижимных болтов б основание прибора I фиксируется относительно зубчатого колеса. Расстояние между опорной поверхностью слепка I и опорными поверхностями болтов б определяется длиной общей нормали исследуемого зубчатого колеса.

На измерительном рычаге II закреплен подпружиненный стопор 3 храпового сектора 8, индикатор часового типа 4 и передаточный двух плечий рычаг 5. Одно плечо рычага 5 воспринимает усилие измерительного наконечника индикатора 4, второе плечо через щуп 7, имеющим на вершине стальной шарик диаметром 0.5 мм, создает измерительное усилие в точке замера износа зуба.

При повороте измерительного рычага вокруг оси  $O_K$  щуп 7, скользя по профилю зуба, воздействует посредством рычага 5 на индикатор 4, который регистрирует отклонение эвольвентного профиля от дуги радиуса  $R_K$ . Наличие храпового механизма, образованного храповым сектором 8 и стопором 3, дает возможность снимать показания индикатора 4 при повторных измерениях в одних и тех же точках профиля.

Разность между показаниями индикатора 4, зарегистрированными при обмере неизношенного зуба, а затем при обмере того же самого зуба после испытания под нагрузкой, представляет собой линейный износ в направлении нормали к контактной поверхности в данной точке зуба.

В связи с тем, что число типоразмеров зубчатых колес, подвергаемых ресурсным испытаниям с оценкой их износостойкости, как правило, очень ограничено, то целесообразно изготавливать описанный прибор специально для измерения износа зубьев конкретного зубчатого колеса.

Исходными параметрами для проектирования прибора являются стандартные характеристики зубчатого колеса (см. табл. 5.1), а также радиус окружности  $R_K$  и координаты точек A, K, B,  $O_K$  (см. рис. 5.3). Координаты точек A, K и B вычисляются по формулам 2.3 и 2.4 в функции эвольвентных углов:  $\alpha_A = \alpha_E$  (см. ф. 2.93),  $\alpha_K = \alpha_B = 20^\circ$ ,  $\alpha_B = \alpha_H$  (см. ф. 2.94). По найденным координатам с помощью выражений 2.29 и 2.30 вычисляется значение радиуса  $R_K$ . Координаты центра поворота измерительного рычага в этой же системе координат (см. рис. 2.5) будут равны:

$$\left. \begin{aligned} X_{O_K} &= X_K - R_K \cos(\alpha_b + \beta_b) \\ Y_{O_K} &= Y_K - R_K \sin(\alpha_b + \beta_b) \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

После изготовления основных узлов прибора производится его настройка, для чего в основание I устанавливается специальная ось, на которой против измерительного щупа закреплен цилиндрический сектор с радиусом, равным  $R_K$ . В таком положении индикатор 4 устанавливается на нулевое деление при обеспечении запаса хода измерительного штока для измерения максимального значения износа, после чего ось демонтируется и производится окончательная сборка прибора.

До начала ресурсных испытаний на износ прибор устанавливается на измеряемое зубчатое колесо и временно (с помощью не показанных на рис. 5.3 боковых винтов) фиксируется в таком положении, чтобы индикатор 4 показывал в точках *A*, *K* и *B* значения на  $0.01 \pm 0.02$  мм меньше нулевых (с целью компенсации последующего поджатия слепка к зубу). В этом положении торцы впадины с левой частью рамы основания закрываются съемными экранами и производится заливка впадины жидким сплавом на основе висмута, олова, свинца и кадмия с температурой плавления  $100^\circ \pm 110^\circ\text{C}$ . После остывания сплава экраны удаляются и с помощью болтов 6 производится поджатие слепка впадины к нерабочему профилю зуба, после чего стрелки индикаторов 2 устанавливаются на нулевое деление.

В этом положении для всех точек контакта измерительного щупа с зубом с индикатора 4 снимаются и записываются в журнал испытаний базовые показания. В число этих точек в обязательном порядке должна быть включена контрольная точка, находящаяся ниже точки *B* в зоне, не подвергаемой износу. Кроме того, для каждого зубчатого колеса фиксируется смещение  $\delta_L$  - от кромки вершины зуба до последней точки измерения износа. Впадина, в которой находился слепок, помечается любым способом, обеспечивающим ее распознавание при любых режимах испытаний, после чего прибор демонтируется с зубчатого колеса и хранится до очередного процесса измерения в месте, защищенном от механических и других воздействий.

Общий вид прибора для измерения износа зубьев испытательной шестерни редуктора 1 стенда ИЛМ-2 показан на рис. 5.4.

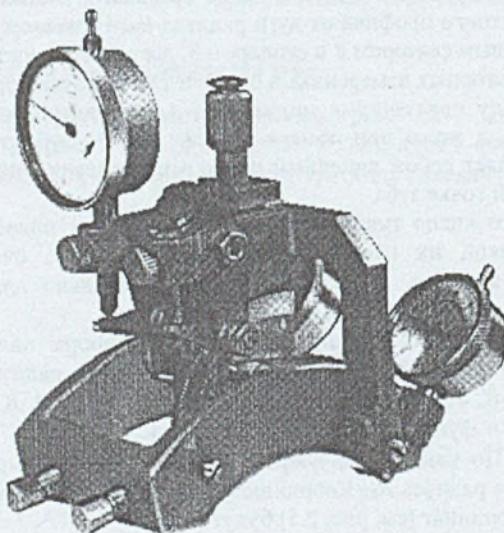


Рис. 5.4. Прибор для измерения износа зубьев зубчатого колеса ( $m = 12$  мм и  $z = 11$ )

После окончания определенного, обусловленного принятой методикой, этапа испытаний зубчатой передачи прибор устанавливается в помеченную впадину (очищенную от следов смазки и механических включений) и с помощью установочных болтов 6 добиваются такого положения прибора, чтобы стрелки индикаторов 2 были на нулевом делении, а показания индикатора 4, установленного в контрольную точку, соответствовали зарегистрированным базовым показаниям. По окончании установки

прибора производится считывание новых показаний с индикатора 4 и путем их сравнения с базовыми показаниями определяется значение износа  $I_i$  в соответствующих точках зуба:

$$I_i = a_{bi} - a_i, \quad 0 \leq i \leq n_z, \quad (5.2)$$

где  $a_{bi}$  и  $a_i$  - базовые и текущие показания индикатора в точке с номером  $i$ ,  
 $n_z$  - число точек измерения износа.

Минимальное число точек, при котором можно достоверно описать профиль изношенного зуба, можно принимать равным  $n_{min}=10$ , максимальное -  $n_{max}=20$ , так как с ростом  $n_{max}$  повышаются требования к точности по угловому шагу храпового механизма.

При переходе к измерению износа другого зубчатого колеса производится выплавление слепка и прибор базируется на новом зубчатом колесе с заливкой впадины зуба.

Прибор регистрирует износ в функции криволинейной координаты - длины эвольвенты, которая определяется для произвольной точки следующим образом:

$$L_i = L_E - \Delta L(n_z - i) - \delta_L, \quad 0 \leq i \leq n_z, \quad (5.3)$$

где  $L_E = \frac{R_b}{2} \varphi_E^2$  - длина эвольвенты на вершине зуба,

$\varphi_E = \operatorname{tg} \alpha_E$  - угол развернутости эвольвенты на вершине зуба,

$\alpha_E$  - эвольвентный угол на вершине зуба (см. ф. 2.93),

$\Delta L = \frac{2\pi}{z_s} R_K$  - шаг перемещения измерительного щупа по профилю зуба,

$z_s$  - полное число зубьев храпового сектора,

$\delta_L$  - расстояние от кромки вершины зуба до последней точки измерения износа.

По значениям длины эвольвенты определяются углы развернутости эвольвенты  $\varphi_i$  и эвольвентные углы  $\alpha_i$ :

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i &= \sqrt{\frac{2L_i}{R_b}} \\ \alpha_i &= \operatorname{arctg} \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

Схема преобразования эвольвентных координат в систему прямоугольных координат представлена на рис 5.5.

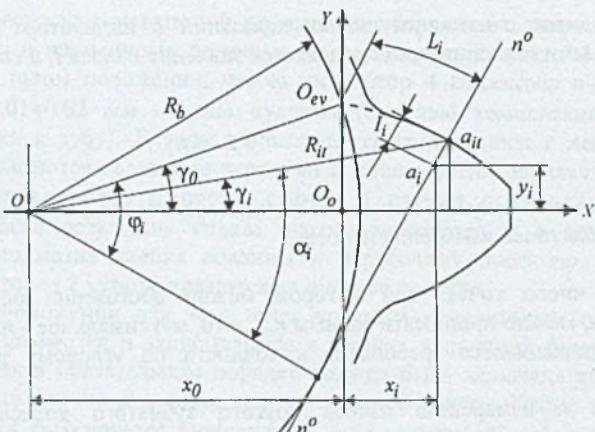


Рис. 5.5. Схема преобразования эвольвентных в прямоугольные координаты изношенного профиля зуба

Из рис. 5.5 следуют очевидные соотношения для вычисления прямоугольных координат профиля изношенного зуба по значению износа  $I_i$ , замеренного с помощью описанного прибора:

$$\left. \begin{array}{l} x_i = R_i \cos \gamma_i - x_0 - I_i \sin(\varphi_i - \gamma_0) \\ y_i = R_i \sin \gamma_i - I_i \cos(\varphi_i - \gamma_0) \end{array} \right\}, \quad (5.5)$$

где  $R_i = \frac{R_b}{\cos \alpha_i}$  - радиус-вектор точки  $a_i$  на эвольвентном профиле,

$\gamma_i$  - угловая координата радиуса-вектора  $R_i$ .

Основными факторами, влияющими на точность измерений, являются:

- отклонение траектории движения измерительного щупа от нормали к эвольвенте в точках измерения;
- погрешность базирования, обусловленная многократными установками прибора в одну и ту же впадину зубьев.

Как показали результаты анализа [53], влияние отклонения траектории движения измерительного наконечника щупа от перпендикуляра к эвольвентному профилю ( $n^o$ -  $n'$  на рис. 5.5) на точность измерения износа сравнительно невелико. Погрешность измерений в этом случае в основном зависит от средней кривизны эвольвенты профиля зуба, определяемой числом зубьев  $z$ , и может быть найдена по формуле:

$$\delta_{n^o} = \frac{3000}{z^3} \%. \quad (5.6)$$

Таким образом, если допустить погрешность измерения  $\delta_{n^o} = 3\%$ , то прибором данной конструкции можно измерять износ зубчатых колес с числом зубьев  $z \geq 10$ .

Модуль зацепления на величину погрешности практически не влияет, однако при модуле менее 3 мм возрастают требования к точности изготовления кинематических пар прибора, так как с уменьшением модуля уменьшается и абсолютная величина износа, тогда как погрешность измерения практически не меняется.

Погрешность базирования прибора оценивалась на основе статистической оценки результатов измерений одного и того же профиля ( $m=12 \text{ мм}$ ,  $z=31$ ) при числе установок равным 50. Проведенный анализ показал, что доверительные интервалы для среднего квадратического отклонения погрешностей измерения в отдельных точках пересекаются и с вероятностью 0.99 можно считать показания индикатора принадлежащими одной генеральной совокупности, для которой среднеквадратическое отклонение равно  $\sigma_t = 0.002 \text{ мм}$ .

Окончательно, абсолютное значение погрешности измерения износа накладным прибором будет равна:

$$\Delta I = k \left( 3\sigma_t + \frac{30}{z^3} I_{max} \right), \quad (5.7)$$

где  $I_{max}$  - максимальное значение износа, фиксируемое прибором,  
 $k=1.3+1.5$  - коэффициент влияния неучтенных факторов.

### 5.1.3. Методика и результаты лабораторных испытаний зубчатых колес

В соответствии с поставленной целью - оценить эффективность смазочных масел, лабораторные испытания зубчатых натурных колес производились при двух режимах:

- режим 1 - определение нагрузки заедания,
- режим 2 - сравнительная оценка износостойкости.

Испытывались следующие типы масел - автотракторное АК-15, Цилиндровое Ц-24, индустриальное И-45 и трансмиссионное автомобильное Тап-15В, содержащее в качестве противозадирной присадки осернистый тетрапропилен.

Нагрузка заедания определялась после обкатки зубчатых колес по 0.5 час без нагрузки и с нагрузкой, соответствующей контактным напряжениям  $\sigma_H=300 \text{ МПа}$ , с последующим ступенчатым повышением нагрузки до наступления заедания. Первая степень соответствовала  $\sigma_H=650 \text{ МПа}$ , на каждой последующей ступени (если не наступало заедания) контактные напряжения увеличивались на  $200 \text{ МПа}$ , до достижения предельной величины  $\sigma_{Hmax}=2000 \text{ МПа}$ . Время работы на каждой ступени равнялось 0.15 час.

Сравнительная оценка износостойкости зубьев зубчатых колес при применении различных масел производилась по методике, базирующейся на имитации средних условий эксплуатации типовых горных машин. С этой целью зубчатая передача обкатывалась в режиме приработки, характерном принятому на заводе-изготовителе угольных комбайнов, после чего испытания проводились с предельно допустимой нагрузкой в течение более длительного (по сравнению с первым режимом) времени.

Выбор предельно допустимой нагрузки основан на том, чтобы максимально форсировать испытания, и, в тоже время, получить повреждения зубьев, характерные для эксплуатационных условий. За предельно допустимую нагрузку принимался врачающий момент внутри замкнутого контура  $T_{max}$ , при котором контактные напряжения в зубьях были равны  $\sigma_H=1850 \text{ МПа}$ , что соответствует пределу контактной выносливости материалов зубчатых колес горных машин при числе циклов  $N_u=10^7$ , поскольку запас прочности при расчетах на контактную прочность допускается принимать равным единице. Режим приработки представлен в табл. 5.2 [70].

Таблица 5.2

## Режим приработки исследованных зубчатых колес

Ступень приработки	Уровень нагрузки	Время работы, час	
		ступени	общее
0	холостой ход	0.5	0.0
1	$0.20T_{\max}$	0.5	0.5
2	$0.65T_{\max}$	1.0	1.5
3	$0.80T_{\max}$	0.5	2.0

После приработки испытания производились при нагрузке, равной  $T_{\max}$ . Длительность испытаний регламентировалась скоростью изнашивания зубьев (если до этого не наступало заедание зубьев). Если в течение 2-3 часов износ зубьев заметно не увеличивался, испытания прекращались.

Результаты испытаний зубьев зубчатых колес в лабораторных условиях приведены в работе [53] и частично в работах [54, 75].

В Приложении 1.1 и 1.2 приведены результаты измерений с помощью накладного прибора износа зубьев двух зубчатых передач, испытанных в режиме 2 с маслами Ц-24 и Тап-15В. Эти данные, полученные автором, не были использованы в работе [53] и ранее не публиковались.

## 5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗНОСА ЗУБЬЕВ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ УСЛОВИЯХ

### 5.2.1. Методика измерения износа зубьев

Исследование изнашивания зубьев в производственных условиях включает в себя следующие основные элементы:

- установление условий эксплуатации и уровня нагруженности привода машины,
- регистрация параметра, интегрально определяющего степень эксплуатационной изношенности машины,
- измерение износа,
- анализ полученных результатов.

В связи с тем, что для проверки степени соответствия разработанной модели прогнозирования параметров зубчатых передач выбрана горно-добычающая отрасль и, в частности, зубчатые колеса угольных комбайнов, при исследовании изнашивания зубьев в производственных условиях следует учитывать специфику эксплуатации горных машин.

Условия эксплуатации и степень нагруженности угольных комбайнов на разных шахтах примерно одинаковы. Безусловно, крепость угля может быть разной, однако если крепость высока, то уменьшается скорость подачи комбайна (или скорость резания угля). Как правило комбайны работают в режиме максимальной мощности, который определяется только характеристикой электродвигателя.

В качестве величины, характеризующей степень изношенности машины обычно принимают количество угля  $Q$  [ $m^3$ ], добытого комбайном за рассматриваемый период эксплуатации. Этот параметр регистрируется в паспорте комбайна и, кроме того, его можно проконтролировать через службу главного диспетчера шахты. Такой общезвестный параметр, как время  $t$ , трудно определить в условиях работы горных машин в связи с практически полной невозможностью его точного учета, и может быть вычислен только приближенно:

$$t = \frac{Q}{q}, \text{ час} \quad (5.8)$$

где  $q$  - минимальная производительность угледобывающего комплекса, в составе которого работает угольный комбайн, т/час.

В связи с поставленной задачей требуется определить распределение износа по профилю зубьев. При этом следует учитывать то обстоятельство, что для доступа к зубчатым колесам приводов угольных комбайнов требуется частичная, либо полная разборка машины.

К методам измерения износа зубьев, позволяющих решить поставленную задачу можно отнести методы сравнения профиля зуба до и после их изнашивания [85]. К таким методам относятся:

- применение эвольвентомера,
- вычерчивание профиля с помощью пантографа с последующим фотографированием в увеличенном масштабе,
- измерение толщины зуба на разной высоте с помощью штангензубомера,
- получение слепков впадины зуба с последующим просмотром на проекторе при значительном увеличении.

Во всех методах совмещение (базирование) профилей до износа и после изнашивания осуществляется по не изнашиваемым участкам профиля - поверхность выступов, впадин, переходная кривая и т.д.

В какой-то мере к группе рассмотренных методов можно отнести метод искусственных баз. Однако из-за ограниченного числа баз, которые можно нанести на зуб, трудно получить информацию, достаточную для надежного описания профиля закаленных зубьев зубчатых колес горных машин.

Анализируя перечисленные методы измерения износа, можно сделать вывод, многие из них не применимы к использованию в производственных условиях. Так, например, применять эвольвентомер и пантограф можно только в лабораторных условиях, метод с использованием штангензубомера и метод искусственных баз требуют в обязательном порядке иметь информацию о начальных параметрах профиля - нулевой обмер или параметры искусственных баз.

Наиболее приемлемым методом получения информации о форме изношенных профилей зубьев применительно к условиям эксплуатации угольных комбайнов оказался метод слепков после введения в него дополнительных операций, повышающих точность измерения износа.

Работа по сбору информации об износе зубьев в производственных условиях была организована следующим образом.

Угольные комбайны после отработки определенного нормами эксплуатации межремонтного периода либо в случае выхода комбайна из строя поступают для капитального ремонта на специализированный машиностроительный завод. На заводе после частичной разборки редуктора режущей части комбайна производилась изготовление слепков впадины зуба, а также по заводскому номеру комбайна и его паспорту устанавливалось место эксплуатации и определялась наработка.

Для получения слепков на чистую поверхность впадины зуба в средней части зубчатого венца устанавливалась специальная съемная разборная форма, куда заливался гипсовый раствор. После затвердевания гипса и разборки формы получался плоский негативный слепок впадины зуба толщиной 6-8 мм. В обязательном порядке слепок маркировался специальным шифром с целью его идентификации. Для надежности изготавливалось 2-3 одинаковых слепка. Полученные слепки помещались в плоскую ячеистую кассету (размер квадратной ячейки был несколько больше максимального

размера негативного отпечатка), и после нанесения на профильную поверхность минерального масла каждая ячейка заливалась раствором гипса.

После затвердевания гипса кассета устанавливалась на плоскошлифовальный станок и производилось шлифование гипсовой поверхности до получения одинаковой шероховатости. Затем негативный слепок отделялся и получался позитивный слепок зуба, на который переносился индентификационный номер.

Такая технология (шлифование с подпором) обеспечивала высокое качество кромки позитивного отпечатка профиля зуба, что оказывает положительное влияние на повышение точности измерения износа при просвечивании отпечатка в проходящем свете.

Общий вид негативного и позитивного отпечатков приведен на рис. 5.6.

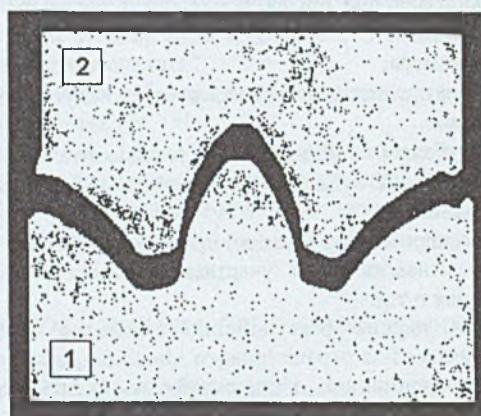


Рис. 5.6. Отпечатки изношенного зуба 1 - позитивный, 2 - негативный

Для каждого типоразмера зуба на специальном планшете из полистирола вычерчивался в масштабе 20:1 эвольвентный профиль зуба с нанесенной масштабной сеткой ординат с постоянным шагом по абсциссе (см. принятую систему координат на рис. 2.1).

Позитивный слепок устанавливался на предметный стол проектора БП, (производства новосибирского машиностроительного завода, Россия) настроенного на 20-ти кратное увеличение в режиме проходящего света. Увеличенное изображение изношенного профиля проецировалось на пластиковый планшет и совмещалось с теоретическим профилем.

В связи с тем, что отсутствовала возможность получения нулевого (до начала эксплуатации) отпечатка, базирование изображения изношенного профиля относительно эвольвентного осуществлялось на основе выполнения двух условий:

- эквидистантность дуг окружностей вдоль проецируемого и теоретического профилей, расположенных слева и справа от исследуемого зуба,
- симметричность и подобие переходных кривых относительно оси симметрии зуба.

После базирования изображения производилось измерение ординат профиля изношенного зуба, при этом абсциссы для всех профилей данного типоразмера зуба принимались одинаковыми. Базирование повторялось не менее трех раз (для каждого из слепков) и в журнал наблюдений заносилось среднее значение измерения ординаты профиля. На основании многочисленных контрольных измерений установлено, что погрешность метода в диапазоне модулей зацепления 8÷12 мм составляет 0.05 мм.

### 5.2.2. Характеристики рабочей машины и параметры исследуемой зубчатой передачи

В качестве базовой тяжело нагруженной рабочей машины был принят угледобывающий комбайн 2К52 широко распространенный на шахтах Донецкого угольного бассейна на Украине в период выполнения работы по исследованию износа зубьев зубчатых колес в производственных условиях.

Комбайн 2К52 состоит из трех основных узлов: подающей части, обеспечивающей перемещение комбайна по конвейеру вдоль угольного пласта, режущей части, осуществляющей с помощью шнековых исполнительных органов разрушение и погрузку угля на конвейер и электродвигателя с двумя выходными концами. От одного конца двигателя приводится в движение подающая часть, от другого - режущая часть. Основное количество энергии (более 90%) расходуется на разрушение и погрузку угля. Поэтому при дальнейшем анализе влияния привода механизма перемещения не учитывалось.

Кинематическая схема привода режущей части угольного комбайна 2К52 со шнековыми исполнительными органами представлена на рис. 5.7. Значения чисел зубьев зубчатых колес приведены в табл. 5.3.

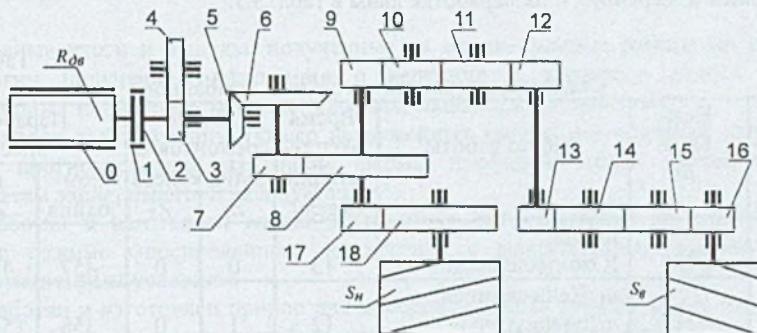


Рис.5.7. Кинематическая схема привода режущей части комбайна 2К52  $R_{dv}$  - ротор электродвигателя.  $S_n$  - нижний шнек,  $S_v$  - верхний шнек, 0 - статор электродвигателя, 1-2 - зубчатая муфта, 3+18 - зубчатые колеса

Таблица 5.3

Числа зубьев колес привода режущей части комбайна 2К52

Позиция колеса на рис. 5.7	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Число зубьев	17	53	16	5 1	17	21	21	22	12	18	18	18	11	28

В качестве исследуемой передачи принята прямозубая цилиндрическая зубчатая передача 7-8 привода исполнительных органов угольного комбайна 2К52 (рис. 5.7), которая является наиболее типичной передачей приводов горнодобывающих машин. Кроме того, по сравнению с другими передачами к этой передаче имеет место более легкий доступ для производства измерения износа зубьев методом отпечатков. Основные характеристики этой передачи приведены в табл. 5.4.

Параметры исследуемой зубчатой передачи

Таблица 5.4

Исходный контур		ГОСТ 13755-81 (PN-78/M-88503)	
Набор		$m = 8 \text{ мм}$	
Число зубьев		$Z_7 = 16$	$Z_8 = 51$
Коэффициент смещения исходного контура		$x_7 = 0.8$	$x_8 = 1.175$
Межосевое расстояние		$a = 281.57 \text{ мм}$	
Ширина зубчатого венца		$b_l = 75 \text{ мм}$	
Термическая обработка		цементация, HRC 58..62	
Номинальная угловая скорость шестерни		$\omega_7 = 53 \text{ рад/с}$	
Степень точности по ГОСТ 1643-81 (PN-78/M-88503)		9-8-8В	
Средняя арифметическая шероховатость		6.3 мкм	
Предел текучести материала зубчатых колес		1300 МПа	
Модуль упругости		210000 МПа	
Коэффициент Пуассона		0.3	

Сведения о месте работы комбайнов, зубчатые колеса 7 и 8 которых подвергались измерению, и их наработке даны в табл. 5.5.

Сведения о наработке угольных комбайнов

Таблица 5.5

Вариант №	Комбайн №	Место работы	Время эксплуатации месяц	Число ремонтовго зубч. колеса		Наработка тыс.т	
				$Z_7$	$Z_8$	комбайна	колеса
01	0287	шахта Южнодонбасская	13	0	0	457	457 457
02	0119	ш. Челюскинцев, «Донецкуголь»	12	1	0	358	558 358
03	1895	Добропольский ремонт. мех. завод	11	0	0	377	377 377
04	0066	шахта Центральная «Краснодонуголь»	12	0	0	484	484 484
05	0129	ш. Украина «Краснодонуголь»	12	0	0	180	180 180
06	2302	Добропольский ремонт. Мех. завод	13	0	0	145	145 145
07	0178	ш. Стаканова «Красноармейскуголь»	8	0	0	174	174 174
08	0342	шахта Засядько «Донецкуголь»	11	0	0	141	141 141
09	2298	ш. Стаканова «Красноармейскуголь»	9	1	1	84	284 284
10	2333	ш. Украина «Краснодонуголь»	12	0	0	346	346 346
11	2224	шахта Соц.Донбасс «Донецкуголь»	11	2	2	231	571 571

Наработка на одно зубчатое колесо определялась в зависимости от числа ремонтов зубчатого колеса:

- при нулевом числе ремонтов наработка зубчатого колеса равнялась наработке комбайна,
- если зубчатое колесо уже прошло одну ремонтную операцию (что видно по следам удаления кромок и степени износа зуба) наработка принималась равной сумме наработки данного комбайна и средней наработке комбайна до первого капитального ремонта, которая на основании статистических данных считалась равной 200 тыс.т добывшего угля,
- при двух ремонтных операциях наработка определялась также, как и в предыдущем случае, но с добавлением средней наработки комбайна после капитального ремонта, которая принималась равной 140 тыс.т.

Результаты измерения координат профилей изношенных зубьев зубчатой передачи редуктора режущей части угольного комбайнов 2К52 (см. табл. 5.5) приведены в приложениях 2.1-2.11.

### 5.3. ВЫВОДЫ

Основные итоги и выводы, полученные на основе анализа работы по разработке технологии получения информации о величине и характере износа зубьев в лабораторных и производственных условиях, сводятся к следующему.

1. Обоснован выбор группы тяжело нагруженных машин для проверки адекватности модели прогнозирования изменения формы профилей зубьев зубчатых передач результатам эксперимента и эксплуатации.
2. Разработан и изготовлен специальный стенд для испытания натурных зубчатых колес в режиме форсированного нагружения с максимальным приближением к эксплуатационным условиям.
3. Разработан и изготовлен прибор для измерения износа зуба по длине эвольвенты, а также разработана методика преобразования данных измерения в координаты профиля изношенного зуба с необходимой точностью.
4. Разработана и реализована на практике технология получения информации о форме профилей зубьев в производственных условиях.
5. Подготовлена база данных о действительной форме профилей зубьев по результатам лабораторных испытаний зубчатых колес и работы передач в производственных условиях.

## 6. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС И СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

В соответствии с полученными экспериментальными результатами износа профилей зубьев, численный эксперимент был поставлен для двух характерных условий работы зубчатой передачи - испытания зубьев при форсированном нагружении в лабораторных условиях и эксплуатация зубчатой передачи в производственных условиях.

Исходные данные для моделей прогнозирования кинетики формы профилей зубьев были подготовлены на основании информации о параметрах зубчатых передач и приводов машин, экспериментальные данные о форме профилей зубьев которых описаны в главе 5.

### 6.1. МЕТОДИКА ОЦЕНКИ СТЕПЕНИ СООТВЕТСТВИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИЗНАШИВАНИЯ ЗУБЬЕВ РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТА

Соответствие результатов численного эксперимента и опытных данных оценивалось на основе сравнения объемного и линейного износа зубьев. Оценка степени этого соответствия производилась по вероятности нахождения опытных данных в пределах ширины доверительного интервала, отсчитываемого от значений износа зуба по результатам моделирования. Кроме того, принималось во внимание соответствие формы поля корреляции и доверительной зоны. При этом были приняты следующие допущения:

- разность значений износа модели и эксперимента при одном и том же времени работы передачи принадлежат одной генеральной совокупности (после исключения из рассмотрения промахов),
- распределение этих отклонений в первом приближении подчиняется нормальному закону,
- ширина доверительного интервала пропорциональна погрешности измерения износа  $\Delta V$ ,  $\Delta l$ .

Например, при оценке объемного износа вероятность того, что интервал полуширины  $\alpha\Delta V$  накрест экспериментальные данные определяется по формуле [9]:

$$P = 2\Phi - 1, \quad (6.1)$$

где  $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  - нормальная функция распределения,

$t = \frac{\alpha\Delta V}{\sigma_V}$  - квантиль нормального распределения (относительная ширина интервала),

$\Delta V$  - погрешность измерения объемного износа,

$\alpha$  - коэффициент ширины доверительного интервала, определяемый из условия, что по крайней мере 80% экспериментальных точек будет находиться внутри интервала,

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (V_{Mi} - V_{Ei})^2}{N}} - \text{среднее квадратическое отклонение,}$$

$N$  - число экспериментальных точек (при  $N < 30$  знаменатель подкоренного выражения для  $\sigma_V$  вместо  $N$  подставляется  $(N-1)$ ),

$V_{Mi}$  - объемный износ по результатам моделирования,

$V_{Ei}$  - объемный износ по результатам физического эксперимента.

Для вычисления искомой доверительной вероятности удобнее воспользоваться следующей формулой, полученной на основании аппроксимации табличных значений функции нормального распределения полиномом третьей степени:

$$P = 0.03242t^3 - 0.3089t^2 + 0.9736t - 0.01728. \quad (6.2)$$

Формула позволяет вычислять значения  $P$  с погрешностью менее 0.7% (относительно табличных значений) и справедлива при  $0.2 \leq t \leq 3.5$ .

Уровень доверительной вероятности, свидетельствующем об адекватности моделируемых и реальных процессов можно считать значением  $P > 0.65 \div 0.70$ .

## 6.2. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО УСЛОВИЯМ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ И СРАВНЕНИЕ ЕГО РЕЗУЛЬТАТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

При моделировании лабораторных испытаний рассматривались два варианта испытаний по одной и той же программе но с двумя сортами смазочных масел:

- масло Цилиндрое-24,
- масло трансмиссионное автомобильное Тап-15В, содержащее противозадирную присадку.

На первом этапе вводились исходные данные для работы кинематической модели (см. п.4.2).

Численные значения этих данных представлены в таблице 5.1.

Погрешность профилей по основному шагу принималась равной нулю. В связи с малой длиной зубьев и тем обстоятельством, что измерение износа производилось в средней части зуба, коэффициент распределения нагрузки по длине зуба принимался равным  $K_{H\beta}=1$ .

На втором этапе для обеспечения работы упругой динамической модели с числом степеней свободы  $S=4$  вводились данные, представленные в таблице 6.1 (см. п.4.3).

Таблица 6.1

Параметры динамической модели зубчатой передачи испытательного стенда ИЛМ-2

Параметр	Численное значение
приведенные вращающие моменты:	
движущий	$T_{0,j-1}=3634 \text{ нм}$
сопротивления	$T_{p,j+2}=9832 \text{ нм}$
приведенные моменты инерции:	
от двигателя	$J_{0,j-1}=10.0 \text{ кгм}^2$
от рабочего органа	$J_{p,j+1}=6.0 \text{ кгм}^2$
ведущего зубчатого колеса	$J_j=0.5 \text{ кгм}^2$
ведомого зубчатого колеса	$J_{j+1}=2.5 \text{ кгм}^2$
приведенная жесткость валов:	
от двигателя	$c_{0,j}=600000 \text{ нм/рад}$
от рабочего органа	$c_{p,j+1}=900000 \text{ нм/рад}$
нормальный боковой зазор	$j_n=0.21 \text{ мм}$
безразмерный коэффициент демпфирования	$\psi=0.3$
кинематическая вязкость масла при $t=80^\circ\text{C}$ :	
масло Ц-24	$46 \text{ csm } (46 \cdot 10^{-6} \text{ м/сек}^2)$
масло Тап-15В	$28 \text{ csm } (28 \cdot 10^{-6} \text{ м/сек}^2)$

Упругие и инерционные характеристики динамической модели, приведенные в табл. 6.1, определялись расчетным путем. Вращающие моменты на валах были приняты постоянными.

На третьем этапе для функционирования модели изнашивания зубьев исследуемой зубчатой передачи вводились дополнительные данные, приведенные в таблице 6.2 (см. п.4.6).

Таблица 6.2

Основные параметры модели изнашивания зубчатой передачи испытательного стенда ИЛМ-2

Параметр	Испытываемое масло	
	Ц-24	Тап-15В
Реальное время испытания передачи	$T_e=4 \text{ час}$	$T_e=6 \text{ час}$
Число циклов итераций	$j_{max}=20$	$j_{max}=12$
Признак легирования масла	$pris=0$	$pris=1$
Удельная интенсивность изнашивания, $\text{мм}^3/\text{вт}$		
с учетом скольжения и качения	$i_z=0.0010$	$i_z=0.0008$
с учетом радиального биссия		$i_r=0.2$
Коэффициент вариации $i_z$ и $i_r$		$\alpha_T=1$
Коэффициент влияния частоты входа зубьев в зацепление ( $\mu$ - передаточное число зубчатой передачи)		$\alpha_u=0.75\mu$

Из таблицы 6.2 следует, что при испытании передачи с маслом Ц-24 масштабный коэффициент цикла итерации (см. ф.4.27) равен  $\mu_7=0.2$  час. Следовательно, один цикл итерации эквивалентен в реальном времени 12 минутам работы передачи под нагрузкой. Соответственно, при испытании передачи с маслом Тап-15В этот показатель равен  $\mu_7=0.5$  час. В связи с противоизносным эффектом противозадирной присадки удельная интенсивность изнашивания при численном эксперименте с маслом Тап-15В была принята на 20% меньшей. Программа нагружения передачи соответствовала режиму 2, описанному в п.5.1.3.

После отработки моделей прогнозирования изнашивания зубьев полученные результаты сравнивались с результатами экспериментальных исследований, приведенных в Приложении 1.1 и Приложении 1.2.

Погрешность измерения износа накладным прибором, вычисляемая по формуле 5.7 с учетом максимального значения износа из Приложений 1.1 и 1.2, принята равной  $\Delta l=0.015$  мм.

Для оценки степени соответствия результатов, полученных при численных экспериментах с результатами экспериментов, описанными в главе 5, использовались два показателя: объемный износ зуба (см. ф.4.26) и форма профиля зуба.

На рис. 6.1 представлены значения объемного износа зубьев, полученного в результате численных экспериментов, и соответствующие экспериментальные данные. При этом погрешность определения объемного износа, вычисляемая в зависимости от погрешности измерения износа равняется:  $\Delta V=2mb_l\Delta l=2 \cdot 12 \cdot 30 \cdot 0.015 = 10.8$   $\text{мм}^3$ . В связи с практически полным отсутствием износа после работы передачи на холостом ходу (см. табл. 5.2), время холостого хода в общее время работы передачи не включалось.

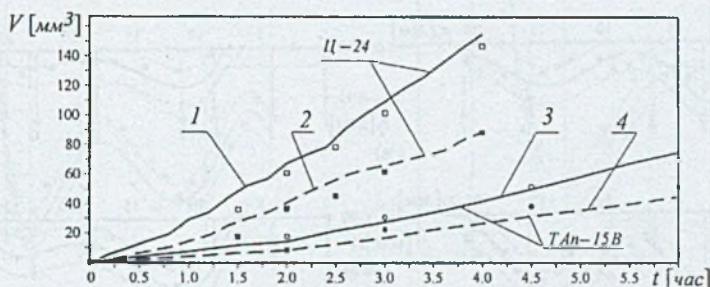


Рис. 6.1. Объемный износ зубьев испытательной передачи стенда ИЛМ-2 результаты численного эксперимента: 1,3 - шестерня 2,4 – колесо экспериментальные данные:  $\mu$ , о – шестерня: ■, ● – колесо

Большая длительность испытаний зубчатой передачи с маслом Тап-15В объясняется тем, что при испытании масла Ц-24 к моменту окончания приработки  $t=2$  час начался процесс заедания, который из-за сравнительно высокой вязкости масла Ц-24 не носил прогрессирующего характера, тем не менее скорость изнашивания по сравнению с маслом Тап-15В увеличилась более, чем в три раза.

Этот факт может служить подтверждением справедливости введения в формулы моделирования процесса изнашивания зубьев факторов, учитывающих влияние мгновенной температуры в контакте на интенсивность износа.

Результаты расчетов доверительной вероятности по формуле 6.2 при  $\alpha=1$  представлены в табл. 6.3.

Таблица 6.3

Результаты определения доверительной вероятности (рис. 6.1)

Вариант испытаний	Среднее квадратическое отклонение ( $\text{мм}^3$ )	относительная ширина доверительного интервала	Доверительная вероятность
Масло Ц-24	9.10	1.18	0.757
Масло Тан-15В	3.55	3.04	0.998

На основании значений доверительной вероятности, приведенных в табл. 6.3, можно утверждать с вероятностью более 75%, что значения объемного износа зуба, полученные в результате физического эксперимента по изнашиванию зубьев звездчатой передачи  $V_E$ , находятся достаточно близко от значений, полученных в результате моделирования процесса изнашивания зубьев, то есть находятся в пределах интервала:

$$(V_E - \alpha \Delta V) \leq V_M \leq (V_E + \alpha \Delta V). \quad (6.3)$$

Следовательно, по интегральному показателю - объемному износу - результаты прогнозирования износа зубьев с высокой степенью вероятности близки к результатам физического эксперимента.

С целью оценки степени совпадения результатов прогнозирования формы изношенного профиля с формой профиля в результате физического изнашивания зубьев на рис. 6.2 и рис. 6.3 представлены соответствующие совмещенные графики износа зубьев.

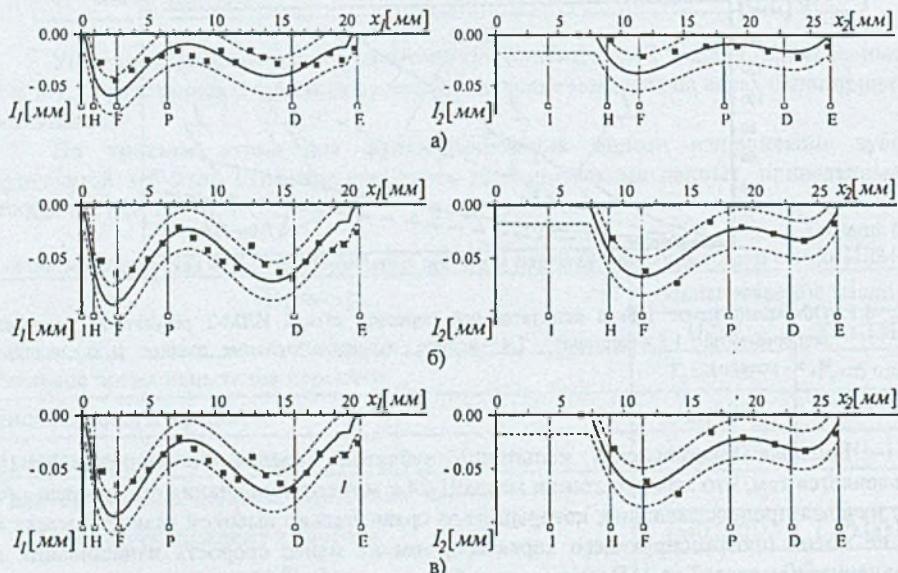


Рис. 6.2. Сравнение прогнозированных (—) и экспериментальных (■) значений износа зуба шестерни —  $I_1 = I_1(X_1)$  и колеса —  $I_2 = I_2(X_2)$  при форсированных испытаниях с маслом Тан-15В ---- доверительный интервал шириной 0.018 мм (1.2 ошибки измерения) время испытаний: а) 2 час, б) 3 час, в) 6 час

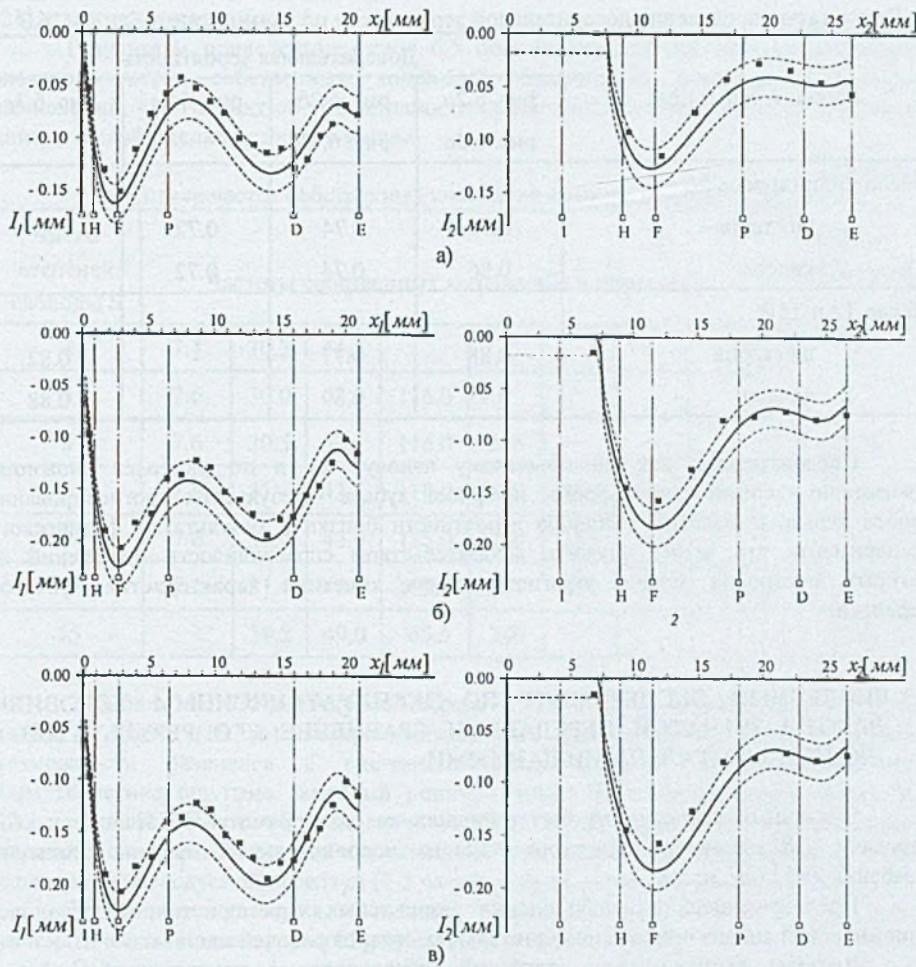


Рис. 6.3. Сравнение прогнозированных (—) и экспериментальных (■) значений износа зуба шестерни и колеса —  $I_1=I_1(X_1)$  и колеса —  $I_2=I_2(X_2)$  при форсированных испытаниях с маслом Цилиндровое-24  
---- доверительный интервал шириной 0.018 мм (1.2 ошибки измерения) время испытаний: а) 2 час, б) 3 час, в) 4 час

На основании значений доверительной вероятности (табл. 6.4) можно утверждать с вероятностью более 70%, что большая часть значений износа зуба (80÷90%), полученных в результате физического эксперимента по изнашиванию зубьев зубчатой передачи, находятся достаточно близко от значений, полученных в результате моделирования процесса изнашивания зубьев - в пределах интервала шириной, равной  $\alpha=1.2$  от ошибки измерения износа то есть при полуширине доверительного интервала 0.018 мм.

Таблица 6.4

Результаты определения доверительной вероятности по данным рис. 6.2 и рис. 6.3

Вариант испытаний	Доверительная вероятность			
	рис. 6.2а рис. 6.3а	рис. 6.2б рис. 6.3б	рис. 6.2в	рис. 6.3в
Масло цилиндровое 24				
шестерня	0.71	0.74	0.72	-
колесо	0.86	0.74	0.72	-
Масло ТАп-15В				
шестерня	0.88	0.77	-	0.82
колесо	0.93	0.89	-	0.88

Следовательно, как по объемному износу, так и по наиболее сложному показателю - соответствуя форме профилей зубьев - результаты прогнозирования износа зубьев с высокой степенью вероятности близки к результатам физического эксперимента что может служить доказательством справедливости положений на которых построена модель прогнозирования кинетики характеристик зубчатой передачи.

### 6.3. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ЭКСПЛУАТАЦИОННЫМ УСЛОВИЯМ РАБОТЫ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ И СРАВНЕНИЕ ЕГО РЕЗУЛЬТАТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Численный эксперимент был выполнен на базе прямозубой цилиндрической передачи 7-8 основного редуктора привода исполнительных органов угольного комбайна 2К52 (см. п. 5.2.2).

Предварительно, с целью оценки резонансных характеристик, производился динамический анализ привода исполнительных органов рабочей машины.

Частоты вынужденных колебаний, обусловленные конструкцией рабочих органов и характером разрушения угля имеют следующий спектр: 20, 24, 37, 102 и 413Гц [18].

Определение частот собственных колебаний привода комбайна выполнено на основе применения метода полюсных графов [118] путем моделирования привода моделями с сосредоточенными массами с разным числом степеней свободы (от 3 до 8). Исследование производилось с помощью компьютерных программ, имеющихся на кафедре „Механика роботов и машин“ Силезской Политехники.

Пример структуры одной из моделей применительно к кинематической схеме комбайна на рис. 5.7. и соответствующий ей полюсный график для варианта модели со степенью свободы  $S=8$  был показан на рис. 3.2.

Полученный спектр частот собственных колебаний и результаты аналогичного исследования, выполненного на кафедре „Горные машины“ Донецкого государственного технического университета [18] с использованием разработанного в Украинском заочном политехническом институте (г.Харьков, Украина) Давыдовым

Б.А. и Скородумовым Б.А. метода расчета собственных частот разветвленных систем [21], представлены в табл. 6.5.

Результаты, приведенные в табл. 6.5, показывают довольно хорошее совпадение спектров частот собственных колебаний, полученных различными методами вычислений, что говорит об эффективности применения метода полюсных графов для динамической оценки приводов машин.

Таблица 6.5

Спектр частот собственных колебаний привода комбайна 2К52

Число степеней свободы S	Частоты собственных колебаний системы ( $\text{гц}$ )								Метод вычислений
	3	7.4	30.3	44.5					
4	7.6	30.0	43.1	116.0					
5	7.6	30.5	43.1	116.0	245				[118]
6	7.6	31.4	43.1	115.0	238	355			
7	7.6	31.4	43.9	115.0	238	355	436		
8	7.6	31.4	43.9	132.0	237	354	428	679	
15		38.2	49.0	65.5	240				
									[21]

Зубцовая частота исследуемой передачи равна 135  $\text{гц}$  и сравнительно близка к одной из частот (102  $\text{гц}$ ) спектра вынужденных колебаний, что может говорить о возможности резонанса в системе. Однако согласно амплитудно-частотной характеристике ощутимо заметный резонанс имеет место только при частотах: 9  $\text{гц}$ , 32  $\text{гц}$  и 43  $\text{гц}$  [18]. Таким образом, значительное отличие зубцовой частоты исследуемой передачи от резонансных частот позволяет при разработке динамической модели зацепления исследуемой передачи (7-8 на рис. 5.7) не учитывать влияние резонанса.

Численные значения исходных данных, необходимых для работы кинематической модели (см. п.4.2), представлены в таблице 5.4.

Погрешность профилей по основному шагу принималась равной нулю. Зубья зубчатого колеса выполнены с продольной модификацией с радиусом кривизны  $R_{np}=2.34\pm 7.03 \text{ м}$  со стрелкой бочкообразности  $f=0.2\pm 0.1 \text{ мм}$ . В связи с продольной модификацией зубьев и тем обстоятельством, что измрение износа производилось в средней части зуба, коэффициент распределения нагрузки по длине зуба принимался равным  $K_{n\beta}=1$ .

Для обеспечения работы упругой динамической модели необходимо учитывать характер изменения внешних врачающих моментов (движущий момент электродвигателя и момент сопротивления разрушению угля и его погрузке на конвейер), а также инерционные параметры привода.

Момент сопротивления на рабочих органах комбайна зависит от многих факторов: случайного сочетания сил резания на каждом зубке, числа зубков в линии резания, толщины стружки, крепости угля по высоте пласта, ширине захвата и длине лавы, механической и электрической характеристик двигателей, динамических характеристик трансмиссии.

Для динамического анализа привода комбайна можно ограничиться типовой формой изменения момента сопротивления в функции времени при амплитудах, обеспечивающих устойчивую работу электродвигателя. Такие зависимости были получены В.Гуляевым на основании обработки большого количества осцилограмм записи вращающего момента на валах шнеков в шахтных условиях [20]. Корреляционные функции моментов сопротивления имеют форму синусоиды с частотой, обусловленной характером движения механизма перемещения, на которую наложена вторая синусоида с более высокой частотой, обусловленной характером разрушения угля. Моменты сопротивления на нижнем -  $T_{Sh}$  и на верхнем -  $T_{Sg}$  шнеках, приведенные к валу электродвигателя (см. рис. 5.7), могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} T_{Sh,o} &= T_{oh} \left[ 1 + \alpha_h \sin(2\pi f_{1h} t) \right] \left[ 1 + \beta_h \sin(2\pi f_{2h} t) \right] \\ T_{Sg,o} &= T_{og} \left[ 1 + \alpha_g \sin(2\pi f_{1g} t) \right] \left[ 1 + \beta_g \sin(2\pi f_{2g} t) \right] \end{aligned} \right\}, \quad (6.4)$$

Физический смысл и численные значения постоянных величин, входящих в формулы (6.4), приведены в табл. 6.6.

Таблица 6.6

Численные значения постоянных в формулах (6.4) [100]

Физический смысл постоянной величины	Численное значение	
	Нижний шnek	Верхний шnek
Среднее значение момента сопротивления	$T_{oh}=400 \text{ нм}$	$T_{og}=200 \text{ нм}$
Относительная амплитуда первой гармоники	$\alpha_h=0.4$	$\alpha_g=0.5$
Частота первой гармоники	$f_{1h}=1.7 \text{ гц}$	$f_{1g}=25 \text{ гц}$
Относительная амплитуда второй гармоники	$\beta_h=0.25$	$\beta_g=0.20$
Частота второй гармоники	$f_{2h}=43.5 \text{ гц}$	$f_{2g}=31.2 \text{ гц}$

В связи с тем, что зубцовая частота исследуемой передачи  $f_{7,8}=135 \text{ гц}$  более чем в три раза выше наибольшей частоты изменения момента сопротивления, при рассмотрении зацепления пары зубьев момент сопротивления можно считать постоянным.

В угольном комбайне 2К52 применяется электродвигатель ЭДКО4-2м с увеличенным значением максимального вращающего момента. Для средних условий жесткости сети электроснабжения этот момент равен  $T_{max}=1050 \text{ нм}$  [2]. Среднее значение устойчивого вращающего момента на валу электродвигателя из формул 6.4 соответственно равно:

$$T_{oh} = T_{og} = 400 + 200 = 600 \text{ нм}.$$

Поскольку максимальный момент двигателя намного превышает номинальное значение, можно считать механическую характеристику достаточно жесткой и при рассмотрении зацепления пары зубьев движущий момент считать постоянным.

Дискретные инерционные параметры вращающихся звеньев редуктора привода комбайна 2К52, найденные расчетным путем, и упругие характеристики элементов системы, найденные экспериментально (с учетом гистерезисных петель) приведены в работе [19]. На основании этих данных определены параметры динамической модели исследуемой передачи.

Исходные данные динамической модели с числом степеней свободы  $S=4$  представлены в таблице 6.7 (см. п.4.3).

Таблица 6.7

Параметры динамической модели зубчатой передачи 7-8 угольного комбайна 2К52 (рис. 5.7)

Параметр	Численное значение
приведенные вращающие моменты:	
движущий	$T_{0,j-1}=1720 \text{ нм}$
сопротивления	$T_{p,j+2}=5263 \text{ нм}$
приведенные моменты инерции:	
от двигателя	$J_{0,j-1}=9.95 \text{ кгм}^2$
от рабочего органа	$J_{p,j+1}=5.84 \text{ кгм}^2$
всдущего зубчатого колеса	$J_f=0.214 \text{ кгм}^2$
ведомого зубчатого колеса	$J_{j+1}=0.882 \text{ кгм}^2$
приведенная жесткость валов:	
от двигателя	$c_{0,j}=594500 \text{ нм/рад}$
от рабочего органа	$c_{p,j+1}=418700 \text{ нм/рад}$
нормальный боковой зазор	$j_n=0.22 \text{ мкм}$
безразмерный коэффициент демпфирования	$\psi=0.3$
кинематическая вязкость масла И-45 при $t=80^\circ\text{C}$ :	$16 \text{ ccm} (46 \cdot 10^{-6} \text{ м/сек}^2)$

Значение безразмерного коэффициента демпфирования, приведенное в табл. 6.7, принято на основании его экспериментального определения при исследовании угольного комбайна 1К101, аналогичного по конструкции комбайну 2К52 [2].

Для обеспечения функционирования модели изнашивания зубьев исследуемой зубчатой передачи вводились дополнительные данные, приведенные в таблице 6.8 (см. п.4.6).

С целью определения коэффициента вариации удельной интенсивности изнашивания  $\alpha_T$  и коэффициента влияния частоты входа зубьев в зацепление  $\alpha_u$  был выполнен анализ экспериментальных данных по износу профилей зубьев, приведенных в приложениях 2.1+2.11, и их сопоставление с данными по наработке комбайнов, приведенных в табл. 5.5.

Таблица 6.8

Основные параметры модели изнашивания зубчатой передачи 7-8 угольного комбайна 2К52 (рис. 5.7)

Параметр	Численное значение
Максимальное значение наработки	$Q_{\max}=600000 \text{ m}$
Ориентировочное время работы передачи в реальном масштабе времени	$T_e=12000 \text{ час}$
Число циклов итераций	$j_{\max}=80$
Признак легирования масла	$pris=0$
Удельная интенсивность изнашивания	
с учетом скольжения и качения	$i_z=0.0010 \text{ mm}^3/\text{бит}$
с учетом радиального биения	$i_r=0.2 \text{ mm}^3/\text{бит}$

С помощью формулы 4.26 были вычислены для каждого обследованного зубчатого колеса значения объемного износа и построены графики их изменения в функции наработки, представленные на рис. 6.4.

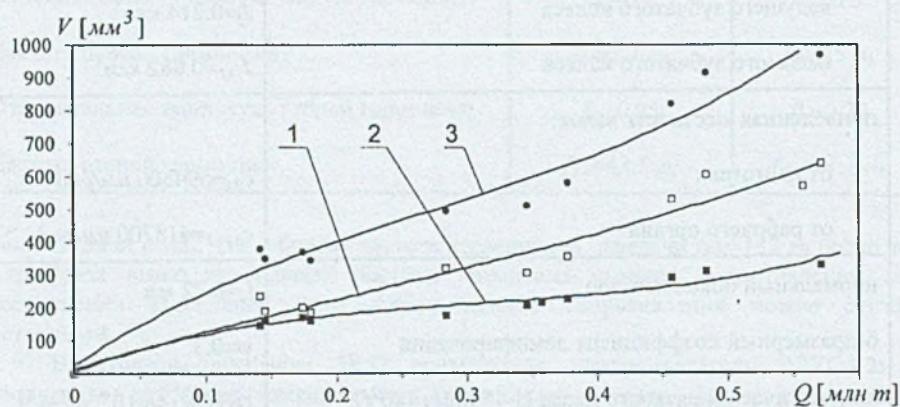


Рис. 6.4. Объемный износ зубьев зубчатых колес в функции наработки 1 - шестерня  $V_1$ , 2 - колесо  $V_2$ , 3 - суммарный:  $V_\Sigma=V_1+V_2$  •,  $\mu$ , ■ - экспериментальные данные — — аппроксимирующие кривые

Опытные значения объемного износа зубьев зубчатых колес угольных комбайнов были аппроксимированы полиномами третьей степени и представлены на рис. 6.4 соответствующими кривыми: 1 - для зубьев шестерни -  $V_1 = V_1(Q)$ , 2 - для зубьев колеса -  $V_2 = V_2(Q)$  и 3 - суммарный износ зуба шестерни и колеса -  $V_\Sigma = V_\Sigma(Q)$ .

Анализ полученных результатов показал, что имеет место довольно значительный разброс экспериментальных значений объемного износа зубьев, обусловленный двумя основными факторами:

- погрешностью метода измерения износа, что требует соответствующего увеличения ширины доверительного интервала,
- погрешностью определения наработки на одно зубчатое колесо.

Зубчатые колеса, отработавшие нескольких межремонтных периодов, при построении графика (рис. 6.4) были исключены из рассмотрения.

Коэффициент вариации удельной интенсивности изнашивания  $\alpha_T$  был принят пропорциональным скорости изменения суммарного объемного износа:

$$\alpha_T = \frac{\dot{V}_\Sigma(Q)}{\dot{V}_\Sigma(0)}, \quad (6.5)$$

где  $\dot{V}_\Sigma(Q) = \frac{dV_\Sigma}{dQ}$  - первая производная функции  $V_\Sigma(Q)$ ,

$\dot{V}_\Sigma(0)$  - значение функции  $\dot{V}_\Sigma(Q)$  при  $Q=0$ .

Коэффициент влияния частоты входа зубьев в зацепление  $\alpha_u$  был принят, в первом приближении, равным отношению значений объемного износа зубьев шестерни и колеса:

$$\alpha_u = \frac{V_1(Q)}{V_2(Q)}. \quad (6.6)$$

При расчетах по формуле 6.6 во внимание принимались только те зубчатые пары, которые имели одинаковую наработку на каждое зубчатое колесо.

Результаты расчетов по формулам 6.5 и 6.6 представлены на рис. 6.5 в виде сплошных линий. На основании полученных результатов можно сделать вывод, что интенсивность изнашивания в начальный период эксплуатации уменьшается, что объясняется приработочным эффектом, затем стабилизируется и после определенного периода снова увеличивается, что может быть объяснено усилением влияния искажений профилей зубьев в результате их неравномерного износа.

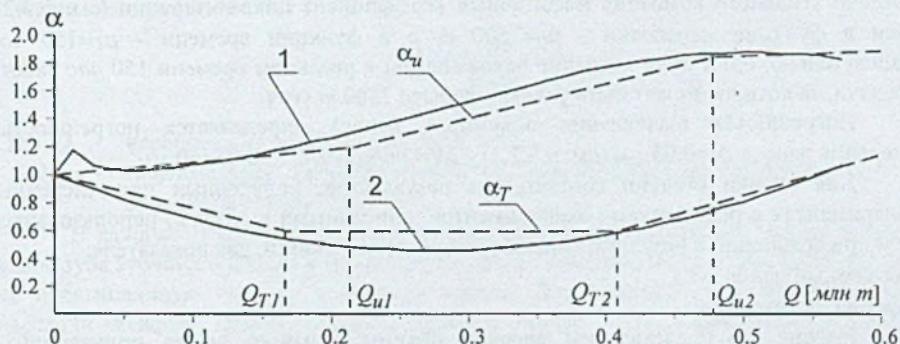


Рис. 6.5. Определение коэффициентов  $\alpha_u$  и  $\alpha_T$  1 и 2 - расчетные значения,  $\alpha_T$  и  $\alpha_u$  - линеаризированные значения

Отношение объемного износа зуба шестерни и колеса в процессе эксплуатации непрерывно, хотя и с разной скоростью, увеличивается но не достигает значения, равного передаточному числу зубчатой передачи.

С целью упрощения расчетов и учитывая приближенность получения значений функций объемного износа зубьев кривые 1 и 2 на рис. 6.5 были заменены отрезками прямых, что позволило вычислять значения коэффициентов  $\alpha_T$  и  $\alpha_u$  следующим образом:

- коэффициент вариации удельной интенсивности изнашивания  $\alpha_T$ :

$$\left. \begin{array}{ll} Q \leq Q_{T1} & \alpha_T = 0.6 - 0.4 \frac{Q - Q_{T1}}{Q_{T1}}; \\ Q_{T1} < Q \leq Q_{T2} & \alpha_T = 0.6; \\ Q_{T2} < Q \leq Q_{\max} & \alpha_T = 0.6 + 0.55 \frac{Q - Q_{T2}}{Q_{\max} - Q_{T2}} \end{array} \right\}, \quad (6.7)$$

где  $Q_{T1}=0.28Q_{\max}$  и  $Q_{T2}=0.68Q_{\max}$  - абсциссы точек перелома линеаризованной функции  $\alpha_T(Q)$ ,

- коэффициент влияния частоты входа зубьев в зацепление  $\alpha_u$ :

$$\left. \begin{array}{ll} Q \leq Q_{u1} & \alpha_u = 1.00 + 0.20 \frac{Q}{Q_{u1}}; \\ Q_{u1} < Q \leq Q_{u2} & \alpha_u = 1.20 + 0.65 \frac{Q - Q_{u1}}{Q_{u2} - Q_{u1}}; \\ Q_{u2} < Q \leq Q_{\max} & \alpha_u = 1.85 + 0.05 \frac{Q - Q_{u2}}{Q_{\max} - Q_{u2}} \end{array} \right\}, \quad (6.8)$$

где  $Q_{u1}=0.36Q_{\max}$  и  $Q_{u2}=0.80Q_{\max}$  абсциссы точек перелома линеаризированной функции  $\alpha_u(Q)$ .

Из таблицы 6.8 следует, что при моделировании условий эксплуатации зубчатой передачи угольного комбайна масштабный коэффициент цикла итерации (см. ф.4.27) равен в функции наработки -  $\mu_Q=7500$  м и в функции времени -  $\mu_T=150$  час. Следовательно, один цикл итерации эквивалентен в реальном времени 150 час работы передачи, за которые может быть условно добыто 7500 м углия.

Погрешность вычисления объемного износа определяется погрешностью измерения износа  $\Delta I=0.05$  мм (см. п.5.2.1) -  $\Delta V=2mb_1\Delta I=2\cdot8\cdot75\cdot0.05=60$  мм<sup>3</sup>.

Для оценки степени соответствия результатов, полученных при численных экспериментах с результатами экспериментов, описанными в главе 5, использовались, как и при сравнении с результатами лабораторных испытаний, два показателя:

- объемный износ зуба,
- форма профиля зуба.

На рис. 6.6 представлены значения объемного износа зубьев, полученного в результате численного эксперимента моделирования процесса изнашивания зубьев шестерни и колеса зубчатой передачи угольного комбайна (сплошные линии), и соответствующие экспериментальные данные (перенесенные с рис. 6.4).

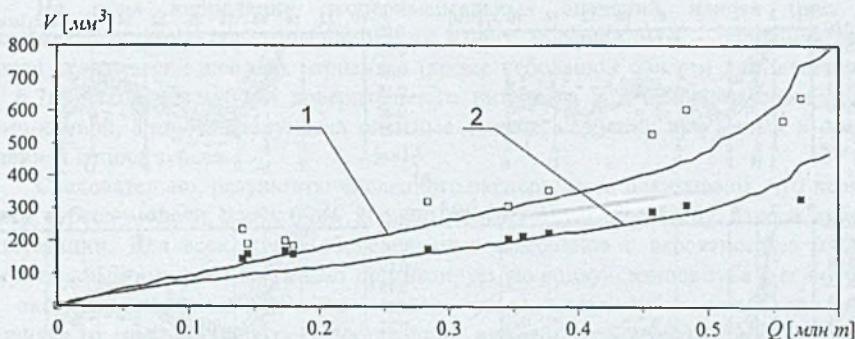


Рис. 6.6. Объемный износ зубьев зубчатой передачи комбайна 2К52  
результаты численного эксперимента: 1 - шестерня, 2 - колесо  
экспериментальные данные:  $\mu$  - шестерня, ■ - колесо

Количественная оценка степени соответствия результатов численного эксперимента и опытных данных объемного износа зуба производилась по вероятности нахождения этих данных в пределах ширины доверительного интервала, отсчитываемого от значений объемного износа зуба по результатам моделирования (см. п.6.1).

В связи со значительным разбросом опытных данных коэффициент ширины доверительного интервала был принят равным  $\alpha=1.4$ . При такой ширине интервала доверительная вероятность нахождения в этом интервале 80% опытных данных равна: для шестерни - 0.72, для - колеса - 0.91.

Следовательно, с вероятностью более 72% можно утверждать, что значения объемного износа зуба, полученные в результате производственных испытаний по изнашиванию зубьев зубчатой передачи угольного комбайна, находятся достаточно близко от значений, полученных в результате моделирования процесса изнашивания зубьев для аналогичных условий эксплуатации.

С целью учета разброса опытных данных сравнительная оценка характера изменения формы профиля производилась путем усреднения экспериментальных данных износа профилей зубьев следующим образом.

Исследуемые комбайны были разбиты на три группы в зависимости показателя степени эксплуатации:

$$\beta_Q = \frac{Q_i}{Q_{\max}}, \quad (6.9)$$

где  $Q_i$  - наработка на комбайн (см. табл. 5.5),

$Q_{\max}$  - максимальное значение наработки, принятое при моделировании условий эксплуатации (см. табл. 6.8).

В каждую группу включалось 3-5 комбайнов таким образом, чтобы объемный износ зуба зубчатого колеса в группе отличался от среднего износа группы на величину не превышающую ошибку измерения износа. Для шестерен и колес исследуемой передачи каждой группы было построено общее поле корреляции результатов измерения износа (помеченных знаком  $\mu$ ) и вычислены координаты доверительного интервала с коэффициентом ширины  $\alpha=1.25$  (ограниченного точечной линией - .....). Результаты обработки экспериментальных данных представлены на рис. 6.7.

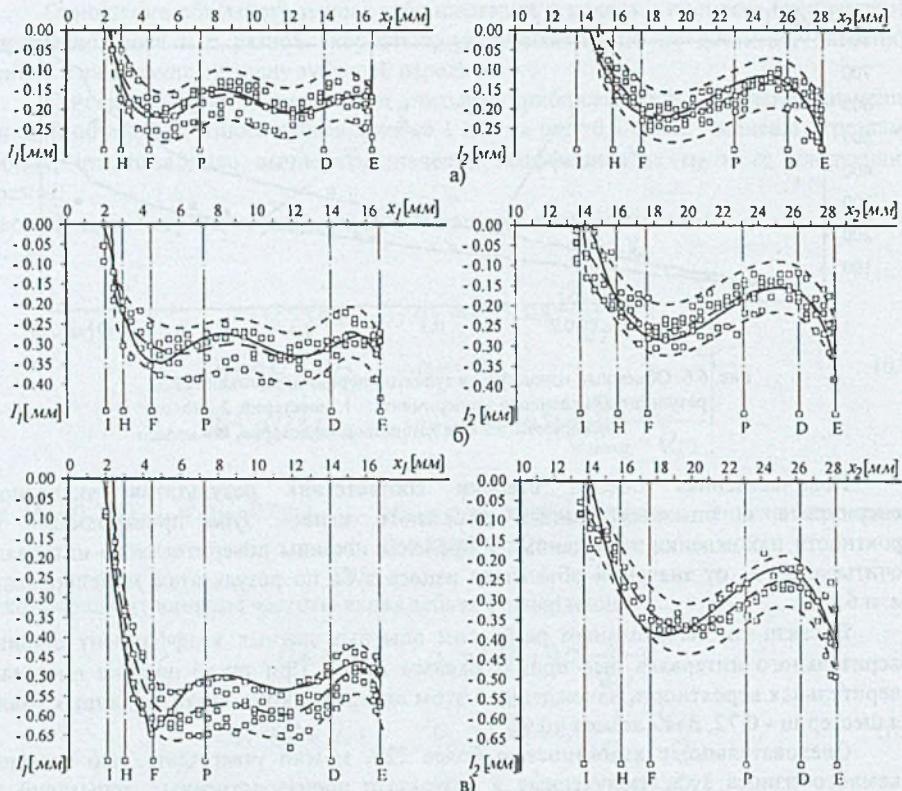


Рис. 6.7 Сравнение прогнозированных и экспериментальных значений износа зуба шестерни и колеса комбайна 2К52

$\alpha\beta_1=0.42$ ; б)  $\beta_2=0.50$ ; а)  $\beta_1=0.86$

— результаты моделирования процесса износа,  
 - - - кривая, аппроксимирующая опытные данные,  
 ..... граница доверительного интервала

В связи с большим объемом выборки опытных точек доверительные интервалы строились относительно кривой, аппроксимирующей экспериментально определенные значения износа, отмеченной на графиках рис. 6.7 пунктирной линией, проходящей посередине интервала.

В таблице 6.9 приведены значения доверительной вероятности и усредненные значения объемного износа по группам комбайнов.

Таблица 6.9

Значения доверительной вероятности по данным рис. 6.7

№ группы комбайна	$\beta_Q$	Объемный износ зуба, мм <sup>3</sup>				Доверительная вероятность	
		колесо		шестерня		шестерня	колесо
		эксплуатаци.	модель	эксплуатаци.	модель		
1	0.42	195	203	168	167	0.94	0.97
2	0.50	322	325	204	202	0.82	0.88
3	0.86	572	581	309	285	0.72	0.80

На поля корреляции экспериментальных значений износа (рис. 6.7) накладывались результаты моделирования износа профиля зуба - сплошная линия, которая практически для всех вариантов (кроме небольшой области для шестерни на рис. 6.7в) находится внутри доверительного интервала и в основном соответствует форме кривой, аппроксимирующей опытные данные, особенно при малых и средних значениях износа зубьев.

Следовательно, результаты численного эксперимента показывают, что характер износа зубьев модели достаточно хорошо соответствует характеру износа зубьев в эксплуатации. Для всех групп обследованных комбайнов с вероятностью 0.72-0.97 доверительный интервал накрывает прогнозируемую кривую износа зуба и если учесть, что экспериментальные значения износа зубьев получены в производственных условиях, то можно говорить о достаточном высоком уровне отражения реальности предложенной моделью прогнозирования износа зубьев зубчатых передач приводов тяжело нагруженных машин.

#### 6.4. ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ В РЕЗУЛЬТАТЕ ИЗНОСА ЗУБЬЕВ

Как было уже показано в главе 2 и главе 3, в результате изнашивания зубьев меняются качественные характеристики зубчатой передачи. Этот факт подтверждается приведенными ниже пространственными диаграммами, на которых представлены изменения основных характеристик зубчатой передачи, исследованной с помощью численного эксперимента, моделирующего производственные условия эксплуатации рабочей машины (см. п. 6.3).

На рис. 6.8 и рис. 6.9 представлен характер изменения износа зубьев шестерни и колеса исследованной передачи.

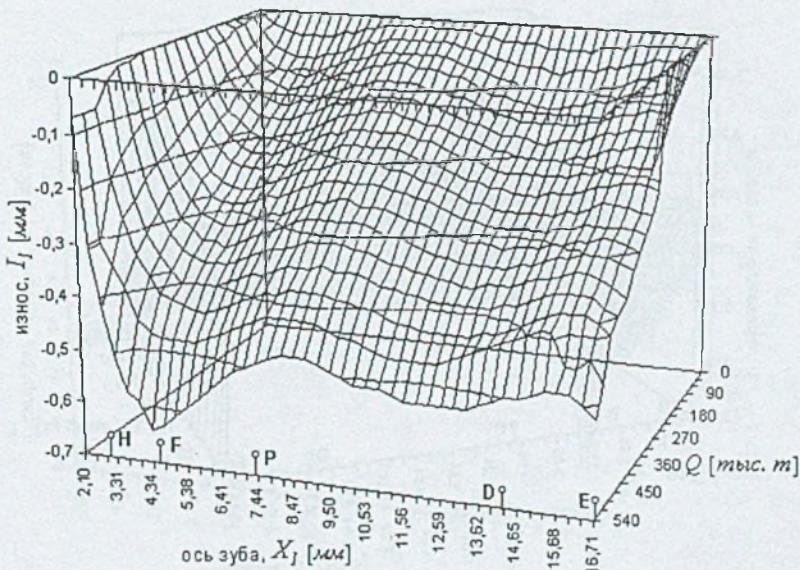


Рис. 6.8. Характер изменения износа зуба шестерни в функции наработки  $Q$

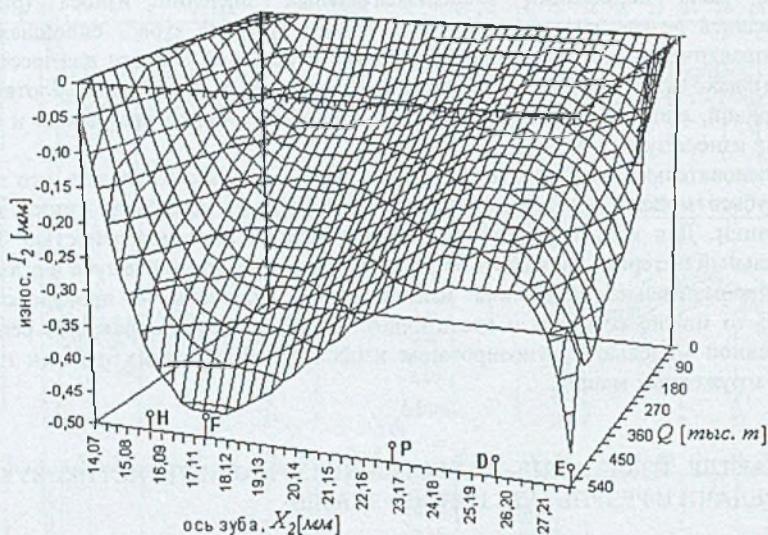


Рис. 6.9. Характер изменения износа зуба колеса в функции наработки  $Q$

Результаты численных экспериментов, приведенные на рисунках 6.2, 6.3, 6.7, 6.8 и 6.9 подтверждают сделанное в главе 1 предположение, что в результате износа профиль зуба искажается и эти искажения неравномерны по высоте профиля.

Неравномерность износа профиля приводит к непостоянству передаточного числа, что видно из рис. 6.10.

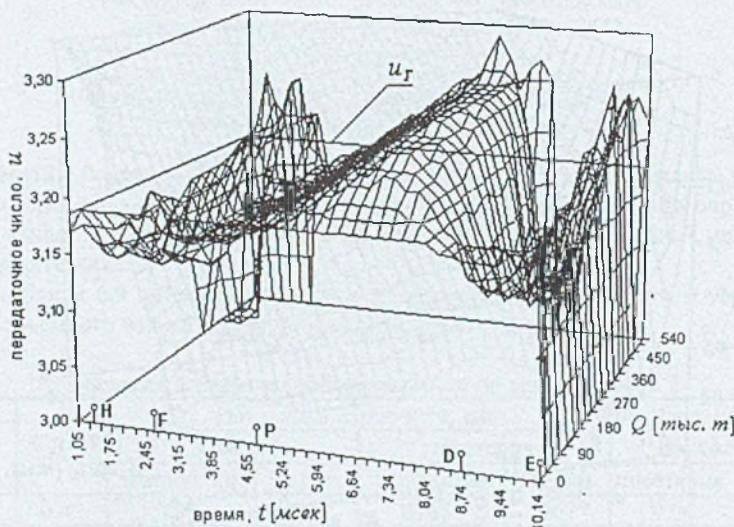


Рис. 6.10. Характер изменения передаточного числа  $u_T = 3.19$  - теоретическое значение передаточного числа

Непостоянство передаточного числа и упругость элементов системы приводит к тому, что меняется характер внутренних динамических сил в контакте зубьев зубчатой передачи (рис. 6.11).

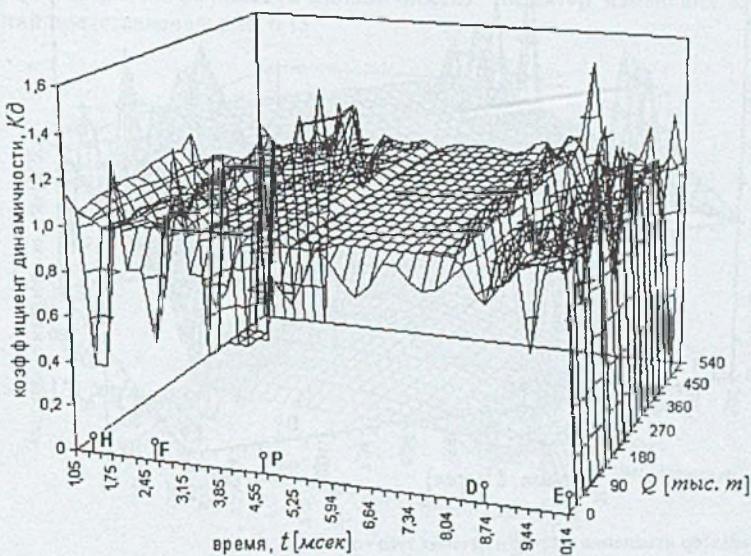


Рис. 6.11. Характер изменения коэффициента динамической нагрузки

В результате износа зубьев значительные изменения претерпевают скорости качения, особенно в начале и конце зацепления, (рис. 6.12 и рис. 6.13).

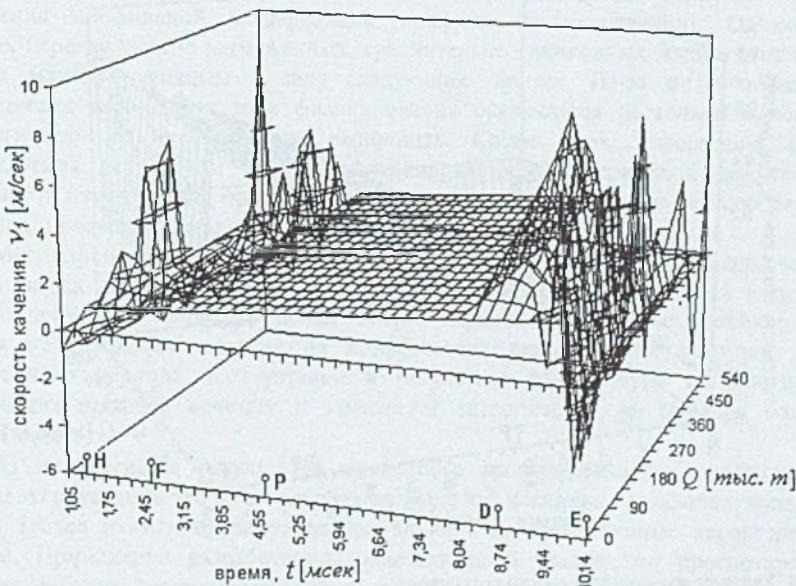


Рис. 6.12. Характер изменения скорости качения зуба шестерни

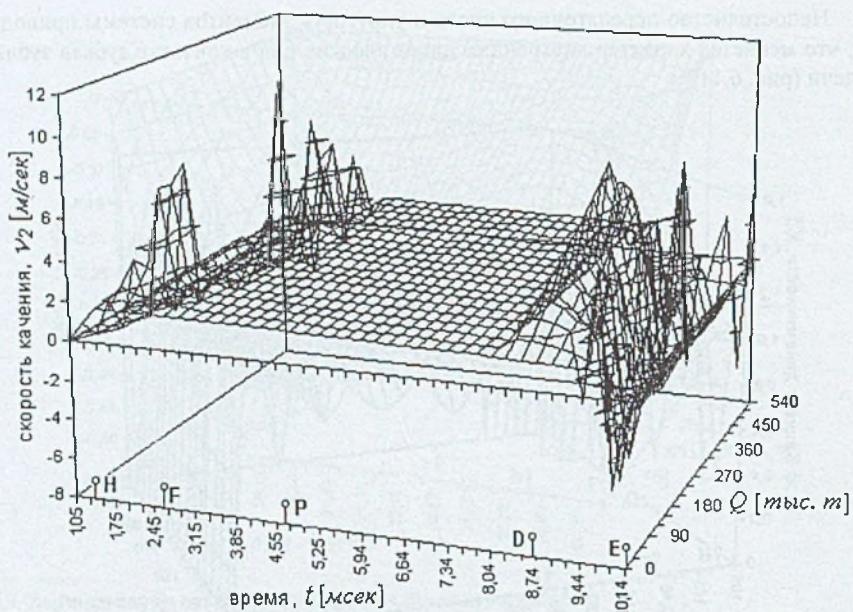


Рис. 6.13. Характер изменения скорости качения зуба колеса

Скорость скольжения практически не меняется за исключением зон двух парного зацепления, да и то только при значительном износе профилей (рис. 6.14).

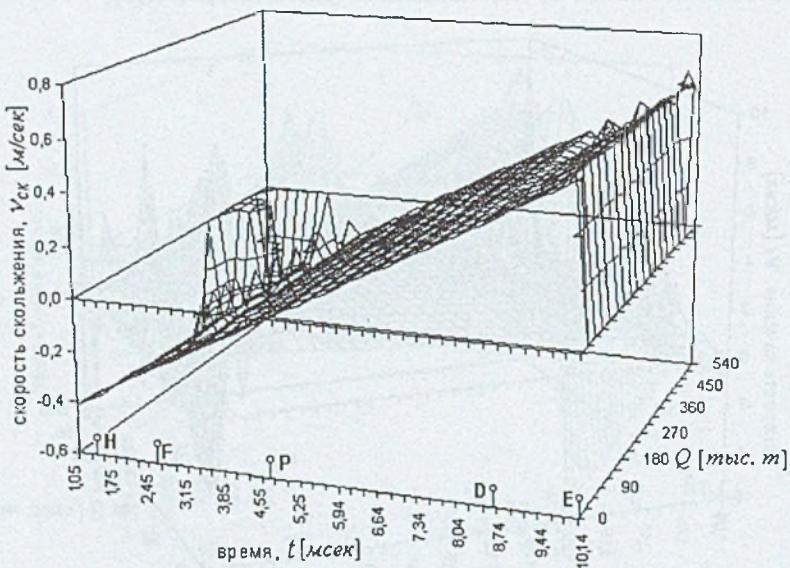


Рис. 6.14. Характер изменения скорости скольжения

В более полной мере искажения профилей зубьев сказываются на изменении нормальных контактных напряжений, так как при определении этих напряжений учитывается и изменения радиусов кривизны профилей и изменение нормальной нагрузки (с учетом коэффициента динамичности). Характер изменения контактных напряжений представлен на рис. 6.15.

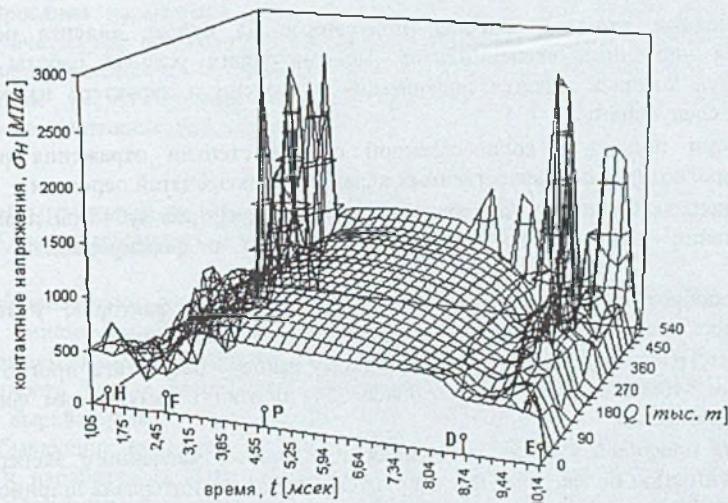


Рис. 6.15. Характер изменения нормальных контактных напряжений

Одним из общеследственных путей повышения качественных характеристик работы зубчатой передачи является снижение динамических нагрузок за счет применения профильной модификации профиля (фланкирования). Однако для зубчатых передач тяжело нагруженных, сравнительно тихоходных машин этот способ оказался малоэффективным в силу следующих причин. Из-за низкого значения коэффициента перекрытия зона фланкирования оказывается настолько малой, что технологически ее очень трудно выполнить. Кроме того, деформация зуба и рекомендуемая стандартом глубина фланкирования соизмеримы с допуском на погрешность изготовления профиля зуба, что ставит под сомнение целесообразность реализации профильной модификации.

Моделирование зацепления модифицированных профилей показало, что для данного класса передач имеет место небольшое снижение динамической нагрузки в начале зацепления, однако в зонах смены парности зацепления фланкирование профиля не оказывает влияния на коэффициент динамической нагрузки. После определенного периода эксплуатации в результате износа зуба технологическая модификация профиля исчезает и заменяется естественной, на порядок большей, модификацией.

Из приведенных результатов численного эксперимента по моделированию процесса эксплуатации зубчатых передач следует, что искажения профилей, вызванные износом зубьев оказывают значительное влияние на качественные характеристики передачи. Применение разработанной компьютерной технологии прогнозирования состояния рабочих поверхностей зубьев позволяет оценить качество проектируемой зубчатой передачи и проследить влияние различных конструктивных и

технологических мероприятий на параметры передачи после определенного периода эксплуатации с целью выбора наиболее оптимальных характеристик передачи.

## 6.5. ВЫВОДЫ

Основные итоги и выводы, полученные на основе анализа результатов проведения численных экспериментов, моделирующих условия работы зубчатых передач, для которых имеется информация о степени и характере износа зубьев, сводятся к следующему.

1. Разработан подход к количественной оценке степени отражения реальности моделью прогнозирования качественных характеристик зубчатой передачи.
2. Численный эксперимент по прогнозированию параметров зубчатой передачи при моделировании лабораторных испытаний передачи с форсированной нагрузкой показал:
  - целесообразность введения в модель изнашивания факторов, учитывающих влияние мгновенного значения температуры в контакте зубьев;
  - по интегральному показателю - объемному износу - результаты прогнозирования износа зубьев с вероятностью более 75% близки к результатам физического эксперимента,
  - форма профилей зубьев, полученная в результате численного эксперимента с вероятностью более, чем 70% находится в пределах интервала шириной, равной 1.2 погрешности измерения.
3. Численный эксперимент по прогнозированию параметров зубчатой передачи при моделировании эксплуатационных условий работы зубчатой передачи показал:
  - по интегральному показателю - объемному износу - результаты прогнозирования износа зубьев с вероятностью более 72% близки к результатам физического эксперимента,
  - форма профилей зубьев, полученная в результате численного эксперимента с вероятностью более, чем 72% находится в пределах интервала шириной, равной 1.25 погрешности измерения.
4. Результаты численных экспериментов подтверждают справедливость положений, на основании которых разработана модель прогнозирования параметров зубчатой передачи.
5. Модель прогнозирования качественных характеристик зубчатой передачи позволяет через несколько часов получить информацию о состоянии зубьев передачи, тогда как при натурных испытаниях для этого требуются тысячи часов работы и значительные финансовые затраты.
6. Модель прогнозирования параметров зубчатой передачи может быть рекомендована для использования в конструкторской практике при проектировании передач с оптимальными характеристиками.

## **7. ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС**

В качестве примера использования разработанной компьютерной технологии прогнозирования параметров зубчатых передач рассмотрен вопрос рациональности сборки зубчатых пар при капитальном ремонте редукторов горных машин. Кроме того, на основании концепции о неравномерности износа по профилю зуба разработаны конструкции и изготовлены опытные образцы установок для избирательного восстановления изношенной поверхности зуба.

### **7.1. УПОРЯДОЧЕНИЕ КОМПЛЕКТАЦИИ ЗУБЧАТЫХ ПАР ПРИ КАПИТАЛЬНОМ РЕМОНТЕ ПРИВОДОВ МАШИН**

Общеизвестно, что зубчатые передачи горных машин работают в условиях высокой динамической нагруженности при значительном загрязнении окружающей среды абразивными частицами, что оказывает отрицательное влияние на их долговечность. Тем не менее, например, применительно к угольным комбайнам до 70% машин вырабатывают гарантийный срок службы [51]. В практике работы горнодобывающих предприятий установлены определенные нормы - число месяцев работы и наработка (в *млн т* добываемого угля), после достижения которых горная машина направляется на специализированные заводы угольного машиностроения для капитального ремонта. При наработке меньше гарантийной горные машины в ремонт не принимаются.

Капитальный ремонт горной машины заключается в следующем:

- полная разборка всех ее узлов (после мойки в горячем обезжирающем растворе),
- распределение деталей на группы по номерам чертежей относительно к конкретной машине, из которой они были взяты, в связи с чем такой ремонт называется обезличенным,
- оценка степени повреждения (дефектирование) всех деталей в соответствии со специальными браковочными картами,
- ремонт деталей с браковочными признаками, не превышающими допустимые пределы, и, если ремонт не возможен - замена деталей на новые, поставляемые заводами-изготовителями в запасные части,
- сборка и обкатка приводов под нагрузкой согласно программе заводских испытаний.

После капитального ремонта горные машины отрабатывают до четырех межремонтных периодов, при этом с каждым ремонтом длительность межремонтного периода снижается.

Зубчатые колеса составляют одну из важнейших групп деталей трансмиссий приводов машин, поскольку в себестоимости капитального ремонта горных машин до 70% средств занимают расходы на приобретение запасных частей к трансмиссиям исполнительных органов и в первую очередь зубчатых колес.

В связи с тем, что при капитальном ремонте приводов машин комплектация зубчатых пар производится произвольно, возникает необходимость в исследовании

влияния обезличенной сборки зубчатых передач на их долговечность и разработка рекомендаций по упорядочению сборки зубчатых пар с целью увеличения срока службы приводов машин [65].

Численный эксперимент по исследованию влияния произвольной комплектации зубчатых пар на их долговечность производился с помощью разработанной программы прогнозирования долговечности зубьев зубчатых передач в три этапа.

На первом этапе (см. п.5.2) была получена информация о действительной форме профилей зубьев. Исследования были выполнены на базе пары зубчатых колес одной из цилиндрических зубчатых передач привода рабочих органов угольного комбайна, по которой имелось достаточное количество данных измерений износа зубьев – 24 зубчатых колеса из 12 обследованных комбайнов.

В качестве базового параметра, определяющего степень объемного износа ( $V$  [ $\text{мм}^3$ ]) зуба зубчатого колеса, была принята наработка ( $Q$  [ $\text{млн т}$ ]) – количество угля, добывшего комбайном за межремонтный период, поскольку, как уже отмечалось, срок службы не в полной мере характеризует степень нагруженности передачи.

На втором этапе была выполнена комплектация зубчатых пар, имитирующая обезличенную сборку. Были составлены пары, характеризующие наиболее типичные варианты производственных ситуаций:

- 1) шестерня и колесо с разной степенью износа зубьев,
- 2) новая шестерня и колесо с изношенными зубьями,
- 3) шестерня с изношенными зубьями и новое колесо.

При этом максимальный начальный износ зуба не превышал 60% минимальной толщины цементационного слоя, тогда как по рекомендациям работы [51] максимальный износ зубьев цементированных колес не должен превышать 80% толщины цементационного слоя. Согласно чертежам исследуемых зубчатых колес минимальная толщина цементационного слоя равняется  $\delta=0.9 \text{ мм}$ . Следовательно предельно допустимая величина объемного износа будет равна  $V_{\max}=0.8\delta(2mb_1)=0.8\cdot0.9\cdot2\cdot8\cdot75=864 \text{ мм}^3$ . Всего было составлено 12 пар с наработкой в пределах от 0.14 млн т до 0.50 млн т угля (гарантийная наработка составляет 0.14 млн т).

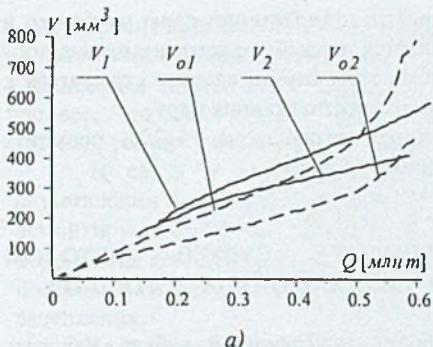
На третьем этапе с помощью программы прогнозирования параметров зубчатой передачи производился численный эксперимент моделирования эксплуатации рассматриваемой зубчатой пары до достижения наиболее изношенным зубчатым колесом наработки, равной  $Q_{\max}=0.60 \text{ млн т}$ .

Характеристика комплектаций зубчатых пар и результаты численного эксперимента приведены в приложениях 3.1, 3.2 и 3.3.

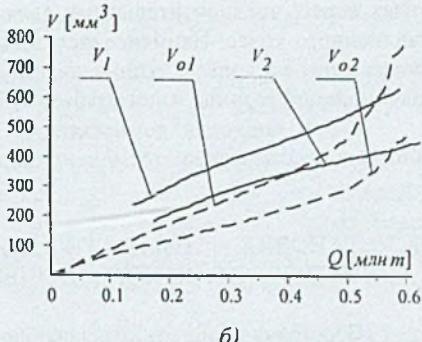
В качестве примера на рис. 7.1 и рис. 7.2 представлены результаты моделирования изнашивания зубьев нескольких вариантов комплектации зубчатых пар из приложений 3.1, 3.2 и 3.3.:

- первый вариант комплектации (рис. 7.1а - пара №24, рис. 7.1б - пара №25),
- второй вариант (рис. 7.2а - пара №13),
- третий вариант (рис. 7.2б - пара №12).

Для сравнения, на этих рисунках пунктиром нанесены графики изменения объемного износа зубьев шестерни и колеса с новым профилем в начале эксплуатации (см. рис. 6.6), а также приведены исходные значения объемного износа шестерни –  $V_{1\text{ нач}}$  и колеса –  $V_{2\text{ нач}}$  перед началом эксплуатации каждого варианта комплектации .

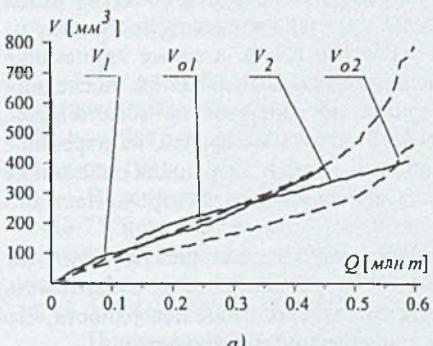


*a)*

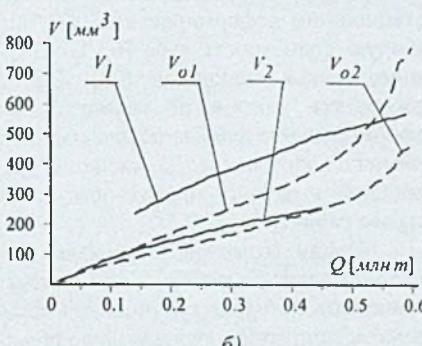


*б)*

Рис. 7.1. Моделирование изнашивания первого варианта комплектации зубчатых пар значения объемного износа зубьев в начале моделирования: а) -  $V_{1\text{ нач}}=188 \text{ mm}^3$ ,  $V_{2\text{ нач}}=146 \text{ mm}^3$ ; б) -  $V_{1\text{ нач}}=236 \text{ mm}^3$ ,  $V_{2\text{ нач}}=182 \text{ mm}^3$



*a)*



*б)*

Рис. 7.2. Моделирование изнашивания второго (а) и третьего (б) вариантов комплектации зубчатых пар значения объемного износа зубьев в начале моделирования: а) -  $V_{1\text{ нач}}=0 \text{ mm}^3$ ,  $V_{2\text{ нач}}=146 \text{ mm}^3$ ; б) -  $V_{1\text{ нач}}=236 \text{ mm}^3$ ,  $V_{2\text{ нач}}=0 \text{ mm}^3$

Анализ результатов численного эксперимента по моделированию изнашивания зубьев зубчатых пар при обезличенном ремонте приводов горных машин показывает, что характер изменения объемного износа практически не меняется и отличается только начальным уровнем объемного износа. При этом при сборке зубчатой пары с одним или двумя изношенными колесами не достигается максимальное значение объемного износа, которое было получено при моделировании зацепления новых зубчатых колес, что может быть объяснено естественной в результате износа модификацией профилей зубьев.

Что касается форм профилей зубьев, то независимо от их начальной формы (новые или изношенные в разной степени) со временем износ стабилизируется и профиль зуба к достижению максимальной наработки практически соответствует профилю, который имел бы место при начальной форме, соответствующей новым (неизношенным) зубьям. Иными словами происходит естественная стабилизация формы профиля зуба.

Общее требование при комплектации данного зубчатого колеса в пару можно выразить следующим образом - сопряженное ему зубчатое колесо должно иметь износ меньший, чем это колесо. Очевидно следует, что после варианта комплектации пары из

новых колес, предпочтительными являются вариант комплектации пары из нового и изношенного колес. Наименее желательным является первый вариант комплектации - сборка пары из колес с изношенными зубьями. В этом случае следует стремиться к максимальной разнице износа зубьев зубчатых колес, составляющих пару.

Такой подход к комплектации зубчатых пар позволит на 15÷20% повысить износостойкость зубьев отремонтированной зубчатой передачи.

## 7.2. УСТАНОВКА ИЗБИРАТЕЛЬНОГО РЕМОНТА ЗУБЬЕВ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОКОНТАКТНОГО ПРИПЕКАНИЯ ИЗНОСОСТОЙКИХ ПОРОШКОВ

Восстановление работоспособности рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес занимает особое место в области ремонта деталей машин из-за сложности профиля и высокого уровня требований, предъявляемых к его качеству. Однако, несмотря на важность проблемы, количество реально применяемых методов ремонта зубчатых колес сравнительно невелико. К наиболее известным относятся: метод ротационного деформирования [48], электродуговая наплавка износостойкого слоя на рабочую поверхность зуба [6,13,49,71], замена зубчатого венца, а также припекание износостойких порошков [23]. Наиболее предпочтительным является последний способ, так как он не связан с большими затратами энергии на пластическое деформирование зубьев, расплавление значительного объема материала, на нарезание зубьев на новом венце. Дальнейшим шагом по снижению затрат энергии на припекание порошков к рабочей поверхности зубьев является использование электроконтактного нагрева рабочей зоны [55].

Ввиду возможности локального наращивания изношенной поверхности этот метод позволяет обеспечить избирательный ремонт рабочей поверхности зуба, то есть наращивать материал зуба только в тех местах, где имеет место износ поверхности, что сводит к минимуму последующую обработку восстановленной поверхности.

### 7.2.1. Основы процесса электроконтактного припекания износостойких порошков (ЭКПП)

Предварительные экспериментальные исследования метода ЭКПП, проведенные на лабораторной установке по нанесению износостойкого слоя на зубья зубчатого колеса с числом зубьев  $Z=22$  и модулем  $m=4\text{мм}$ , позволили установить основные подходы к использованию этого метода применительно к восстановлению рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес.

При применении метода ЭКПП можно выделить следующие основные этапы:

- нанесение на очищенную и обезжиренную ремонтируемую поверхность соответствующей композиции износостойких порошков со связующим составом, обеспечивающим удержание композиции в рабочей зоне до ее припекания;
- создание с помощью электрода-обкатника, имеющего форму зубчатого колеса и изготовленного из бронзы, требуемых значений удельных давлений в контактной зоне;
- включение (при электроде, неподвижном относительно ремонтируемой поверхности) сварочного тока заданной силы и требуемом количестве энергии в импульсе;
- отключение сварочного тока после пропускания заданного числа сеций из установленного числа импульсов и перемещение (с выдержкой после отключения тока) электрода в новую зону контакта на расстояние, превышающее определенную минимальную величину;

- повторение процесса ЭКПП до тех пор, пока расстояние между точками припекания не будут меньше ширины герцовской полоски контакта;
- нанесение нового слоя порошковой композиции и повторение вышеописанного процесса до достижения заданной полной толщины слоя, наплавленного на ремонтируемую поверхность.

В связи с неуправляемостью распределением сварочного тока при его разветвлении в зоне двух парного зацепления, межосевое расстояние пары электрод-ремонтируемое колесо должно быть таким, чтобы обеспечить коэффициент перекрытия  $\epsilon = 1$  [57]. С целью снижения неравномерности нагрузки по длине контакта ширина электрода не должна превышать величину, равную удвоенному модулю зацепления.

На основе этих положений были проведены исследования процесса ЭКПП и разработана опытная полномасштабная установка для ремонта зубьев зубчатых колес горных машин.

#### 7.2.2. Технологические режимы метода ЭКПП и электромеханические характеристики зоны припекания

На основе анализа результатов предварительного исследования процесса электроконтактного припекания износостойких порошков на рабочую поверхность зубьев зубчатых колес, были установлены основные параметры технологических режимов [108].

В качестве наплавочного материала были использованы порошки по ГОСТ 21448-75, предназначенные для наплавки и напыления на детали машин, работающих в условиях абразивного изнашивания, коррозии и высоких температур. Сравнительной технологической оценке были подвергнуты порошки ПГ-С27 (У40Х28Н2С2ВМ), ПГ-ФБХ6-2 (У45Х35ГСР) и ПГ-СР3 (ХН80СЗР3) с размерами частиц 0.315 - 0.400мм.

Проведенные испытания показали, что в чистом виде указанные порошки для электроконтактного припекания не пригодны. Смеси этих порошков с железным порошком марки ПЖГК показали более высокую скрепляемость с основным металлом.

В дальнейшем отработка технологических режимов ЭКПП производилась с использованием базовой композиции порошков ПЖГК и ПГ-С27 в пропорции 2:1 при одинаковом гранулометрическом составе. Химический состав порошка марки ПГ-С27 приведен в табл. 7.1

Таблица 7.1

Химический состав порошка ПГ-С27

химич.элемент	C	Cr	Si	Mn	Ni	W	Mo
массовая доля	3.3-4.5	25-28	1.0-2.0	0.8-1.5	1.5-2.0	0.2-0.4	0.08-0.15

Для закрепления композиции порошков на восстанавливаемой поверхности зуба с целью предупреждения его сползания во время перехода обкатника в новое положение, необходимо подобрать связующий материал, не оказывающий вредного воздействия на показатели качества наплавляемого слоя. В качестве связующего были испытаны: гидросиликат натрия, поливинилацетатная эмульсия, технический вазелин и раствор канифоли в скипидаре.

Лучшими характеристиками – наибольшей теплостойкостью и прочностью при высокой адгезии к металлической поверхности – обладает раствор канифоли в скипидаре. Наносить порошок следует не позже, чем через 5-10 сек. после нанесения связующего. Такая технология нанесения порошка полностью себя оправдала при наплавке рабочих поверхностей зубьев в непрерывном режиме.

Наиболее важным моментом в разработке технологии электроконтактного припекания является отработка электромеханических параметров: удельного давления в зоне сварочного контакта, силы сварочного тока, продолжительности сварочного цикла и его структуры.

Испытания показали, что наиболее оптимальной величиной нормального давления в зоне контакта является погонная нагрузка  $q_n=28\div30 \text{ н/мм}$ . При этом механические напряжения, найденные по формуле Герца (контакт сталь-бронза) составляют ( $\sigma_{II}=220\div240 \text{ МПа}$ ).

Сила сварочного тока, из-за больших трудностей непосредственного ее измерения, обычно оценивается косвенно - по напряжению холостого хода трансформатора. Хорошие показатели стабильности процесса припекания и сцепляемости наплавленного слоя были получены при напряжении холостого хода трансформатора  $U_0=3.6\div4.0 \text{ в}$ , что соответствует силе тока  $I=18.5\div21.0 \text{ кА}$  при мощности трансформатора  $P=75 \text{ кВА}$ .

Продолжительность сварочного цикла и его структура определяются тепловую нагрузку в зоне припекания. Длительность нагрева была определена опытным путем и варьировалась с помощью электронного регулятора времени РВТШ-20 в пределах  $t=0.01\div0.08 \text{ сек} (0.5\div4.0 \text{ полных периода сварочного тока})$ .

Тепловая мощность за период изменения тока регулировалась сдвигом фазы управляющего сигнала на поджигающих электродах тиристорного переключателя в диапазоне значений  $25\div100\%$ .

### 7.2.3. Экспериментальная оценка показателей прочности наплавленного слоя

Наиболее важными из показателей качества наплавленного слоя являются стойкость против абразивного изнашивания и контактная прочность, которые и были приняты в качестве базовых. Эти показатели определялись на образцах в форме параллелепипеда ( $10\times10\times60 \text{ мм}$ ), на малую грань ( $10\times10 \text{ мм}$ ) которого наносился методом ЭКПП слой износостойкого порошка. Припекание порошка и его испытание на контактную прочность производились на специально изготовленных установках.

Кинематическая схема установки для наплавки образцов износостойкими порошками представлена на рис. 7.3.

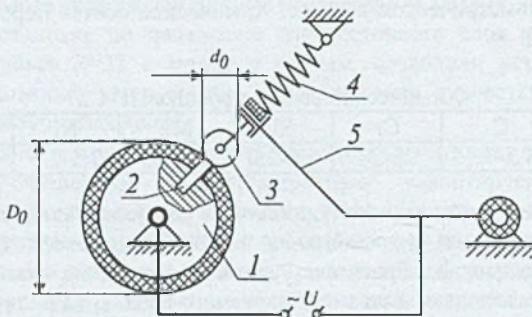


Рис. 7.3. Кинематическая схема установки для наплавки образцов 1- обойма с образцами, 2 - образец, 3 - электрод, 4 - нагружатель, 5 - рычаг

Обойма, содержащая 10 образцов, снаружи покрыта изоляционным составом. Поэтому электрод в форме ролика, установленный на изолированном от корпуса рычаге и прижатый к обойме нагружателем, может иметь электрический контакт

только с торцовой поверхностью образца, на которую нанесен слой припекаемого порошка со связующим.

Вращение обоймы осуществляется от специального дискретного редуктора [78] отдельными импульсами (циклами), причем в течение примерно 50% времени цикла обойма остается неподвижной. За счет настройки дискретного редуктора его передаточное число можно изменять, что позволяет устанавливать необходимое время остановки обоймы для осуществления процесса припекания порошка в диапазоне 0.04-0.12 сек с шагом 0.01 сек. Эти значения можно пропорционально увеличить в 2,3,4 и 8 раз с помощью сменных шкивов ременной передачи, входящей в привод обоймы.

Редуктор снабжен электрическим контактом, включающим сварочную цепь только после остановки обоймы. Выключение сварочной цепи производится с помощью реле времени до начала движения обоймы.

Диаметр ролика электрода  $d_0=30.2\text{мм}$  определялся по значению приведенного радиуса кривизны в полюсе зацепления зубчатого электрода ( $m=8\text{мм}$ ,  $Z=23$ ,  $x=0$ ) и ремонтируемой шестерни ( $m=8\text{мм}$ ,  $Z=16$ ,  $x=0.8$ ). Диаметр обоймы принят равным  $D_0=340\text{мм}$ . При таком значении  $D_0$  хорда (сторона квадрата наплавляемой поверхности образца) практически не отличается от дуги окружности.

Сопротивляемость изнашиванию оценивалась по методу истирания наплавленного слоя абразивной лентой, прижатой к образцу и движущейся со скоростью 0.025 м/сек. При этом определялось значение удельного износа  $\mu$ :

$$\mu = \frac{\Delta m}{\sigma S}, \quad (7.1)$$

где

$\Delta m$  — потеря массы образца из-за истирания,

$S$  — путь абразивного трения.

$\sigma$  — удельные давления между образцом и абразивной лентой ( $\sigma=0.49 \text{ Mpa}$ ).

Относительная износостойкость против абразивного изнашивания определялась как отношение удельного износа образца из отожженной стали марки 45 (принятого за эталон) к удельному износу наплавленного образца:

$$i_o = \frac{\mu_{45}}{\mu}. \quad (7.2)$$

Значения относительной износостойкости  $i_o$  (при доверительной вероятности 0.95) в зависимости от  $g$  — доли износостойкого порошка ПГ-С27 в его композиции с базовым порошком ПЖГК (формирующим ферритную матрицу, которая обеспечивает скрепление с основным металлом и удержание прочных частиц) представлены на рис. 7.4, откуда следует, что композиция, содержащая 40-50% износостойкого порошка является оптимальной.

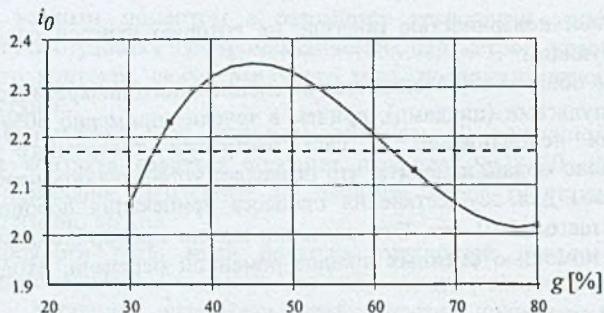


Рис. 7.4. Влияние состава композиции порошка на износостойкость наплавленного слоя  
— наплавленный слой, ----- сталь 45 (52HRC)

Дальнейшее увеличение количества износостойкого порошка в композиции приводит к снижению износостойкости из-за уменьшения доли связки и снижения эффективности спекания порошков.

Испытания наплавленного слоя на контактную прочность производились на установке, схема которой представлена на рис. 7.5.

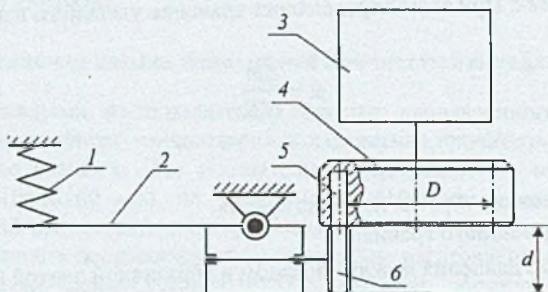


Рис. 7.5. Схема установки для испытания образцов на контактную прочность 1 - нагружатель, 2 - опора поворотная, 3 - привод, 4 - обойма с образцами, 5 - образец, 6 - ролик

Параметры установки определены из условия моделирования околоподъемной зоны контакта типичной для горных машин зубчатой передачи:  $m=8 \text{ мм}$ ,  $Z_1=22$ ,  $Z_2=70$  при окружной скорости  $V=3.3 \text{ м/сек}$ . Диаметр ролика принят по значению приведенного радиуса кривизны этой передачи —  $d=45.8 \text{ мм}$ . Угловая скорость обоймы из условия сокращения длительности испытаний и ограничения динамических нагрузок в зоне контакта была принята равной  $\omega=100 \text{ рад/сек}$ . Соответственно диаметр окружности размещения образцов на торце обоймы равен  $D=66.2 \text{ мм}$ .

В связи с тем, что окружные скорости точек образца по длине контактной линии зависят от их расстояния от оси вращения обоймы, а окружные скорости всех точек поверхности ролика одинаковы, имеет место относительное скольжение в пределах  $\pm 12\%$ , что соответствует скольжению зубьев в околоподъемной зоне.

Емкость обоймы позволяет одновременно испытывать 4 образца, что сокращает время испытаний и уменьшает разброс результатов. Ширина ролика с целью обеспечения равномерности нагрузки по длине контакта принималась на 40% меньше

ширины образца. Прочность элементов установки позволяла создать контактные напряжения до 3000 МПа.

Оценка контактной прочности наплавленного слоя производилась следующим образом. С целью сокращения времени испытаний создавалась нагрузка, обеспечивающая контактные напряжения в два раза превышающие длительный предел выносливости основного металла  $\sigma_{H\lim} = 2\sigma_{H\max}$ . Минимально необходимое время испытаний определялось по кривой усталости:

$$t_{\min} = \frac{\pi N_{H\lim}}{1800\omega} \left( \frac{\sigma_{H\lim}}{\sigma_{H\max}} \right)^m \quad (7.3)$$

где  $N_{H\lim}$  - базовое число циклов для основного металла,  
 $m$  - показатель степени кривой усталости.

Контактная прочность считается обеспечиной, если время испытаний до разрушения наплавленного слоя  $t_e$  будет более, чем время  $t_{\min}$ , то есть при выполнении условия:

$$\varphi = \frac{t_e}{t_{\min}} \geq 1. \quad (7.4)$$

Присекание порошкового слоя осуществлялось при напряжении холостого хода сварочного трансформатора  $U_o=4$  в. При этом задавались следующие основные параметры сварочного режима:  $n_i$  - число импульсов за время остановки обоймы и  $k_p$  - мощность импульса (в % от номинального значения).

Предварительные результаты испытаний показали, что порошковая композиция не обеспечивает достаточную контактную прочность. Наилучшие результаты были получены при использовании предварительно спеченных пластинок (ПСП) из этой композиции в режиме спекания  $n_i: k_p=10:10$ . Результаты испытаний представлены в таблице 7.2.

Таблица 7.2

Контактная прочность наплавленного слоя

Характеристика припекаемого слоя	Термообработка основного металла	Режим припекания $n_i: k_p$	$\varphi$	Состояние поверхности после испытания
порошковая композиция	отжиг	5 : 70	0.45	трещины и отслаивание наплавленного слоя
ПСП в один слой	отжиг	10 : 50	1.91	единичные трещины без отслаивания
ПСП в один слой	улучшение	10 : 50	1.00	трещин нет, значительная пластическая деформация
ПСП в два слоя	отжиг	10 : 50	1.91	отслаивание отсутствует

Результаты испытаний показывают, что композиция из износостойкого порошка ПГ-С27 и железного порошка ПЖГК может эффективно применяться только для ремонта зубчатых колес из нормализованных и улучшенных сталей, то есть при твердости менее 35HRC. Для ремонта поверхностей зубьев с более высокой твердостью

необходимо разработать новую композицию порошков с целью образования более прочной матрицы, чем ферритная.

#### 7.2.4. Опытная установка для ремонта зубьев методом ЭКПП

На основании разработанной технологии нанесения износостойкого слоя и исследований прочности его сцепления с основным металлом, была сконструирована и изготовлена натурная опытная установка УНЗ-2 для избирательного ремонта зубьев зубчатых колес, параметры которой приведены в табл. 7.3.

Таблица 7.3

##### Техническая характеристика установки УНЗ-2

Наименование параметра	значение параметра
Ремонтируемые зубчатые колеса	
Тип зубьев	прямые
Модуль, мм	4 - 16
Диаметр, мм	160 - 500
Привод	
Мощность электродвигателя ватт	180
Угловая скорость ротора, рад/сек	1350
Передаточное число ременной передачи	1, 2, 3, 4, 5
Передаточное число дискретного редуктора	88.231 - 286.750
Максимальный момент на выходном валу, Нм	650
Электрод-обкатник	
Модуль, мм	4 - 16
Число зубьев	17, 19, 23
Ширина зуба в долях модуля	2
Сварочный трансформатор	
Тип	ТК-403-У4
Мощность, ква	100
Реле времени	РВТШ-20
Габариты установки	
Длина, мм	1175
Ширина, мм	725
Высота, мм	1400

Принципиальная схема установки для избирательной наплавки износостойких порошков на рабочую поверхность изношенных зубьев зубчатых колес представлена на рис. 7.6.

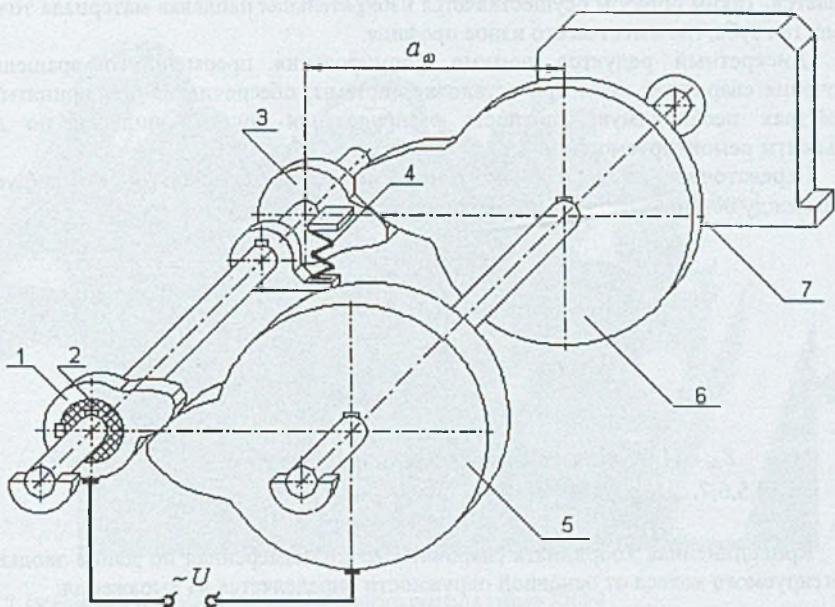


Рис. 7.6. Схема установки УНЗ-2 1 - электрод-обкатник, 2 - изолитор, 3 -контрольная копия электродо-обкатника, 4 - нагружатель, 5 - ремонтируемое колесо, 6- контрольная копия ремонтируемого колеса, 7- привод

Привод установки обеспечивается от электродвигателя через ременную передачу со сменными шкивами и дискретный редуктор (см. Приложение 4).

Рабочая часть установки представляет собой замкнутый контур из четырех зубчатых колес:

- ремонтируемое колесо,
- электрод-обкатник,
- контрольная копия ремонтируемого колеса,
- контрольная копия электродо-обкатника.

Контрольные копии колес и электрод-обкатник имеют меньшую ширину зубчатого венца, но изготовлены с более высокой степенью точности по сравнению с ремонтируемым колесом.

Источник тока подсоединен к ремонтируемому колесу и к изолированному от корпуса электродо-обкатнику. Установка позволяет изменять межосевое расстояние передач замкнутого контура в пределах диапазона ремонтируемых колес. Электрод-обкатник имеет возможность перемещения вдоль своего вала с последующей жесткой фиксацией на валу.

Нагружение контура производится пружинным нагружателем, который выполняет также и функцию измерителя кинематической погрешности ремонтируемого колеса. Измеритель снабжен выключателем сварочной цепи и по достижении в определенной точке профиля ремонтируемого колеса нулевого значения кинематической погрешности сварочная цепь размыкается и припекания не происходит, связка непрочченной композиции разрушается и избыток порошка

осыпается. Таким образом осуществляется избирательная наплавка материала только в тех местах зуба, где имеет место износ профиля.

Дискретный редуктор помимо формирования прерывистого вращения и включения сварочной цепи при остановке системы, обеспечивает при принятых его параметрах необходимую плотность распределения точек приплавки по длине эвольвенты ремонтируемого колеса.

Передаточное число дискретного редуктора  $i_d$  и угол поворота ремонтируемого колеса между остановками  $\Delta\varphi$  определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{Z_{do}}{k}, \\ \Delta\varphi &= \frac{2\pi}{i_d} \end{aligned} \right\}, \quad (7.5)$$

где

$Z_{do} = 1147$  - постоянная дискретного редуктора,  
 $k = \{4, 5, 6, 7, \dots, 13\}$  - параметр настройки редуктора.

Криволинейная координата сварочной точки, измеренная по длине эвольвенты ремонтируемого колеса от основной окружности определяется из выражения:

$$L_n = \frac{R_b}{2} (\varphi_j + n\Delta\varphi)^2, \quad (7.6)$$

где

$R_b$  - радиус основной окружности ремонтируемого колеса,  
 $\varphi_j$  - эвольвентная угловая координата начальной точки приплавки,  
 $n$  - порядковый номер оборота ведущего вала дискретного редуктора.

Из формулы (7.6) следует, что при постоянном значении угла  $\Delta\varphi$  расстояние между соседними точками приплавки будет неравномерным. Однако, благодаря тому, что значение  $i_d$  не является целым, то по завершению полного  $j$ -того оборота колеса угловая координата начальной точки будет определяться дробной частью передаточного числа  $i_d$  (то есть  $\text{frac}(i_d)$ ) и станет равной:

$$\varphi_{j+1} = \varphi_j + \Delta\varphi \text{frac}(i_d). \quad (7.7)$$

Подбором параметра настройки редуктора и времени работы установки можно добиться практически равномерного распределения точек приплавки по длине эвольвенты. Для оптимизации этого процесса разработаны соответствующие компьютерные программы, в основу которых положено требование, чтобы расстояние между точками приплавки было не меньшим полуширины зоны спекания порошка.

Общий вид опытной установки представлен на рис. 7.7.

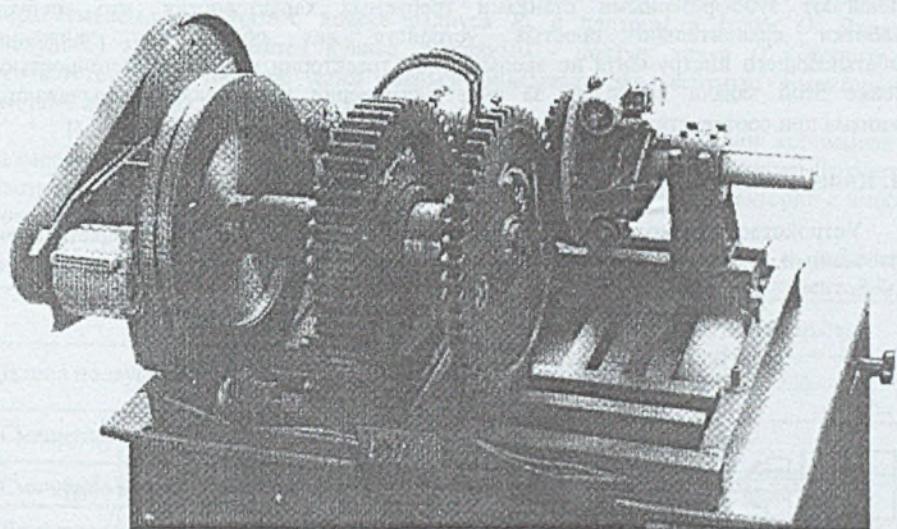


Рис. 7.7. Общий вид установки для избирательного ремонта зубьев УНЗ-2

С применением вышеописанной технологии электроконтактного припекания износостойких порошков были выполнены экспериментальные исследования процесса восстановления рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес редуктора привода угольного комбайна ( $m=8 \text{ мм}$ ,  $Z_1=16$ ,  $Z_2=51$ ).

Результаты исследований подтвердили принципиальную возможность ремонта зубьев зубчатых колес методом ЭКПП на установках типа УНЗ-2 и позволили наметить пути их совершенствования: - повышение точности показаний измерителя нагрузки, повышение точности измерителя кинематической погрешности, механизация процесса подачи порошков в зону контакта зубьев с электродом.

Результаты пробной наплавки были учтены при разработке рабочего проекта промышленной установки УНЗ-3, выполненного по заказу Московского государственного института горно-химического сырья.

### 7.3. КОНСТРУКЦИЯ УСТАНОВКИ ДЛЯ РЕМОНТА ЗУБЬЕВ КРУПНОГАБАРИТНЫХ (БОЛЕЕ 3 м) ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Одной из особенностей горно-обогатительных машин, например цементных печей, сушильных грануляторов и др., является применение в приводах рабочих органов открытых зубчатых передач с колесами диаметром 3-6 м, которые из-за запыленности окружающей среды и малой твердости рабочей поверхности зубьев подвергаются значительному изнашиванию в процессе эксплуатации. Как правило, такие колеса редко поставляются в запасные части, изготовление их производится по специальным заказам, стоит очень дорого и, кроме того, высока стоимость их транспортировки к месту монтажа, особенно если учесть, что в большинстве случаев такие машины экспортируются из других стран.

В связи с этим возникает необходимость в организации восстановления работоспособности зубьев крупногабаритных зубчатых колес на производственной базе

ремонтных цехов горно-обогатительных фабрик и комбинатов, которые обычно не располагают зубофрезерными станками требуемых характеристик, что требует разработки сравнительно простых устройств для обеспечения движения обрабатывающего инструмента по эвольвентной траектории с требуемой точностью. Решение этой задачи возможно за счет применения шестизвездного рычажного механизма при соответствующем подборе его параметров [58, 61, 64, 68].

### 7.3.1. Кинематическая схема и основные параметры установки

Устройство для моделирования эвольвентной траектории представляет собой шестизвездный кулисный механизм, кинематическая схема которого представлена на рис. 7.8.

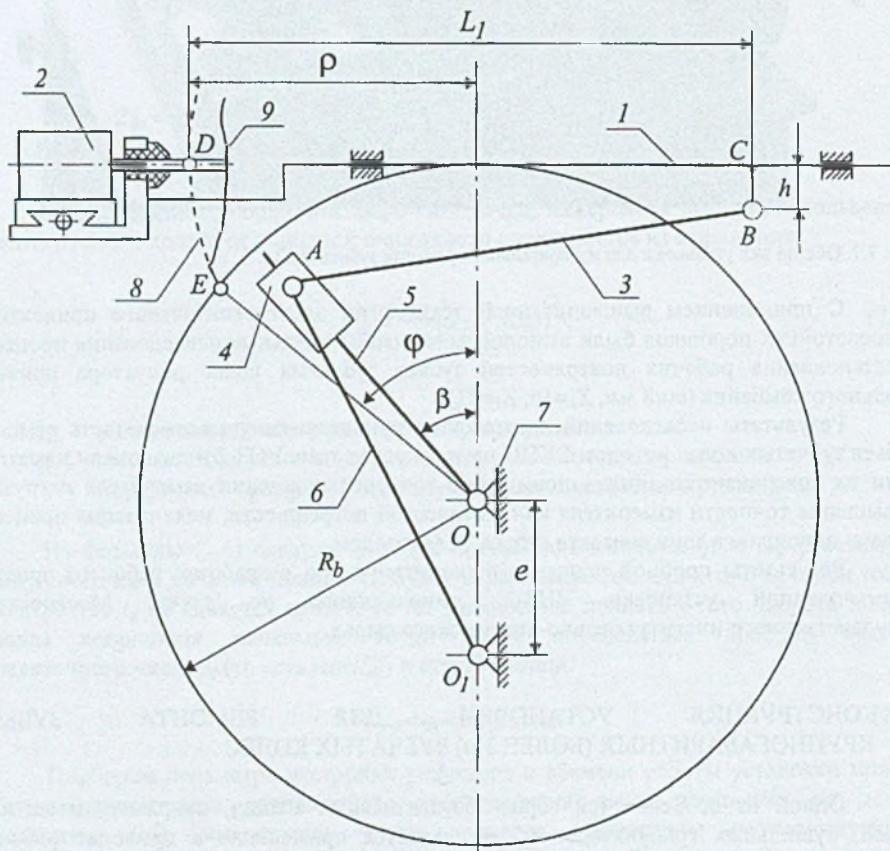


Рис. 7.8. Схема механизма для воспроизведения эвольвентной траектории 1 - ползун, 2 - зубо-обрабатывающее устройство, 3 - шатун, 4 - камень кулисы, 5 - кулиса, 6 - коромысло, 7 - корпус, 8 - эвольвента, 9 - изношенный профиль

Механизм включает в себя пять подвижных звеньев, связанных между собой плоскими кинематическими парами второго класса: ползун, шатун с зубообрабатывающим устройством, камень кулисы, кулису и коромысло.

Траектория движения ползуна касательна к основной окружности обрабатываемого зубчатого колеса радиуса  $R_b$  с центром в точке  $O$ . Входным (ведущим) звеном является кулиса, выходным - ползун, точка  $D$  которого при соответствующем подборе длии звеньев описывает эвольвентную траекторию в системе координат, связанных с кулисой.

Настройка механизма производится за счет изменения длин коромысла  $L_6$ , размеров  $e$ ,  $h$  и  $L_1$ . Математические зависимости для вычисления значений параметров настройки механизма, обеспечивающих получение эвольвентной траектории с высокой точностью, приведены в таблице 7.3

Таблица 7.3

Параметры настройки механизма для воспроизведения эвольвентной траектории

Параметр	Математическая зависимость
Длина ползуна	$L_1 = \sqrt{l_3^2 - h^2} + R_b \frac{\varphi_{\max} + \varphi_{\min}}{2}$
Смещение центра поворота коромысла	$e = 0.5R_b$
Смещение шарнира шатуна	$h = 0.7R_b \sin^2(0.5\beta_{\max})$
Длина коромысла	$L_6 = R_b + e$

Величины, входящие в формулы для вычисления параметров настройки механизма, вычисляются следующим образом:

$L_3=2$  м - длина шатуна (принята постоянной для всех типоразмеров колес),

$R_b=0.5mz\cos\alpha_b$  - радиус основной окружности,

$\beta_{\max}=0.5(\varphi_{\max}-\varphi_{\min})$  - амплитуда качания кулисы,

$\varphi_{\max} = \sqrt{\left(\frac{R_a}{R_b}\right)^2 - 1}$  - максимальный угол развернутости эвольвенты,

$\varphi_{\min} = \sqrt{\left(\frac{R_{\min}}{R_b}\right)^2 - 1} \geq 0$  - минимальный угол развернутости эвольвенты,

$R_{\min} = \sqrt{R_b^2 + \left(a_{\omega} \sin \alpha_{\omega} - \sqrt{R_{as}^2 - R_{bs}^2}\right)^2}$  - граница рабочей зоны профиля,

$\alpha_{\omega} = \arccos\left(\frac{m(z+z_s)}{2a_{\omega}} \cos \alpha_b\right)$  - угол зацепления,

где  $m$  - модуль зацепления,

$z$  - число зубьев,

$a_{\omega}$  - межосевое расстояние ремонтируемой передачи,

$z_s$  - число зубьев колеса, с которым работает ремонтируемое колесо,

$\alpha_{\omega}$  - угол зацепления ( $\alpha_b=20^\circ$ ),

$R_a$  - радиус окружности вершин,

$R_s$  - радиус окружности вершин сопряженного колеса,

$R_{bs}$  - радиус основной окружности сопряженного колеса.

### 7.3.2. Функционирование установки

Механизм моделирования эвольвентной траектории работает следующим образом. Предварительно производится настройка его параметров, вычисленных по зависимостям, приведенных в табл. 7.3, применительно к обработке зубчатого колеса конкретной передачи.

В зависимости от степени износа зубьев зубчатого колеса принимается технология его ремонта и, соответственно, зубообрабатывающий инструмент:

- при малой степени износа - фрезерная или шлифовальная головки,
- при значительном износе - электродуговой полуавтомат или плазменный пистолет с последующей обработкой наплавленного слоя (в зависимости от его твердости) фрезерной или шлифовальной головкой.

Схема обработки зуба сводится к следующим операциям.

С помощью фрикционных муфт зубчатое колесо закрепляется на валу, установленном соосно с валом кулисы и механизмом деления, (механизм деления на рис. 7.8 не показан). В простейшем случае, в качестве механизма деления может быть использовано ремонтируемое зубчатое колесо, фиксируемое на время обработки зуба трапециевидным стопором, входящим во впадину зубьев. При этом муфты блокируются таким образом, чтобы при соединении вала кулисы с валом зубчатого колеса механизм деления был зафиксирован и отсоединен от него и, соответственно, вал кулисы фиксируется и отсоединяется от вала зубчатого колеса при соединении последнего с валом механизма деления.

За счет вращения зубчатого колеса и поворота кулисы относительно него производится установка рабочей зоны зубообрабатывающего инструмента на вершине зуба у одного из его торцов, после чего при неподвижной кулисе (связанной с зубчатым колесом) зубообрабатывающий механизм перемещается вдоль зуба колеса, производя его обработку. После того, как обрабатывающий инструмент выйдет из контакта с зубом, кулиса с зубчатым колесом поворачивается на угол, обеспечивающий перемещение инструмента вдоль эвольвенты на  $0.1\text{--}0.5$  ширины зоны обработки (в зависимости от требуемой точности), и зубообрабатывающий механизм перемещается в обратном направлении.

По окончании обработки всего зуба движение кулисы меняется на противоположное и инструмент устанавливается в исходное положение, после чего кулиса фиксируется, а зубчатое колесо отсоединяется от вала кулисы и соединяется с валом механизма деления, который поворачивает колесо относительно кулисы на один угловой шаг. Затем фиксируется вал механизма деления, а зубчатое колесо отсоединяется от него, соединяется с валом кулисы и производится обработка очередного зуба зубчатого колеса. Процесс повторяется до окончания обработки всех зубьев зубчатого колеса.

Технология восстановления рабочей поверхности зуба включает в себя два этапа.

Первым этапом ремонта зубьев зубчатого колеса является наплавка (напыление) изношенной поверхности. При этом в качестве зубообрабатывающего устройства применяется сварочный полуавтомат (или плазменный пистолет). Наращивание поверхности происходит только в месте износа зуба, что позволяет снизить расход дорогостоящих электродов из износостойких материалов (либо снизить расход твердосплавных порошков). По окончании обработки зуба получается поверхность, близкая к эвольвентному профилю.

Вторым этапом является чистовая механическая обработка зубьев. В зависимости от твердости поверхности она производится либо фрезерной, либо шлифовальной головками, устанавливаемыми вместо наплавочного полуавтомата.

Точность воспроизведения эвольвентного профиля зависит от значений параметров настройки механизма  $e$  и  $h$  (см. табл. 7.3). Отклонение фактического профиля зуба  $\delta$  от эвольвенты, измеренное в направлении нормали к ней, можно найти в функции угла поворота кулисы  $\beta$  по следующей формуле:

$$\delta = \sqrt{L_3^2 - h^2} - \sqrt{L_3^2 - (h - R_b + l_k \cos \beta)^2} + l_k \sin \beta - R_b \beta, \quad (7.8)$$

где  $l_k = e(\sqrt{\cos^2 \beta + 8} - \cos \beta)$  - расстояние от оси поворота кулисы до центра шарнира камня ( $AO$  на рис. 7.8),  
 $\beta = \varphi - 0.5(\varphi_{\max} + \varphi_{\min})$  - текущее значение угла поворота кулисы,  
 $\varphi$  - угол развернутости эвольвенты ( $\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$ ).

Погрешность профиля определяется максимальной шириной зоны между двумя эвольвентами, внутри которой находится действительный профиль зуба:

$$f_{fr} = \delta_{\max} - \delta_{\min}. \quad (7.9)$$

Допуск на погрешность профиля  $f_f$  устанавливается стандартами ISO и основанными на них национальными стандартами в зависимости от параметров зубчатого колеса и требуемой точности изготовления. Так, согласно приложению к ГОСТ 1643-81 погрешность профиля может быть вычислена по формуле:

$$f_f = \left[ k_1 m \left( 1 - \frac{z}{80} \right) + k_2 \right] \cdot 10^{-3}, \text{ [мм]} \quad (7.10)$$

Значения коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$ , входящих в формулу (7.8), в зависимости от степени точности изготовления зубчатого колеса приведены в табл. 7.4.

Таблица 7.4

Значения коэффициентов  $k_1$  и  $k_2$ , входящих в формулу (7.8)

Степень точности	$k_1$ [мкм/мм]	$k_2$ [мкм]
6	0.63	6.3
7	1.00	8.0
8	1.60	10.0
9	2.50	16.0
10	4.00	25.0

Зубчатое считается пригодным к эксплуатации, если выполняется условие:

$$f_{fr} \leq f_f. \quad (7.11)$$

### 7.3.3. Оценка точности воспроизведения эвольвенты

Анализ погрешности профиля, имеющей место при функционировании механизма, моделирующего эвольвентную траекторию, и сравнение этой погрешности с допустимыми значениями проведен на базе прямозубых цилиндрических колес

зубчатых колес с диаметрами делительной окружности  $d=1.0\div6.0\text{ м}$  в диапазоне значений модулей зацепления  $m=20\div55\text{ мм}$ , что характерно для большинства крупногабаритных зубчатых колес горно-обогатительных машин. При этом минимальный радиус рабочей зоны профиля определялся по приближенной формуле:  $R_{min}=0.5m(z-2)$ .

В качестве примера на рис. 7.9 представлены результаты вычислений по формулам (7.8) и (7.10) для трех значений модуля зацепления: 20, 36 и 55 мм.

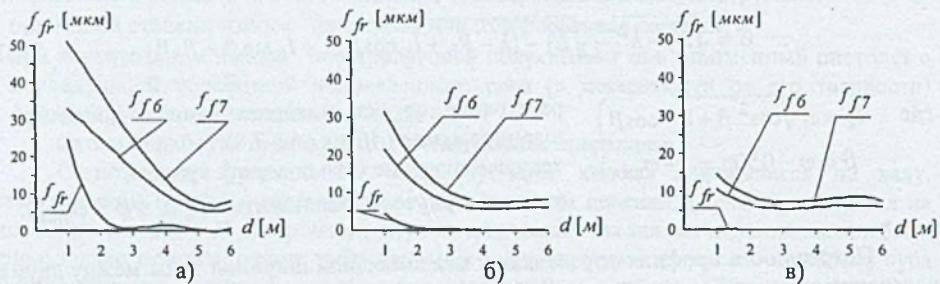


Рис. 7.9. Погрешность воспроизведения эвольвентного профиля а) модуль  $m=55\text{ мм}$ , б) модуль  $m=36\text{ мм}$ , в) модуль  $m=20\text{ мм}$   $f_{f6}$  - допуск на погрешность профиля при 6-й,  $f_{f7}$  - 7-й степени точности

Результаты численного эксперимента (рис. 7.9), произведенного в предположении точного выполнения размеров всех звеньев механизма, показывают, что в диапазоне диаметров зубчатых колес  $1.0\div6.0\text{ м}$  условие (7.11) выполняется вплоть до 6-й степени точности, причем даже для колес с модулем  $m=55\text{ мм}$ , для которых эта погрешность является наибольшей.

На точность воспроизведения эвольвентного профиля влияет также точность выполнения основных размеров механизма. Так, для обеспечения 8-й степени точности по погрешности профиля в диапазоне  $2.0\div6.0\text{ м}$  смещение центра поворота коромысла  $e$  (см. табл. 7.3) необходимо выполнить с точностью  $\pm 0.1\text{ мм}$ , тогда как смещение шарнира шатуна  $h$  можно регулировать с точностью  $\pm 1.0\text{ мм}$ . При этом все кинематические пары должны выполняться беззазорными.

Таким образом, с помощью предложенного механизма в диапазоне диаметров зубчатых колес  $2.0\div6.0\text{ м}$  можно гарантировать изготовление эвольвентных зубьев с достаточно высокой точностью, особенно если учесть, что обычно к таким зубчатым колесам предъявляются требования не точнее 9-й степени точности.

На основании проведенных исследований, по заказу производственного объединения «Азот» (г. Новгород, Россия) разработан эскизный проект установки для ремонта зубьев зубчатого колеса диаметром 5 м привода сушильного гранулятора.

## 7.4. ВЫВОДЫ

Основные итоги и выводы, полученные на основе рассмотрения прикладных аспектов прогнозирования долговечности зубьев зубчатых колес сводятся к следующему.

- При обезличенном ремонте приводов горных машин характер изменения объемного износа практически не меняется и отличается только начальным уровнем объемного износа. При этом, при сборке зубчатой пары с одним или двумя

изношенными колесами не достигается максимальное значение объемного износа, которое было получено при моделировании зацепления новых зубчатых колес, что может быть объяснено естественной в результате износа модификацией профилей зубьев.

2. Независимо от их начальной формы профилей зубьев (новые или изношенные в разной степени) со временем износ стабилизируется и профиль зуба к достижению максимальной наработки практически соответствует профилю, который имел бы место при начальной форме, соответствующей новым (неизношенным) зубьям. Иными словами происходит стабилизация формы профиля зуба.

3. Общее требование при комплектации данного зубчатого колеса в пару можно выразить следующим образом - сопряженное ему зубчатое колесо должно иметь износ меньший, чем это колесо. Отсюда следует, что после варианта комплектации пары из новых колес, предпочтительными являются вариант комплектации пары из нового и изношенного колес. Наименее желательным является вариант комплектации - сборка пары из колес с изношенными зубьями. В этом случае следует стремиться к максимальной разнице износа зубьев зубчатых колес, составляющих пару.

4. Разработанный подход к комплектации зубчатых пар позволит на 15-20% повысить износостойкость зубьев отремонтированной зубчатой передачи.

5. Разработана и экспериментально проверена технология ремонта изношенных поверхностей зубьев зубчатых колес методом электроконтактного припекания износостойких порошков.

6. Экспериментально доказано, что высокопрочные порошки должны использоваться в композиции с менее прочими, близкими по свойствам к основному металлу, с целью формирования в процессе припекания матрицы, удерживающей частицы прочих порошков и обеспечивающей сцепление с основным металлом. В частности, ферритная матрица на базе железных порошков может применяться только для зубьев из улучшенных сталей.

7. Разработана, изготовлена и экспериментально проверена конструкция полномасштабной установки для ремонта зубьев зубчатых колес горных машин.

8. Разработана кинематическая схема и подобраны параметры звеньев механизма, обеспечивающих движение крайней точки выходного звена по эвольвентной траектории.

9. Разработана методика определения погрешности воспроизводства эвольвентной траектории профиля зуба зубчатого колеса с учетом точности настройки механизма.

10. Предложенная методика подбора параметров механизма позволяет разработать конструкцию установки для получения эвольвентного профиля зубьев зубчатых колес диаметром 2-6 м вплоть до 8-й степени точности по погрешности профиля на производственной базе ремонтных цехов горно-обогатительных предприятий.

## 8. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

На основании анализа литературных и экспериментальных данных установлено, что эвольвентный профиль, который имеют зубья зубчатых передач после их изготовления, в процессе эксплуатации из-за неизбежного износа искажается и после того, как степень искажения превысит допустимую погрешность, определяемую заданной степенью точности, профиль перестает соответствовать начальным характеристикам. Вновь образованные квазисопряженные профили и параметры их зацепления по мере эксплуатации зубчатой передачи непрерывно изменяются, в результате чего теория эвольвентного зацепления не может быть применима в полном объеме для описания зубчатой передачи с изношенными зубьями.

1. Для математического описания рабочих поверхностей зубьев с произвольной формой профилей на основе численных методов разработана компьютерная технология, включающая кусочную аппроксимацию со сплайновой интерполяцией, в которую введена дополнительная коррекция, позволяющая достаточно точно описывать кривые с резким изменением кривизны. При этом для определения радиусов кривизны и угла наклона касательной предложены простые присмы, базирующиеся на дискретном характере описания профилей.

2. Разработаны теоретические основы и созданы на базе алгоритмов быстрой сходимости необходимые численные методы, оформленные в виде соответствующих компьютерных технологий, для определения геометрических и кинематических параметров контакта в абсолютном и относительном движении контактирующих квазисопряженных профилей с учетом упругих свойств зацепляющихся зубьев и того обстоятельства, что в зоне двух парного зацепления силы, действующие в парах зубьев, в общем случае не лежат на одной прямой.

На основании результатов проведенных численных экспериментов установлено, что после износа зубьев, превышающего допустимую погрешность профиля для заданной точности изготовления передачи, имеют место следующие явления:

- профиль зуба искажается по отношению к исходному эвольвентному неравномерно по высоте зуба,
- линия зацепления становится криволинейной, ее длина уменьшается, возможны разрывы линии зацепления,
- мгновенное значение передаточного числа становится переменным, что вызывает дополнительное динамическое нагружение контакта,
- среднее значение передаточного числа остается постоянным, равным отношению чисел зубьев контактирующих колес,
- вызванное неравномерным износом изменение кривизны контактирующих поверхностей зубьев существенно влияет на мгновенное значение контактных напряжений и контактную податливость в процессе зацепления,
- жесткость зубьев в процессе зацепления меняется не только из-за разного числа пар зубьев, находящихся в контакте, но и вследствие изменения контактной податливости,
- скорости перемещения зоны контакта по профилям зубьев значительно меняются в начальной и конечной фазах зацепления, в окрестностях теоретического полюса зацепления эти изменения незначительны,

- скорость скольжения зубьев в контактной зоне сравнительно слабо зависит от степени износа зубьев.

3. Для исследования процесса формирования внутренних усилий в зацеплении, в значительной степени определяющих износ рабочих поверхностей зубьев, теоретически обоснован алгоритм и разработана упругая динамическая модель зубчатой передачи с четырьмя степенями свободы, учитывающая кроме переменного передаточного числа исследуемой передачи моменты инерции входных и выходных (по отношению к этой передаче) отрезков кинематических цепей привода машины, жесткость зацепления, силы вязкого сопротивления, нормальный боковой зазор и силу трения между зубьями.

На основании результатов численных экспериментов установлено, что на изменение коэффициента динамической нагрузки помимо смысла числа пар в зацеплении оказывает влияние обусловленное износом зубьев переменное передаточное число зубчатой передачи. Эти изменения носят характер одного периода гармонического колебания, амплитуда которого в значительной мере зависит от степени износа зубьев.

Деформация и ощибки изготовления профилей зубьев оказывают влияние на динамическую нагрузку только на начальном этапе работы передачи. С увеличением времени эксплуатации искажение профилей зубьев, вследствие их износа, оказывает более сильное влияние на динамическую нагрузку в зацеплении

4. Можно считать доказанным, что:

- геометрические и кинематические параметры контакта определяются формой профилей в точке их контакта,
- форма профиля зависит от параметров контакта, определяющих степень износа зуба в контактной точке,
- параметры контакта и форма профилей, взаимно влияя друг на друга, находятся в динамическом равновесии, которое и определяет изменение формы профилей во время эксплуатации зубчатой передачи.

5. На основании анализа экспериментальных данных по износу зубьев зубчатых колес рабочих машин и с учетом трибологических теорий, соответствующих условиям эксплуатации, разработана модель определения износа зуба в контактной точке с учетом кромочного контакта у его вершины.

Теоретически обоснована методология синтеза профилей изношенных зубьев зубчатых колес, позволяющая синтезировать изношенный профиль зуба, аппроксимируя только изношенные участки зуба, оставляя неизменными участки зуба, не затронутые износом. Модель изнашивания основана на следующих основных положениях:

- суммарный износ в контактной точке двух соприкасающихся тел пропорционален удельной мощности сил трения, с учетом принципа его распределения пропорционально пути скольжения и обратно пропорционально твердости поверхностей,
- износ пропорционален превышению мгновенного значения температуры в контакте относительно соответствующего критического значения,
- на величину износа оказывает влияние скольжение профилей зубьев вследствие радиального биения зубчатых колес.

6. Создана компьютерная технология, реализующая принцип непрерывного взаимовлияния параметров контакта и формы профилей зубьев, что позволяет прогнозировать качественные характеристики зубчатой передачи в функции времени эксплуатации.

7. На основании лабораторных испытаний натурных зубчатых колес с помощью специального накладного прибора получена информация о характере износа профилей зубьев в режиме форсированного нагружения. Кроме того, экспериментальными методами получена информация о характере изменения формы профилей зубьев зубчатых колес приводов рабочих машин в производственных условиях.

8. Разработан подход к численной оценке степени отражения реальности разработанной моделью прогнозирования качественных характеристик зубчатой передачи.

9. Численный эксперимент по прогнозированию параметров зубчатой передачи при моделировании лабораторных испытаний передачи с форсированной нагрузкой показал:

- целесообразность введения в модель изнашивания факторов, учитывающих влияние мгновенного значения температурной вспышки в контакте зубьев;
- по интегральному показателю - объемному износу - результаты прогнозирования износа зубьев с вероятностью более 75% близки к результатам физического эксперимента,
- форма профилей зубьев, полученная в результате численного эксперимента с вероятностью более, чем 70% находится в пределах интервала шириной, равной 1.2 погрешности измерения износа зубьев.

10. Численный эксперимент по прогнозированию параметров зубчатой передачи при моделировании эксплуатационных условий работы зубчатой передачи показал:

- по интегральному показателю - объемному износу - результаты прогнозирования износа зубьев с вероятностью более 72% близки к результатам физического эксперимента,
- форма профилей зубьев, полученная в результате численного эксперимента с вероятностью более, чем 72% находится в пределах интервала шириной, равной 1.25 погрешности измерения.

11. Модель прогнозирования качественных характеристик зубчатой передачи позволяет через несколько часов получить информацию о состоянии зубьев передачи, тогда как при натурных испытаниях для этого требуются тысячи часов работы и значительные финансовые затраты.

12. Практическое применение технологии компьютерного прогнозирования параметров зубчатой передачи, на основе предложенной теории зацепления квазисопряженных профилей зубьев и реализация некоторых ее положений в производственных условиях привели к следующим результатам:

- на основе результатов численных экспериментов разработана технология упорядочения комплектации зубчатых пар при сборке приводов рабочих машин на ремонтных предприятиях, позволяющая на 15+20% повысить износостойкость зубьев отремонтированной зубчатой передачи,
- разработана технология ремонта изношенных поверхностей зубьев зубчатых колес методом электроконтактного припекания износостойких порошков; разработана, изготовлена и экспериментально проверена конструкция полномасштабной установки для избирательного ремонта зубьев зубчатых колес рабочих машин,
- на базе специально созданного шестизвездного стержневого механизма разработана конструкция установки, позволяющая получить при ремонте зубьев эвольвентный профиль для зубчатых колес диаметром 2-6 м вплоть до 8-ой степени точности по погрешности профиля на производственной базе ремонтных цехов горно-обогатительных предприятий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Айрапетов Э.Л. и др. Возбуждение колебаний в зубчатых передачах. Сб.Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами. -М.: Наука.1976. с.3.
2. Альшиц Я.И., Гуляев В.Г. и др. Динамические характеристики комбайнового двигателя ЭДКО4 - 2м. Сб. Горные машины. -Киев.: МВССО УССР. 1971. -136 с.
3. Альшиц Я.И., Гуляев В.Г. и др. Динамические характеристики системы привода исполнительных органов комбайна 1К-101. Сб.Горные машины. -Киев.: МВССО УССР. 1971.-136 с.
4. Альшиц Я.И., Гуляев В.Г. и др. Определение амплитудно-частотных (АХЧ) элементов привода исполнительных органов комбайна 1К52III (2К52) методом моделирования. Сб.Горные машины. -Киев.: МВССО УССР. 1971.-136 с.
5. Бишко М.Ю., Бслоха В.В. Рябов Б.П. Изменения в геометрии изношенных крупномодульных зубчатых зацеплений металлургического оборудования. «Повышение надежности и долговечности металлургического оборудования». Тезисы докладов юбилейной V научно-технической конференции. Днепропетровский металлургический институт, Днепропетровск, 1977, с. 47-48.
6. Болотин Б.Ф. Исследование возможности восстановления зубьев шестерен наплавкой ленточными электродами. Автореф. канд. диссерт. Челябинский институт механизации и электрификации сельского хозяйства, 1969. Челябинск.
7. Бут Э.Д. Численные методы: пер. с. англ. - М.: Гл. изд. физ. мат. лит., 1959, - 240 с.
8. Варвак П.М. и др. Метод консочных элементов. Учебное пособие для вузов. Киев. «Вища школа», 1981, - 176 с.
9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., издательство «Наука», 1964, - 576 с.
10. Войнаровски Ю., Онищенко В.П.: Моделирование динамики зубчатой передачи с учетом непостоянства передаточного числа из-за износа зубьев. "Современные проблемы машиностроения и технический прогресс", Тезисы международной научно-технической конференции 10-13 сентября 1996 г. - Донецк: ДонГТУ, 1996. -408с.
11. Войнаровски Ю., Онищенко В.П.: Влияние износа зубьев на динамику прямозубой цилиндрической зубчатой передачи. "Прогрессивные технологии машиностроения и современность", Сб. трудов Международной научно-технической конференции в г. Севастополе 9-12 сентября 1997 г. - Донецк: ДонГТУ, 1997. -358 с.
12. Временные рекомендации по оценке сопротивляемости заеданию зубчатых передач горных машин. ГИПРОУГЛЕМАШ. М., 1966.
13. Галлямин В.Д. Исследование электроабразивной обработки наплавленных поверхностей автотракторных деталей при их ремонте. Автореф. канд. диссерт. Челябинский институт механизации и электрификации сельского хозяйства, 1974. Челябинск.
14. Глаголев Н.И. Работа сил трения и износ перекатываемых тел. Труды III Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах, т.2. М., Изд-во АН СССР, 1960, с. 34-54.

15. ГОСТ 16429-70 «Трение и изнашивание в машинах», основные термины и определения. Издательство стандартов, М. 1970. 11 с.
16. Гречер Г. Кобольд Г. Расчет износа на основе гипотезы аккумулирования энергии при трении. - В кн. Исследование по триботехнике. М., ВНИИМаш, 1975, с.187-195.
17. Гришко В.А. Повышение износостойкости зубчатых передач. М., «Машиностроение», 1977. 232 с.
18. Гуляев В.Г., Скородумов Б.А. Динамические характеристики трансмиссии привода исполнительного органа угольного комбайна 1К52Ш (2К52). М., «Известия высших учебных заведений», Горный журнал №9, 1970, с.125 - 131.
19. Гуляев В.Г., и др. Методика исследования динамических характеристик и структуры трансмиссий исполнительных органов угледобывающих комбайнов. Известия ВУЗов Горный журнал N11, 1973, с. 106.
20. Гуляев В.Г. Научные основы оптимизации динамических свойств очистных комбайнов демпфирующими устройствами. Диссертационная работа на соискание ученой степени доктора технических наук. Донецкий технический университет. Донецк. 1985.
21. Давыдов Б.А., Скородумов Б.А. Статика и динамика машин в типичных условиях эксплуатации. Издательство «Машиностроение», М., 1967.
22. Де Бор К. Практическое руководство по силам: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1985. - 304 с.
23. Дорожкин Н.Н. и др. Способ восстановления зубьев шестерен. "Бюллестень изобретений"1977, №30, авторское свидетельство СССР на изобретение №568529.
24. Дроздов Ю.Н. Новый метод расчета на износ и заедание зубчатых передач. «Геория и практика повышения долговечности изделий», сб. Научных трудов Пермского политехнического института №45, Пермь, 1968.
25. Дроздов Ю.П. Уточненный метод расчета на задир пар трения в тяжелонагруженных механизмах. - «Вестник машиностроения», 1971, №4, с.25-29.
26. Дроздов Ю.Н. К разработке методики расчета на изнашивание и моделирование трения. В кн. Износостойкость, М., «Наука», 1975. С. 120-135.
27. Дроздов Ю.Н., Арчегов В.Г., Смирнов В.И. Противозадирная стойкость трущихся тел. М.: Наука, 1981, 139 с.
28. Дроздов Ю.Н., Туманишвили Г.И. Расчет на заедание по предельной толщине смазочного слоя. - Вестник машиностроения, 1982, № 4, с.19-22.
29. Дроздов Ю.Н., Павлов В.Г., Пучков В.Н. Трение и износ в экстремальных условиях: Справочник. М., «Машиностроение», 1986. 224 с.
30. Журков С.Н. К вопросу о физической основе прочности. - Физика твердого тела, 1980, т.22, вып.11, с. 3344-3349.
31. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.П. Методы сплайн-функций. - М.: Наука, 1980 - 352 с.
32. Зиновьев В.А., Бессонов А.П. Основы динамики машинных агрегатов. М. Машиностроение, 1964.
33. Игнатищев Р.М. К вопросу о контактной прочности рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес. Горная электромеханика и автоматика. Вып. 12. Изд-во Харьковского университета, 1969.
34. Ионушас П.А. Проектирование кулачковых механизмов с учетом износа. Автореферат канд. диссерт. М., ИМАШ, 1960, 17 с.
35. Иосилевич Г.Б. Детали машин. М., «Машиностроение», 1988, с. 56.

36. Калашникова И.Н. Изыскание средств и способов повышения долговечности выемочных комбайнов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Московский горный институт. М., 1971.
37. Кетов Х.Ф., Колчин Н.И. Теория механизмов и машин. Машгиз, 1937.
38. Кистьян Я.Г. Критерии заедания поверхностей зубьев зубчатых колес. «Вестник машиностроения», №10, 1958.
39. Кистьян Я.Г. Методика расчета зубчатых передач на прочность. ЦНИИТМАШ, книга 107. Машгиз, М., 1963.
40. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин. М., Машиностроение, 1969.
41. Корн Г. И Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Пер. с англ. - М.: «Наука», 1974, 832 с.
42. Крагельский И.В. Трение и износ. М., изд-во «Машиностроение», 1968, с. 189-200.
43. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М., «Машиностроение», 1977. 526 с.
44. Крагельский И.В., Михин Н.М. Узлы трения машин. Справочник. - М.: «Машиностроение», 1984. - 280 с.
45. Кудрявцев В.Н. Зубчатые передачи. М., «Машгиз», 1957, 263 с.
46. Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А., Глухарев Е.Г. Конструкция и расчет зубчатых редукторов. Справочное пособие. Ленинград, «Машиностроение», 1971, с.193-194.
47. Кудрявцев В.Н. Несущая способность зацепления и рекомендации к выбору типов передач. - В кн.: Повышение несущей способности механического привода. Л., «Машиностроение», 1973, с.13-65.
48. Кузьменко О.И. и др., Способ восстановления профиля зубьев зубчатых колес."Бюллетень изобретений "1977, №45, авторское свидетельство СССР на изобретение №582878.
49. Мазур В.И. Устройство для наплавки. "Бюллетень изобретений "1971, №30, авторское свидетельство СССР на изобретение №316539.
50. Молдавский Л.А., Онищенко В.П., Симонов А.Л.: О расчете на износ зубьев зубчатых колес угольных комбайнов. "Детали машин" Республиканский межведомственный научно-технический сборник, №18, 1974. "Техника", Киев, с.59.
51. Молдавский Л.А., Финкельштейн З.Л., Верклов Б.А. Виды повреждений и долговечность трансмиссий горных машин. М., изд-во «Недра», 1981, 190 с.
52. Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсиц, Фортран и Паскаль. - Томск: МП «Раско», 1991, 272 с.
53. Онищенко В.П. Влияние легированной смазки на долговечность зубчатых колес угольных комбайнов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Донецк, Донецкий политехнический институт, 1972.
54. Онищенко В.П.: Накладной прибор для измерения износа зубьев зубчатых колес. "Детали машин" Республиканский межведомственный научно-технический сборник, №16, 1973. "Техника", Киев, с.41.
55. Онищенко В.П., Корицкий Г.Г. и др. Способ восстановления изношенных зубчатых колес. Авторское свидетельство СССР на изобретение №976570, 1982.
56. Онищенко В.П., Симонов А.Л., Матеко П.М.: Моделирование зацепления изношенных профилей зубьев зубчатых колес на ЭЦВМ и прогнозирование их долговечности. - В сб.: Техника и практика расчетов деталей машин на износ. Москва: "Наука", 1983, с.99-105.
57. Онищенко В.П., Корицкий Г.Г. и др. Способ восстановления изношенных зубчатых колес. Авторское свидетельство СССР на изобретение №1098145, 1984.

58. Онищенко В.П., Корицкий Г.Г. и др. Устройство для восстановления рабочих свойств изношенных эвольвентных поверхностей зубьев крупногабаритных зубчатых колес. Авторское свидетельство СССР на изобретение №1504902, 1987.
59. Онищенко Валентин: Математическая модель процесса износа рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес. XIII Międzynarodowe Kolokwium "Modele w projektowaniu i konstruowaniu maszyn" 25-28.04.1989 г., Zakopane. Zeszyty naukowe Politechniki Śląskiej. Mechanika, Z.92, Gliwice, 1989. S.215-223.PL
60. Онищенко Валентин: Влияние кинетики износа зубьев на передаточную функцию исполнительных элементов робототехнических систем. Międzynarodowe Simposium "Pružná Automatizácia" - Bratislava '90. Československa Vedeckotechnicka Spoločnosť, 273 008/90 Дом Techniki 15/90. 1990, Bratislava, ČESKOSLOVENSKO. S.66.
61. Онищенко В.П., Корицкий Г.Г.: Ремонт зубьев крупногабаритных зубчатых колес. "Новые технологии и системы обработки в машиностроении", тезисы докладов научно-технической конференции 20-23 сентября 1994 г. - Донецк: ДонГТУ, 1994, с.99-100.
62. Оніщенко В.П. Прогнозування динамічних характеристик зубчастих передач на базі моделювання кінетики зносу зубців. II Міжнародний симпозіум Українських інженерів-механіків у Львові. 4-6 травня 1995 р. Державний університет "Львівська політехніка", с.76.
63. Онищенко Валентин: Моделирование контакта несопряженных профилей зубьев зубчатых колес. XXXV Sympozjon „Modelowanie w mechanice”, Politechnika Śląska, Katedra Mechaniki Technicznej, Z.2, Gliwice 1996, s. 175-182. PL.
64. Онищенко Валентин: Моделирование эвольвентной трактории стержневым механизмом. XXXVI Sympozjom “Modelowanie w mechanice” 16-20.02.1997. Zeszyty naukowe Katedry Mechaniki stosowanej Z.N4. Politechnika Śląska, Gliwice, 1997 s.269-274.
65. Онищенко В.П. Упорядочение комплектации зубчатых передач при капитальном ремонте приводов горных машин. Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов. Спец. выпуск - Материалы V международной научно-технической конференции «Машиностроение и техносфера на рубеже ХХI века» в г.Севастополе 8-11 сстября 1998г. в трех томах, том 2. - Донецк, ДонГТУ. Вып.6, 1998. -320с.
66. Онищенко В.П., Войнаровски Юзэф. Кинетика динамической нагрузки в процессе эксплуатации зубчатой передачи. «Доповіді Національної Академії наук України», №4, 1998, с.81-88.
67. Онищенко В.П. Прогнозирование формы профилей зубьев зубчатых передач в результате их износа. Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. - Донецк: Донецкий Государственный Технический Университет, 1998 вып.5, с.155-163.
68. Онищенко В.П., Галкин А.С., Галкина А.С.: Синтез эвольвентного профиля зубьев крупногабаритных колес на базе кулисного механизма. Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. - Донецк: ДонГТУ, 1998 вып.5, с.163-170.
69. Основы динамики и прочности машин. Под. ред. Вейца В.Л. Ленинград, Изд-во Ленинградского университета, 1978.
70. Отраслевые технические условия. Комбайн очистной узкозахватный 2К52. Регистр.номер ВИФС №25818 12/VI-69г. Министерство тяжелого, энергетического и транспортного машиностроения СССР, Главуглемаш, ГМЗ им. Кирова, г.Горловка, Украина, 1969, - 21 с.

71. Пашин Ю.Д. и др. Способ восстановления изношенных шестерен. "Бюллетень изобретений" 1978, №5, авторское свидетельство СССР на изобретение №591303.
72. Петруевич А.И. Расчет зубчатых колес, принятый в ЦКБР. Редукторостроение. М., Оргметалл, 1935.
73. Петруевич А.И. Расчет цилиндрических зубчатых передач на прочность и долговечность. В кн. «Справочник машиностроителя». Том 4, книга 1, Машгиз. М., 1953, с.376-452.
74. Петруевич А.И. Зубчатые передачи. Детали машин, под ред. Ачеркана Н.С., Машгиз, М., 1962.
75. Пехович Э.Г., Онищенко В.П. Молдавский Л.А.: Износ и долговечность зубчатых колес угледобывающих комбайнов. Известия высших учебных заведений, "Горный журнал" №9 1972, с.103-109.
76. Пинегин С.В. Контактная прочность и сопротивление качению. М., «Машиностроение», 1969, 244 с.
77. Писаренко Г.С., Яковлев А.М., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. -Киев: Наукова думка, 1988. -736 с.
78. Порошин И.И. Методические рекомендации по расчете и конструированию дискретных передач. Донецкий ПромстройНИИпроект Госстроя СССР, Донецк, 1979.
79. Решетов Д.Н. Детали машин. М., «Машиностроение», 1989, 496 с.
80. Росливер Е.Г., Журавлев Г.А. Определение критической температуры заедания зубчатых колес. Сб. «Надежность и качество зубчатых передач», 18-67-47. НИИИНФОРМТЯЖМАШ. М., 1967.
81. Семенов Ю.С. Изменение параметров зубчатого зацепления при износе. Известия Томского политехнического института, том 96, 1961, с. 171-175.
82. Семенов Ю.С. Некоторые закономерности износа зубчатых колес. Известия Томского политехнического института, том 96, 1961, с. 176-180
83. Теория механизмов и машин. Учеб. для втузов под. ред. Фролова К.В. М., «Высшая школа», 1987, с. 344.
84. Фодосьев В.И. Сопротивление материалов. М., «Наука», 1972, 544 с.
85. Хрущов М.М. Лабораторные методы испытания на изнашивание материалов зубчатых колес. М., «Машиностроение», 1966, -152 с.
86. Чудаков Е.А. Новый метод расчета шестерни. Л., Изд-во АН СССР, 1934.
87. Чудаков Е.А. Конструкция и расчет автомобиля. М., Машгиз, 1951. 432 с.
88. Шаронов С.К. Влияние геометрических и кинематических параметров кулачкового механизма на износ профиля кулачка. Тр. Семинара по ТММ. Вып.101-102. М., «Наука», 1964, с.113-124.
89. Almen J.O. Factors Influencing the Durability of Spiral-Bevel Gears for Automobiles. Automotive Industries, Nov. 23, p.662, 1935, Nov. 23, p.696, 1935.
90. Almen J.O. and Straub J.C. Factors Influencing the Durability of Automobile Transmission Gears. Automotive Industries, Sept. 25, 1937.
91. Archard J.G. Contact and Rubbing of Flat Surfaces. J.Appl.Phys., vol.24, Nr8, 1953, p.981-988.
92. Blok H. Measurements of Temperature Flashes on Gear Teeth Under Extreme Pressure Conditions. Proc. Gen. Disc. on Lubricating and Lubricants «Inst.Mech. Eng.», 1937, vol.11, Group III, pp.14-20.
93. Blok H. Theoretical study of temperature raise at surfaces of actual contact under Oiliness lubricating conditions. General Discussion of lubrication, «Institute of Mechanical Engineers», vol. 2, 1937.

94. Bollinger J.G.: Darstellung des dynamischen Verhaltens eines nichtlinearen Zahnradgetriebesystems auf dem Analogrechner, Industrie-Anzeiger, 85,46, 1963, s.961-966.
95. Bosch M.: Das dynamische Verhalten von Stirnradgetrieben unter besonder Berücksichtigung der Verzahnungsgenauigkeit, Industrie-Anzeiger, cz.I (87, 102) 1965, s.2469-2478, cz.II (88, 14) 1966, s.267-274.
96. Fleischer G. Energetische Methode der Bestimmung des Verschleißes. Schmierungstechnik, Band 4, 1973, s.9.
97. Grybos R.: Organia parametryczne jednostopniowej przekładni zębatej. Rozprawy Inżynierskie 20.1, 1972, s. 3-17.(PL)
98. Hofer H. Die Zulässige Zahnradbeanspruchung und ihre Berechnungsweise im Werkzeugmaschinenbau. Werkstatttechnik und Maschinenbau, 1951, Nr.5, p. 128.
99. Holm R. Electrical Contacts. Stockholm. H. Gerbers, 1946, 398 p.
100. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A. Przekładnie walcowe. (Geometria-Wytrzymałość-Dokładność wykonania). Wydawnictwa Komunikacji i Łączności. Warszawa, 1992, s. 36.
101. Kamiński E., Osiński E. Organia parametryczne modelu jednostopniowej przekładni zębatej uwzględniającej tłumienie i stałe obciążenie. Archiwum Budowy Maszyn, Tom XXVIII, Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, s.55-68.
102. Linke H., Donath B. Innere dynamische Zahnräfte ein - und zweistufiger Stirnradgetriebe „Maschinenbautechnik”, 1987, 36, No 10, 449-455.
103. Müller L. Problemy dynamiki przekładni zębatych. V Konferencja Naukowo-Techniczna «Przekładnie Zębate». Politechnika Śląska, Gliwice, 1972, Zeszyt 19.
104. Müller L. Przeklania zębate. Dynamika. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa, 1986, 168 s.
105. Myga J.R. Wpływ zużycia zęba na wielkość sił dynamicznych. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice, 1976.
106. Nadolski W. "Nieliniowe sily dynamiczne miedzy zebami kol jednostopniowej przekladni", II Ogólnopolska Konferencja "Uklady dynamiczne waspekcie teorii i zastosowan" Zklad Automatyki i Biomechaniki,IMP Politechniki Lodzkiej. Lodz, 1994, s.33.
107. Onichtchenko V. Méthode pratique du calcul à l'usure des dents des engrenages. Recueil des résumés des thèses du V-ème colloque scientifique des professeurs de L'INIL. Institut des Industries légeres, Boumerdes, 1977, Algerie, p. 12-13.
108. Oniszczenko Walentin: Metoda selektywnej regeneracji zębów kół zębatych reduktorów mashyn górniczych V Konferencja Naukowo-Techniczna "Trwałość elementów i węzłów konstrukcyjnych mashyn górniczych", 1996. Instytut Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice, s.154-164. PL.
109. Oniszczenko Walentin: Prognozowanie zużycia zębów kół zębatych w napędach kombajnów węglowych VI Konferencja Naukowo-Techniczna "Trwałość elementów i węzłów konstrukcyjnych mashyn górniczych", 1997. Instytut Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice, s.123-128. PL.
110. Oniszczenko Walentin: Modelowanie procesu zużycia zębów w przekładniach mashyn roboczych XI Konferencja Naukowa „Problemy rozwoju maszyn roboczych” Zakopane, 19-23 stycznia 1998. Komitet Budowy Maszyn PAN, Gliwice, Katedra Mechaniki, Robotów i Maszyn Politechniki Śląskiej, 1998 Z.2 s.293-301. PL.
111. Podstawy konstrukcji maszyn. Pod redakcją M. Dietricha, tom 3, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1995, 718 s.

112. Simonov A.L., Oniščenko V.P.: Vypočetření zubů ozubených kol Mězinárodní konference o spolehlivosti, bezpečnosti a životnosti struh a zařízení "INMASEC-73" (13), Ostrava, ČSSR, 1973.
113. Szmelter J. "Rozkład siły miedzyzębnej wzdluz tworzącej zeba prostego", ABM, tom II, zeczyt N4, 1955, s.373.
114. Tonn W. Beitrag zur Kenntnis des Verschleißvor gangens beim Kurzversuch. «Zeitschrift fuer Metallkunde», 1937, Nr.6, Bd. 29, S. 196-198.
115. Wellauer E. J., Seireg A. Bending strength of gear teeth by cantilever - plate theory. «Transactions of the ASME», 1959, NrA-50.
116. Wilk A. Wpływ parametrów technologicznych i konstrukcyjnych na dynamikę przekładni o zębach prostych. Zeszyty naukowe Politechniki Śląskiej, «Mechanika» Nr.679, Gliwice, 1981, 108 s.
117. Wojnarowski J. Grafy i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych. Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej, Gliwice, 1977, 320 s.
118. Wojnarowski J. "Zastosowanie grafów w analizie drgań układów mechanicznych", PWN, Warszawa, 1981.
119. Wojnarowski J., Oniszczenko W.: Wpływ zmiennego przełożenia na dynamiczne nadwyżki przekładni zębatej napędu kombajnu węglowego. Warszawa. Problemy Maszyn Roboczych, Z.7, 1996. S.29-48. PL.
120. Wojnarowski Józef, Oniszczenko Walentin: Dynamika przekładni napędu maszyn roboczych z uwzględnieniem zmiennego przełożenia Maszyny Dźwigowo-transportowe, Nr 3/1996, "Detrans"- Bytom, s.68-77. PL.
121. Wojnarowski Józef, Oniszczenko Walentin: Metoda modelowania dynamiki przekładni napędu maszyn górniczych z uwzględnieniem zmiennego przełożenia wskutek zużycia zębów II Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna "Nowoczesne Przenośniki taśmowe" 18-19 kwietnia 1996. Instytut Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej, Gliwice. S.196-201. PL.
122. Wojnarowski Józef, Oniszczenko Walentin: Wpływ zużycia zębów na dynamikę przekładni zębatach. Materiały konferencyjne XVIII Sympozjonu Podstaw Konstrukcji Mashyn, Kielce-Ameliówka, 1997, Część III, s.299-305. PL.
123. Wojnarowski Józef, Oniszczenko Walentin: Modelowanie dynamiki przekładni walcowej z uwzględnieniem zmiany przełożenia wskutek zużycia zębów X Konferencja Naukowa „Problemy rozwoju maszyn roboczych” Zakopane, 20-24 stycznia 1997. Komitet Budowy Maszyn PAN, Warszawa. Z. I s.311-318. PL.
124. Wspomagane komputerowo projektowanie typowych zespołów i elementów maszyn. Praca zbiorowa pod redakcją J. Osińskiego. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1994.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1.1

Результаты измерения износа зуба (стенд ИЛМ-2)							
Зубчатая передача:			$m=12 \text{ мм}$ $z_1=11$ $z_2=31$ $x_1=0.55$ $x_2=0.30$ $a=261.09 \text{ мм}$ $d_{a1}=164.20 \text{ мм}$ $d_{a2}=401.94 \text{ мм}$				
Серия эксперимента:			# 6Б1.Ц24 ( $\delta L=0 \text{ мм}$ )				
№ точки замера	Длина эвольвенты мм	износ, измеренный по нормали к эвольвенте, мм					
			1.5час (ступень 2 приработки)	2.0час (конец приработки)	2.5 час.	3.0 час.	4.0 час.
<b>Шестерня</b>							
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
1	0.531	0.025	0.055	0.080	0.100	0.120	
2	1.731	0.090	0.130	0.165	0.190	0.230	
3	2.931	0.100	0.150	0.150	0.205	0.260	
4	4.131	0.070	0.110	0.155	0.180	0.270	
5	5.331	0.045	0.075	0.100	0.170	0.240	
6	6.531	0.025	0.055	0.120	0.135	0.250	
7	7.731	0.015	0.040	0.065	0.130	0.240	
8	8.931	0.020	0.050	0.105	0.115	0.210	
9	10.131	0.025	0.060	0.065	0.120	0.220	
10	11.331	0.035	0.070	0.095	0.130	0.225	
11	12.531	0.045	0.090	0.095	0.135	0.220	
12	13.731	0.055	0.095	0.125	0.155	0.240	
13	14.931	0.065	0.100	0.140	0.170	0.210	
14	16.131	0.075	0.095	0.145	0.155	0.230	
15	17.331	0.070	0.110	0.130	0.150	0.190	
16	18.531	0.060	0.100	0.110	0.130	0.160	
17	19.731	0.050	0.080	0.085	0.120	0.130	
18	20.931	0.030	0.070	0.080	0.100	0.115	
19	22.131	0.040	0.055	0.065	0.080	0.120	
20	23.331	0.060	0.060	0.060	0.090	0.125	
<b>колесо</b>							
0	4.299	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
1	6.949	0.000	0.000	0.010	0.020	0.020	
2	9.599	0.050	0.070	0.100	0.160	0.160	
3	12.249	0.060	0.110	0.125	0.220	0.220	
4	14.899	0.030	0.060	0.090	0.170	0.170	
5	17.549	0.010	0.030	0.050	0.180	0.160	
6	20.199	0.010	0.020	0.040	0.100	0.100	
7	22.849	0.015	0.030	0.045	0.090	0.090	
8	25.499	0.020	0.040	0.050	0.095	0.095	
9	28.149	0.030	0.050	0.060	0.070	0.080	

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1.2

Результаты измерения износа зуба (стенд ИЛМ-2)					
Зубчатая передача:		$m=12 \text{ мм}$ $z_1=11$ $z_2=31$ $x_1=0.55$ $x_2=0.30$ $a=261.09 \text{ мм}$ $d_{a1}=164.20 \text{ мм}$ $d_{a2}=401.94 \text{ мм}$			
Серия эксперимента:		#7A2.TAn-15B ( $\delta L=0.25 \text{ мм}$ )			
№ точки замера	Длина эвольвенты мм	2.0 час. (конец приработки)	3.0 час.	4.5 час.	6.0 час.
шестерня					
0	0.281	0.005	0.010	0.015	0.050
1	1.481	0.030	0.055	0.100	0.130
2	2.681	0.045	0.065	0.125	0.160
3	3.881	0.035	0.060	0.090	0.125
4	5.081	0.025	0.050	0.080	0.140
5	6.281	0.020	0.035	0.050	0.080
6	7.481	0.015	0.020	0.060	0.100
7	8.681	0.020	0.030	0.035	0.065
8	9.881	0.025	0.040	0.070	0.070
9	11.081	0.015	0.050	0.065	0.080
10	12.281	0.025	0.055	0.075	0.130
11	13.481	0.015	0.035	0.110	0.100
12	14.681	0.020	0.050	0.075	0.120
13	15.881	0.025	0.055	0.090	0.130
14	17.081	0.045	0.060	0.075	0.110
15	18.281	0.025	0.045	0.070	0.100
16	19.481	0.025	0.030	0.080	0.080
17	20.681	0.015	0.035	0.055	0.055
18	21.881	0.020	0.030	0.040	0.050
19	23.081	0.010	0.020	0.025	0.035
колесо					
0	4.049	0.000	0.000	0.000	0.000
1	6.699	0.000	0.000	0.005	0.010
2	9.349	0.005	0.030	0.065	0.090
3	11.999	0.020	0.060	0.120	0.150
4	14.649	0.015	0.070	0.070	0.120
5	17.299	0.010	0.015	0.060	0.080
6	19.949	0.010	0.020	0.030	0.045
7	22.599	0.015	0.025	0.055	0.060
8	25.249	0.020	0.030	0.040	0.045
9	27.899	0.010	0.015	0.020	0.025

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.1

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №01-287		
№ точки замера	шестерня ( $z_1$ )		колесо ( $z_2$ )	
	$X$	$Y$	$X$	$Y$
0	2.00	8.86	13.50	9.31
1	2.50	8.69	14.00	9.03
2	3.00	8.44	14.50	8.91
3	3.50	8.24	15.00	8.71
4	4.00	8.14	15.50	8.51
5	4.50	7.94	16.00	8.28
6	5.00	7.81	16.50	8.05
7	5.50	7.66	17.00	7.78
8	6.00	7.51	17.50	7.58
9	6.50	7.36	18.00	7.38
10	7.00	7.20	18.50	7.18
11	7.50	7.02	19.00	7.00
12	8.00	6.84	19.50	6.76
13	8.50	6.64	20.00	6.56
14	9.00	6.40	20.50	6.33
15	9.50	6.20	21.00	6.16
16	10.00	5.95	21.50	5.96
17	10.50	5.71	22.00	5.76
18	11.00	5.46	22.50	5.53
19	11.50	5.19	23.00	5.31
20	12.00	4.87	23.50	5.03
21	12.50	4.68	24.00	4.91
22	13.00	4.40	24.50	4.58
23	13.50	4.10	25.00	4.38
24	14.00	3.83	25.50	4.13
25	14.50	3.54	26.00	3.86
26	15.00	3.24	26.50	3.53
27	15.50	2.99	27.00	3.28
28	16.00	2.54	27.50	3.03
29	16.50	2.15	27.75	2.93
30	16.71	2.03	28.00	2.73
31	16.92	1.84		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.2

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №02-119		
№ точки замера	шестерня ( $z_1$ )		колесо ( $z_2$ )	
	$X$	$Y$	$X$	$Y$
0	2.00	8.86	13.50	9.35
1	2.50	8.63	14.00	9.12
2	3.00	8.43	14.50	8.90
3	3.50	8.31	15.00	8.71
4	4.00	8.13	15.50	8.47
5	4.50	7.96	16.00	8.28
6	5.00	7.78	16.50	8.06
7	5.50	7.61	17.00	7.83
8	6.00	7.45	17.50	7.67
9	6.50	7.28	18.00	7.43
10	7.00	7.13	18.50	7.26
11	7.50	6.97	19.00	7.07
12	8.00	6.81	19.50	6.88
13	8.50	6.60	20.00	6.66
14	9.00	6.36	20.50	6.48
15	9.50	6.15	21.00	6.28
16	10.00	5.90	21.50	6.06
17	10.50	5.68	22.00	5.84
18	11.00	5.41	22.50	5.61
19	11.50	5.15	23.00	5.39
20	12.00	4.88	23.50	5.16
21	12.50	4.63	24.00	4.95
22	13.00	4.36	24.50	4.70
23	13.50	4.06	25.00	4.46
24	14.00	3.81	25.50	4.20
25	14.50	3.46	26.00	3.91
26	15.00	3.20	26.50	3.61
27	15.50	2.85	27.00	3.36
28	16.00	2.50	27.50	3.12
29	16.50	2.11	27.75	2.94
30	16.71	1.93	28.00	2.73
31	16.92	1.75		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.3

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №03-1895		
№ точки замера	шестерня ( $z_1$ )		колесо ( $z_2$ )	
	$X$	$Y$	$X$	$Y$
0	2.00	8.90	13.50	9.38
1	2.50	8.66	14.00	9.19
2	3.00	8.47	14.50	8.98
3	3.50	8.35	15.00	8.77
4	4.00	8.27	15.50	8.48
5	4.50	8.11	16.00	8.27
6	5.00	7.96	16.50	8.10
7	5.50	7.85	17.00	7.88
8	6.00	7.70	17.50	7.65
9	6.50	7.50	18.00	7.47
10	7.00	7.33	18.50	7.25
11	7.50	7.20	19.00	7.03
12	8.00	6.97	19.50	6.82
13	8.50	6.80	20.00	6.65
14	9.00	6.60	20.50	6.42
15	9.50	6.35	21.00	6.20
16	10.00	6.15	21.50	6.00
17	10.50	5.85	22.00	5.78
18	11.00	5.60	22.50	5.53
19	11.50	5.40	23.00	5.35
20	12.00	5.15	23.50	5.11
21	12.50	4.85	24.00	4.88
22	13.00	4.61	24.50	4.67
23	13.50	4.31	25.00	4.46
24	14.00	3.99	25.50	4.19
25	14.50	3.70	26.00	3.93
26	15.00	3.38	26.50	3.64
27	15.50	3.08	27.00	3.40
28	16.00	2.73	27.50	3.10
29	16.50	2.35	27.75	2.92
30	16.71	2.15	28.00	2.80
31	16.92	2.05		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.4

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №04-66		
№ точки замера	шестерня ( $z_1$ )		колесо ( $z_2$ )	
	$X$	$Y$	$X$	$Y$
0	2.00	8.86	13.50	9.34
1	2.50	8.66	14.00	9.11
2	3.00	8.44	14.50	8.88
3	3.50	8.13	15.00	8.73
4	4.00	8.01	15.50	8.50
5	4.50	7.86	16.00	8.28
6	5.00	7.73	16.50	8.05
7	5.50	7.58	17.00	7.83
8	6.00	7.43	17.50	7.61
9	6.50	7.28	18.00	7.38
10	7.00	7.12	18.50	7.16
11	7.50	6.93	19.00	6.96
12	8.00	6.76	19.50	6.75
13	8.50	6.54	20.00	6.54
14	9.00	6.36	20.50	6.31
15	9.50	6.14	21.00	6.13
16	10.00	5.89	21.50	5.88
17	10.50	5.64	22.00	5.69
18	11.00	5.39	22.50	5.49
19	11.50	5.13	23.00	5.26
20	12.00	4.84	23.50	5.04
21	12.50	4.64	24.00	4.81
22	13.00	4.32	24.50	4.61
23	13.50	4.03	25.00	4.34
24	14.00	3.73	25.50	4.13
25	14.50	3.44	26.00	3.88
26	15.00	3.16	26.50	3.56
27	15.50	2.84	27.00	3.23
28	16.00	2.51	27.50	2.93
29	16.50	2.10	27.75	2.78
30	16.71	1.93	28.00	2.64
31	16.92	1.76		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.5

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №05-129		
№ точки замера	X	шестерня ( $z_1$ )	X	колесо ( $z_2$ )
0	2.50	8.80	15.50	8.55
1	3.00	8.67	16.00	8.35
2	3.50	8.59	16.50	8.14
3	4.00	8.45	17.00	7.94
4	4.50	8.29	17.50	7.72
5	5.00	8.16	18.00	7.49
6	5.50	7.99	18.50	7.29
7	6.00	7.83	19.00	7.10
8	6.50	7.69	19.50	6.87
9	7.00	7.56	20.00	6.67
10	7.50	7.38	20.50	6.48
11	8.00	7.19	21.00	6.24
12	8.50	7.01	21.50	6.02
13	9.00	6.79	22.00	5.84
14	9.50	6.56	22.50	5.65
15	10.00	6.34	23.00	5.38
16	10.50	6.08	23.50	5.19
17	11.00	5.84	24.00	4.96
18	11.50	5.55	24.50	4.72
19	12.00	5.28	25.00	4.48
20	12.50	4.99	25.50	4.24
21	13.00	4.72	26.00	3.95
22	13.50	4.44	26.50	3.71
23	14.00	4.12	27.00	3.39
24	14.50	3.80	27.50	3.12
25	15.00	3.49	27.75	2.97
26	15.50	3.13	28.00	2.82
27	16.00	2.79		
28	16.50	2.44		
29	16.71	2.32		
30	16.92	2.15		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.6

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №06-2302		
№ точки замера	X шестерня ( $z_1$ )	Y	X колесо ( $z_2$ )	Y
0	3.00	8.72	15.00	8.80
1	3.50	8.57	15.50	8.58
2	4.00	8.40	16.00	8.33
3	4.50	8.27	16.50	8.18
4	5.00	8.12	17.00	7.95
5	5.50	8.00	17.50	7.70
6	6.00	7.88	18.00	7.50
7	6.50	7.70	18.50	7.31
8	7.00	7.55	19.00	7.08
9	7.50	7.35	19.50	6.87
10	8.00	7.19	20.00	6.68
11	8.50	6.95	20.50	6.48
12	9.00	6.75	21.00	6.25
13	9.50	6.50	21.50	6.07
14	10.00	6.30	22.00	5.83
15	10.50	6.07	22.50	5.65
16	11.00	5.80	23.00	5.38
17	11.50	5.55	23.50	5.15
18	12.00	5.27	24.00	4.95
19	12.50	4.97	24.50	4.70
20	13.00	4.71	25.00	4.49
21	13.50	4.39	25.50	4.20
22	14.00	4.14	26.00	3.97
23	14.50	3.84	26.50	3.70
24	15.00	3.49	27.00	3.45
25	15.50	3.16	27.50	3.15
26	16.00	2.86	27.75	3.00
27	16.50	2.46	28.00	2.85
28	16.71	2.34		
29	16.92	2.14		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.7

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №07-178		
№ точки замера	шестерня ( $z_1$ )		колесо ( $z_2$ )	
	$X$	$Y$	$X$	$Y$
0	2.50	8.80	15.00	8.80
1	3.00	8.68	15.50	8.57
2	3.50	8.50	16.00	8.37
3	4.00	8.40	16.50	8.13
4	4.50	8.25	17.00	7.97
5	5.00	8.12	17.50	7.73
6	5.50	7.97	18.00	7.48
7	6.00	7.80	18.50	7.33
8	6.50	7.70	19.00	7.13
9	7.00	7.55	19.50	6.90
10	7.50	7.38	20.00	6.67
11	8.00	7.18	20.50	6.50
12	8.50	7.00	21.00	6.27
13	9.00	6.80	21.50	6.05
14	9.50	6.58	22.00	5.86
15	10.00	6.33	22.50	5.61
16	10.50	6.10	23.00	5.36
17	11.00	5.80	23.50	5.13
18	11.50	5.53	24.00	4.95
19	12.00	5.28	24.50	4.70
20	12.50	4.98	25.00	4.47
21	13.00	4.68	25.50	4.22
22	13.50	4.40	26.00	3.90
23	14.00	4.13	26.50	3.65
24	14.50	3.80	27.00	3.30
25	15.00	3.53	27.50	3.05
26	15.50	3.13	27.75	2.90
27	16.00	2.83	28.00	2.75
28	16.50	2.43		
29	16.71	2.27		
30	16.92	2.05		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.8

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №08-342		
№ точки замера	X шестерня ( $z_1$ )	Y	X колесо ( $z_2$ )	Y
0	2.50	8.80	15.00	8.80
1	3.00	8.60	15.50	8.60
2	3.50	8.48	16.00	8.40
3	4.00	8.33	16.50	8.20
4	4.50	8.21	17.00	8.00
5	5.00	8.08	17.50	7.77
6	5.50	7.93	18.00	7.54
7	6.00	7.78	18.50	7.34
8	6.50	7.65	19.00	7.14
9	7.00	7.48	19.50	6.92
10	7.50	7.28	20.00	6.72
11	8.00	7.13	20.50	6.52
12	8.50	6.93	21.00	6.32
13	9.00	6.75	21.50	6.10
14	9.50	6.50	22.00	5.87
15	10.00	6.25	22.50	5.62
16	10.50	6.00	23.00	5.40
17	11.00	5.75	23.50	5.17
18	11.50	5.48	24.00	4.95
19	12.00	5.20	24.50	4.72
20	12.50	4.95	25.00	4.47
21	13.00	4.68	25.50	4.25
22	13.50	4.40	26.00	3.95
23	14.00	4.13	26.50	3.65
24	14.50	3.85	27.00	3.42
25	15.00	3.48	27.50	3.17
26	15.50	3.13	27.75	3.03
27	16.00	2.75	28.00	2.82
28	16.50	2.38		
29	16.71	2.24		
30	16.92	2.05		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.9

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №09-2298		
№ точки замера	шестерня ( $z_1$ )		колесо ( $z_2$ )	
	$X$	$Y$	$X$	$Y$
0	2.00	8.86	13.50	9.31
1	2.50	8.73	14.00	9.13
2	3.00	8.58	14.50	9.01
3	3.50	8.46	15.00	8.78
4	4.00	8.36	15.50	8.61
5	4.50	8.21	16.00	8.33
6	5.00	8.04	16.50	8.13
7	5.50	7.88	17.00	7.93
8	6.00	7.74	17.50	7.68
9	6.50	7.59	18.00	7.48
10	7.00	7.41	18.50	7.30
11	7.50	7.26	19.00	7.08
12	8.00	7.06	19.50	6.85
13	8.50	6.86	20.00	6.68
14	9.00	6.66	20.50	6.46
15	9.50	6.43	21.00	6.31
16	10.00	6.16	21.50	6.06
17	10.50	5.96	22.00	5.83
18	11.00	5.66	22.50	5.63
19	11.50	5.41	23.00	5.43
20	12.00	5.13	23.50	5.21
21	12.50	4.83	24.00	4.96
22	13.00	4.53	24.50	4.71
23	13.50	4.26	25.00	4.48
24	14.00	3.93	25.50	4.23
25	14.50	3.66	26.00	3.98
26	15.00	3.36	26.50	3.71
27	15.50	3.03	27.00	3.36
28	16.00	2.68	27.50	3.16
29	16.50	2.33	27.75	3.01
30	16.71	2.21	28.00	2.81
31	16.92	2.03		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.10

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №10-2333		
№ точки замера	шестерня ( $z_1$ )		колесо ( $z_2$ )	
	X	Y	X	Y
0	2.00	8.86	13.50	9.30
1	2.50	8.69	14.00	9.07
2	3.00	8.56	14.50	8.87
3	3.50	8.44	15.00	8.67
4	4.00	8.31	15.50	8.50
5	4.50	8.16	16.00	8.30
6	5.00	8.01	16.50	8.10
7	5.50	7.91	17.00	7.95
8	6.00	7.76	17.50	7.75
9	6.50	7.61	18.00	7.46
10	7.00	7.41	18.50	7.29
11	7.50	7.24	19.00	7.09
12	8.00	7.06	19.50	6.89
13	8.50	6.89	20.00	6.71
14	9.00	6.66	20.50	6.51
15	9.50	6.44	21.00	6.31
16	10.00	6.21	21.50	6.05
17	10.50	5.96	22.00	5.85
18	11.00	5.71	22.50	5.65
19	11.50	5.41	23.00	5.42
20	12.00	5.16	23.50	5.15
21	12.50	4.89	24.00	4.94
22	13.00	4.61	24.50	4.71
23	13.50	4.31	25.00	4.46
24	14.00	4.01	25.50	4.17
25	14.50	3.76	26.00	3.92
26	15.00	3.44	26.50	3.62
27	15.50	3.09	27.00	3.32
28	16.00	2.69	27.50	3.05
29	16.50	2.24	27.75	2.87
30	16.71	2.09	28.00	2.67
31	16.92	1.89		

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2.11

Координаты профилей изношенных зубьев [мм]				
Зубчатая передача:		$m=8 \text{ мм}$ $z_1=16$ $z_2=51$ $x_1=0.8$ $x_2=1.175$ $a=281.57 \text{ мм}$ $d_{a1}=152.78 \text{ мм}$ $d_{a2}=438.79 \text{ мм}$		
Условия эксплуатации:		Вариант №11-2224		
№ точки замера	шестерня ( $z_1$ )		колесо ( $z_2$ )	
X	Y	X	Y	
0	2.00	8.87	13.50	9.31
1	2.50	8.64	14.00	9.08
2	3.00	8.37	14.50	8.88
3	3.50	8.17	15.00	8.71
4	4.00	7.99	15.50	8.48
5	4.50	7.82	16.00	8.23
6	5.00	7.72	16.50	8.01
7	5.50	7.57	17.00	7.78
8	6.00	7.42	17.50	7.58
9	6.50	7.24	18.00	7.36
10	7.00	7.07	18.50	7.16
11	7.50	6.89	19.00	6.98
12	8.00	6.72	19.50	6.76
13	8.50	6.52	20.00	6.56
14	9.00	6.29	20.50	6.31
15	9.50	6.09	21.00	6.11
16	10.00	5.87	21.50	5.91
17	10.50	5.64	22.00	5.68
18	11.00	5.39	22.50	5.48
19	11.50	5.09	23.00	5.23
20	12.00	4.79	23.50	4.98
21	12.50	4.54	24.00	4.81
22	13.00	4.27	24.50	4.58
23	13.50	4.01	25.00	4.33
24	14.00	3.71	25.50	4.08
25	14.50	3.41	26.00	3.83
26	15.00	3.11	26.50	3.53
27	15.50	2.82	27.00	3.28
28	16.00	2.47	27.50	2.88
29	16.50	2.07	27.75	2.70
30	16.71	1.89	28.00	2.56
31	16.92	1.76		

ПРИЛОЖЕНИЕ 3.1

Обезличенная комплектация зубчатых пар.

Вариант 1. Зубья шестерни и колеса изношены

Комплектация пары зубчатых колес	Результаты моделирования: объемный износ в функции наработки $V_{o1}$ и $V_{o2}$ износ пары новых зубчатых колес
<p>Комплектация №24 <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0178 наработка 0.174 млн т объемный износ 188 <math>\text{мм}^3</math></p> <p><u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0342 наработка 0.141 млн т объемный износ 146 <math>\text{мм}^3</math></p>	
<p>Комплектация №25 <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0342 наработка 0.141 млн т объемный износ 236 <math>\text{мм}^3</math></p> <p><u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0178 наработка 0.174 млн т объемный износ 182 <math>\text{мм}^3</math></p>	
<p>Комплектация №28 <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №2333 наработка 0.346 млн т объемный износ 305 <math>\text{мм}^3</math></p> <p><u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0342 наработка 0.141 млн т объемный износ 146 <math>\text{мм}^3</math></p>	
<p>Комплектация №29 <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0342 наработка 0.141 млн т объемный износ 236 <math>\text{мм}^3</math></p> <p><u>колесо</u> - V2 рабочая машина №2333 наработка 0.346 млн т объемный износ 206 <math>\text{мм}^3</math></p>	

Примечание. Характеристики рабочих машин см. табл.5.4

ПРИЛОЖЕНИЕ 3.2

Обезличенная комплектация зубчатых пар.

Вариант 2. Зубья шестерни новые, зубья колеса изношены

Комплектация пары зубчатых колес	Результаты моделирования: объемный износ в функции наработки $V_1$ и $V_2$ износ пары новых зубчатых колес
<p>Комплектация №13 <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0 наработка 0 млн т объемный износ 0 <math>\text{мм}^3</math> <u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0342 наработка 0.141 млн т объемный износ 146 <math>\text{мм}^3</math></p>	
<p>Комплектация №15 <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0 наработка 0 млн т объемный износ 0 <math>\text{мм}^3</math> <u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0066 наработка 0.484 млн т объемный износ 308 <math>\text{мм}^3</math></p>	
<p>Комплектация №17 <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0 наработка 0 млн т объемный износ 0 <math>\text{мм}^3</math> <u>колесо</u> - V2 рабочая машина №2302 наработка 0.145 млн т объемный износ 169 <math>\text{мм}^3</math></p>	
<p>Комплектация №27 <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0 наработка 0 млн т объемный износ 0 <math>\text{мм}^3</math> <u>колесо</u> - V2 рабочая машина №2333 наработка 0.346 млн т объемный износ 206 <math>\text{мм}^3</math></p>	

Примечание. Характеристики рабочих машин см. табл.5.4

## ПРИЛОЖЕНИЕ 3.3

Обезличенная комплектация зубчатых пар.

Вариант 1. Зубья шестерни изношены, зубья колеса новые

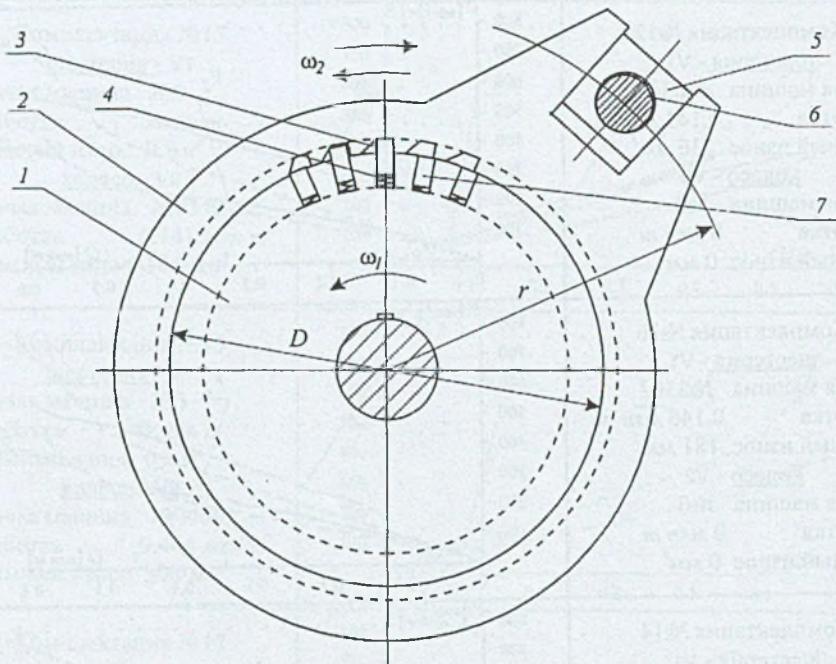
Комплектация пары зубчатых колес	Результаты моделирования: объемный износ в функции наработки $V_{o1}$ и $V_{o2}$ износ пары новых зубчатых колес
<b>Комплектация №12</b> <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0342 наработка 0.141 млн т объемный износ 236 мм <sup>3</sup> <u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0 наработка 0 млн т объемный износ 0 мм <sup>3</sup>	
<b>Комплектация №16</b> <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №2302 наработка 0.145 млн т объемный износ 181 мм <sup>3</sup> <u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0 наработка 0 млн т объемный износ 0 мм <sup>3</sup>	
<b>Комплектация №14</b> <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №0066 наработка 0.484 млн т объемный износ 607 мм <sup>3</sup> <u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0 наработка 0 млн т объемный износ 0 мм <sup>3</sup>	
<b>Комплектация №26</b> <u>шестерня</u> - V1 рабочая машина №2333 наработка 0.346 млн т объемный износ 305 мм <sup>3</sup> <u>колесо</u> - V2 рабочая машина №0 наработка 0 млн т объемный износ 0 мм <sup>3</sup>	

Примечание. Характеристики рабочих машин см. табл.5.4

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

ДИСКРЕТНЫЙ РЕДУКТОР  
Конструкция и принцип работы [78]

Принципиальная схема дискретного редуктора представлена на нижеприведенном рисунке.



На внутренний зубчатый диск (1) насажена наружная зубчатая обойма (2), так что при вращении они могут свободно скользить цилиндрическими поверхностями выступов своих зубьев относительно друг друга. Во впадины между зубьями диска вставлены вкладыши (3), стремящиеся под действием пружин (4) выйти из своих гнезд.

Наружной обойме сообщается колебательное движение от генератора колебаний, в качестве которого может служить, например, эксцентриковый вал (6) с ползуном (5) - кулисный механизм, либо другой механический и ли электромагнитный вибратор.

При вращении эксцентрикового вала (6) ползун (5) сообщает наружной обойме (2) вовратно вращательное движение. При повороте обоймы против часовой стрелки ее зуб, находящийся в зацеплении с подпружиненным вкладышем (3), поворачивает диск (1) в том же направлении.

При повороте обоймы по часовой стрелке диск остается неподвижным (благодаря моменту сопротивления, который часто создается специально для этой цели). Поэтому в конце этого обратного хода обоймы в зацепление с ее зубом входит следующий вкладышем 3 вкладыш 7. При повторном повороте обоймы против часовой стрелки вместе с ней поворачивается и диск на угол, соответствующий амплитуде генератора колебаний.

Для нормальной работы дискретного редуктора необходимо обеспечить соответствующее соотношение его параметров.

Шаг зубьев диска  $t_1$  быть больше шага зубьев обоймы  $t_2$  на величину смещения (минимального перемещения)  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = t_1 - t_2; \quad (1)$$

Шаг зубьев диска и шаг зубьев обоймы определяются диаметром поверхности их сопряжения  $D$ , числом вкладышей  $z_1$ , числом зубьев обоймы  $z_2$  и соответственно равны:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{\pi D}{z_1} \\ t_2 &= \frac{\pi D}{z_2} \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Тогда величина смещения будет равна:

$$\varepsilon = \pi D \frac{z_2 - z_1}{z_1 z_2}. \quad (3)$$

Для обеспечения поочередного зацепления вкладышей амплитуда колебаний обоймы на поверхности сопряжения должна быть не меньше величины смещения. Тогда среднее значение передаточного числа дискретного редуктора будет равно:

$$i = \frac{\pi D}{\varepsilon} = \frac{z_1 z_2}{z_2 - z_1} \quad (4)$$

Величина амплитуды генератора колебаний обеспечивающая требуемое значение передаточного числа определяется из следующего выражения:

$$e = \varepsilon \frac{D}{z_1 z_2}. \quad (5)$$

В частном случае, когда  $z_2 - z_1 = 1$ , передаточное число дискретного редуктора будет равно произведению числа зубьев диска и обоймы:

$$i = z_1 z_2. \quad (6)$$

Таким образом, дискретный редуктор позволяет получить передаточное число большей величины.

## АННОТАЦИЯ

На основе анализа характера эксплуатационного износа зубьев зубчатых передач тяжело нагруженных машин установлено:

- искажения профиля зуба искривлены по его высоте и эта искривленность значительно, более чем на порядок, превышает допуски на погрешность изготовления профиля,
- в зоне теоретического полюса зацепления, несмотря на равенство нулю скорости скольжения имеет место значительный износ,
- в процессе эксплуатации передачи интенсивность изнашивания зубьев не остается постоянной,
- отношение объемного износа зуба шестерни к объемному износу зуба колеса не равно передаточному числу зубчатой передачи.

Доказано, что оценка долговечности зубчатой передачи по исходным параметрам эвольвентных профилей зубьев является приближенной и не отражает того факта, что из-за износа зубьев форма профиля становится отличной от эвольвентной, в результате чего изменяются нагрузочно-кинематические параметры контакта, которые, в свою очередь, изменяют темп изнашивания и форму профилей зубьев.

Разработаны теоретические основы, обоснован алгоритм и создана кинематическая модель зацепления зубьев, которая позволяет определить положение контактной точки в неподвижной и подвижных (связанных с осью симметрии зуба) системах координат, передаточное число, скорости качения, скорость скольжения, нормальную силу и контактные напряжения с учетом фактической кривизны профилей, изгибной и контактной податливости зубьев и распределения нагрузки между парами зубьев.

Показано, что искажение профилей зубьев, вызванное их деформацией и износом в период эксплуатации, влияет на форму линии зацепления, которая из прямолинейной становится криволинейной. При этом снижается продолжительность зацепления. Искажение линии зацепления вызывает изменение мгновенного значения передаточного числа зубчатой передачи при сохранении его среднего, равного теоретическому, значения.

Теоретически обоснована и разработана динамическая модель с четырьмя степенями свободы, которая позволяет оценить динамическое нагружение контакта с учетом инерционных и диссипативных характеристик передачи и привода, переменного передаточного числа, сил трения, а также нормального бокового зазора.

Доказано, что деформация и ошибки изготовления профилей зубьев оказывают влияние на динамическую нагрузку только на начальном этапе работы передачи. С увеличением времени эксплуатации искажение профилей зубьев, вследствие их износа, оказывает более сильное влияние на динамическую нагрузку в зацеплении.

Разработана модель изнашивания рабочих поверхностей зубьев на базе учета условий эксплуатации машин и соответствующих трибологических теорий. При этом учитывалось влияние на износ радиального биения зубчатых колес и мгновенной температуры в контакте.

Разработана компьютерная технология прогнозирования характеристик зубчатой передачи, отражающая динамическое равновесие между формой профилей зубьев и параметрами их контакта. Технология оформлена в виде пакета компьютерных моделей с дружественным интерфейсом и включает в себя кинематическую модель зацепления зубьев с произвольной формой профилей, упругую динамическую модель зубчатой передачи, модель изнашивания рабочих поверхностей зубьев и модель синтезирования изношенного профиля зуба.

Результаты численного эксперимента по изнашиванию зубьев при моделировании условий лабораторных испытаний зубчатых колес с форсированной нагрузкой, а также при моделировании производственных условий работы зубчатых колес рабочей машины показали хорошее совпадение с экспериментальными данными износа зубьев как по величине объемного износа, так и по форме износа профилей зубьев.

Применение разработанной теории прогнозирования характеристик зубчатых передач позволили разработать рекомендации по рациональной комплектации зубчатых пар при обезличичном ремонте приводов рабочих машин. На основе положения о неравномерности износа профиля зуба разработаны конструкции и созданы опытные установки для избирательного восстановления рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес рабочих машин.

Созданная на основе теоретических разработок компьютерная технология прогнозирования рабочих характеристик зубчатых передач в функции времени их эксплуатации может быть рекомендована как инструмент при проектировании зубчатых передач приводов рабочих машин с оптимальными параметрами.

# PROGNOSTICATION OF THE LONGEVITY OF HEAVILY-LOADED GEAR TRANSMISSIONS BY MEANS OF MODELLING OF WEAR GEAR TEETH

## SUMMARY

Based on the analysis of a character of the wear gear teeth of the heavily loaded machines the following conclusions were done:

- distortions of tooth profile are non-uniform on its height and this non-uniformity considerably (more than on an order) exceeds tolerances on an error of manufacture of the profile,
- in zone of the theoretical pole of the engagement, despite of equality to zero of the sliding velocity the considerable wear takes place,
- in the process of exploitation of the transmission the intensity of wear process of teeth is not constant,
- ratio of the volumetric wear of the pinion tooth to a volumetric wear of the wheel is not equal to gear ratio.

It is proved, that the estimation of longevity of tooth transmission according to their evolvent profile parameters is approximate and it doesn't reflect the fact that due to wear teeth, the profile's form is becoming different from the evolvent. As a result, loaded and kinematic parameters of contact are changed and in its turn the tempo of wear changes and the form of teeth profile.

Theoretical fundamentals are developed, the algorithm is based and the kinematics model of teeth engagement is created. This model allows to determine: - the position of a contact point in a fixed and mobile systems of coordinates, the rolling velocities and sliding velocity, the instant gear ratio, the normal load and normal contact stress. All these parameters were determined having taken into consideration the real curvature of profiles, the flexible and contact pliability, the distribution of loading between pairs of teeth.

It is shown, that the distortions of teeth profiles, caused by their deformation and wear, influence the engagement line, which is becoming curvilinear. Thus, the time of engagement is reduced. The distortion of engagement line causes the change of the instant gear ratio, preserving its average equal theoretical value.

The elastic dynamic model with 4-degree of liberty theoretically is based and its computer realization is created. This model allows to estimate the dynamic load of contact taking into consideration inertial and dissipative characteristics of transmission and drive, instant gear ratio, forces of friction and normal lateral clearance.

It is proved, that the deformation and errors of manufacture of teeth profile influence the dynamic loading only at the initial stage of transmission work. The distortion of teeth profile caused by its wear influence more the dynamic loading in engagement with the increasing of time exploitation.

The model of wear of working teeth surface is worked out. This model takes into consideration the conditions of machines exploitation, corresponding tribological theories, eccentricity of pitch circumference of the gear wheels and the instant temperature in contact.

The model of prognostication of teeth gear characteristics is determined it takes into account the continuous influence of profile form on the contact parameters and the influence the parameters of contact on the profile form. The model is done in form of a packet of computer programmes with amicable interface and includes the kinematic model of teeth engagement with any form of profiles, the elastic dynamic model, the model of teeth wear and the model of synthesis of wear tooth profile.

The results of the numerical experiments of wear teeth modeling in the process of laboratory tests with load forced and production conditions showed a good coincidence with the experimental data of wear teeth as for their volumetric wear as for to their form profiles.

The applying of the worked out theory of the prognostication of teeth gear characteristics allowed to make recommendations as for rational composition of teeth pairs in the process of repairing of working machines drives. Based on the statement of non-uniformity of tooth wear new constructions were worked out and experimental installations are created for selected restoration of teeth surface of working machines wheels.

The computer technology created on the base of the suggested theory may be recommended as an instrument while designing of teeth gear of working machines drives.

# **PROGNOZOWANIE TRWAŁOŚCI PRZEKŁADNI ZĘBATYCH DUŻYCH MOCY NA PODSTAWIE MODELOWANIA ZUŻYCIA ZĘBÓW**

## **STRESZCZENIE**

Na podstawie analizy charakteru zużycia eksploatacyjnego zębów kół zębatych silnie obciążonych napędów maszyn stwierdzono, że:

- rozkład odchyłek profili zębów jest nie tylko nierównomierny na wysokości zęba, ale odchyłki te są często o rząd wielkości większe niż dopuszczalne błędy wykonawcze zębów,
- w strefie biegunowej zazębienia, mimo zerowej prędkości poślizgu, występuje często znaczne zużycie zęba,
- podczas eksploatacji przekładni zębatych intensywność zużycia powierzchni roboczych zębów jest zmieniona w czasie,
- stosunek objętościowego zużycia zębnika do objętościowego zużycia współpracującego z nim koła zębatego nie odpowiada wartości przełożenia pary kół.

Wykazano, że ocena trwałości przekładni zębatych na podstawie początkowych parametrów ewolwentowych zarysów zębów ma charakter przybliżony, gdyż nic uwzględnia tego, że na skutek zużycia powierzchni roboczych profil zębów odbiega od profilu ewolwentowego a zarazem parametry kinematyczne i dynamiczne współpracy zmieniają się z narastającym czasem eksploatacji.

W pracy utworzono model kinematyczny zazębienia oraz sformułowano algorytm obliczeń, który umożliwia określenie położenia punktu styku zębów, wartości chwilowego przełożenia, prędkości toczenia i poślizgu, wartości siły międzymięsniowej oraz wartości naprężen kontaktowych. Uwzględniane są rzeczywiste krzywizny w strefie styku, podatność zębów oraz rozkład obciążień między zębami analizowanej pary kół.

Wykazano, że odchyłki zarysu zębów wywołane ich odkształceniami i zużyciem wpływają na postać odcinka przyporu, który w wyniku zużycia z prostoliniowego przechodzi w krzywoliniowy, ulegając jednocześnie skróceniu. Odchyłki odcinka przyporu powodują zmianę chwilowego przełożenia pary kół przy wartości średniej równej przełożeniu teoretycznemu przekładni.

Sformułowano model dynamiczny o czterech stopniach swobody, który umożliwia ocenę obciążenia dynamicznego w strefie styku zębów z uwzględnieniem parametrów bezwładności i tłumienia układu napędowego, chwilowego przełożenia, sił tarcia oraz wielkości luzu międzymięsniowego.

Wykazano w pracy, że odkształcenia sprężyste i błędy wykonawcze uzębień wykazują wpływ na obciążenia dynamiczne zębów tylko w początkowym okresie eksploatacji. W toku dalszej eksploatacji przekładni silniejszy wpływ wykazuje nierównomierność zużycia zębów.

Zaproponowany model zużycia kół zębatych, bazujący na teoriach trybologicznych, uwzględnia wpływ bicia promieniowego uzębień i chwilowej temperatury w strefie styku na intensywność zużycia powierzchni roboczych zębów.

Opracowano metodę prognozowania charakterystyk przekładni zębatych w toku eksploatacji uwzględniającą dynamiczne wzajemne oddziaływanie między zarysem zębów i parametrami kontaktu zębów oraz parametrami kontaktu i zarysem zębów.

Metoda prognozowania ujęta jest w formie programu komputerowego z przyjaznym dla użytkownika interfejsem. Obejmuje ona model kinematyczny zazębienia zębów o dowolnych profilach, model dynamiczny przekładni zębatej, model procesu zużycia powierzchni roboczych zębów oraz metodę syntezy zarysu zużytego zęba.

Wyniki eksperymentów numerycznych wykazały dobrą zgodność z wynikami badań doświadczalnych kół zębatych przekładni napędowych dużej mocy. Zgodność dotyczy formy zużycia profili zębów oraz wielkości objętościowego zużycia powierzchni roboczych zębów.

Zastosowanie opracowanej metody prognozowania charakterystyk przekładni zębatych pozwoliło na sformułowanie zaleceń odnośnie do optymalnego kompletoowania par kół zębatych przy wykonywaniu remontów przekładni.

Opracowano dwie konstrukcje oraz wykonano doświadczalne stanowisko, na którym przeprowadzono badania procesu selektywnej regeneracji powierzchni roboczych kół zębatych z uwzględnieniem nierównomiernego zużycia zębów.

Metoda prognozowania zużycia kół zębatych może znaleźć zastosowanie jako narzędzie optymalizacji parametrów przekładni na etapie ich projektowania.

