Jahrgang XXII. 1916. No. 6.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Geh. Studienrat Dr. **P. Bode**, Direktor der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M. und Professor **K. Schwab**, Oberlehrer a. d. Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden an Geh. Studienrat Dr. P. Bode, Frankfurt a. M., Hermesweg 34, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

Inhalt: Vereins-Angelegenheiten (S. 101). — Der Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts in den ersten fünfundzwanzig Jahren seines Bestehens (Fortsetzung) (S. 101). — Anwendung der Regel über die magnetische Ablenkung elektrischer Ströme bei der technischen Gewinnung von Luftsalpeter und zur Erklärung des Zeemanschen Phänomens. Von C. Steinbrinck in Lippstadt (S. 109). — Determinantensätze, abgeleitet unter Verwendung einer komplexen Größe. Von Geh. Schulrat Münch in Darmstadt (S. 115). — Kleinere Mitteilungen [Bemerkungen zu dem Artikel: „Der Pythagoreische Satz über die reziproken Katheten" von Prof. Dr. Richert in Berlin (S. 117). — Zur Verwertung der Parallelprojektion bei der Kegelschnittslehre. Von Dipl.-Ing. Carl Herbst in Bochum (S. 117). — Beweis des Lehmus-Steinerschen Satzes. Von R. Schiel in Berlin-Wilmersdorf (S. 118). — Ein weiterer Beweis für den Lehmus-Steinerschen Satz. Von Dr. Bücking in Metz (S. 118). — Zusatz zu der Mitteilung in Nr. 1 „Rückwärtseinschneiden aus zwei Punkten." Von Dr. Alois Lanner in Innsbruck] (S. 119). — Bücher-Besprechungen (S. 119). — Verzeichnis der bei dem Verlage zur Besprechung eingegangenen Bücher (S. 120). — Anzeigen.

Vereins-Angelegenheiten.

Am 7. Oktober findet in Frankfurt a. M. unter Zuziehung von Mitgliedern des Ausschusses und des Preisgerichts eine Vorstandssitzung statt. An diese schließt sich unter Beteiligung von Fachgenossen aus Frankfurt eine Beratung über die Lage des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts nach dem Kriege. Ein Bericht hierüber wird in der nächsten Nummer der Unterrichtsblätter erscheinen. —

Der Vorstand hat sich unter Zustimmung des Ausschusses durch Zuwahl des Herrn Professor Dr. R. von Hanstein in Berlin ergänzt. Die Zuwahl unterliegt, den Satzungen entsprechend, der Genehmigung durch die nächste Hauptversammlung. F. Poske.

Der Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts in den ersten fünfundzwanzig Jahren seines Bestehens.

(Fortsetzung).

II. Vorträge in den Fachabteilungen.

1. Bei der begründenden Versammlung in Braunschweig 1891 (I)

Richter (Wandsbek): Ueber das Verhältnis der Mathematik zu den Naturwissenschaften im Lehrplan des Gymnasiums.

Krumme (Braunschweig): Ueber das Thema: In den Lehrplänen der höheren Schulen sind diejenigen Fächer in enge Beziehung zueinander zu setzen, denen die Ausbildung der Raumanschauung als gemeinsame Aufgabe zufällt.

Hildebrandt (Braunschweig): Ueber einen von dem Vortragenden erfundenen Kegelschnitt-Zirkel für den Unterricht im Zeichnen und in der Geometrie.

Poske (Berlin): Ueber Anleitung der Schüler zu physikalischen Versuchen.

Fenkner (Braunschweig): Ueber einige neuere Apparate für den physikalischen Unterricht.
Elster (Wolfenbüttel): Vorführung einer Reihe von neuen Apparaten.
Geitel (Wolfenbüttel): Apparate und Versuche, welche zum Nachweise der Einwirkung des Lichts auf elektrische Entladungen dienen.
Levin (Braunschweig): Einige chemische Versuche zur Erklärung der Pflanzen-Ernährung und der Gärung.
Petzold (Braunschweig): Apparate, die an der städtischen Oberrealschule zu Braunschweig bei dem Unterricht in der astronomischen Geographie Verwendung finden.
Petzold (Zerbst): Ueber Geologie auf der Schule.
Lehmann (Münster i. W.): Ueber Vorbildung der Lehrer der Erdkunde auf der Universität.
Fricke (Bremen): Ueber die Wichtigkeit und Verwendbarkeit biologischer Gesichtspunkte im naturwissenschaftlichen Unterricht.

In Berlin 1893

Schülke (Osterode in Ostpr.): Sind die Logarithmen notwendig, um in Untersekunda einen Abschluß herzustellen?
Thieme (Posen): Ueber die Einteilung des Winkelgrades in Minuten und Sekunden.
Hellwig (Erfurt): Ueber die Potenz einer Geraden in bezug auf einen Kegelschnitt.
Richter (Wandsbek): Ueber die Ausführung des in Braunschweig angenommenen Leitsatzes über die Umgestaltung des mathematischen Unterrichts.
Heyne (Berlin): Vorzeigung eines Apparats zur Zusammensetzung von Stoßkräften.
Lubarsch (Berlin): Ueber messende Versuche im chemischen Unterricht.
Gusserow (Berlin): Ueber die Behandlung der kubischen Gleichungen im Unterricht.
Koppe (Berlin): Gegen die übliche Behandlung der Logarithmen.
Koppe (Berlin): Astronomische Karten über geozentrische Planetenbahnen und Finsternisse.
Stahlberg (Steglitz): Vorführung von einigen 40 selbstgezeichneten naturwissenschaftlichen Wandtafeln.
E. Schmidt (Berlin): Demonstration von selbstgefertigten Alkohol-Präparaten in Glasröhren über Larven und ganze Metamorphosen von Käfern.
Lüpke (Berlin): Versuche mit 45 Rohrbeckschen Apparaten.
M. Möller (Braunschweig): Ueber die Verteilung magnetischer Kraftlinien im Umkreise von Kreisströmen.

In Wiesbaden 1894

Carl Heinrich Müller (Frankfurt a. M.): Die Einführung stereometrischer Konstruktionen in den Gymnasial-Unterricht.
Schotten (Schmalkalden): Vorzeigung und Erläuterung eines Stäbchenkastens.
Presler (Hannover): Die Ausbildung der Mathematiker im Zeichnen.
Richter (Wandsbek): Wie ist das physikalische Pensum des Gymnasiums zu umgrenzen?
Endemann (Wiesbaden): Politische und wirtschaftliche Belehrungen im geographischen Unterricht.
Kienitz-Gerloff (Weilburg a. L.): Die Gestaltung des Unterrichts in der Naturkunde nach heuristischen und historischen Gesichtspunkten.
Prof. Dr. Reichenbach (Frankfurt a. M.): Thesen für den Unterricht in der Biologie.
Lüddecke (Crossen a. O.): Beobachtungs-Unterricht in Natur- und Erdkunde als Unterricht im Freien.
Schwalbe (Berlin): Bericht über naturwissenschaftliche Ferienkurse für Oberlehrer, insbesondere über den Ferienkursus in Berlin 1891.
Kadesch (Wiesbaden): Ergänzung des Schwalbeschen Berichts durch Mitteilungen über den am Physikalischen Institut in Frankfurt a. M. im Frühjahr 1893 abgehaltenen Ferienkursus.
König (Frankfurt a. M.): Bericht über Vorträge physikalischen Inhalts in dem Ferienkursus in Frankfurt a. M. 1893.
Epstein (Frankfurt a. M.): Bericht über Vorträge und praktische Uebungen aus dem Gebiete der Elektrotechnik in dem Ferienkursus in Frankfurt a. M. 1893.
Prof. Felix Klein (Göttingen): Bericht über den ersten Ferienkursus in Göttingen 1892.
Rosenberger (Frankfurt a. M.): Bericht über Vorträge, besonders über Geschichte der exakten Wissenschaften bei dem Ferienkursus in Frankfurt a. M. 1893.
König (Frankfurt a. M.): Experimentalvortrag über Hertzsche Versuche im großen Hörsaal des Physikalischen Instituts.

In Göttingen (I) 1895

Schotten (Schmalkalden): Die Lehre von den Bewegungen der Elementargebilde Punkt, Gerade, Kreis unter Berücksichtigung der Begriffe Nachbarpunkt und Abstand.
Schülke (Osterode in Ostpr.): Sind vierstellige Logarithmen für Gymnasien zu empfehlen?
Schwalbe (Berlin): Meteorologie in der Schule.
„ „ Bericht über die Sammlungen von physikalischen Lehrmitteln an höheren Schulen.
M. Möller (Braunschweig): Zur Einführung in die physikalischen Bewegungsvorgänge.

In Elberfeld 1896

Buchrucker (Elberfeld): Kritische Bemerkungen über die Mathematik an den höheren Schulen.

Lenz (Elberfeld): Unterrichtsmittel für den stereometrischen Unterricht in Untersekunda.
Pietzker (Nordhausen): Bericht über den Entwurf eines Normalverzeichnisses für die physikalischen Sammlungen der höheren Schulen.
Adolph (Elberfeld): Anschauliche Gestaltung des Foucaultschen Pendelversuchs.
Looser (Essen a. Ruhr): Vorführung eines neuen Thermoskops.
Busch (Arnsberg): Versuche mit einem aus den einfachsten Mitteln hergestellten Elektroskop.
Lenz (Elberfeld): Vorzeigung einer überaus reichen Sammlung von Unterrichtsmitteln für den Unterricht in der Insektenkunde.

In Danzig 1897

Lakowitz (Danzig): Ueber Schülerhandarbeiten im Anschluß an den Unterricht in der Physik.
Bail (Danzig): Vorlegung und Besprechung von Sammlungsgegenständen.
Schülke (Osterode in Ostpr.): Bemerkungen zum zoologischen Unterricht.
Momber (Danzig): Demonstration einiger neuerer Apparate für die Elektrizitätslehre.

In Leipzig 1898

Böttcher (Leipzig): Die Verwendung von Modellen im stereometrischen Unterricht.
Lohrmann (Annaberg): Die Verteilung des zoologischen Unterrichtsstoffes, mit besonderer Berücksichtigung der Anthropologie.
Löwenhardt (Halle a. S.): Die schriftlichen Arbeiten im chemischen Unterricht der Oberrealschule.
Wehner (Plauen): Der Aufbau der Stereometrie (mit besonderer Berücksichtigung des Cavalerischen Satzes).
Weise (Halle): Die Verwertung der physikalischen Dimensionen im Unterricht.
Schotten (Halle): Mathematisch-Pädagogisches.

In Hannover 1899

Schmidt (Wurzen): Vorführung eines Apparats zur Veranschaulichung der wichtigsten elektrischen Begriffe und Gesetze.
Kohlrausch (Hannover): Ueber Aufnahme und Projektion photographischer Bilderreihen vermittelst rotierender Objekte und Platten.
Seubert (Hannover): Erzeugung höherer Temperaturen und Darstellung kohlenfreier Metalle nach dem Goldschmidtschen Verfahren.
Müller-Uri: Vorführung von Apparaten, die nach den Angaben von Prof. Levin für seinen „Methodischen Leitfaden der Chemie“ konstruiert sind.
Richter (Wandsbek): Vorführung eines neuen Gasmotor-Modells. — Die Berücksichtigung der Nautik im mathematischen und physikalischen Unterricht.
Hartmann (Frankfurt a. M.): Vorzeigung von Meßapparaten für die galvanischen Vorgänge.
Mayer (Hannover): Vorführung von Apparaten zur mechanischen Zeichnung von Kurven.
Bräuer (Hannover): Ueber messende Versuche im chemischen Unterricht.
Habenicht (Quedlinburg): Erleichterungen im geometrischen Unterricht, besonders des ersten Jahres.

In Hamburg 1900

Böger (Hamburg): Die Geometrie der Lage im Schulunterricht.
Pietzker (Nordhausen): Bericht über den Entwurf eines Lehrplans für den Unterricht in der darstellenden Geometrie.
Wernicke (Braunschweig): Schulaufgaben aus dem Gebiete der Mechanik, unter besonderer Berücksichtigung der Technik.
Kießling (Hamburg): Darstellung künstlicher Nebel.
Voller (Hamburg): Ueber neuere Strahlungsuntersuchungen (Becquerel-Strahlen).
Claßen (Hamburg): Versuche mit flüssiger Luft.
Ahlborn (Hamburg): Ueber den Vogelflug.
Krebs (Hagenau): Unterrichtsausflüge in pädagogischer und hygienischer Beziehung.
Schubert (Hamburg): Heronische Dreiecke mit rationaler Schwerpunkttransversale.
Lorey (Remscheid): Demonstration eines neuen Tafel-Stangenzirkels.
Dennstedt (Hamburg): Darlegung und Vorführung der schnellen Herstellung des Negativs und des Diapositivs von einer photographischen Aufnahme.

In Gießen 1901

Schoenemann (Soest): Vorzeigung eines Distanzmessers (Spiegelstab).
Pasch (Gießen): Die Auflösung der kubischen Gleichungen.
Hansen (Gießen): Vorzeigung von pflanzengeographischen Wandtafeln.
Noack (Gießen): Physikalische Schülerübungen.

In Düsseldorf 1902

Berghoff (Düsseldorf): Die Verwendung des Projektions-Apparats im physikalischen Unterricht.
Bochow (Magdeburg): Zur Behandlung der regelmäßigen Vielecke.
Grimsehl (Hamburg): Neue Apparate und Versuchsanordnungen aus der Elektrizitätslehre.
Krebs (Barr i. E.): Das Zeichnen und seine Beziehungen zum naturwissenschaftlichen und erdkundlichen Unterricht.
Ley (Linz a. Rh.): Die Konstruktionsaufgaben im mathematischen Unterricht des Gymnasiums.
Looser (Essen a. Ruhr): Versuche aus der Wärmelehre.
Pahde (Krefeld): Kurze Bemerkungen zu dem neuen Lehrplan der Erdkunde mit besonderer Berücksichtigung der „Methodischen Bemerkungen“.

Rischbieth (Hamburg): Die Gasbürette im chemischen Unterricht.

Wanner (Hannover): Ueber ein neues optisches Pyrometer.

In Breslau 1903

Ebner (Breslau): Die Schubkurbel, ein Kapitel aus der angewandten Mathematik.

Franz (Breslau): Das Dreikörper-Problem.

Grimsehl (Hamburg): Mechanische Kraft und Kraftübertragung.

Hahn-Machenheimer (Berlin): Physikalische Schülerübungen.

Krebs (Münster i. O.-E.): Die Regelation im Lichte der Versuche Faradays und als Gegenstand des Schulunterrichts.

Vogt (Breslau): Ueber endlichgleiche Prismen und Pyramiden.

Edler (Halle a. S.): Ueber anschauliche Einführung in die astronomische Geographie und sphärische Trigonometrie.

Hertz (Breslau): Die Bedeutung der Katalyse bei chemischen Vorgängen.

In Halle 1904

Geißler (Charlottenburg): Der anschauliche Zusammenhang der Kegelschnitte durch die unendliche Kegelschnittkugel.

Grimsehl (Hamburg): Vorführung einer Reihe neuer physikalischer Apparate und Modelle.

Graßmann (Halle): Vorzeigung und Erläuterung einer Reihe von Modellen für die Konstruktion der verschiedenen Zykloiden, der Polodie- und der Herpolodie-Kurve, sowie einige Wienersche Modelle für die Darstellung des einschaligen Hyperboloids und des hyperbolischen Paraboloids.

Böttcher (Leipzig): Zum Satze des Eudoxos.

Löwenhardt (Halle): Die Begrenzung des chemischen Lehrstoffes (mit besonderer Berücksichtigung der Lehrbuchfrage).

Oels (Halle): Das Zeichnen im naturwissenschaftlichen Unterricht.

Poske (Berlin): Ueber die Schwungkraft.

Wetekamp (Schöneberg-Berlin): Ueber naturwissenschaftliche Lehrmittel, insbesondere Anschauungstafeln.

In Jena 1905

Grimsehl (Hamburg): Spektralanalytische Demonstrationen und einige neuere Polarisationsversuche, die sich für den Schulunterricht eignen.

Piltz (Jena): Ziel und Methode des geologischen Schulunterrichts.

Schotten (Halle): Zur methodischen Behandlung der Kegelschnitte (synthetisch).

Thomae (Jena): Ueber eine Abbildungsaufgabe.

Vongerichten (Jena): Ueber den künstlichen Indigo.

Siedentopf u. Ehlers (Jena): Demonstrationen über ultramikroskopische Untersuchungen.

Steinbrinck (Lippstadt): Demonstration eines Vakuums-Ueberhebers.

Dunker (Rendsburg): Vorführung neuerer elektrischer Apparate nach Prof. Claßen.

Lucke (Zerbst): Vorführung neuerer vom Elektrotechniker Schwenke in Zerbst herrührender Erfindungen.

In Erlangen 1906

Grimsehl (Hamburg): Vorlesungsversuche zur Wellenlehre.

Wehnelt (Erlangen): Demonstrationen von Entladungserscheinungen in verdünnten Gasen.

Wimmer (München): Ueber die Verwendung von mikroskopischen Projektionen im Mittelschulunterricht.

Rühlmann (Halle a. S.): Praktische Selbsttätigkeit der Schüler im Physik-Unterricht.

In Dresden 1907

Brückner (Bautzen): Zur Geschichte der Theorie der gleicheckig-gleichflächigen Polyeder.

Dreßler (Dresden-Plauen): Bewegliche Modelle für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Grimsehl (Hamburg): Demonstration neuer physikalischer Unterrichtsapparate, besonders für elektrische Schwingungen.

Hoffmann (Dresden): Ueber Vogelgesänge als Leitmotive in der Musik.

Lohmann (Dresden): Elektrostatische Versuche.

Rebenstorff (Dresden): Versuche über flüssige und gasförmige Körper, sowie aus der Wärmelehre und Chemie.

Schorer (Metz): a) Ueber bewegliche Modelle für den geometrischen Unterricht. b) Ueber Flächengleichheit und Aehnlichkeit.

Lohrmann (Dresden): Referat über die in der Sitzung der naturwissenschaftlichen Gesellschaft „Isis“ zu Dresden am 16. Mai behandelten Leitsätze, betreffend die Reform des naturwissenschaftlichen Unterrichts an den höheren Schulen.

Grübler (Dresden): Ueber den Gewichtsbegriff.

In Göttingen 1908

Kraetzschmar (Göttingen): Ueber die mikroskopische Darstellung von Kristallen im Unterricht.

Grimsehl (Hamburg): Demonstrationen aus verschiedenen Gebieten der Physik.

Trommsdorff (Göttingen): Die Mikrophotographie im biologischen Unterricht.

Geiger (Göttingen): Ueber Erdbebenforschung.

In Freiburg i. Br. 1909

Brocke (Zabern): Ueber die Winkel an einer Geraden, die von zwei anderen geschnitten wird.

Grimsehl (Hamburg): Bewegliche Wandtafelzeichnungen im physikalischen Unterricht.

Kewitsch (Freiburg i. Br.): Ueber den Ursprung des Sexagesimalsystems.

Leiber (Freiburg i. Br.): Ueber spontane Quer- und Längsteilung bei Hydra.

Grünbaum (Bingen): Ueber den mathematischen Unterricht an einem Technikum.

Rohrbach (Gotha): Ueber den logarithmischen Rechenschieber und einige zusammenhängende Fragen des praktischen Rechenunterrichts.

Fischer (München): Einige einfache Gegenstände für Schülerübungen.

In Posen 1910

Brücher (Biebrich): Ueber die Anschauung in der Arithmetik.

Bochow (Nordhausen): Modelle zur Summe der natürlichen Zahlen.

Gebhardt (Dresden): Das Geschichtliche im mathematischen Unterricht.

Spies (Posen): Versuche mit Druckluft und mit ausströmender Preßluft; Vorführung einer neuen Wellenmaschine; Vorführung eines Transformators zur Erzeugung starker Ströme für elektrische Schweißung.

In Münster i. W. 1911

Plaßmann (Münster i. W.): Der heutige Stand der Lehre vom Lichtwechsel der Fixsterne.

v. Lilienthal (Münster i. W.): Berücksichtigung der politischen Arithmetik im Unterricht.

Schmelzer (Münster i. W.): Ueber Bussmanns Kegelschnittzirkel.

Gebhardt (Dresden): Ein einfacher Schulapparat zur Sichtbarmachung der Schallwellen nach Toeplers Schlierenmethode.

v. Hanstein (Berlin): Behandlung des Planktons im Schulunterricht.

Rosemann (Münster i. W.): Versuche über Biologie, die sich für den Schulunterricht eignen.

Schoenichen (Charlottenburg): Die Pilzkunde als Gegenstand der biologischen Uebungen der Oberstufe.

In Halle a. S. 1912

Möhle (Hagen): Der mathematische Unterricht an höheren Mädchenschulen.

Bungers (Halle a. S.): Zur Reform des Rechenunterrichts.

Löwenhardt (Halle a. S.): Der chemische Unterricht in den Realanstalten (Mitberichterstatter Dr. Doermer).

Dr. Doermer (Hamburg): Demonstration künstlicher Edelsteine der Deutschen Edelsteingesellschaft.

Dr. Lietzmann (Barmen): Ueber einheitliche Bezeichnungsweisen in der Elementarmathematik.

Heyne (Berlin): Ueber einheitliche Bezeichnungen in der Physik.

Schrader (Halle): Ueber die synthetische und analytische Behandlung der Kegelschnitte.

Kluge (Lissa): Ueber diophantische Gleichungen zweiten Grades.

Dr. Oels (Halle a. S.): Ueber Material für die biologischen Schülerübungen.

In München 1913

Lötzbeyer (Berlin): Die Berücksichtigung der politischen Arithmetik im mathematischen Unterricht und ihre Bedeutung für die staatsbürgerliche Bildung und Erziehung.

Schotte (Chemnitz): Wellenoptik im elementaren Unterricht mit Demonstration der neuesten Wasserwellenmaschine von Weinhold.

Wimmer (München): Ueber Hilfsmittel für den biologischen Unterricht und Vorführung von Einrichtungen zur Projektion und Mikroprojektion.

In Braunschweig (II) 1914

Diesselhorst (Braunschweig): Probleme und Aussichten der drahtlosen Telegraphie.

Bergwitz (Braunschweig): a) die Zählung der α- und β-Teilchen radioaktiver Substanzen mit Hilfe des Quarzfadenelektrometers (mit Demonstrationen). b) Die Sichtbarmachung der Bahnen ionisierender Teilchen in Gasen nach der Methode Wilson-Macke (mit Demonstrationen).

Lohmann (Dresden): Schulversuche aus dem Gebiete der Schwingungslehre.

Riebesell (Hamburg): Photogrammetrie in der Schule (mit Lichtbildern).

Haentzschel (Berlin): Das Rationale in der algebraischen Geometrie.

von Alten (Braunschweig): Ueber die Behandlung der Pflanzenkrankheiten und ihre sozialhygienische Bedeutung im Unterricht.

Meyer (Braunschweig): Synthetische Versuche über die Vorgänge bei der Destillation der Steinkohlen.

Grimsehl (Hamburg): Interferenzerscheinungen.

Kluge (Lissa): Darstellung elektrischer Kraftfelder durch Hochfrequenzströme.

Witte (Wolfenbüttel): Vorzeigung eines Modells zur Veranschaulichung des Relativitätsprinzips.

An die Abteilungssitzungen schlossen sich bei den Versammlungen in Posen 1910, in Halle 1912 und München 1913 noch Fortbildungskurse an, von denen ein ausgiebiger Gebrauch gemacht wurde. Es waren angekündigt in Posen:

Spies und Naumann: Physikalische Uebungen und Uebungen in der Werkstätte.

Pfuhl: Biologisch-mikroskopischer Kursus.

In Halle a. S. (s. Unt.-Bl. Jahrg. XVIII, S. 42):

Ruhland: Die Stoffaufnahme der lebenden Zelle.

Thiem: Ueber neuere Methoden in der Photographie.

Schmidt: Demonstration neuerer Apparate und Methoden für die Untersuchung physikalischer Fragen.

Scupin: Anleitung zu geologischen Beobachtungen im Freien.

In München (s. Unt.-Bl. Jahrg. XIX, S. 43):

Sommerfeld und Friedrich: Unsere gegenwärtige Anschauung über Röntgenstrahlung und Demonstration der Interferenzerscheinungen an Kristallplatten.

Dacqué: Ueber Paläogeographie.

III. Diskussionen.

An die unter I und II aufgeführten Vorträge schlossen sich vielfach Diskussionen, die auch teilweise zu Versammlungsbeschlüssen Anlaß gaben. Außerdem wurden auch wiederholt besondere Diskussionen veranstaltet, deren Ergebnisse in Form von Vereinsbeschlüssen festgelegt wurden.

Von solchen zu greifbaren Resultaten gelangten Diskussionen sind anzuführen (Leiter der Diskussionen und Berichterstatter sind jedesmal angegeben):

Auf der vorbereitenden Versammlung zu Jena.

Vors. Buchbinder, Ref. Kramer (Halle a. S.): Ueber Ziel und Ausdehnung (Stundenzahl) des mathematischen Unterrichts.

Vors. Krumme, Ref. Krebs (Frankfurt a. M.): Ueber die Ausdehnung (Stundenzahl) des Physik-Unterrichts.

Vors. Krumme, Ref. Ströse (Dessau): Ueber die Fortführung des naturgeschichtlichen Unterrichts bis in die oberen Klassen.

Auf der Versammlung zu Wiesbaden 1894.

Vors. Schwalbe, Ref. C. H. Müller (Frankfurt a. M.): Ueber den Unterricht in der darstellenden Geometrie.

Vors. Schwalbe, Ref. Pietzker: Ueber die Beseitigung mißverständlicher Auffassungen der „Braunschweiger Beschlüsse".

Vors. Schwalbe, Ref. Pietzker: Die Notwendigkeit der Aufstellung gewisser Normen für die Einrichtung physikalischer Sammlungen an den höheren Schulen.

Auf der I. Göttinger Versammlung 1895.

Vors. Pietzker, Ref. Schülke (Osterode in Ostpr.): Ueber die Einführung vierstelliger Logarithmentafeln in den Gymnasialunterricht.

Auf der Elberfelder Versammlung 1896.

Vors. Adolph (Elberfeld), Ref. Pietzker: Ueber den Entwurf eines Normalverzeichnisses (Unt.-Bl. Jahrg. II, S. 24 bis 28) für die physikalischen Sammlungen der höheren Schulen.

Vors. Pietzker (Nordhausen), Ref. Schwalbe (Berlin) und Holzmüller (Hagen i. W.): Ueber die Beziehungen des mathematischen Unterrichts zur Ingenieur-Vorbildung (Unt.-Bl. Jahrg. II, S. 72/73).

Auf der Danziger Versammlung 1897.

Vors. Hamdorff (Guben), Ref. Schwalbe: Ueber das Verhältnis des Vereins zur Naturforscher-Versammlung (Unt.-Bl. Jahrg. III, S. 42 u. S. 58).

Auf der Leipziger Versammlung 1898.

Vors. Schwalbe, Ref. Schülke (Osterode in Ostpr.) und Pietzker (Nordhausen): Wodurch sorgt man für einen stetigen Fortschritt im Unterricht?

Auf der Versammlung in Hannover 1899.

Vors. Pietzker, Ref. Presler (Hannover): Ueber die Anrechnung des Studiums an technischen Hochschulen auf die Ausbildung der Lehramtskandidaten (Unt.-Bl. Jahrg. V, S. 37/61).

Vors. Pietzker, Ref. Hildebrandt (Braunschweig): Einführung der darstellenden Geometrie als obligatorisches Unterrichtsfach, Wahl einer Kommission für die Aufstellung von dementsprechenden Lehrplänen; Aufstellung eines Normalverzeichnisses für die Lehrmittel des mathematischen Unterrichts.

Auf der Versammlung zu Hamburg 1900.

Vors. Schotten (Halle a. S.), Ref. Pietzker (Nordhausen) und J. Schröder (Hamburg): Ueber die darstellende Geometrie im Lehrplan der höheren Schulen (Unt.-Bl. Jahrg. VI, S. 101 bis 108).

Auf der Versammlung zu Gießen 1901.

Vors. Schotten (Halle a. S.), Ref. Pietzker: Ueber die Gestaltung des Unterrichts in der darstellenden Geometrie (Unt.-Bl. Jahrg. VII, S. 70 bis 76).

Vors. Pietzker (Nordhausen), Ref. Poske (Berlin): Ueber Grundfragen des physikalischen Unterrichts (Unt.-Bl. Jahrg. VII, S. 69/70).

Vors. Hansen (Gießen), Ref. Kienitz-Gerloff (Weilburg a. L.): Ueber Anforderungen an botanische und zoologische Schulbücher (Unt.-Bl. Jahrg. VII, S. 117/118).

Auf der Versammlung zu Düsseldorf 1902.

Vors. Pietzker (Nordhausen), Ref. Bastian Schmid (Bautzen): Die Stellung der biologischen Lehrfächer im Lehrplan der höheren Schulen (Unt.-Bl. Jahrg. VIII, S. 121 bis 133).

Vors. Viehoff (Düsseldorf), Ref. Schotten (Halle a. S.): Ueber eine geplante Enzyklopädie der Elementar-Mathematik (Unt.-Bl. Jahrg. VIII, S. 97 bis 103).

Auf der Versammlung in Breslau 1903.

Vors. Maschke (Breslau), Ref. Pietzker (Nordhausen): Stellung der Schulreform zum exaktwissenschaftlichen Unterricht (Unt.-Bl. Jahrgang IX, S. 99 bis 106).

Vors. Hamdorff (Guben): Ueber die Durchführung der seinerzeit über den biologischen Unterricht gefaßten Beschlüsse an den humanistischen Gymnasien, Ref. Landsberg (Allenstein), an den neunklassigen Realanstalten, Ref. K. Fricke (Bremen), an den sechsklassigen Realanstalten, Ref. B. Schmid (Zwickau) (Unt.-Bl. Jahrg. IX, S. 93 bis 99, 117 bis 126).

Auf der II. Versammlung in Halle 1904.

Vors. Presler (Hannover), Ref. Grimsehl (Hamburg): Ueber den Betrieb der Physik als Naturwissenschaft (Unt.-Bl. Jahrg. X, S. 80 bis 83).

Vors. Hamdorff (Guben), Ref. Nath (Nordhausen): Ueber die Bildungsaufgabe der Mathematik (Unt.-Bl. Jahrg. X, S. 129 bis 133).

Auf der II. Versammlung in Jena 1905.

Vors. Schotten (Halle a. S.), Ref. B. Schmid (Zwickau) und A. Höfler (Prag): Ueber den philosophischen Betrieb der Naturwissenschaften und die philosophische Propädeutik (Unt.-Bl. Jahrg. XI, S. 102/103).

Vors. Pfeiffer (Jena), Ref. Dunker (Rendsburg): Ueber die Stellung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts und seiner Vertreter im Schulorganismus (Unt.-Bl. Jahrg. XI, S. 34).

Vors. Pfeiffer (Jena), Ref. Pietzker (Nordhausen): Ueber die Tätigkeit der von der Naturforscher-Versammlung gewählten Unterrichts-Kommission.

Auf der Versammlung in Erlangen 1906.

Vors. Thaer (Hamburg), Ref. Pietzker (Nordhausen): Ueber die Stellung der Fachkreise zu den Vorschlägen der von der Naturforscher-Versammlung eingesetzten Unterrichtskommission (Unt.-Bl. Jahrg. XII, S. 84 bis 88).

Auf der Versammlung in Dresden 1907.

Vors. Pietzker (Nordhausen), Ref. K. Reinhardt (Freiberg i. S.) und E. Löwenhardt (Halle a. S.): Ueber die Hochschul-Ausbildung der Lehramtskandidaten in der Mathematik und den Naturwissenschaften (Unt.-Bl. Jahrg. XIII, S. 69 bis 91).

Auf der II. Versammlung in Göttingen 1908.

Vors. Pietzker (Nordhausen), Ref. J. Pompeckj (Göttingen) und K. Fricke (Bremen): Ueber die Frage der Hochschulbildung für die künftigen Lehrer der Mineralogie und Geologie (Unt.-Bl. Jahrg. XIV, S. 93 bis 103).

Vors. Götting (Göttingen) und Thaer (Hamburg), Ref. F. Bohnert (Hamburg): Wie ist der Stoff des physikalischen Unterrichts zu beschränken, um eine intensivere Schulung im physikalischen Denken zu ermöglichen? (Unt.-Bl. Jahrg. XIV, S. 117 bis 127).

Auf der Versammlung in Freiburg i. Br. 1909.

Vors. Pietzker (Nordhausen), Ref. B. Schmid (Zwickau): Ueber den biologischen Unterricht in den Oberklassen mit besonderer Berücksichtigung der Schülerübungen (Unt.-Bl. Jahrg. XV, S. 73 bis 80).

Vors. Seith (Freiburg i. Br.), Ref. Schotten (Halle a. S.): Ueber die „Meraner Vorschläge" in der Praxis des mathematischen Unterrichts mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungen (Unt.-Bl. Jahrg. XV, S. 97 bis 101).

Auf der Versammlung in Münster i. W. 1911.

Vors. Bode (Frankfurt a. M.): Ref. Walter Schmidt (Düren): Ueber die Frage: Vertiefung oder sogenannte allgemeine Bildung (Unt.-Bl. Jahrg. XVII, S. 89/90).

Auf der II. Versammlung in Halle 1912.

Vors. Schotten (Halle a. S.), Ref. W. Lietzmann (Barmen) und R. Heyne (Berlin): Ueber einheitliche Bezeichnungen in der Elementarmathematik und der Physik (Unt.-Bl. Jahrg. XVIII, S. 76/77).

Auf der Versammlung in München 1913.

Vors. Witting (Dresden), Ref. Heß (Nürnberg): Ueber Fortbildungssemester der Lehrer an höheren Schulen (Unt.-Bl. Jahrg. XIX, S. 74/75).

Vors. Poske (Berlin), Ref. End (München): Erfahrungen über den physikalischen und chemischen Unterricht an den bayrischen Real- und Oberrealschulen (Unt.-Bl. Jahrg. XIX, S. 85 bis 90).

Vors. Thaer (Hamburg), Ref. Döhlemann München): Ueber den Bildungswert der reinen Mathematik.

Vors. Döhlemann (München), Ref. Kerschensteiner (München) und K. T. Fischer (München): Ueber den Bildungswert der Naturwissenschaften und ihre Stellung in der Schulorganisation (Unt.-Bl. Jahrg. XIX, S. 70 bis 73).

Auf der II. Versammlung zu Braunschweig 1914.

Vors. Thaer (Hamburg), Ref. Wernicke (Braunschweig): Mathematik und Philosophie; Ref. Poske: Physik und Philosophie (Unt.-Bl. Jahrg. XX, S. 75 bis 77).

Vors. Thaer (Hamburg), Ref. Runge (Göttingen) und Timerding (Braunschweig): Ueber die Bedeutung der angewandten Mathematik für die Schule (Unt.-Bl. Jahrg. XX, S. 78/79).

Die Tätigkeit des Vereins auf der Brüsseler Weltausstellung 1910.

Noch einer Veranstaltung ist zu gedenken, die außerhalb des Rahmens der sonstigen Vereinstätigkeit stehend zu den erfolgreichsten gehört, die der Verein je abgehalten hat. Sie legte ein beredtes Zeugnis ab von der Wertschätzung, die unser Verein auch bei den Unterrichtsbehörden gefunden hat.

Gelegentlich der Weltausstellung in Brüssel waren zum August 1910 verschiedene Kongresse, auf denen Fragen des Unterrichts verhandelt werden sollten, dorthin eingeladen worden. Die Preußische Unterrichtsverwaltung regte an, mit Rücksicht auf die deutsche Unterrichtsausstellung, die in erster Linie die Fortschritte auf dem mathematischen und naturwissenschaftlichen Gebiete vorführte, eine wissenschaftliche Tagung der Vertreter dieser Fächer zu veranstalten, um an der Hand der so reichlich vorhandenen Ausstellungsobjekte durch Vorträge und Demonstrationen auch weitere Kreise mit den modernen Unterrichtsbestrebungen bekannt zu machen. Das Ministerium hatte den Vorstand unseres Vereins mit der Vorbereitung dieser Tagung beauftragt, und die XIX. Hauptversammlung in Posen hatte ihre Zustimmung dazu erteilt, daß im Namen des Vereins eine solche Tagung nach Brüssel einberufen würde. Sie fand am 11. und 12. August im Anschluß an die Sitzung der Internationalen mathematischen Unterrichtskommission (IMUK), die am 10. August tagte, statt. Es war ein gewagtes Unternehmen; konnte doch niemand wissen, ob trotz der angekündigten interessanten Vorträge und Demonstrationen, zu denen die berufensten Vertreter sich bereit erklärt hatten, eine einigermaßen befriedigende Zahl von Fachgenossen aus Deutschland und den anderen Ländern sich einfinden würden. Der Erfolg überstieg alle Erwartungen.

Die Vorbereitungen waren von einem Ausschuß getroffen, zu dem der Ausstellungskommissar, Herr Dr. Mosch (Berlin) und Herr Direktor Dr. Lohmeyer und Herr Böringer von der Deutschen Schule in Brüssel gehörten. Der Vorstand des Vereins war fast vollständig vertreten durch die Herren: Bode (Frankfurt a. M.), Grimsehl (Hamburg), Poske (Berlin), Schmid (Zwickau), Thaer (Hamburg). An Teilnehmern hatten sich über 100 eingefunden; die Präsenzliste wies allerdings nur 96 Namen auf. 57 Teilnehmer, zum größten Teil Vereinsmitglieder, waren aus Deutschland, 19 aus Belgien, 6 aus der Schweiz, je 2 aus Frankreich, England, Holland, Rußland, je einer aus Dänemark, Luxemburg, Oesterreich, Italien, Spanien und Amerika gekommen.

Die Eröffnung der Tagung fand am 11. August im Vortragssaale des deutschen Hauses in der Ausstellung statt. Nach der Begrüßung der Versammlung durch unseren Vorsitzenden sprach im Namen des Preußischen Unterrichtsministeriums der Wirkliche Geheime Oberregierungsrat Dr. A. Matthias. Er betonte, daß die Unterrichts-Verwaltung den Bestrebungen der Reform auf mathematisch-naturwissenschaftlichem Gebiete ein warmes Interesse entgegenbringe. Weiter begrüßte im Namen der IMUK der Vizepräsident Sir C. Greenhill F. R. S. aus London die Versammlung und Herr Prof. Roumen im Namen der Fédération de l'Enseignement moyen officiel de Belgique. Nach den Begrüßungen gab der Ausstellungs-Kommissar, Herr Dr. Mosch, eine erläuternde Darstellung der äußeren und inneren Anordnung der deutschen Unterrichts-Ausstellung.

Die Reihe der angekündigten Vorträge eröffnete Herr Geheimrat Direktor Treutlein (Karlsruhe): „Ueber geometrischen Anschauungsunterricht". Ihm folgte Herr Direktor Professor Dr. Grimsehl (Hamburg): „Physikalische Schülerübungen an der Oberrealschule a. d. Uhlenhorst". An diesen Vortrag schloß sich eine Demonstration vieler von Grimsehl konstruierter Apparate an. Danach sprach noch Herr Dr. Schoenichen (Berlin) „Ueber Selbsttätigkeit der Schüler im naturkundlichen Unterricht".

Am Nachmittag fanden diese beiden letzten Vorträge ihre Ergänzung durch weitere Vorführung der Apparate für physikalische Schülerübungen durch Herrn Direktor Grimsehl. Herr Dr. Schoenichen zeigte in der biologischen Abteilung die wertvollen Anschauungsmittel und vor allem die vielseitigen Arbeiten, die in den von ihm geleiteten biologischen Uebungen angefertigt waren. Herr Dr. B. Schmid erläuterte die im biologischen Unterricht des Zwickauer Realgymnasiums hergestellten Präparate. Am Abend fand noch ein Vortrag statt, der eigentlich außerhalb des wissenschaftlichen Rahmens der Tagung stand, der aber wegen der Neuheit der Vorführung und wegen seines allgemein pädagogisch interessierenden Inhalts außerordentlich stark besucht war. Herr Dr. Driesen aus Charlottenburg zeigte Szenen aus dem Charlottenburger Schulleben, die gleichzeitig kinematographisch und grammophonisch aufgenommen waren. Es wurde gezeigt: Ein Schulkindergarten für minderbefähigte Kinder, der in einer Physikstunde einer oberen Klasse der Volksschule betriebene Werkunterricht, eine französische Stunde in einer höheren Schule und turnerische Vorführungen der Siemens-Oberrealschule in Charlottenburg. Am zweiten Tage mußte der von Herrn Direktor Schwering (Köln) angekündigte Vortrag: „Ist Mathematik Hexerei?" wegen Erkrankung des Redners ausfallen. An seine Stelle trat Herr Geheimrat Professor Dr. Klein (Göttingen) mit einem Bericht über die Tätigkeit der deutschen Abteilung der IMUK, wobei mit Befriedigung fest-

gestellt wurde, daß die Arbeiten Deutschlands am weitesten gediehen waren. Weiter erläuterte Herr Klein eine Reihe für den Hochschulunterricht hochinteressanter Schilling scher Modelle. Es sprachen am Vormittag noch Professor Dr. Poske (Berlin): „Ueber Probleme des physikalischen Unterrichts“ nebst Vorführung physikalischer Schülerübungsapparate nach Hahn, Noack und Kleiber, und Dr. B. Schmid (Zwickau): „Ueber die Entwicklung des biologischen Unterrichts, seine Ziele und seinen gegenwärtigen Betrieb“.

Am Nachmittag folgten Demonstrationen und Erklärungen mathematischer Modelle durch die Herren Geheimrat Klein und Geheimrat Treutlein. Herr Poske erläuterte im Anschluß an die Ausstellung eine Reihe weiterer Apparate für Schülerübungen. Herr Dr. Mosch erklärte die Einrichtungen, die im Auftrag des Ministeriums von Herrn Johannesson (Berlin) für den physikalischen Handfertigkeitsunterricht ausgestellt waren, sowie die aus diesem Unterricht hervorgegangenen Schülerarbeiten, und führte die Teilnehmer durch die Ausstellung der physikalischen Apparate, wobei die Vertreter der betreffenden Firmen noch verschiedene Versuche anstellten. Den Schluß der Tagung bildete eine sehr wirkungsvolle kinematographische Vorführung biologischer Schülerübungen in dem Realgymnasium in Zwickau durch Herrn B. Schmid.

An diese deutsche Veranstaltung schloß sich am 13. und 14. August ein Kongreß über das technische Unterrichtswesen in Frankreich mit für uns Deutsche sehr belehrenden und bemerkenswerten Vorträgen, aus denen hervorging, was ja jetzt auch der Krieg bewiesen hat, daß Frankreich auf dem besten Wege war, in der Ausbildung seiner Techniker uns mindestens gleichzukommen.

In der Nacht vom 14. zum 15. August suchte der große Brand die Ausstellung heim. Infolgedessen wurde die für den 15. August vormittags angesetzte Eröffnung des internationalen Unterrichts-Kongresses auf den Nachmittag verschoben. Unser Vorsitzender, Herr Thaer, sprach im Auftrag des DAMNU über „Entwicklung der Methode im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht an den höheren Schulen“. Wenn er auch hauptsächlich auf die Verhältnisse in Deutschland Bezug nahm, so streifte er doch in seinen sehr wertvollen und klaren Ausführungen überall die Bewegungen in anderen Ländern, die auf Deutschland zurückgewirkt haben.

Am zweiten Tag des Kongresses war der Verein noch durch Herrn Bode (Frankfurt a. M.) vertreten, der bei den Fragen über die Gründung eines internationalen Bureaus für höheres Schulwesen und die Organisation eines internationalen Schüleraustausches mehrfach in die Diskussion eingriff.

Mit größter Befriedigung kann der Verein auf die in jeder Beziehung erfolgreiche und gelungene Tagung in Brüssel zurücksehen.

Anwendung der Regel über die magnetische Ablenkung elektrischer Ströme bei der technischen Gewinnung von Luftsalpeter und zur Erklärung des Zeemanschen Phänomens.

Von C. Steinbrinck (Lippstadt).

Der jetzige Krieg hat uns Allen aufs nachdrücklichste klargemacht, von welch ungeheurer Bedeutung die künstliche Verkettung des Stickstoffs der Luft mit Sauerstoff und Wasserstoff sowohl für die Herstellung der für den Kampf nötigen Sprengstoffe als für das Aufrechterhalten eines erntereichen Landwirtschaftsbetriebes geworden ist. Unsere Schüler nehmen es daher dankbar auf, wenn auch der physikalische Unterricht an der Technik der Luftsalpetergewinnung nicht vorübergeht. Die älteren Herstellungsweisen desselben von Birkeland-Eyde und von Brion-Moscicki benutzen nun beide die magnetische Ablenkung elektrischer Ströme, für die die „Linkehand-Regel“ gilt. Diese lautet wie bekannt: Hält man die linke Hand so, daß die Fingerspitzen die Richtung des Stromes anzeigen und die Kraftlinien des Magneten in die Handfläche eintreten, so gibt der Daumen die Richtung der Ablenkung an.

Sie kann leicht aus den Grundeigenschaften der magnetischen Krafttlinien theoretisch abgeleitet und bequem durch den Versuch nachgewiesen werden, und oftmals bietet der Unterricht Gelegenheit, sie anzuwenden. So kann sie z. B. verwertet werden, um bei sämtlichen Arten von Dynamomotoren, seien sie nun durch Gleichstrom, Wechselstrom oder Phasenstrom betrieben, beim schwimmenden Strom von de la Rive, beim Drehspulgalvanometer, sowie bei den Erscheinungen des Aragoschen Rotationsmagnetismus und endlich bei der magnetischen Ablenkung der Kathodenstrahlen die Notwendigkeit und die Richtung der Bewegung festzustellen. Auf Grund einer so vielfältigen Anwendung der Regel bedarf es nur geringen Zeitaufwandes, um mit ihrer Hilfe auch die genannten technischen Prozesse zu erläutern.

Die Erklärung des einen dieser beiden Prozesse, nämlich desjenigen von Brion-Moscicki leitet aber in ganz ungezwungener Weise hinüber zu einem optischen Problem, nämlich zu einem der Versuche Zeemans, durch die er nachgewiesen hat, daß die Lichtschwingungen einer Flamme elektrischer Natur sind und von den negativen Elektronen herrühren. Diesen Versuchen gewähren unsere Unterrichtsbücher allerdings im allgemeinen bisher keine Besprechung. Offenbar ist daran die Ansicht schuld, daß

diese Untersuchungen für das Verständnis der Schüler zu hoch liegen. Denn es kann schwerlich abgestritten werden, daß es recht wünschenswert wäre, wenn es gelänge, die Entdeckungen Zeemans in die theoretische Behandlung der Lichtschwingungen gewissermaßen als krönenden Schlußstein einzufügen.

Der Schüler erfährt ja schon bisher, daß die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes und der Elektrizität im freien Raum dieselbe ist. Er hört auch, daß dies davon herrühre, daß die Lichtwellen nichts anderes als elektrische Wellen seien. Es wird ihm ferner die ganze Stufenleiter der elektrischen Wellen, von den längsten bekannten ausgehend, durch die dunklen Wärmewellen hindurch bis zu den sichtbaren, den ultravioletten und den Röntgenstrahlen im Bilde vorgeführt. Warum sollte man nun den Nachweis hierfür unterlassen, wenn er für die Lichtwellen wirklich ohne Schwierigkeit zu führen ist?

Allerdings reichen die Mittel unserer Anstalten meist nicht aus, um die Versuche Zeemans selbst vorzuführen. Aber es ist uns ja auch versagt, an den Raumgittern von Kristallen die Versuche Laues zu wiederholen, mittels deren er die Wellennatur der Röntgenstrahlen klargestellt hat. Und dennoch kann man bei den Schülern ein lebhaftes Gefühl der Befriedigung und Bewunderung für das tiefgründige Eindringen menschlicher Forschung feststellen, wenn man sie Verständnis für Laues Ergebnisse auch nur aus seinen Abbildungen gewinnen läßt.

Seit 1911 habe ich alljährlich den Versuch gemacht, meinen Primanern die beiden Hauptergebnisse Zeemans, nämlich die Verdoppelung und die Verdreifachung der Spektrallinien mit ihren eigenartigen Polarisationsverhältnissen und ihren Schlußfolgerungen klar zu machen, und kann versichern, daß die Schüler den Auseinandersetzungen hierüber jedesmal mit lebhaftem Interesse gefolgt sind und daß selbst die Schwächsten erklärt haben, sie hätten diese Gedankenentwicklung, die sie großenteils selbst aufsuchen mußten, durchaus begriffen und fänden sie gar nicht schwierig.

Für den Erfolg dieser Besprechungen ist allerdings, wenn man die überzeugende Kraft der Zeemanschen Versuche nun einmal entbehren muß, eine ausgedehnte und allseitig gesicherte experimentelle Grundlage in allen sonstigen vorkommenden Fragen eine unerläßliche Vorbedingung. So muß vorausgegangen sein: 1. auf optischem Gebiete: a) die Feststellung der Wellennatur des Lichtes durch die Interferenzversuche aller Art, b) die Wellenmessung für verschiedene Farben nach mehreren Methoden,[1] c) der Nachweis mittels Turmalins, Nikols und Nörrembergs Spiegels und Plattensatzes, daß die Lichtschwingungen transversaler Art sind, d) unter Verwendung von Fessels Wellenapparat die Zusammensetzung zweier rechtwinklig gekreuzter Schwingungskomponenten zu geradlinig-, kreisförmig- und elliptisch-polarisierter Bewegung; 2. auf elektrischem Gebiete: der Beweis der nahen Verwandtschaft von elektrischen und Lichtwellen durch Vorführung der Reflexion, Polarisation und Interferenz sowie durch die Wellenmessung elektrischer Schwingungen.[2]

Außerdem aber lasse ich der näheren Besprechung der im Titel unserer Mitteilung genannten beiden Probleme, bei denen die Umwandlung geradliniger Schwingungen in rotierende eine Hauptrolle spielt, nochmals eine Reihe von Versuchen vorangehen, in denen durch die magnetische Ablenkung elektrischer Ströme ebenfalls eine Rotation oder wenigstens eine starke Drehung bewirkt wird. Sie möge nun zunächst folgen.

I.

Vorbereitende Versuche über die magnetische Ablenkung bei Strömen positiver und negativer Elektrizität.

1. Umlauf positiver Ströme um einen Magnetpol.

Hierher gehören zwei altbekannte Versuche. Bei dem ersten rotiert ein von einem galvanischen Strom durchflossener Kupferbügel (s. z. B.

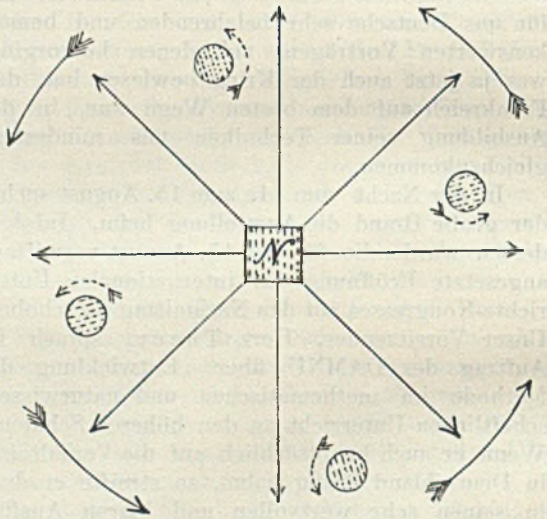

Fig. 1.

[1] Ich möchte hierzu das photographische Gitter von Liesegang-Düsseldorf (Katalog J. 1096) empfehlen, das auf 1 mm 572 Linien und daher die Gitterkonstante 1,7 m hat. Das erste Beugungsspektrum desselben ist bei etwa 4 m Abstand des Schirms nahezu 1 m lang und gestattet daher für die verschiedenen Farbenbezirke sehr genaue Messungen.

[2] Hierzu benutze ich neuerdings den von den Phys. Werkst. z. Erforschg. d. Erdinnern in Göttingen gebauten Wellensender mit Löschfunkenstrecke und verbessertem Detektor in Verbindung mit einem Spiegelgalvanometer (vgl. Poskes Zeitschr. 1914, Maiheft 3, und 1915, Novemberheft 6).

Leybolds Katalog Nr. 8196), bei dem zweiten unterliegt der Rotation nach de la Rive der Entladungsstrom eines Induktors in verdünnter Luft (vgl. Leybolds Katalog Nr. L 8657 und Katalog v. E. Gundelach-Gehlberg Nr. 3346). Auf diese beiden Apparate bezieht sich unsere schematische Fig. 1, die einen Horizontalschnitt durch den oberen Teil eines solchen Apparates mit einigen seiner magnetischen Kraftlinien verdeutlichen soll. Die langen vom Nordpole *N* ausstrahlenden Pfeile bezeichnen Kraftlinien dieses Pols; die gestrichelten Pfeile, die bogig um den kreisförmig gezeichneten Querschnitt des Stromes (in vier verschiedenen Stellungen) verlaufen, gehören diesen Strömen an, welche man sich (ungefähr senkrecht zur Papierebene) auf den Beschauer hin gerichtet zu denken hat. Von den Kraftlinien der Ströme sind übrigens hier, wie in allen folgenden Figuren, nur solche gezeichnet, die mit den Kraftlinien des Magneten annähernd gleichlaufen. Denn die entgegengesetzt verlaufenden auf der anderen Seite jedes Stromes werden ja durch die Kraftlinien des Magneten aufgehoben. Da sich nun gleichgerichtete Kraftlinien gegenseitig abstoßen, so erfährt der Strom an jeder Stelle, wohin er auch gelangt, einen Druck in der Richtung der großen gefiederten Pfeile, der ihn, wie es auch die „Linkehandregel“ verlangt, linksläufig umtreibt.

2. Magnetische Ablenkung negativ geladener Teilchen in den Kathodenstrahlen.

a. Ablenkung der Kathodenstrahlen durch einen Hufeisenmagneten.

Die ausführliche Erläuterung der beiden vorigen Versuche mittels der Fig. 1 könnte, als genügend bekannt, für diese Mitteilung sehr überflüssig erscheinen. Ich habe sie trotzdem aufgenommen, weil ich ihre genaue Durchnahme für den Schüler für unentbehrlich halte, damit er aus der entgegengesetzten magnetischen Ablenkung der Kathodenstrahlen die sichere Ueberzeugung von ihrer negativen Ladung gewinnt. Für diesen letzteren Versuch selbst rate ich, wenn noch kein passen des Vakuumrohr vorhanden sein sollte, das mit zwei Kathoden und zwei Schirmspalten versehene Rohr Nr. 3383 des Gundelachschen Katalogs zu beschaffen (vgl. Leybolds Katalog Nr. 8701), weil dieses nicht allein (bei Benutzung einer Kathode) die magnetische Ablenkung, sondern auch (bei gleichzeitiger Benutzung beider Kathoden ohne Magneten) die elektrostatische Abstoßung paralleler Kathodenstrahlen zu zeigen gestattet. Im übrigen brauche ich wohl auf die Erläuterung des Versuchsergebnisses nach der ausführlichen Erörterung des vorigen nicht einzugehen.

b. Drillung der Kathodenstrahlen durch einen Röhrenmagneten.

Der Versuch kann mit der Braunschen Röhre angestellt werden. Ein viel augenfälligeres und überzeugenderes Bild liefert aber das Schattenkreuzrohr 3370 des Gundelachschen Katalogs mit dem Röhrenmagneten 3371 (s. Leybolds Katalog Nr. 8690); denn die starke Drehung des dunklen Kreuzschattens auf dem grünfluoreszierenden Glase läßt die mächtige Torsion des ganzen Strahlenbündels besser hervortreten, als die Ablenkung des kleinen Lichtflecks im Braunschen Rohre es vermag. Zur Veranschaulichung der Versuchsbedingungen diene Fig. 2.

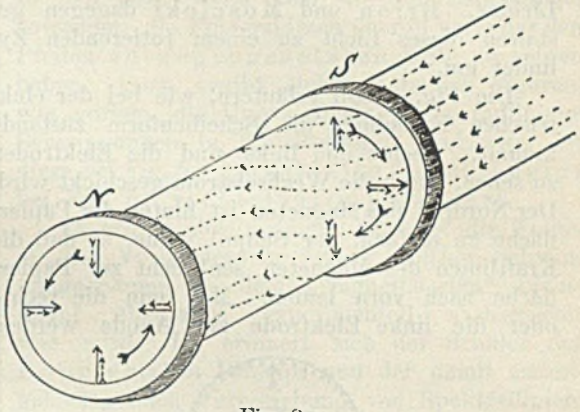

Fig. 2.

In ihr kommen die Kathodenstrahlen als gestrichelte Linien von rechts her und treten in parallelem Verlauf an den Südpol *S* des umgebenden Röhrenmagneten heran. Dieser ist in der Figur durchsichtig gedacht, als ob man den Weg der Kathodenstrahlen durch ihn verfolgen könnte. Seine Einwirkung auf die Strahlen kann man sich leicht klar machen, wenn man sich die zylindrische Eisenröhre aus einer Anzahl paralleler Streifen von der Dicke der Röhrenwand aufgebaut, d. h. den Zylinder als Prisma vorstellt. Dann ist jeder solche Streifen ein Magnet für sich, der seinen Nordpol in der Figur vorne, den Südpol hinten liegen hat. Von den Nordenden dieser Streifen gehen mithin die magnetischen Kraftlinien, die auf die Kathodenstrahlen wirken, zentripetal auf die Röhrenachse zu, durchziehen das Innere des Rohres und treten an seinem Südpol zentrifugal in den Eisenmantel zurück. In unserer Figur sind nur die in der Nähe der Pole auftretenden Kraftlinien und zwar durch die ausgezogenen ungefiederten Pfeile angedeutet. Neben ihnen sind als gestrichelte Pfeile wiederum die gleichgerichteten Kraftlinien der benachbarten Kathodenstrahlen eingetragen. Aus ihrer Lage geht, im Einklang mit der Ablenkungsregel, hervor, daß die Kathodenstrahlen beim Eintritt in das Südende des Magneten eine Drehung nach rechts, am Nordende desselben dagegen eine Drehung nach links (jedesmal in der Richtung der ausgezogenen gefiederten Pfeile) erleiden. Man kann sich diesen

Vorgang leicht veranschaulichen, wenn man ein Bündel kurzer paralleler Gummischläuche in beide Hände nimmt und, wie beim Auswringen von Wäsche, das eine Ende mit der rechten Hand nach vorn, das andre mit der linken Hand nach hinten dreht.

II.

Zur Herstellung von Luftsalpeter (vgl. u. a. Poskes Zeitschr. 1911, Heft 5, S. 308—313).

Zur Gewinnung von Stickoxyden aus der Luft benutzt das Verfahren von Birkeland-Eyde eine ausgedehnte flache Scheibe elektrischen Lichtes. Brion und Moscicki dagegen gestalten dieses Licht zu einem rotierenden Zylinder um.

Die Fig. 3 soll erläutern, wie bei der elektrischen Entladung die Scheibenform zustande kommt. Rechts und links sind die Elektroden zu sehen, durch die Wechselstrom geschickt wird. Der Nordpol des Magneten ist hinter der Papierfläche zu denken, der Südpol vorne, so daß die Kraftlinien des Magneten senkrecht zur Papierfläche nach vorn laufen. Mag nun die rechte oder die linke Elektrode zur Anode werden,

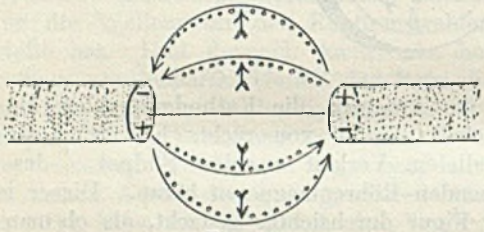

Fig. 3.

immer liegen die den erwähnten Kraftlinien gleichgerichteten der Ströme (durch die kleinen Kreise bezeichnet) auf der linken Seite dieser Ströme.

Die von rechts kommenden Ströme werden somit nach oben, die von links kommenden nach unten abgelenkt, und zwar werden sie soweit nach außen getrieben, bis der Lichtbogen abreißt. Die so entstehenden und in raschem Wechsel aufeinander folgenden, annähernd halbkreisförmigen Lichtflächen vereinigen sich für das Auge zu einer einzigen runden Scheibe. Sie wird erzeugt in einer engen Kammer, so daß die an ihr vorbeigetriebene Luft mit den elektrischen Entladungen in innige Berührung kommt, denselben aber, weil die Zersetzungstemperatur des Stickoxyds sehr nahe bei seiner Bildungstemperatur liegt, anderseits auch sehr rasch wieder entzogen wird.

Bei Brion-Moscicki kommt Gleichstrom zur Anwendung und zwar bildet die eine Elektrode den Mantel eines Zylinders, die andere nimmt seine Achse ein, wie es Fig. 4 andeutet. Auch hierin sind die Kraftlinien des Magneten nach vorn gerichtet zu denken. Die elektrischen Ströme durchsetzen den Hohlraum des Zylinders wie die ungefiederten Pfeile anzeigen, zentrifugal. Daher liegen diejenigen ihrer Kraftlinien, die mit den Kraftlinien des Magneten gleichlaufen, wieder überall auf der linken Stromseite. Infolgedessen wird ihre radiale Bewegung

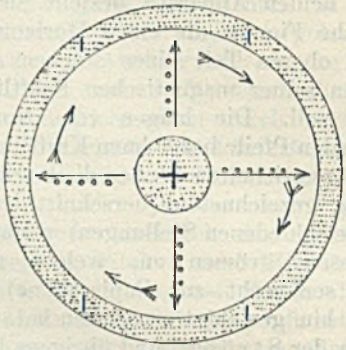

Fig. 4.

in eine rechtsläufige Bewegung im Kreise verwandelt. Durch diesen rasch rotierenden Lichtzylinder eilt nun die unter starkem Drucke eintretende Luft gleichfalls wirbelnd hindurch.

III.

Zu Zeemans Versuchen.

Erster Versuch: der Lichtstrahl läuft parallel den Kraftlinien des Magneten.

Wir lassen das Ergebnis dieses Versuches vom Schüler an der Hand der Figuren 5abcd selbst entwickeln, nachdem wir ihm folgenden Aufschluß über die Versuchsanordnung gegeben haben. Eine monochromatische (etwa eine Natrium-) Flamme brennt zwischen zwei starken Magnetpolen. Wiederum ist der Nordpol hinter, der Südpol vor der Papierfläche zu denken; die das Papier durchsetzenden Kraftlinien laufen also nach vorn. Der Südpol ist durchbohrt, so daß von der Flamme, aus dem Mittelpunkt der Kreise heraus, ein feiner Lichtstrahl nach vorn austreten kann. An diese Beschreibung wird ferner die Bemerkung geknüpft, daß nach Zeeman die schwingenden Teilchen der Flamme, die das Licht aussenden, elektrisch geladen sein sollen; es sei nun zu untersuchen, welche Wirkung der Magnet auf die Schwingungen ausübe, je nachdem sie von positiven oder negativen Teilchen herrühren.

Zunächst wird nun klargestellt, daß sich sämtliche Schwingungen der fraglichen Teilchen, wie sie auch gerichtet sein mögen, in zwei Komponenten zerlegen lassen, von denen die eine den erwähnten Kraftlinien und dem Lichtstrahl parallel ist, die andere in einer hierzu senkrechten Ebene liegt. Nur die letztere Komponente kommt aber für unsere Ueberlegung in Betracht, da ja nach unseren Erfahrungen an Nörrembergs Apparat, an Turmalinen und Nikols nur transversale Schwingungen auf unser Auge Lichtwirkung ausüben. Somit dürfen wir

unsere Erörterung auf die Schwingungen innerhalb unserer Figuren-Ebene beschränken und, bei dem bekannten, überaus schnellen und regellosen Wechsel in den Schwingungsrichtungen des gewöhnlichen Lichtes, außerdem annehmen, daß innerhalb eines äußerst kurzen Zeitteilchens die Hälfte aller Schwingungen zentrifugal, die andere zentripetal erfolge.

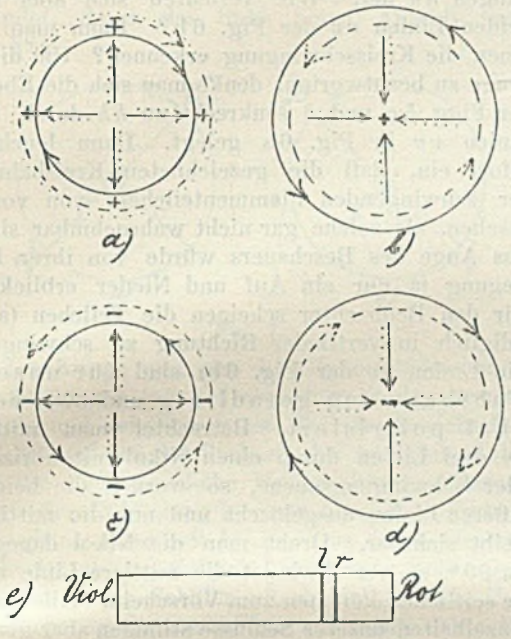

Fig. 5 a—e.

In Figg. 5a und 5b ist zunächst der Fall vorausgesetzt, daß die schwingenden Teilchen positiv geladen seien, und zwar bezieht sich 5a auf Momente zentrifugaler, Fig. 5b auf solche zentripetaler Bewegung. Es fällt sofort auf, daß die Verhältnisse der Fig. 5a denen der vorigen Fig. 4 sehr nahe entsprechen. Die geradlinigen Lichtschwingungen dieser Art werden also ebenfalls in eine rechtsläufige Kreisbewegung verwandelt, deren Bahn der gestrichelte Kreis darstellen möge. Mit dieser Bewegungsänderung ist aber die magnetische Einwirkung noch nicht abgeschlossen. Führt man nämlich gemäß der Ablenkungsregel die linke Hand an der gestrichelten Kreisbahn entlang, so zeigt der Daumen an jeder Stelle derselben nach innen. Der gegenseitige Einfluß der Kraftlinien[3] muß sich somit zweitens noch dadurch geltend machen, daß die anfängliche (gestrichelte) Kreisbahn (etwa auf die ausgezogene kleinere Kreislinie der Fig. 5a) eingeengt wird. Die Schwingungszeit des Lichtteilchens ist also gegenüber der ursprünglichen, als der Magnet noch nicht einwirkte, verkürzt.

[3] In Fig. 5a sind die nach vorn gerichteten magnetischen Kraftlinien der gestrichelten Kreisbahn noch durch Pünktchen angedeutet. Bei den übrigen Figuren ist dies aber unterblieben, um sie nicht zu überladen.

Fig. 5b wird nunmehr ohne längere Erklärung verständlich sein. Nach ihrer Darstellung erfahren positive Teilchen bei der Einwärtsbewegung eine Umlenkung in eine linksläufige Kreisbahn von vergrößertem Halbmesser, ihre Schwingungszeit wird also verlängert, ihre Schwingungszahl pro Sekunde vermindert.

In den Figg. 5c und 5d ist der Fall veranschaulicht, daß die schwingenden Teilchen negativ geladen sind. Es ist zu beachten, daß die Pfeile dieser Figuren stets die Bewegungsrichtung der negativen Teilchen angeben, so daß also, wenn man die Linkehand-Regel anwendet, die Fingerspitzen überall nach der den Pfeilen entgegengesetzten Seite zu zeigen haben. Dann ergibt sich aus beiden Figuren, wie vorher, die Umwandlung der geradlinigen Schwingungen in kreisförmige. Und zwar ist diese bei Fig. 5c linksläufig beschleunigt bei Fig. 5d rechtsläufig verzögert.

Es erhebt sich nunmehr zunächst die Frage, ob das Vorhandensein zweier solcher Schwingungssysteme an dem „magnetisierten" Lichtstrahl überhaupt experimentell nachweisbar sein wird. Da erinnert sich der Schüler des Dopplerschen Prinzips und der damit zusammenhängenden Verschiebung von Spektrallinien. Er hat gelernt, daß eine bestimmte Spektrallinie nach dem violetten Ende des Spektrums rückt, wenn ihre Schwingungszahl vermehrt ist, nach dem roten, wenn die Schwingungszahl abnimmt. Er sieht also leicht ein, daß man von dem magnetisierten Lichtstrahl bloß ein genügend ausgedehntes Spektrum zu entwerfen braucht, um, wie in Fig. 5e angedeutet, statt der einfachen Flammenlinie zwei zu erhalten.

Aus den Figg. 5a—d hat er ferner gelernt, daß jede dieser Linien durch kreisförmig polarisiertes Licht ausgezeichnet ist, und, was von hervorragender Wichtigkeit ist, daß die Feststellung der Umlaufsrichtung dieses Lichtes die Entscheidung darüber bringen muß, ob die lichtaussendenden Flammenteilchen positiv oder negativ geladen sind. Im Falle ihrer positiven Ladung müßte nämlich gemäß der Figg. 5a und 5b die nach Rot verschobene Linie linksläufiges, die nach Violett verschobene rechtsläufiges Licht aufweisen. Im Falle negativer Ladung muß dagegen nach den Figg. 5c und 5d das Umgekehrte eintreten.

Das Ergebnis von Zeemans Untersuchung ist aber gewesen, daß die Schwingungsrichtungen der beiden verschobenen Spektrallinien mit den Figg. 5c und 5d übereinstimmen, daß also in Fig. 5e die linke Linie *l* linksläufiges, die rechte Linie *r* rechtsläufiges Licht aufweist (vgl. z. B. Riecke, Lehrb. d. Phys., 1912, Bd. II, S. 529 u. 534).

Somit ist der klare Beweis geliefert, daß das von der Flamme ausgesandte Licht von elektrischen Schwingungen negativ

geladener Teilchen (der sog. Elektronen, die auch in den Kathodenstrahlen auftreten) herrührt.

Zweiter Versuch: Der Lichtstrahl läuft senkrecht zu den Kraftlinien des Magneten.

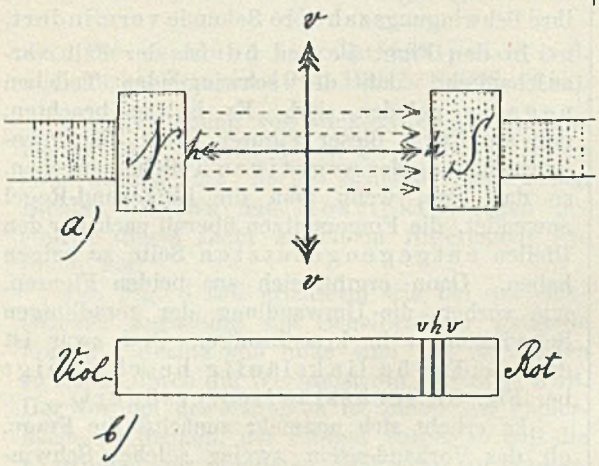

Fig. 6.

Zeemans zweiter Hauptversuch läßt sich im Anschluß an Fig. 6a nun rasch erledigen. Die Kraftlinien des Magneten streichen diesmal von links nach rechts, während der Lichtstrahl der Flamme vom Kreuzungspunkt der Linien *vv* und *hh* aus nach vorn geht. Wiederum können wir sämtliche Schwingungen der Flammenteilchen in zwei Komponenten zerlegen, von denen die eine in die Richtung *hh*, die andere in die dazu senkrechte durch *vv* gelegte Ebene fällt. Alle Komponenten der ersteren Richtung erzeugen, weil transversal zum Strahl verlaufend, sichtbares Licht, jedoch solches, auf das der Magnet durchaus keinen Einfluß hat. Denn gemäß der Ablenkungsregel erfahren Ströme durch parallel zu ihnen laufende Kraftlinien überhaupt keine Störung. Daraus folgt aber, daß die Lichtschwingungen *hh* der Flamme in deren Spektrum die normale Linie (*h* der Fig. 6b) liefern.

Anders steht es mit der Ablenkungsfähigkeit der Schwingungskomponenten, die in die obenerwähnte Ebene *vv* fallen. Sie unterliegen vielmehr, da sie die Kraftlinien des Magneten, wie beim ersten Hauptversuche Zeemans, rechtwinklig schneiden, denselben Veränderungen, die in Anlehnung an die Figg. 5a—e dargelegt sind, d. h. einer Umwandlung in zwei kreisförmige Schwingungssysteme, von denen eins beschleunigt, das andere verzögert ist. Somit erzeugen sie im Spektrum wiederum zwei getrennte Linien (*vv* in Fig. 6b); die eine ist nach Rot, die andere nach Violett verschoben.[4]

So ist also der Linien-Drilling Zeemans mit Leichtigkeit erklärt. Ebenso ungezwungen lassen sich aber aus unserer Betrachtung auch die eigenartigen Polarisationsverhältnisse dieser drei Linien ableiten. Zunächst ist es auf den ersten Blick klar, daß die normale mittlere Linie geradlinig und zwar horizontal-polarisiertes Licht aufweist, denn sie rührt ja nur von den Schwingungen *hh* her. Wie verhalten sich aber die beiden Linien *vv* der Fig. 6b? Kann man an ihnen die Kreisschwingung erkennen? Um diese Frage zu beantworten, denke man sich die Ebene der Figg. 5c und d senkrecht zu *hh* durch die Linien *vv* in Fig. 6a gelegt. Dann leuchtet sofort ein, daß die gezeichneten Kreisbahnen der schwingenden Flammenteilchen, von vorne gesehen, als solche gar nicht wahrnehmbar sind. Das Auge des Beschauers würde von ihrer Bewegung ja nur ein Auf und Nieder erblicken. Für den Beobachter scheinen die Teilchen (also lediglich in vertikaler Richtung zu schwingen: Die Linien *vv* der Fig. 6b) sind für unsere Wahrnehmung geradlinig und zwar vertikal polarisiert. Betrachtet man mithin die drei Linien durch einen Nikol mit horizontaler Schwingungsebene, so werden die beiden äußeren Linien ausgelöscht und nur die mittlere bleibt sichtbar. Dreht man die Nikol dagegen um 90°, so verschwindet die mittlere Linie und die seitlichen kommen zum Vorschein. Alle diese Einzelheiten unserer Schlüsse stimmen aber genau mit dem tatsächlichen Befunde Zeemans überein (vgl. Riecke a. a. O., S. 529).

Schlußbemerkung 1. Gegen die gelegentliche Verwertung des Vorstehenden im Unterricht könnte eingewandt werden, daß die experimentelle Prüfung der Polarisationsverhältnisse der einzelnen Spektrallinien zwar bei dem zweiten Versuche Zeemans, aber nicht bei dem ersten dem Verständnis des Schülers zugänglich sei. Denn dieser wisse zwar geradlinig- und kreisförmig-polarisiertes Licht zu unterscheiden, sei aber nicht imstande, die Schwingungsrichtung des letzteren zu beurteilen. Darum möchte ich hier noch mitteilen, wie ich ihn anleite, wenigstens für einen bestimmten Fall zu erkennen, ob das kreisförmig-polarisierte Licht, das er wahrnimmt, links- oder rechtsläufig ist.

Hierzu benutze ich zwei Viertelwellen-Glimmerplättchen, auf deren Fassung die Schwingungsrichtung markiert ist, die der andern um $\frac{\lambda}{4}$ vorauseilt. Ist diese „bevorzugte“ Kompo-

[4] Es verdient besondere Beachtung, daß für diese zwei Linien nicht bloß die Schwingungen in Betracht kommen, die in die Linie *vv* fallen, sondern alle Komponenten, die der Ebene *vv* angehören. Sonst würden nämlich die seitlichen Linien der Fig. 6b zu lichtschwach sein. Wir treffen hier also auf einen Fall, wo die Schwingungen, die senkrecht zum Lichtstrahl stattfinden, nicht allein an der Lichtwirkung beteiligt sind. Die Ursache hiervon wird aus dem nachfolgenden Text ersichtlich werden.

nente wie in Fig. 7a die linke l, so ist die Kreisbewegung linksläufig, ist es wie in Fig. 7b die rechte r, so geschieht der Umlauf nach rechts. Denn im ersteren Falle erhält das Teilchen, während es sich unter dem Einfluß des linken Antriebs bei C befindet, durch den rechten einen Anstoß nach links; im zweiten Falle dagegen, wenn es sich unter dem Einfluß des vorausgeeilten rechten Schwingungssystems in B befindet, durch das linke einen Anstoß nach rechts.

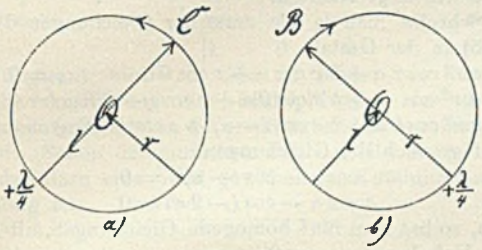

Fig. 7.

Ich bringe nun eins der Glimmerblättchen in der Stellung a (oder b) zwischen zwei gekreuzte Nikols und zeige zunächst, daß das Gesichtsfeld hell ist und bei der Drehung des Analysators (bis auf die unvermeidliche Helligkeitsverminderung durch den Uebergang in einen bläulichen Farbenton) gleichmäßig hell bleibt. Das durchgelassene Licht ist also tatsächlich kreisförmig polarisiert. Damit nun die Schüler entscheiden, welche Umlaufsrichtung diesem Lichte zukommt, lasse ich sie das zweite Glimmerblättchen so vor das erste bringen, daß das Gesichtsfeld wieder ganz dunkel wird, und dann feststellen, in welche Stellung sie zu diesem Behufe das zweite Glimmerblättchen bringen mußten. Hatte dieses die Stellung 7a, so war das zu untersuchende Licht rechtsläufig; mußte ihm dagegen die Stellung 7b gegeben werden, um das Gesichtsfeld zu verdunkeln, so war das zu prüfende Licht linksläufig. Denn durch das zweite Glimmerblättchen mußte, um die Verdunklung herbeizuführen, der Vorsprung der „bevorzugten" Komponente im ersten Blättchen wieder aufgehoben werden. Mußte dem zweiten Blättchen also die Lage 7b gegeben werden, so hatte das erste die Lage 7a und umgekehrt.

Schlußbemerkung 2. Wenn man die „Zirkularpolarisation" im Bergkristall, in Zuckerlösung u. dgl. durchgenommen und das Auftreten derselben nach Fresnel auf das Vorhandensein zweier kreisläufiger Schwingungssysteme mit entgegengesetzter Richtung und ungleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit zurückgeführt hat, so liegt es nahe, auch die von Faraday entdeckte magnetische Drehung der Polarisationsebene mit den an unsere Figg. 5a—d geknüpften Erörterungen in Zusammenhang zu bringen. Denn wir haben ja auch dort als Wirkung des Magneten die Entstehung zweier entgegengesetzter Kreisumläufe von ungleicher Geschwindigkeit kennen gelernt. Es leuchtet also dem Schüler sofort ein, daß der Magnet bei Faradays Versuch eine Drehung der Polarisationsebene hervorrufen kann. Ich bin im Unterricht auf diese Frage aber noch nicht eingegangen.

Determinantensätze, abgeleitet unter Verwendung einer komplexen Grösse.

Von Geh. Schulrat Münch (Darmstadt).

Setzt man in die quadratische Gleichung

$$a z^2 + b z + c = 0 \qquad 1)$$

$$z = r(\cos\alpha + i \sin\alpha), \qquad 2)$$

so ergeben sich die beiden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} a r^2 \cos 2\alpha + b r \cos\alpha + c &= 0 \\ a r^2 \sin 2\alpha + b r \sin\alpha \quad &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad 3)$$

Addiert man sie, nachdem die erste mit $\cos\alpha$, die zweite mit $\sin\alpha$, bezw. die erste mit $-\sin\alpha$, die zweite mit $\cos\alpha$ mulipliziert worden ist, so erhält man das neue Gleichungspaar:

$$\left.\begin{aligned} a r^2 \cos\alpha + b r + c \cos\alpha &= 0 \\ a r^2 \sin\alpha \quad - c \sin\alpha &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad 4)$$

Durch Wiederholung des gleichen Verfahrens ergeben sich dann weiter die Gleichungspaare:

$$\left.\begin{aligned} a r^2 + b r \cos\alpha + c \cos 2\alpha &= 0 \\ - b r \sin\alpha - c \sin 2\alpha &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad 5)$$

$$\left.\begin{aligned} a r^2 \cos\alpha + b r \cos 2\alpha + c \cos 3\alpha &= 0 \\ - a r^2 \sin\alpha - b r \sin 2\alpha - c \sin 3\alpha &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad 6)$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

usw. So erhält man eine Reihenfolge von Gleichungspaaren, die nicht nur nach abwärts, sondern auch nach aufwärts sich fortsetzen läßt. Denn multipliziert man die Gleichungen des Paares 3) mit $\cos\alpha$ und $\sin\alpha$ bezw. $-\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ und addiert, so folgt:

$$\left.\begin{aligned} a r^2 \cos 3\alpha + b r \cos 2\alpha + c \cos\alpha &= 0 \\ a r^2 \sin 3\alpha + b r \sin 2\alpha + c \sin\alpha &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad 7)$$

usw. Alle diese Gleichungen enthalten die drei homogen vorkommenden Unbekannten $a r^2$, $b r$ und c. Ihre Matrix muß daher verschwinden. Es ist also allgemein:

$$\left\| \begin{matrix} \cos n\alpha & \cos(n-1)\alpha & \cos(n-2)\alpha \\ \sin n\alpha & \sin(n-1)\alpha & \sin(n-2)\alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(n-2)\alpha & \cos(n-1)\alpha & \cos n\alpha \\ -\sin(n-2)\alpha & -\sin(n-1)\alpha & \sin n\alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix} \right\| = 0 \qquad 8)$$

und je drei beliebig gewählte Zeilen bilden eine Determinante, die verschwinden muß. So ist z. B.:

$$\begin{vmatrix} \cos 2\alpha & \cos\alpha & 1 \\ \cos\alpha & 1 & \cos\alpha \\ 1 & \cos\alpha & \cos 2\alpha \end{vmatrix} = 0$$

und ebenso $\begin{vmatrix} \sin 2\alpha & \sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & -\sin 2\alpha \end{vmatrix} = 0,$

ferner $\begin{vmatrix} \cos 2\alpha & \cos\alpha & 1 \\ \sin 3\alpha & \sin 2\alpha & \sin\alpha \\ \cos\alpha & \cos 2\alpha & \cos 3\alpha \end{vmatrix} = 0$

und $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \sin 2\alpha & \sin 3\alpha \\ \cos\alpha & 1 & \cos\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \sin 2\alpha \end{vmatrix} = 0.$

Man sieht, es ist leicht, eine Fülle von verschwindenden Determinanten sofort anzuschreiben.

Wären wir von der trinomischen Gleichung

$$a z^{\lambda} + b z^{\mu} + c z^{\nu} = 0$$

ausgegangen, so wären wir auf die Matrix

$$\left\| \begin{matrix} \cos\lambda\alpha & \cos\mu\alpha & \cos\nu\alpha \\ \sin\lambda\alpha & \sin\mu\alpha & \sin\nu\alpha \\ \cos(\lambda-1)\alpha & \cos(\mu-1)\alpha & \cos(\nu-1)\alpha \\ \sin(\lambda-1)\alpha & \sin(\mu-1)\alpha & \sin(\nu-1)\alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix} \right\| = 0 \quad 9)$$

gekommen, von der die Matrix 8) ein Sonderfall ist.

Aus ihr sind

$$\begin{vmatrix} \cos 5\alpha & \cos 2\alpha & \cos\alpha \\ \cos 2\alpha & \cos\alpha & \cos 2\alpha \\ \cos\alpha & \cos 4\alpha & \cos 5\alpha \end{vmatrix} = 0$$

und

$$\begin{vmatrix} \cos 3\alpha & \cos 2\alpha & \cos 3\alpha \\ \sin\alpha & 0 & -\sin 5\alpha \\ \sin 2\alpha & \sin\alpha & -\sin 4\alpha \end{vmatrix} = 0$$

entnommen. —

In der Matrix 9) ist in den sämtlichen Elementen einer Zeile die gleiche Funktion, entweder cos oder sin enthalten. Läßt man in der Ausgangsgleichung imaginäre Koeffizienten zu, so kommen auch beide Funktionen in derselben Zeile vor. Aus

$$a z^2 + b i z + c = 0$$

folgt die nach oben und unten weiter zu ergänzende Matrix:

$$\left\| \begin{matrix} \cos 4\alpha & -\sin 3\alpha & \cos 2\alpha \\ \sin 4\alpha & \cos 3\alpha & \sin 2\alpha \\ \cos 3\alpha & -\sin 2\alpha & \cos\alpha \\ \sin 3\alpha & \cos 2\alpha & \sin\alpha \\ \cos 2\alpha & -\sin\alpha & 1 \\ \sin 2\alpha & \cos\alpha & 0 \\ \cos\alpha & 0 & \cos\alpha \\ \sin\alpha & 1 & -\sin\alpha \\ 1 & \sin\alpha & \cos 2\alpha \\ 0 & \cos\alpha & -\sin 2\alpha \end{matrix} \right\| = 0$$

und auch aus $a y^{\lambda} + b i z^{\mu} + c z^{\nu} = 0$ ergibt sich Entsprechendes wie bei 9).

Nimmt man höhere Gleichungen, die mehr als drei Glieder enthalten, zum Ausgang, so bekommt man Matrizes, deren Zeilen mehr als drei Elemente haben, bei denen aber, nach dem bis jetzt Abgeleiteten, sämtliche in ihnen vorkommenden Teildeterminanten dritten Grades verschwinden.

Man erhält also wohl zusammengesetztere Gebilde, aber im Grunde nichts Neues. Es sind eben nur die trinomischen Gleichungen, die verschwindende Determinanten liefern, deren Unterdeterminanten nicht Null sind.

Als Beispiel sei angeführt die Determinante vierten Grades

$$\begin{vmatrix} \cos 3\alpha & \cos 2\alpha & \cos\alpha & 1 \\ \cos 2\alpha & \cos\alpha & 1 & \cos\alpha \\ \sin\alpha & 0 & -\sin\alpha & -\sin 2\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & -\sin 2\alpha & -\sin 3\alpha \end{vmatrix} = 0,$$

deren sämtliche Unterdeterminanten verschwinden. —

Bisher wurden die Größen $a r^2$, $b r$ und c, die Faktoren der trigonometrischen Funktionen, eliminiert. Zu neuen Ergebnissen gelangt man durch Elimination der trigonometrischen Funktionen selbst. Bevor dies geschieht, müssen erst die Lösungen der Gleichung 1), die sich aus den Gleichungen 3) ergeben, besprochen werden. Sie lauten entweder:

$$\sin\alpha = 0 \qquad \cos\alpha = \pm 1,$$

woraus für r^2 die Bestimmungsgleichung

$$(a r^2 + b r + c)\,(a r^2 - b r + c) = 0 \quad 11)$$

oder

$$a^2 r^4 + (2 a c - b^2) r^2 + c^2 = 0$$

folgt, oder:

$$\cos\alpha = -\frac{b}{2 a r},$$

was die Bestimmungsgleichung

$$a r^2 - c = 0 \quad 12)$$

für r^2 ergibt. Die allgemeinste Bestimmungsgleichung für r^2 ist vom dritten Grade und lautet also

$$[a^2 r^4 + (2 a c - b^2) r^2 + c^2]\,(a r^2 - c) = 0. \quad 13)$$

Diese Gleichung können wir nun auch auf anderem Wege wie folgt erhalten.

Schreibt man je die erste der Gleichungen 3), 4) und 5) in der Gestalt

$$\begin{aligned} a r^2 \cos 2\alpha + b r \cos\alpha + c \cos 0\alpha &= 0 \\ a r^2 \cos\alpha + b r \cos 0\alpha + c \cos(-\alpha) &= 0 \\ a r^2 \cos 0\alpha + b r \cos(-\alpha) + c \cos(-2\alpha) &= 0 \end{aligned}$$

und fügt noch die Gleichungen

$$\begin{aligned} \cos\alpha - \cos(-\alpha) &= 0 \\ \cos 2\alpha - \cos(-2\alpha) &= 0 \end{aligned}$$

hinzu, so hat man fünf homogene Gleichungen mit den fünf Unbekannten $\cos 2\alpha$, $\cos\alpha$, $\cos 0\alpha$, $\cos(-\alpha)$, $\cos(-2\alpha)$, deren Determinante verschwinden muß. Es ist also

$$\begin{vmatrix} a r^2 & b r & c & 0 & 0 \\ 0 & a r^2 & b r & c & 0 \\ 0 & 0 & a r^2 & b r & c \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad 14)$$

oder nach einigen Umformungen

$$\begin{vmatrix} a & b & c & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c & 0 \\ 0 & 0 & a & b & c \\ 0 & 1 & 0 & -r^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -r^4 \end{vmatrix} = 0.$$

Man ersieht, daß es sich um eine Gleichung dritten Grades in r^2 handelt.

Die Gleichung 14) ergibt in einfacher Weise die Bestimmungsgleichung 11), denn die Determinante enthält die Faktoren $(a r^2 + b r + c)$ und $(a r^2 - b r + c)$. Den ersten zeigt die Addition der sämtlichen Säulen zur ersten an; um den zweiten zu erhalten, muß man die sämtlichen Säulen mit abwechselnden Vorzeichen, mit + beginnend, zusammenfügen. Es läßt sich nun nachweisen, daß auch nach der Abscheidung der beiden Faktoren ein Ausdruck bleibt, der in der Gestalt einer Determinante geschrieben werden kann.

Gibt man der zweiten Gleichung von 4) die Gestalt

$$a r^2 \sin\alpha + c \sin(-\alpha) = 0$$

und fügt noch die Gleichung

$$\sin\alpha + \sin(-\alpha) = 0$$

bei, so muß die Gleichung bestehen:

$$\begin{vmatrix} a r^2 & c \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Sie kann geschrieben werden

$$\begin{vmatrix} a r^2 & b r & c \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Da auch die beiden Faktoren $a r^2 \pm b r + c = 0$ in Determinantengestalt geschrieben werden können, so ist die Zerlegung der Determinante in Gleichung 14) gegeben durch

$$\begin{vmatrix} a r^2 & b r & c & 0 & 0 \\ 0 & a r^2 & b r & c & 0 \\ 0 & 0 & a r^2 & b r & c \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a r^2 & b r & c \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a r^2 & b r & c \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a r^2 & b r & c \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad 15)$$

Das Verfahren läßt sich auf Determinanten höheren Grades ausdehnen. So erhält man bei Befolgung der gleichen Entwickelung die Identität

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b & c & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & b & b & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -r^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -r^4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -r^6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -1 & r & 0 & 0 \\ 0 & -1 & r & 0 \\ 0 & 0 & -1 & r \end{vmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ 1 & r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & r & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a & b & c & d & 0 \\ 0 & a & b & c & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & r^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & r^4 \end{vmatrix}^*$$

Interessant würde es sein zu sehen, wie durch wirkliche Ausführung der Multiplikation der drei Determinanten-Faktoren die ursprüngliche Determinante entsteht. Schon der einfachste Fall bei Gleichung 15) zeigt, daß dazu eine nicht gewöhnliche Kombinationsgabe nötig ist.

Kleinere Mitteilungen.

Bemerkungen zu dem Artikel: „Der Pythagoreische Satz über die reziproken Katheten" von Prof. Dr. Richert (Berlin).

Die angegebene Beziehung findet sich schon anderweitig, z. B. in einer Abhandlung des Herrn Rottsieper in Heft 2, Jahrg. XVII der Unt.-Bl. (Seite 24), wo der Verfasser unter dem Text den ersten der beiden Richertschen Beweise angibt. Eine andere Ableitung des Satzes erhält man durch folgende Ueberlegung. Bezeichnet man im rechtwinkligen Dreieck die Projektionen BD und AD durch p und q, so ist

$$a^2 = p \cdot c, \quad b^2 = q \cdot c,$$

also $$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right) = \frac{1}{c} \cdot \frac{p+q}{p \cdot q} = \frac{1}{p \cdot q} = \frac{1}{h^2}.$$

Der Satz kann benutzt werden zur graphischen Lösung der Gleichung $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{x^2}$, indem man a und b zu Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks macht. Die Höhe zur Hypotenuse ist dann die gesuchte Größe x.

Eine allgemeine Lösung der Gleichung

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c^2}$$

in ganzen Zahlen ergibt sich auf folgende Weise.

Dividiert man die Glieder der Gleichung:

$$x_1^2 + x_2^2 = \xi^2 \text{ durch } x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot \xi^2,$$

so erhält man

$$\frac{1}{x_1^2\,\xi^2} + \frac{1}{x_2^2\,\xi^2} = \frac{1}{x_1^2 \cdot x_2^2}.$$

Man setze also:

$$a^2 = x_1^2 \cdot \xi^2 \text{ oder } a = x_1 \cdot \xi;$$
$$b^2 = x_2^2 \cdot \xi^2 \quad \text{„} \quad b = x_2 \cdot \xi;$$
$$c^2 = x_1^2 \cdot x_2^2 \quad \text{„} \quad c = x_1 \cdot x_2,$$

wo x_1, x_2 und ξ pythagoreische Zahlen sind.

Berücksichtigt man daher die bekannten Bedingungen:

$$x_1 = m^2 - n^2, \; x_2 = 2\,m\,n, \; \xi = m^2 + n^2,$$

wo m und n beliebige ganze Zahlen bedeuten, so wird schließlich:

$$a = (m^2 - n^2)(m^2 + n^2);$$
$$b = 2\,m\,n\,(m^2 + n^2);$$
$$c = 2\,m\,n\,(m^2 - n^2).$$

Ist z. B. $m = 2$, $n = 1$, so wird:

$$a = 15, \; b = 20, \; c = 12,$$

also: $$\frac{1}{15^2} + \frac{1}{20^2} = \frac{1}{12^2}.$$

E. Schulte (Bonn).

* * *

Der Richertsche Satz* über die reziproken Katheten ist eine Folgerung aus dem Höhensatze des Dreieckes. In jedem Dreieck ist

$$a : b : c = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c},$$

folglich

$$a^2 : b^2 : c^2 = \frac{1}{h_a^2} : \frac{1}{h_b^2} : \frac{1}{h_c^2},$$

folglich

$$(a^2 \pm b^2) : c^2 = \left(\frac{1}{h_a^2} \pm \frac{1}{h_b^2}\right) : \frac{1}{h_c^2}.$$

Da nun im rechtwinkligen Dreieck

$$a^2 + b^2 = c^2; \; h_a = b; \; h_b = a$$

ist, so ist auch

$$\frac{1}{h_a^2} + \frac{1}{h_b^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{h_c^2} = \frac{1}{h^2}.$$

Jos. Moser.

* * *

Zur Verwertung der Parallelprojektion bei der Kegelschnittslehre.

Von Carl Herbst, Dipl.-Ing., Westfälische Bergschule (Bochum).

In Fig. 1 werden alle Sehnen des Kreises K, die in ihrer Verlängerung durch C bezw. D gehen, durch die Kreise K_1 bezw. K_2 halbiert. Bei beliebiger Parallelprojektion geht Fig. 1 in ein Bild nach Art von Fig. 2 über. Die Achsen I und II, von denen in Fig. 1 die eine jeweilig die Parallelsehnen der anderen halbiert, behalten dabei diese Eigenschaft, erscheinen daher in Fig. 2 als zugeordnete Durchmesser der Ellipse E. Die Kreise K_1 und K_2 werden zu den Ellipsen E_1 und E_2, die mit E in dem Verhältnis der eingetragenen konjugierten Durchmesser übereinstimmen, demnach leicht aus E gewonnen werden können. Hieraus erkennt man mühelos, daß der geometrische Ort für die Mittelpunkte aller Ellipsensehnen, die in ihrer Verlängerung durch denselben Außenpunkt gehen, eine der ge-

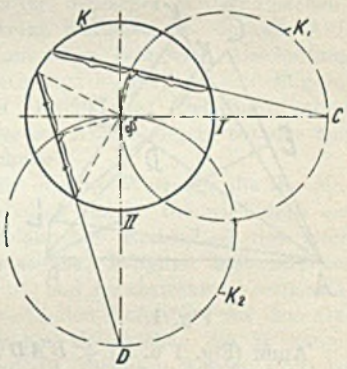

Fig. 1.

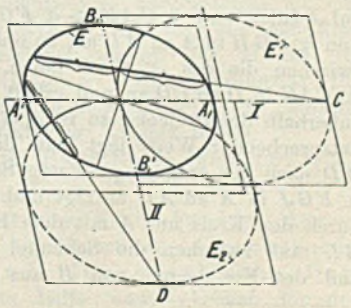

Fig. 2.

* Es braucht wohl nicht besonders betont zu werden, daß die mittlere Zeile und die mittlere Säule dieser Determinante gestrichen werden können, und daß sämtliche Determinanten durch Aggregation ihrer Säulen sich auf solche anderen Grades zurückführen lassen. Die gegebene Schreibweise ist der Uebersichtlichkeit wegen beibehalten worden. Sie gestattet sofort den Schluß von n auf $(n+1)$ auszuführen.

* XXII, S. 54.

gebenen ähnliche Ellipse ist.* Läßt man die Außenpunkte D und C auf II und I ins Unendliche wandern, so erscheinen die Durchmesser $A_1 A'_1$ und $B_1 B'_1$ als Grenzfälle von Ellipsenbogen.

Dreht sich eine Ellipsensehne um einen Innenpunkt, so können entsprechende Verhältnisse* ebenfalls unter Benutzung des Kreises gefolgert werden.

In Fig. 3 ist $OC : OD = EG : ED = \sigma$; der Schnittpunkt P von n_1 und n_2 erweist sich als Punkt des Kreises K, denn man findet $\beta = 90^0$. Bei Parallelprojektion bleiben die Verhältnisse $OC : OD = \sigma$ und

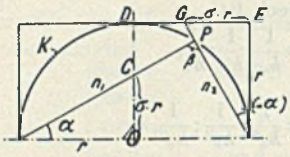

Fig. 3.

Fig. 4.

$GE : ED = \sigma$ für die Ellipse bestehen. So gelangt man zu der in Fig. 4 angedeuteten, im Unterricht noch wenig verbreiteten Ellipsenkonstruktion für zugeordnete Durchmesser, bei der OD und ED in eine gleiche Anzahl gleicher Teile geteilt und dann die entsprechenden Strahlen gezogen werden. (Strahlen eingetragen für $\sigma = \frac{2}{5}$.)

Beweis des Lehmus-Steinerschen Satzes.

Von R. Schiel (Berlin-Wilmersdorf).

Der Lehmus-Steinersche Satz läßt sich mit den elementarsten geometrischen Hilfsmitteln in folgender Weise ableiten:

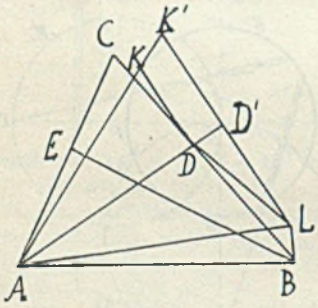

Fig. 1.

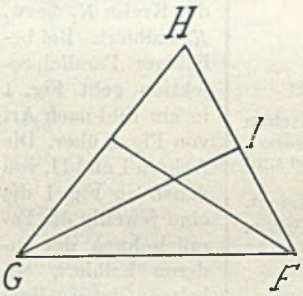

Fig. 2.

Anm. (Fig. 1 u. 2) $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAC$, $\sphericalangle ABE = \sphericalangle EBC$, $AD = BE$.

Beh. $AC = BC$.

Indirekter Beweis: Es sei $\sphericalangle CAB > \sphericalangle ABC$, also $\sphericalangle ABC < 90^0$. Man klappt das Dreieck ABC um, so daß A auf F, B auf G, C auf H fällt, so wird E auf J fallen und $\sphericalangle CAB > \sphericalangle FGH$ sein. Man trägt nun $\sphericalangle JGH$ in A an AD an, so muß der freie Schenkel zwischen die des $\sphericalangle CAD$ fallen. Ferner trägt man $\sphericalangle CAK$ in D an CD an und erhält den Schnittpunkt K außerhalb des Dreiecks, so ist $\triangle GJH \cong \triangle ADK$. In entsprechender Weise legt man das Dreieck GJF an AD nach der entgegengesetzten Seite an, indem man $\sphericalangle FGJ$ in A an AD anträgt und den freien Schenkel durch den Kreis um A mit dem Radius AB begrenzt. AL muß zwischen die Schenkel des Winkels BAD und der Kreisbogen von B aus und damit auch L außerhalb des Dreiecks ABC fallen, weil $\sphericalangle ABC < 90^0$ ist. Nun ist auch $\triangle FGJ \cong \triangle ALD$. Aus beiden Kongruenzen folgt, daß KDL eine Gerade sein muß, was unmöglich ist, so lange $\sphericalangle BAC > \sphericalangle ABC$ ist. Dem Einwande, daß L wie in Fig. 3 innerhalb des Dreiecks liegen könnte, begegnet man mit dem Hinweise, daß dann nach dem Außenwinkelsatze

$$\beta > \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}, \text{ also } \frac{\beta}{2} > \frac{\alpha}{2}$$

sein müßte, was der Voraussetzung widersprechen würde.

Analog ist die Beweisführung, wenn

$$\measuredangle ABC > \measuredangle BAC$$

angenommen wird. Da beide Ungleichungen zu Widersprüchen führen, muß

$$\sphericalangle BAC = \measuredangle ABC,$$

also $\triangle ABC$ gleichschenklig sein.

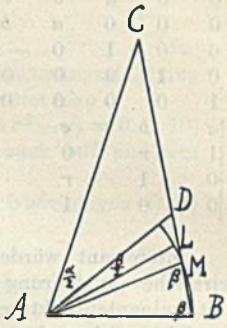

Fig. 3.

Dieser Lehrsatz läßt sich durch eine weitere Betrachtung der Figuren 1 und 2 zu dem folgenden ausgestalten: Die Halbierungslinie eines größeren Dreieckswinkels ist kürzer als die eines kleineren.

Man zieht $LD'K'$ durch $L \parallel DK$, so ist $\triangle ALK' \cong \triangle FGH$, folglich $AD' = GJ = BE$. Da aber $AD' > AD$ ist, muß auch $AD < BE$ sein.

Ein weiterer Beweis für den Lehmus-Steinerschen Satz (s. Unt.-Bl. 1916, S. 17).

Von Dr. Bücking (Metz).

Hilfssatz: Zieht man im $\triangle MPN$ die Transversalen PM' und PN' so, daß sie mit der Winkelhalbierenden des $\sphericalangle P$ gleiche Winkel bilden, so ist $PM + PN > PM' + PN'$.

Beweis: Liegt die Höhe, gefällt von P auf MN, innerhalb der beiden Winkel MPN und $M'PN'$, so ist der Satz evident. Ist dies nicht der Fall, so trage man das kleinere PN auf PM', ebenso PN' auf PM ab und verbinde die Endpunkte Q und R mit N bezw. N'. In den Dreiecken MRN' und $M'QN$ ist $\sphericalangle R = \sphericalangle Q$, $RN' > QN$ und $\sphericalangle N' > \sphericalangle N$. Legt man sie mit den gleichen Winkeln aufeinander, so folgt $MR > M'Q$, also $PM - PN' > PM' - PN$, also $PM + PN > PM' + PN'$.

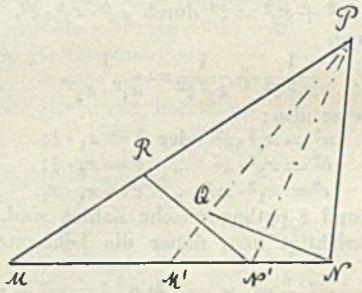

Fig. 1.

Sind nun im $\triangle ABC$, AD und BE die Winkelhalbierende und ist O ihr Schnittpunkt, so halbiert $CO \sphericalangle ACB$, ist also Symmetrieachse desselben. Dann kann man nachweisen, daß AD und BE sich symmetrisch entsprechen müssen, wenn sie gleich sind. Denn angenommen, sie täten es nicht, und die ihnen ent-

* Diese Eigenschaft ist zwar aus der analytischen Geometrie bekannt, doch begegnet ihre Herleitung dort einigen Schwierigkeiten.

sprechenden seien $A'D'$ und $B'E'$, so haben die Winkel AOD' und $B'OE$ dieselbe Winkelhalbierende, nämlich das Lot in O auf CO. Dann müßte nach dem Hilfssatze sein $AO + OD' \gtreqless B'O + OE$. Da aber $OD' = OD$ und $B'O = BO$ als symmetrisch entsprechende Strecken, so müßte sein $AO + OD \gtreqless BO + OE$ oder $AD \gtreqless BE$, was der Voraussetzung widerspricht. Unsere Annahme muß also falsch sein, woraus folgt, daß außer AD und BE keine dritte, ihnen gleiche Strecke zwischen den Schenkeln des ACB durch O gezogen werden kann. AD und BE müssen sich symmetrisch entsprechen, dann ist $\triangle ABC$ gleichschenklig.

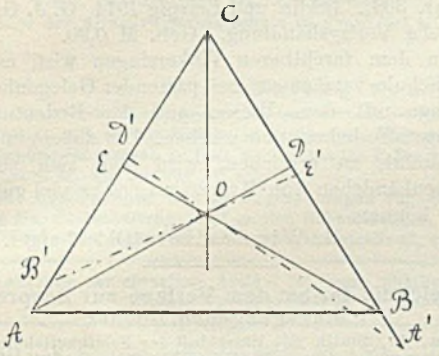

Fig. 2.

Ein zweiter Beweis für den Hilfssatz kann durch Differenzieren geführt werden. Im $\triangle MPN$ sei $PR = w$ die Winkelhalbierende des $\sphericalangle P = 2\varphi$ und $\sphericalangle \omega$ der spitze Winkel PRN. Es ist

$$n = \frac{w \cdot \sin \omega}{\sin(\omega - \varphi)}; \quad m = \frac{w \cdot \sin \omega}{\sin(\omega + \varphi)},$$

$$m + n = s = w \cdot \sin \omega \left[\frac{1}{\sin(\omega - \varphi)} + \frac{1}{\sin(\omega + \varphi)}\right].$$

Also

$$\frac{ds}{d\varphi} = w \cdot \sin \omega \left[\frac{\cos(\omega - \varphi)}{\sin^2(\omega - \varphi)} - \frac{\cos(\omega + \varphi)}{\sin^2(\omega + \varphi)}\right].$$

Die Differenz ist stets positiv. Denn ist $\omega + \varphi$ wie im spitzwinkligen Dreieck $> 90^0$, so ist jedes Glied positiv. Ist aber $\omega + \varphi < 90^0$ ($\triangle MPN$ stumpfwinklig bei N), so ist doch immer der Subtrahend kleiner, wie der Minuend. Nimmt man, wie in unserem Falle des $\triangle M'PN'$, abnehmendes φ, so ist $M'P + N'P < MP + NP$.

Zusatz zu der Mitteilung in Nr. 1 „Rückwärtseinschneiden aus zwei Punkten."

Von Dr. Alois Lanner (Innsbruck).

Bezugnehmend auf die Bemerkung des Herrn Witting in Nr. 3 erlaube ich mir anzuführen, daß ich einen im geometrischen Sinne unendlich fernen Punkt deshalb nicht als dritten gezählt habe, weil nur in meßbaren Entfernungen liegende Orte als „geodätische Punkte" in Betracht kommen. Für die in Rede stehenden Vermessungszwecke hatte ich ferner gerade die Bestimmungen von Ortslagen aus kartographisch bekannten Punkten ins Auge gefaßt und die Existenz von Landkarten schließt ja doch nicht weitere Vermessungen für andere und insbesondere für Unterrichtszwecke aus.

Bücher-Besprechungen.

Die deutsche Schule und die deutsche Zukunft. Beiträge zur Entwicklung des Unterrichtswesens. Gesammelt und herausgegeben von Jakob Wychgram. Leipzig, O. Nemnich.

Wenn wir auf dieses Buch in den Unt.-Bl. hinweisen, obgleich es nicht in direkter Beziehung zum mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht steht, so geschieht es wegen der Bedeutung, die wir dem Werke in der Fülle seiner Anregungen beilegen. Der als Pädagoge und Verwaltungsbeamte wohl bekannte Stadtschulrat von Lübeck hat durch ein trefflich verfaßtes Rundschreiben auf die Punkte aufmerksam gemacht, nach denen sich unsere deutsche Schule in Zukunft wird einstellen müssen. Durch die Vielseitigkeit seiner Mitarbeiter — es sind 83 Männer und Frauen, die sich mit Fragen der Erziehung beschäftigen, jeglichen Standes, Berufes, Konfession, politischer Richtung durch Aufsätze vertreten — hat er einen wertvollen Beitrag für die zukünftige Unterrichtsgestaltung geliefert. Es ist unmöglich, auf die einzelnen Arbeiten einzugehen, hervorheben wollen wir jedoch, daß die Beiträge gekennzeichnet sind durch tiefes Verständnis für die Not der Zeit und durchglüht sind von echter Vaterlandsliebe. Alle Arbeiten sind maßvoll gehalten, wenn auch die Wünsche in bezug auf äußere und innere Gestaltung der Schule und ihrer Lehrpläne weit auseinandergehen. Als äußersten Gegensatz in der Organisation möchte ich die Aufsätze von v. Heydebrand und Vilmar bezeichnen. Gedanken, die sich fast durchweg finden, sind u. a.: Tieferes Verständnis für die deutsche Sprache, deutsche Geschichte, deutsche Kultur, deutsches Wirtschaftsleben; die höhere Schule keine Kastenschule, deshalb Aufstieg der Begabten aus allen Ständen; Abschaffung der Einjährigenberechtigung; körperliche Ertüchtigung der Jugend beiderlei Geschlechts; Schaffung eines weiblichen Dienstjahres zur Ausbildung in sozialer und wirtschaftlicher Beziehung.

Interessant ist für uns die Wertung, die die Mathematik in vielen Arbeiten findet. Sie wird noch angesehen als ein unerläßlicher Bestandteil des alten humanistischen Gymnasiums, lediglich bestimmt zur formalen Geistesschulung und zur abstrakten Verstandesbildung. Von den wertvollen Reformen auf dem Gebiete des mathematischen Unterrichts, die ja hauptsächlich durch die Unt.-Bl. vertreten worden sind, ist noch recht wenig in die Kreise der Nichtfachmänner gedrungen. Es ist dies für uns eine ernste Mahnung, auf dem mit so erfreulichem Erfolge betretenen Wege allseitig weiterzuschreiten, damit wir nicht bei der Neugestaltung des Schulwesens zurückstehen müssen. Das Buch muß jeder Erzieher, der über die zukünftige Gestaltung des Unterrichts urteilen will, ebenso wie das von Herrn Geheimen Oberregierungsrat Dr. Norrenberg herausgegebene Werk: „Die deutsche Schule nach dem Weltkrieg" gelesen haben.

Dr. Paul Bode (Frankfurt a. M.)

* * *

Müller, O., Direktor der König Friedrich August-Gewerbeschule zu Glauchau, Graphisches Rechnen und die graphische Darstellung. Ein Hilfs- und Lehrbuch für den Unterricht an höheren Schulen und gewerblichen Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht. Ausgabe B. Glauchau i. S. 1913, Otto Streit. M 2,—.

Für höhere Schulen ist das Büchlein ungeeignet. Das, was hierfür in Betracht kommt, findet sich in den neueren Mathematikbüchern in ausreichendem Maße; für weitergehende Ansprüche bieten Lesser's Graphische Darstellungen (Leipzig, Freytag) Stoff genug. Schon eher scheint mir die Schrift für niedere Gewerbeschulen nützlich zu sein, deren Bedürfnisse ich aus eigner Erfahrung kenne; empfehlenswert aber ist sie gewiß für Anfänger und zum Selbstunterricht, da sie in behaglicher Breite abgefaßt ist. In der üblichen Weise wird die Abbildung von Funktionen gelehrt und daran die graphische Darstellung der vier algebraischen Grundrechnungsarten geknüpft. Der Ausdruck „Vektorgröße" für $(+a)$ und $(-a)$ ist hier durchaus nicht angebracht, um so weniger als der Vektorbegriff bei der Multiplikation und Division nicht benutzt wird, vielmehr stellt Verfasser das Produkt als Fläche und den Quotient als trigonometrischen Tangens dar. Den Tangens definiert er als gegenüberliegende Kathede: anliegende Kathede (S. 18)! Bei der graphischen Darstellung der Quadrat- und Kubikwurzel würde sich empfehlen, die entsprechenden Potenzkurven vorausgehen zu lassen. Die graphische Lösung der linearen und quadratischen Gleichungen mit einer und mehr Unbekannten wird in der gebräuchlichen Weise gegeben, indem die Bestimmungsgleichungen als Funktionsgleichungen aufgefaßt werden. Der Verfasser erklärt S. 33 die graphische Darstellung von Gleichungen mit 3 Unbekannten innerhalb des Koordinatensystemes für unmöglich; ein Hinweis auf räumliche Koordinaten, der gerade für Gewerbeschüler so nahe liegt, würde ihn auf die Unrichtigkeit jener Behauptung aufmerksam gemacht haben. Zum Schlusse finden wir noch eine Zusammenstellung der gebräuchlichsten Kartogramme und Diagramme für statistische Zwecke.

Dr. C. H. Müller (Frankfurt a. M.).

* * *

Donle, Dr. W., Lehrbuch der Experimentalphysik für höhere Lehranstalten. 7. u. 8. Aufl. Mit 430 Abbild. im Text, einer Spektraltafel, 620 Aufgaben und zahlreichen Uebungen für das Schülerpraktikum. 394 S. Stuttgart 1915, Fr. Grub. geb. M 3,60.

In verhältnismäßig kurzer Zeit erscheint von dem offenbar gut eingebürgerten Lehrbuch eine neue Doppelauflage. Das Buch zeichnet sich durch einen guten, übersichtlichen Druck, reiche Ausstattung mit Figuren, durch Hervorhebung der wichtigsten Gesetze und Erfahrungstatsachen durch Fettdruck, wichtiger Definitionen durch Anführungszeichen und durch scharfe und knappe Darstellung aus. Sehr dankenswert sind die den einzelnen Abschnitten beigegebenen zahlreichen, gut ausgewählten physikalischen Aufgaben. Der vorliegenden Neuauflage sind den Anforderungen der neuen bayrischen Lehrpläne, die auf beiden Stufen des physikalischen Unterrichts die praktischen Schülerübungen vorschreiben, entsprechend eine gute Auswahl von Aufgaben für solche Uebungen hinzugefügt worden. Eine nicht berechtigte Eigentümlichkeit der früheren Auflagen, die Zweiteilung der Mechanik, ist diesmal geschwunden; die in einem Nachtrage zur Mechanik gegebene Bewegungslehre ist jetzt im Anschlusse an die Statik fester Körper gebracht worden. Vielleicht entschließt sich der Verfasser in der nächsten Auflage seines recht brauchbaren Buches zu einer Umgestaltung der sehr umfangreichen Einleitung. Noch immer werden hier die allgemeinen Eigenschaften der Körper in großer Ausführlichkeit behandelt, die Atom- und Molekulartheorie, die Lichtätherhypothese und andere hypothetische Dinge erörtert. Grimsehl bezeichnet in seiner Bearbeitung der Didaktik und Methodik der Physik in dem Baumeisterschen Handbuch ein solches Vorgehen als „Unfug".

K. Schwab (Frankfurt a. M.).

* * *

Brunswig, Dr. H., Die Explosivstoffe. Einführung in die Chemie der explosiven Vorgänge. Zweite, verbesserte und vermehrte Aufl. 158 S. mit 9 Abb. und 12 Tab. (Sammlung Göschen Nr. 333). Berlin und Leipzig 1914, G. J. Göschensche Verlagshandlung. Geb. M 0,90.

In dem furchtbaren Völkerringen wird es kaum eine Schule versäumen, bei passender Gelegenheit ihre Zöglinge mit dem Wesen und der Bedeutung der Sprengstoffe bekannt zu machen. Um dabei ein tieferes Verständnis zu erreichen, wird man sich aus dem Göschenbändchen von Brunswig sehr viel guten Rat holen können.

R. Winderlich (Oldenburg i. Gr.).

Verzeichnis der bei dem Verlage zur Besprechung eingegangenen Bücher.

Schau, A., Statik mit Einschluß der Festigkeitslehre. (Aus Natur und Geisteswelt, Bd. 497.) Leipzig 1915, Teubner. geb. M 1.25.

Schwab, K. u. Lesser, O., Mathematisches Unterrichtswerk zum Gebrauch an Lehrer- und Lehrerinnenbildungsanstalten. II. Bd.: Geometrie bearb. von A. Schneider. Leipzig 1915, Freytag. geb. M 3.40.

Schwering, K., Arithmetik und Algebra für höhere Lehranstalten. 4. Aufl. Freiburg, Herder. geb. M 1.60.

Schwering, K., Trigonometrie für höhere Lehranstalten. 5. Aufl. Freiburg 1915, Herder. geb. M 1.30.

Schulz, P., Das Rechnen mit Darstellungsziffern als Abschluß der geschichtlichen Entwickelung der Rechenkunst. Als Manuskript gedruckt.

S. J., Drei Gleichungen als Grundlage für einen Beweis des sogenannten großen Satzes von Fermat. (Wolfskehlsche Preisaufgabe). II. Teil: Erläuterungen und Zusätze. Darmstadt 1915, Köhler. M 0.80.

Smalian, K., Grundzüge der Pflanzenkunde für höhere Lehranstalten. Ausgabe A.: Für Realanstalten. 4. Aufl. Leipzig 1915, Freytag. geb. M 4.50.

Suppantschitsch-Boerner, Geometrie für Mädchenlyzeen. V. Teil: Stereometrie. Wien 1915, Tempsky. geb. M 1.20.

Thurn, H., Die Funkentelegraphie. 3. Aufl. (Aus Natur und Geisteswelt, Bd. 167.) Leipzig 1915, Teubner. geb. M 1.25.

Timerding, H. E., Die Analyse des Zufalls. (Die Wissenschaft, Bd. 56.) Braunschweig 1915, Friedr. Vieweg & Sohn. geb. M 5.—.

Wallentin, J. G., Praktische Methodik des physikalischen Unterrichts. Wien 1914, Pichler.

Walther, J., Der geologische Unterricht als Grundlage und Abschluß des erd- und naturkundl. Unterrichts. (Sammlung naturw.-pädagog. Abhandlungen, Bd. III, Heft 5.) Leipzig 1915, Teubner. M 1.40.

Weber, H. und Wellstein, J., Enzyklopädie der Elementarmathematik. In drei Bänden. 2. Bd.: Elemente der Geometrie. 3. Aufl. Leipzig 1915, Teubner. geb. M 12.—.

Weinschenk, E., Die gesteinsbildenden Mineralien. 3. Aufl. Freiburg 1915, Herder. geb. M 10.80.

Wien, W., Die neuere Entwickelung unserer Universitäten und ihre Stellung im Deutschen Geistesleben. Festrede. Leipzig 1915, Barth. M 1.—.

Wildbrett, A., Darstellende Geometrie. I. Teil: Schiefe Parallelprojektion und Orthogonalprojektion. II. Teil: Kegel, Zylinder und Kugel. Nürnberg 1915, Korn. I. geb. M 3.20. II. geb. M. 2.—.

— — Analytische Geometrie und Elemente der Differentialrechnung. Ebenda. geb. M 2.—.

— — Analytische und projektive Geometrie. I. Teil: Analytische Geometrie der Geraden und des Kreises, Elemente der projektiven Geometrie: II. Teil: Analytische und projektive Geometrie der Kegelschnitte. Ebenda. geb. je M 2.90.

— — Algebraische Analysis, Algebra und Infinitesimalrechnung. I. Teil: Algebraische Analysis und Algebra. II. Teil: Infinitesimalrechnung. Ebenda. geb. je M 3.80.

Wolff, G., Der mathematische Unterricht der höheren Knabenschulen Englands. (3. Beiheft zur Zeitschrift für math. und naturw. Unterricht). Leipzig 1915, Teubner. M 5.—.

Abschluß dieser Nummer am 4. Oktober 1916.