

Unterrichtsblätter

für

Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwabe** und **Friedrich Pietzker**,

von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von

Geh. Studienrat **Dr. P. Bode**,

und

Professor **K. Schwab**,

Direktor der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M.

Oberlehrer a. d. Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M.

Verlag von **Otto Salle** in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden an Geh. Studienrat Dr. P. Bode, Frankfurt a. M., Hermesweg 34, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen. Anzeigen kosten 25 Pf. für die 8-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

Inhalt: Vereins-Angelegenheiten (S. 121). — Der Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts in den ersten fünf und zwanzig Jahren seines Bestehens (Schluß) (S. 124). — Differentialquotient und Differentiale. Von A. Schülke in Tilsit (S. 125). — Eine Eigenschaft der gleichseitigen Hyperbel. Von E. Magin in Hamburg (S. 128). — Entfernungsmessung mit einfachen Mitteln. Von Prof. Dr. A. Wendler (S. 128). — Die theoretische Behandlung der Wechselströme im Unterricht. Von Franz Hochheim in Weissenfels a. S. (S. 130). — Deutscher Ausschuß für Erziehung und Unterricht. Der Aufstieg der Begabten. Von Dr. P. Bode in Frankfurt a. M. (S. 135). — Veranstaltungen der Königlichen Zentralstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht (S. 136). — Bücher-Besprechungen (S. 137). — Verzeichnis der bei dem Verlage zur Besprechung eingegangenen Bücher (S. 140). — Anzeigen.

Vereins-Angelegenheiten.

Die in der letzten Nummer angekündigte Vorstandssitzung hat am 7. Oktober in Frankfurt a. M. in der Klinger-Oberrealschule stattgefunden. Es waren zugegen vom Vorstand: Professor Dr. Poske (Berlin), als Vorsitzender, Geh. Studienrat Dr. Bode (Frankfurt a. M.), Professor v. Hanstein (Berlin), Studienrat Professor Heß (Nürnberg), Professor B. Schmid (München); vom Ausschuß: Oberrealschuldirektor Dr. Levin (Braunschweig) und Oberrealschuldirektor Dr. Lietzmann (Jena); als Mitglied des Preisgerichts: Professor Dr. Timerding, Rektor der technischen Hochschule in Braunschweig; als Mitredakteur der „Unterrichts-Blätter“ Professor Schwab (Frankfurt a. M.). Entschuldigt fehlte vom Vorstand unser verdienter, langjähriger Kassenführer Prof. Presler (Hannover), der als Hauptmann d. L. dienstlich am Erscheinen verhindert war. Die noch eingeladenen Herren Direktor Dr. Thaer und Studienrat Professor Dr. Witting waren ebenfalls durch ihre Pflichten im Heeresdienst abgehalten, an der Sitzung teilzunehmen.

Nachdem der Vorsitzende der Verstorbenen, vor allem der beiden früheren Vorsitzenden Direktor Grimsehl und Professor Pietzker in ehrenden Worten gedacht hat, teilt er mit, daß der preußische Herr Unterrichtsminister dem Verein sowie seinem Mitbegründer und langjährigen Vorsitzenden, Professor Pietzker, anläßlich des fünf und zwanzigjährigen Bestehens des Vereins seine Anerkennung und seine Glückwünsche hat aussprechen lassen. Das Bild von Prof. Pietzker soll der in den Unterrichtsblättern veröffentlichten Vereinsgeschichte beigegeben werden. Diese Vereinsgeschichte soll noch in 500 Sonderexemplaren gedruckt werden, um an Behörden usw. versandt zu werden. Der Antrag des Vorsitzenden, den früheren Vorsitzenden Herrn Direktor Professor Dr. Thaer (Hamburg), zum Ehrenmitglied zu ernennen, wurde einstimmig angenommen. Auch der vorher befragte Vereinsausschuß ist diesem Beschlusse einmütig beigetreten.

Das aus den Herren von Hanstein, Lietzmann, Poske, Schmid, Timerding gebildete Preisgericht hatte von den 16 für den Wettbewerb eingegangenen Arbeiten nur zwei

in Betracht ziehen können. Nach ausführlicher Begründung seitens der Preisrichter wurde einstimmig beschlossen, den ausgesetzten Preis zu teilen und einen ersten Preis im Betrage von 300 M der Arbeit mit dem Kennwort: „Non scholae sed vitae discimus“, einen zweiten Preis im Betrage von 200 M der Arbeit mit dem Kennwort: „Deutschlands Jugend — Deutschlands Zukunft“ zuzuerkennen. Die Eröffnung der Umschläge ergab als Verfasser der ersten Arbeit: Herrn Oberlehrer Dr. Walter Schmiedeberg von der Oberrealschule in Bielefeld, als Verfasser der zweiten Arbeit: Herrn Oberlehrer Dr. Georg Klatt von der Oberrealschule in Görlitz. Die erste Schrift behandelt die Preisfrage vom mathematischen Standpunkt, die zweite vom biologischen und chemischen. Beide Arbeiten werden im Verlag von Otto Salle in Berlin als Vereinskchrift mit einigen vom Preisgericht gewünschten Aenderungen herausgegeben. Es soll versucht werden, als Ergänzung noch eine die Physik behandelnde Arbeit zu gewinnen. Den Vereinsmitgliedern wird die Schrift, die einen wertvollen Beitrag zu den jetzt schwebenden Erziehungs- und Unterrichtsfragen bildet, kostenlos zugestellt werden.

Die Erörterung über das Verhältnis der Landesverbände und Ortsgruppen zu dem Hauptverein wurde wegen Abwesenheit des Kassenswarts zurückgestellt und soll erst nach dem Kriege stattfinden. Eine energische Werbetätigkeit für den Verein wird allen Mitgliedern dringend empfohlen.

Der Vorsitzende berichtete über den deutschen Ausschuß für Erziehung und Unterricht und teilte mit, daß der Verein dem Ausschuß beigetreten ist und durch den Vorsitzenden vertreten sein wird.

In einer Erörterung über die Ausgestaltung der Unterrichtsblätter wurde der Wunsch geäußert, daß die Zeitschrift noch mehr als bisher die Interessenvertretung für die mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer übernehmen möge. Als besonders wertvoll wurde eine ständige Berichterstattung über neue durch den Krieg hervorgerufene Unterrichtsliteratur angesehen, vor allem soweit sie die Schulreformbewegung betrifft, um sofort gegen Angriffe auf unsere Fächer wirksam Stellung nehmen zu können. Die Herausgeber erbitten dafür die Unterstützung aller Mitglieder. Vom nächsten Jahrgang an sollen auch regelmäßige Mitteilungen über Personalien von Fachgenossen gegeben werden.

Die nächste Hauptversammlung soll erst nach Friedensschluß stattfinden. In erster Linie ist Düsseldorf, das schon für das Jahr 1915 dazu bestimmt war, in Aussicht genommen.

Herr Lietzmann berichtete noch über die internationale mathematische Unterrichtskommission (IMUK), die kurz vor dem Abschluß ihrer Tätigkeit steht. Er legte das erste Exemplar der soeben erschienenen Schrift von Lorey über das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten seit Anfang des 19. Jahrhunderts vor. Binnen kurzem wird noch das letzte Heft von M. Girndt über die deutschen bautechnischen Fachschulen nebst einem Bericht von Professor Gutzmer über die Arbeiten der deutschen Unterrichtskommission erscheinen.

An diese Sitzung des Vorstandes schloß sich am Nachmittag eine erweiterte Sitzung unter dem Vorsitz von Professor Poske an, zu der außer den obengenannten Herren noch erschienen waren: Von der Königlichen Universität in Frankfurt a. M. die Herren Stadtrat Dr. J. Ziehen, Professor der Pädagogik, Professor Dr. Freund, Direktor des chemischen Instituts, Professor Dr. Déguisne, Direktor des Instituts für angewandte Physik, Professor Dr. Bieberbach, Professor der Mathematik; ferner Herr Professor Dr. Döhlemann, Professor an der technischen Hochschule in München als Vertreter des Bayerischen Landesvereins, Herr Realgymnasialdirektor Dr. Maurer, Wiesbaden, Herr Oberrealschuldirektor Zint, Frankfurt a. M., Herr Professor Dr. H. C. Müller, Frankfurt a. M.

Der Versammlung lag eine Reihe von Leitsätzen vor, die der Vorsitzende eingehend begründete. Nach einer sehr lebhaften Besprechung wurden die Leitsätze in der weiter unten mitgeteilten Form angenommen. Der Vorsitzende wies in seinem Schlußwort darauf hin, daß durch diese bedeutsamen Leitsätze sowie durch das Ergebnis des Preisbewerbs eine würdige Feier des fünfundzwanzigjährigen Bestehens des Vereins zustande gebracht sei.

An die Tagung schloß sich am Abend eine gesellige Zusammenkunft der Teilnehmer an. Am darauffolgenden Sonntag fand ein gemeinsames Mittagessen im Palmengarten statt, auf dem ebenfalls des 25 jährigen Bestehens des Vereins gebührend gedacht wurde. Eine sachkundige Führung durch die Gewächshäuser beschloß die Versammlung, die bei allen Teilnehmern das Bewußtsein hinterließ, daß in dieser ernsten Zeit eine nicht unwichtige positive Arbeit geleistet worden ist. B.

Leitsätze

über Stellung und Aufgaben des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts, aufgestellt von dem erweiterten Vorstande des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

A. Zur Schulorganisation im allgemeinen.

1. Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht ist vor allen anderen Fächern geeignet, die Fähigkeit anschaulichen, auf Tatsachen beruhenden Denkens zu pflegen und die Schüler schon von der untersten Stufe an in steigendem Maße zur Selbsttätigkeit anzuleiten. Daher dürfen Mathematik und Naturwissenschaften, im Hinblick auf die künftige Wohlfahrt unseres Volkes, auf keinen Fall eine Verminderung der ihnen zugemessenen Stundenzahl erleiden. Vielmehr ist, soweit die im folgenden aufgestellten Forderungen nicht ohne Stundenvermehrung durchzuführen sind, eine solche anzustreben.
2. Mit Rücksicht auf die Schüler, die von der Mittelstufe abgehen, um in das praktische Leben einzutreten oder auf Fachschulen ihre weitere Ausbildung zu suchen, ist zu fördern, daß die Mittelstufe der höheren Lehranstalten von dem Uebermaß des fremdsprachlichen Unterrichts entlastet wird. Auf dieser Stufe sind vielmehr neben Deutsch, Geschichte und Erdkunde die Mathematik und die Naturwissenschaften besonders nachdrücklich zu betreiben, da für die Ausbildung des Wirklichkeitssinnes vornehmlich hier die Grundlage gelegt werden muß.
3. An den humanistischen Gymnasien bedarf der mathematische Unterricht auf der Mittelstufe, der naturwissenschaftliche auf der Oberstufe namentlich in Chemie und Biologie der Verstärkung.
4. An den realistischen Lehranstalten muß die Biologie bis in die obersten Klassen durchgeführt werden.
5. Für die in mathematisch-naturwissenschaftlicher Richtung einseitig begabten Schüler müssen in bezug auf das Aufrücken bis zur Erschließung des Hochschulstudiums dieselben Aufstiegsmöglichkeiten gesichert werden, wie für die nach anderen Richtungen einseitig begabten Schüler.

B. Zur Unterrichtsgestaltung im besonderen.

6. Auf allen Stufen des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts ist die Erziehung zur Selbsttätigkeit in noch stärkerem Maße als bisher zu pflegen und in Verbindung damit den Schülern Gelegenheit zur praktischen Betätigung, namentlich durch Schülerübungen, zu geben.
7. In der Mathematik ist auf allen Stufen neben der logischen Schulung, unter Zurückdrängung der formalen Uebungen, auf die Beziehungen zwischen der theoretischen und der praktischen Seite noch mehr als bisher Gewicht zu legen, da gerade hierdurch Gelegenheit gegeben wird, zu selbständigem Denken in unmittelbarem Anschlusse an die Tatsachen anzuleiten.
8. In der Biologie soll unter Zurückdrängung der Systematik auch auf hygienische und volkswirtschaftliche Gesichtspunkte Rücksicht genommen und damit zugleich der staatsbürgerlichen Erziehung gedient werden.
9. Auf wissenschaftliche Gründlichkeit ist in allen mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächern streng zu halten. Daher ist weise Sichtung des Lehrstoffes unbedingt erforderlich.
10. In allen Zweigen des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts ist auch der Anteil, der diesen Gebieten an der Behandlung der großen Welt- und Lebensprobleme zukommt, zum Verständnis zu bringen und dadurch eine philosophische Vertiefung des Unterrichts in der Richtung auf eine idealistische Weltauffassung herbeizuführen.

Der Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts in den ersten fünfundzwanzig Jahren seines Bestehens.

(Schluß).

F. Beschlüsse des Vereins und Kundgebungen nach aussen.

Auf der vorbereitenden Versammlung in Jena 1890.

Die auf dieser Versammlung gefaßten Beschlüsse hatten nur den Zweck, dem dort gewählten Ausschuß für die Begründung des Vereins Anhaltspunkte für seine Tätigkeit zu geben.

Auf der begründenden Versammlung in Braunschweig 1891.

„Die Schüler höherer Lehranstalten sind im allgemeinen noch zu wenig instande, das Mathematische in den sich ihnen im Leben darbietenden Erscheinungen zu erkennen und zwar ist die Ursache davon vorzugsweise in dem Umstande zu suchen, daß die Anwendungen der mathematischen Theorie vielfach in künstlich gemachten Beispielen bestehen, anstatt sich auf Verhältnisse zu beziehen, welche sich in Wirklichkeit darbieten. — Daher muß das System der Schulmathematik von vornherein, unbeschadet seiner vollen Selbständigkeit als Unterrichtsgegenstand, im einzelnen mit Rücksicht auf die sich naturgemäß darbietende Verwendung (Physik, Chemie, Astronomie usw. und kaufmännisches Rechnen) aufgebaut werden. Die demgemäß heranzuziehenden Beispiele sollen die Schüler in solchem Grade daran gewöhnen, in dem sinnlich Wahrnehmbaren nicht nur Qualitatives, sondern auch Quantitatives zu beobachten, daß ihnen eine solche Beobachtungsweise dauernd zum unwillkürlichen Bedürfnis wird.“

(Braunschweiger Beschluß. Urheber: Prof. A. Richter (Wandsbek)).

Auf der Versammlung zu Wiesbaden 1894.

„Es ist dringend zu wünschen, daß in dem zur Einübung und Befestigung des mathematischen Systems bestimmten Aufgabensammlungen die Anwendungen auf die Verhältnisse des wirklichen Lebens und der tatsächlichen Naturvorgänge eine weit größere Berücksichtigung finden, als dies zur Zeit fast überall der Fall ist.“ (Antragsteller: Pietzker).

„Der in Braunschweig gefaßte Beschluß hat nicht den Sinn, daß der Unterricht in der Mathematik sich auf die Darbietung der im Leben und in der Naturwissenschaft ganz unmittelbar verwandten Kenntnisse beschränken solle.“

(Beschluß zur Beseitigung von Mißverständnissen über den „Braunschweiger Beschluß“, veranlaßt durch Richter (Wandsbek)).

„Zur Aufstellung von Normalverzeichnissen für die Einrichtung der physikalischen Sammlungen an den verschiedenen Orten der höheren Schulen ist eine Kommission von 5 Mitgliedern zu berufen, die der nächsten Versammlung entsprechende Vorschläge zu machen hat.“

Auf der I. Göttinger Versammlung 1895.

Bestellung von Referenten (Schwalbe, Holzmüller) für die Fragen des Unterrichts an den Technischen Hochschulen in seinem Verhältnis zu dem exaktwissenschaftlichen Unterricht auf den höheren Schulen.

Im Verlaufe des Jahres 1895.

Erklärung des Vereinsvorstandes gegen die abfällige Beurteilung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Lehrfächer durch den Provinzial-Schulrat Dr. Kammer in Schleswig.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. I, S. 51).

Auf der Elberfelder Versammlung 1896.

Normalverzeichnis für die physikalischen Sammlungen der höheren Lehranstalten.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. II, S. 25 bis 27, S. 59).

Ueber die Wirkung dieser Beschlüsse s. Unt.-Bl., Jahrg. II, S. 59/60. Erlasse des Preussischen Kultusministers vom Mai 1896 und Juli 1897. Versammlungsbeschlüsse über die Beziehungen des mathematischen Unterrichts zur Ingenieur-Vorbildung.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. II, S. 73).

Auf der Leipziger Versammlung 1898.

Thesen über die Handhabung der Schulhygiene (von Schwalbe vorgeschlagen, von der Versammlung stillschweigend gebilligt).

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. IV, S. 71).

Auf der Versammlung zu Hannover 1899.

Versammlungsbeschlüsse betreffend das Studium der Lehramtskandidaten an Technischen Hochschulen.

(Vergl. Unt.-Bl., Jahrg. V, S. 37 u. 61, Sp. 1).

Versammlungsbeschlüsse betreffend den Unterricht in der darstellenden Geometrie und die Zusammenstellung von Modellen und Instrumenten für den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. V, S. 61, Sp. 2).

Auf der Versammlung zu Gießen 1901.

Versammlungsbeschlüsse über den Unterricht in der darstellenden Geometrie.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. VII, S. 75/76).

Auf der Versammlung zu Düsseldorf 1902.

Versammlungsbeschluß betreffend die Einführung des biologischen Unterrichts in die oberen Klassen der höheren Lehranstalten.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. VIII, S. 133, Sp. 1).

Auf der II. Versammlung zu Halle 1904.

Versammlungsbeschlüsse betreffend den Betrieb der Physik als Naturwissenschaft.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. X, S. 83).

Versammlungsbeschlüsse betreffend die Bildungsaufgabe der Mathematik.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. X, S. 129 bis 133).

Auf der II. Versammlung in Jena 1905.

Versammlungsbeschluß betreffend die Ein-

fügung der Geologie in den Lehrstoff der höheren Schulen.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. XI, S. 127, Sp. 1).

Auf der Versammlung zu Erlangen 1906.

Versammlungsbeschluß betreffend die Tätigkeit der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte für die Hebung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. XII, S. 86).

Auf der Versammlung zu Dresden 1907.

Versammlungsbeschlüsse betreffend die grundlegenden Gesichtspunkte für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht an den höheren Schulen.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. XIII, S. 91/92).

Auf der II. Göttinger Versammlung 1908.

Versammlungsbeschlüsse betreffend die Abgrenzung des in physikalischen Unterricht der höheren Schulen zu behandelnden Lehrstoffs.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. XIV, S. 127).

Auf der Versammlung in Münster i. W. 1911.

Zustimmung der Versammlung zu den Ausführungen des Prof. Felix Klein über aktuelle Probleme der Lehrerbildung.

(Text s. Unt.-Bl., Jahrg. XIII, S. 90, Sp. 1).

Schlusswort.

Wir haben im Geiste, in vielleicht für manchen trockener Aufzählung, vorüberziehen lassen, was der Verein in den 25 Jahren seines Bestehens erstrebt und erreicht hat. Es gibt keine für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in Betracht kommende Frage, die nicht besprochen und kritisch behandelt worden ist. Eine Fülle von Anregungen ist ausgegangen von den Männern, die uns durch Vorträge erfreut und belehrt, die durch glänzende Versuche uns neue Wege gewiesen, die sich an den fruchtbringenden Diskussionen beteiligt, die durch Veranstaltung von Ausflügen unseren Erfahrungskreis erweitert haben. Nicht nur der, der einmal vorübergehend die Versammlungen besuchte, hat an der eigenen Person erfahren, welchen Vorteil er aus den Verhandlungen für seinen Unterricht gezogen hat, sondern vor allem diejenigen, bei denen die Pfingsttage ein für allemal dem Besuch der Hauptversammlungen gewidmet waren, haben den Segen gespürt, der ihnen aus dem persönlichen Verkehr mit gleichgesinnten Fachgenossen für ihre eigene Unterrichtstätigkeit, für die Klärung vieler sie bewegender Fragen und für die Erfassung neuer Probleme erwachsen ist. Nicht weltumstürzende Pläne wurden aufgestellt; ruhig und besonnen wurden Forderungen erhoben und Vorschläge entwickelt, die die mathematisch-naturwissenschaftliche Bildung der Jugend erweitern und vertiefen sollten und deren Durchführung auch ohne grundlegende

Veränderungen möglich war. Wir finden unter den Mitarbeitern und Freunden aus Universitäts- und Schulkreisen die Namen von Männern besten Klanges. Ihnen allen sei gedankt für das, was sie dem Verein, den von ihnen vertretenen Ideen und damit der Jugend unseres Vaterlandes geleistet haben. Es erübrigt sich für den Kundigen, einzelne Namen hervorzuheben; nur des einzigen Mannes müssen wir noch besonders gedenken, der lange Jahre den Verein in mustergültiger Weise geleitet hat und der den Ehrentag seines 25jährigen Bestehens nicht mehr erleben sollte: Friedrich Pietzkers. Das Lebensbild des treuen Führers und Hüters haben wir an anderer Stelle gegeben (Unt.-Bl. 1916, Nr. 5). Möchten sich alle Mitglieder zu dem Gelöbnis vereinigen, in seinem Sinne weiter zu arbeiten, in treuem Anschluß an den Verein, dem bei der Neuregelung des Unterrichtswesens nach dem Kriege große Aufgaben zufallen werden.

P. Bode.

Differentialquotient und Differentiale.

Von A. Schülke (Tilsit).

Obwohl die Mathematik hauptsächlich wegen der streng logischen Entwicklung und Behandlung der Sätze und Beweise geschätzt wird, so gibt es doch zwei wichtige Stellen, in denen beim Unterricht eine strenge, wissenschaftlichen Anforderungen genügende Behandlung ganz ausgeschlossen ist, nämlich das Parallelenaxiom und die Grundlagen der Infinitesimalrechnung.

Die Parallelentheorie kann erst gewürdigt werden nach Kenntnis der Nichteuklidischen Geometrie, und zum vollen Verständnis der Differentialrechnung gehört der allgemeinste Funktionsbegriff. Während aber in der Parallelentheorie vollständige Uebereinstimmung darin herrscht, daß auf der Schule nur eine anschauliche Besprechung möglich ist, und daß darauf eine strenge und gründliche Behandlung der Elementar-Geometrie folgen kann, so gehen bei der Infinitesimalrechnung die Anschauungen viel weiter auseinander und dies ist bei der verhältnismäßigen Neuheit der Sache erklärlich. Denn die Einführung der Differential- und Integralrechnung in den Unterricht ist erst 1904 durch F. Klein in weitere Kreise gedrungen, und die offenen Angriffe gegen eine schulmäßige Behandlung der Differential- und Integralrechnung sind erst nach den Erörterungen des Verfassers mit Herrn Geheimrat E. Study, Bonn (Zeitschr. f. math. Unterr., S. 65, 1909), verstummt. Aber auch wenn man sich auf die „vernünftigen“ Funktionen beschränkt, scheint mir der Weg, der gewöhnlich eingeschlagen wird, um das Wesen der stetigen Veränderung mathematisch zu erfassen, für Schüler nicht zweckmäßig. Denn

die meisten Verfasser* der zahlreichen, neu entstandenen Schulbücher suchen dies allein durch den Differentialquotienten zu erreichen, und diese Tatsache erklärt sich sehr einfach dadurch, daß in den wissenschaftlichen Lehrbüchern der Differentialrechnung als Ausgangspunkt ausschließlich der Differentialquotient und nicht die Differentiale** gebraucht werden. Aber neben dieser arithmetischen Auffassung findet man in der Geometrie, Physik und in der ganzen angewandten Mathematik auch Differentiale, die mir für den Unterricht geeigneter zu sein scheinen. Denn es gibt viele Fälle, in denen der Differentialquotient keine Bedeutung hat und das Verständnis geradezu erschwert. Einige Beispiele mögen dies beweisen:

1. Bardey-Lietzmann, II § 18, 114: „Differenziere den Ausdruck für das Quadrat der Hypotenuse $z = a^2 + b^2$ bei konstant gehaltenem b nach a “.

Die Lösung ist $\frac{dz}{da} = 2a$. Weit besser tritt aber der Sinn der Aufgabe hervor in der Fassung bei Schülke, Aufgaben-Sammlung II, § 75, 7: Es ist gemessen $a = 100$ m, $b = 200$ m, $\gamma = 90^\circ$. Welchen Einfluß hat ein Messungsfehler bei a auf die Berechnung von c ? $c = 223,6$ m; $2c \cdot dc = 2a \cdot da$; $dc = 0,447 \cdot da$, d. h. ein Messungsfehler $da = 1$ cm bringt eine Aenderung $dc = 4,47$ mm hervor.

2. „Eine Strecke a ist so in zwei Teile zu zerlegen, daß das Rechteck aus diesen ein Maximum wird“.

Gewöhnlich sagt man, daß $F = x(a - x)$ als Gleichung einer Kurve angesehen werden kann, und man setzt zur Lösung den Differentialquotienten gleich Null. Die Gegner der Einführung der Differentialrechnung behaupten aber wohl mit Recht, daß diese Lösung ganz mechanisch erfolge und gar keinen bildenden Wert habe. Jedenfalls sachgemäßer wird die Lösung, wenn man den Zuwachs $dF = (a - 2x) dx$ untersucht. Zunächst ergibt sich durch die Anschauung, daß sich dF aus den Rechtecken $(a - x) dx - x dx$ zusammensetzt. Dann sieht

* Z. B.: Bardey-Lietzmann, Aufgabensammlung f. R., B. G. Teubner 1914, s. auch Zeitschr. f. math. Unt. 1914, S. 150: „es überwiegt die Benutzung des Differentialquotienten bei vollständiger Vermeidung der Differentiale — wenigstens erhält man diesen Eindruck aus der Literatur“.

** Dabei ist es allerdings schwer zu erklären, warum z. B. bei Osgood, Funktionentheorie, B. G. Teubner, 1912, in den Grundbegriffen der Differentialrechnung und im Sachregister die Differentiale überhaupt nicht vorkommen; S. 223 werden sie aber für das komplexe Gebiet eingeführt und später auch im reellen Gebiet oft gebraucht, z. B. S. 236—237 bei Abbildungen. Dabei ist $dy = f'(x) \cdot dx$ und unter dieser Voraussetzung wird $dy = \Delta y$; dasselbe Zeichen wird also von der Wissenschaft in zwei verschiedenen Bedeutungen gebraucht.

man, daß F für kleine Werte von x wächst und für $x > 0,5 a$ abnimmt. F wächst also, solange als dF positiv bleibt, d. h. bis $dF = 0$ wird.

3. „Den Schwerpunkt eines Halbkreises zu finden“.

Der naturgemäße Ausgangspunkt ist wohl das statische Moment eines dünnen Streifens $2m x dy \cdot y$ und von diesem der Uebergang zum Integral. So findet man z. B. die Ausführung in dem Lehrbuch der Mathematik für Studierende von Scheffers, Leipzig, Veit, 1911, das mathematisch vollständig einwandfrei ist. Nach der Darstellung der meisten Schulbücher muß man aber vor Ausführung der Integration erst den Differentialquotienten des statischen Moments bilden, der physikalisch keine Bedeutung hat. Dieselbe Umständlichkeit zeigt sich bei den besonders häufig vorkommenden Flächen- und Rauminhalten. Die Anschauung liefert $dF = y \cdot dx$, d. h. ein Flächenstreifen ist Länge mal Breite und F ist die Summe davon; wenn man dagegen, wie Bardey-Lietzmann u. a. nur vom Differentialquotienten ausgeht, so muß man den Satz $\frac{dF}{dx} = y$, d. h. „der Differentialquotient der Fläche ist die Ordinate“, an die Spitze stellen, und ich glaube nicht, daß der Schüler dies als Erleichterung empfinden wird, weil dabei die Anschauung fehlt.

Ist nun dieser Vorschlag wissenschaftlich einwandfrei? Vielfach wird es als besonderer Vorzug gerühmt, daß beim Differentialquotienten durch $\lim \frac{\Delta y}{\Delta x}$ und $\Delta x = 0$ die mystischen und unbestimmten Differentiale glücklich beseitigt seien. Aber wenn auch Niemand die großen Fortschritte leugnen wird, die die neuere Mathematik durch schärfere Fassung der Grundbegriffe gemacht hat, so scheint mir doch gegen die Differentiale bei „vernünftigen“ Funktionen eine unbegründete Abneigung vorzuliegen. Denn diesen Differentialen haftet nichts Mystisches an, sondern sie sind klar und nüchtern definiert dadurch, daß man Glieder mit dx^2 und $dx \cdot dy$ neben Gliedern mit dx weglassen kann. Diese Vernachlässigung ist keine Nachlässigkeit, denn es ist unmittelbar zu erkennen, daß man durch ein hinreichend kleines dx (10^{-6} , 10^{-10} , 10^{-100}) den Fehler unter jede Grenze bringen kann; die hierdurch abgeleiteten Ausdrücke sind also nach der Definition von Weierstraß vollständig streng.

Der prinzipielle Unterschied zwischen diesen beiden Auffassungen ist nicht so groß, wie er auf den ersten Anblick zu sein scheint, denn wenn man das Problem tiefer zu erfassen sucht, kommt man notwendig zu der Auffassung von Hesseberg (Abhandlungen der Friesschen

Schule 1906, S. 167), daß Δx gar nicht glatt $= 0$ gesetzt werden kann, weil man durch 0 nicht dividieren kann, sondern man muß auch für Δx kleine Werte nehmen, die sich der Null nähern.

Wenn auch beide Auffassungen in ihrem innersten Kern übereinstimmen, so scheint mir die Einführung der Differentiale die Erfassung der stetigen Veränderungen sehr zu erleichtern. Zunächst macht sie die doppelte Schreibung mit Δx und dx überflüssig, weil ja beides kleine Größen sind. Tatsächlich macht auch die Wissenschaft den Unterschied von Δx und dx nicht allgemein, denn in der Geometrie, in der Physik und in der ganzen angewandten Mathematik werden Differentiale in weitem Umfange gebraucht; im Vorwort zu meiner Aufgabensammlung II habe ich zahlreiche Stellen aus der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften dafür angeführt. Auch in anderen Fällen wird in Wissenschaft und Unterricht der strenge Grenzwert vom angenäherten Wert nicht durch eine besondere Bezeichnung unterschieden, weil jeder weiß, was gemeint ist; $\sqrt{2} = 1,414$, $\log 2 = 0,3010$, $\sin 60^\circ = 0,866$, $\pi = 3,142$ sind bekannte Beispiele dafür. In der Geometrie werden die Beweise gewöhnlich an gezeichneten Figuren geführt, in denen die Linien endliche Breite haben. Niemand hält es für nötig, zum Schluß hinzuzufügen, daß man von den gezeichneten Figuren zur Grenze übergehen müsse. Warum soll man allein beim Differentialquotienten dies jedesmal hinschreiben?

Entscheidend ist aber, daß die Schule die allgemeine Grundlage für das Verständnis unserer gegenwärtigen Kultur geben soll und daß die Aufnahme der Infinitesimalrechnung in den Unterricht deshalb erfolgt ist, weil die mathematische Behandlung der stetigen Veränderungen die notwendige Vorbedingung für jedes tiefere Eindringen in Mathematik, Physik und Technik ist. Nun erweist sich aber bei Flächen- und Rauminhalten, bei $ds^2 = dx^2 + dy^2$, bei Krümmungskreis und Evolute, bei Abbildungen, die in den kleinsten Teilen ähnlich sind, bei Arbeit, statischem und Trägheitsmoment usw., die kleinen Größen, die Differentiale als anschauliche und wesentliche Grundlage der Betrachtung, und bei Tangenten und Geschwindigkeit sind die Quotienten der kleinen Größen $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{ds}{dt}$ ebenso abgeleitet wie $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$ und $v = \frac{s}{t}$.

Daß die Differentiale den naturgemäßen Ausgangspunkt bilden, zeigt sich auch darin, daß die Ausführung aller Rechnungen gar keine neuen Regeln erfordert; man berechnet den

Zuwachs und die Steigung wie die Unbekannte einer Gleichung; man braucht — und dies ist namentlich für Gymnasien wesentlich — weder den binomischen Satz noch besondere Differentiationsregeln. Die ganze Rechnung wächst bei Lösung bestimmter Aufgaben organisch aus dem Unterricht heraus, und erst, wenn die Schüler mit diesem Gedankengang völlig vertraut sind, kann man bestimmte Regeln zur Abkürzung der Rechnung einführen.* Setzt man dagegen das

fremdartige Symbol $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ an den Anfang,

so muß man auch fernerhin deduktiv verfahren,

die Sätze $\frac{du \cdot v}{dx}$ oder

$$\frac{d[f(x) \cdot g(x)]}{dx}, \quad \frac{d \frac{u}{v}}{dx}, \quad \frac{dy}{dx} = - \frac{df}{dx} : \frac{df}{dy}$$

ableiten und in akademischer Weise Differentialrechnung treiben, wobei die Befürchtung nahe liegt, daß diese Regeln von den Schülern leichter auswendig gelernt als verstanden werden; dazu kommt, daß die Anschauung dabei verloren geht und nur mechanische Rechnung übrig bleibt, wie oben an einfachen Beispielen gezeigt wurde.

Die Frage, ob im Unterricht Differentiale benutzt werden, ist vor kurzem von der Internationalen Mathematischen Unterrichts-Kommission behandelt (s. Ztschr. f. math. Unt. 1914, S. 150—152) und die Wenigen, welche sie eingeführt haben, sprechen sich günstig darüber aus. Aber aus der Fragestellung ging hervor, daß man die Differentiale nur für Approximationen oder für metaphysische Größen gehalten hat; die Tatsache, daß die Differentiale durch die oben angegebene Definition für die ganze Schulmathematik vollkommen streng richtige Ergebnisse liefern, wurde von der Internationalen Unterrichts-Kommission nicht in Betracht gezogen. Auch die Vorschläge zur Vereinheitlichung der Bezeichnungen vom Deutschen Ausschuss für mathematischen Unterricht kennen nur Δx .

Die Verhältnisse liegen für die Schule und die Universität völlig verschieden. In der Schulmathematik kommen nur Funktionen vor, die nach Potenzreihen entwickelbar sind. In der reinen Mathematik aber werden noch große Klassen von anderen Funktionen behandelt und zwar abgesehen von den unstetigen und seltsamen Formen auch solche, die scheinbar einfach und regelmäßig verlaufen und doch in keinem Punkte in eine Taylorsche Reihe entwickelbar sind. Für alle diese Fälle ist die Definition $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ geschaffen. Da jedoch die Schüler solche Funktionen nie kennen

* Die nähere Ausführung findet sich in der Aufgabensammlung von A. Schülke, Leipzig, Teubner, 1910.

Bei den Versuchen mit dem in Fig. 2 skizzierten ursprünglichen Apparat konnte man durch die Schlöcher bei A bzw. C nach der Strichmarke von B bzw. der Schraubenspitze S blicken, wobei das Auge der schärferen Zentrierung wegen etwa 10 cm vom Schloch entfernt bleibt. Ein schärferes Zielen ermöglicht die Methode des „Einweisens“, indem man statt der Schlöcher bei A und C die dort angebrachten Strichmarken mit einvisiert. In diesem Falle tritt man etwa zwei Schritte vom Reißbrett zurück und sucht dem Körper durch Anlehnen usw. eine möglichst ruhige Haltung zu geben.

Die in Betracht kommenden Fehlerquellen sind nun folgende:

- a) Abweichungen von der horizontalen und parallelen Lage von AB und CS;
- b) Unstabile Montierung;
- c) Einflüsse mangelhafter Beleuchtungsverhältnisse;
- d) Zielfehler bei AB;
- e) Zielfehler bei CS;
- f) Schrauben- und Trommelfehler;
- g) Papierverzerrung.

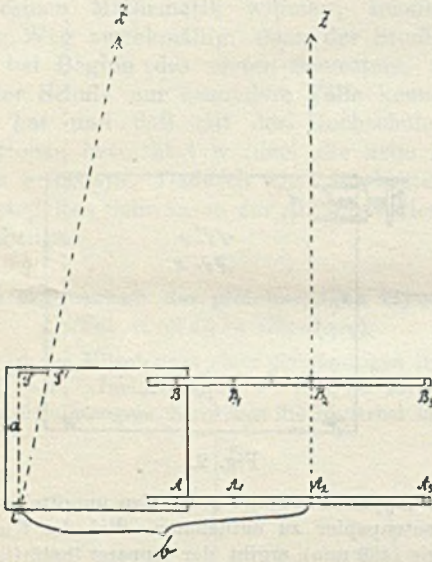


Fig. 3.

Subtrahiert man von Gleichung I die Gleichung

$$x + \Delta x = \frac{c}{v + \Delta v},$$

so erhält man als Fehlerformel II

$$\pm \Delta x = \frac{c}{v^2} \Delta v = \frac{x^2 \Delta v}{c},$$

also für den relativen Fehler:

$$\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% = \frac{100 \cdot x}{c} \Delta v \%$$

Er wächst also proportional der Entfernung und nimmt mit wachsender Basis ab.

Man berücksichtigt alle Fehlerquellen, wenn man in Übereinstimmung mit einer Bemerkung von Reinherz ihren Einfluß 3–5 mal, im Durchschnitt also 4 mal so hoch bewertet als den Zielfehler von CS, und dieser ergibt bei den oben gewählten Dimensionen des Apparates und einer Zielgenauigkeit von 30'' die Abweichung $0,03 \cdot \frac{x}{(m)} \%$.

Der insgesamt zu befürchtende, mittlere relative Fehler wäre demnach:

$$\pm \frac{x}{(m)} \cdot 0,12\%$$

Würde man bei AB ein kleines Zielfernrohr mit n-facher Vergrößerung benutzen, so würde sich der Zielfehler auf der rechten Seite auf den n-ten Teil reduzieren.

Nachstehende Tabelle gibt einige Proben von Meßresultaten, die unter Beihilfe von Schülern mit dem Apparat der Fig. 2 (c = 166,152) gewonnen wurden.

v_{mm}	$x_m = \frac{c}{v}$ be-rechnet	x_m nach-ge-messen	Erwarteter Fehler $x_m \cdot 0,12\%$	Tat-sächlicher Fehler	Bemerkungen
12,7	13,08	12,85	1,54 ‰	1,79 ‰	Messungen in Sälen und Gängen der Anstalt
12,6	13,19	13	1,56 ‰	1,46 ‰	
8	20,77	20,15	2,42 ‰	3,07 ‰	
6,6	25,17	26	3,12 ‰	3,2 ‰	
4,17	39,84	40,92	4,91 ‰	2,64 ‰	Messungen im Schulhof
3,87	42,93	45,55	5,47 ‰	5,75 ‰	

Die Tabelle zeigt, daß man mit dem von mir benutzten Apparat noch bis zu 40 m gehen kann. Will man den relativen Fehler herabdrücken, bzw. unter gleichen Genauigkeitsverhältnissen wie oben, größere Strecken messen, so sind die besprochenen Verlängerschienen anzuwenden.

Die theoretische Behandlung der Wechselströme im Unterricht.

Von Franz Hochheim (Weißenfels a. S.)

In einer 1908 erschienenen Programmabhandlung¹ habe ich die Behauptung aufgestellt, daß im physikalischen Unterricht der oberen Klassen der Realanstalten die Wechselströme nicht nur praktisch, sondern auch theoretisch unter Benutzung der Differential- und Integralrechnung zu behandeln seien. Diese Behauptung ist seinerzeit verschiedentlich in Rezensionen der Abhandlung angegriffen worden, u. a. von Grimschl, an zustimmenden Mitteilungen hat es freilich auch nicht gefehlt. Ob Grimschl später anders darüber gedacht hat, weiß ich nicht, nach der zweiten Auflage seines Lehrbuches möchte ich es fast glauben, da sich in ihr eine ziemlich eingehende Behandlung der Wechselstromtheorie findet, die sich mit der meinigen in vielen Punkten deckt. Während sich meine Behauptung 1908 noch auf keine unterrichtliche Erfahrung stützen konnte — die mathematische Grundlage fehlte den damaligen Primauern —, kann ich heute auf Grund einer längeren Erfahrung sagen, daß sich der Gedanke durchaus als durchführbar und zweckmäßig erwiesen hat: bei einem planmäßigen Zusammenarbeiten des mathematischen und physikalischen Unterrichts gewinnen hierbei beide Fächer. Für die Mathematik ist gerade die Wechselstromtheorie ein vorzügliches Anwendungsgebiet des „funktionalen Denkens“; es treten die variablen, von der Zeit abhängigen „Augenblickswerte“ (E, I) den konstanten immer wiederkehrenden Größen (Scheitelwerte, Effektivwerte, Frequenz) gegenüber. Letztere lassen sich messen (Braun'sche Röhre, Hitzdrahtinstrumente, Tourenzähler), aber auch erstere sind nicht nur errechnete, in toten Formeln ausgedrückte Gebilde, sondern werden

¹ Die Dioptr-Zielgenauigkeit wäre nach Bauernfind 10"–15", nach Jordan bis zu 52", nach Wagner 7"–8".

¹ Progr.-Nr. 356. Elementare Theorie der Wechselströme I, im Buchhandel erschienen bei B. G. Teubner.

im rotierenden Spiegel als Kurven beobachtet. Besonders wertvoll für das mathematische Denken ist ferner die Abhängigkeit des Induktionsstromes vom Differentialquotienten (dem „Gefälle“) des Primärstroms. Für die Physik gewinnt man durch die theoretische Behandlung überhaupt erst richtige Vorstellungen von den Gesetzen und Anwendungen des Wechselstroms, die eben von denen des Gleichstroms so verschieden sind. Selbstverständlich hat sich nicht jede Ableitung meiner Abhandlung als die zweckmäßigste erwiesen: es kommt hier wie sonst darauf an, mit einem Minimum von Zeit und Mühe, die auf die unumgängliche Rechnung verwandt wird, möglichst viel an Verständnis zu erzielen und dies experimentell zu vertiefen. Im folgenden soll gezeigt werden, wie sich an unserer Oberrealschule die Wechselstromtheorie in den Unterricht eingefügt und was sich als brauchbar zur Behandlung erwiesen hat. Ich werde mich dabei auf Grimschls Lehrbuch, 2. Aufl. („Gr.“), meine Programmabhandlung¹ („Progr.“) und eine kürzlich in der Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht (29,1) erschienene Abhandlung², die einen Teil meiner experimentellen Behandlung festlegt („Z.“), beziehen.

Voraussetzung ist eine genügende Vertrautheit der Schüler mit den einfachsten Differentialquotienten ($\sin \omega t$, $\sin(\omega t - \varphi)$, nicht mehr!), sowie deren Integralen (als Umkehrungen der Differentialquotienten gewonnen). Auf einer Schule mit getrennter O und UI ist daran die OI die richtige Stufe für die Wechselstrombehandlung; wenn im Mathematikunterricht der UI die einfachsten Lehren der Infinitesimalrechnung im Anschluß an die analytische Geometrie und die Reihenlehre behandelt werden. Schwieriger ist es bei Kombination der O und UI, die wohl vielfach auch an größeren Anstalten infolge des Krieges erfolgt ist: es kann dann in jedem Schuljahre etwas Differential- und Integralrechnung getrieben werden, in einem Jahre, wie oben angedeutet, im anderen im Anschluß an die kubischen Gleichungen und die graphische Darstellung einer ganzen Funktion dritten Grades; es ist zweckmäßig, die Diskussion der Wurzeln auch von dem Gesichtspunkte der Werte des Maximums und Minimums vorzunehmen; natürlich wird man sich hierbei auf die Differentiation der ganzen Funktion dritten Grades beschränken, kann aber im Anschluß daran die Steigungsverhältnisse der sin- und cos-Funktion untersuchen und die Umkehrung des Differentialquotienten (Integrationskonstante!) durchnehmen. Geschieht dies im Sommersemester, so sind im Winter alle Schüler für das Verständnis der Wechselströme befähigt. Die Frage der Zeitgewinnung in der Physik löse ich durch Beschränkung der Mechanik auf ein Winterhalbjahr (parallel zur analytischen Geometrie und Reihenlehre in der Mathematik), was unter reichlicher Benutzung der Infinitesimalrechnung und Beschränkung auf das Wichtigste durchführbar³ ist. Während im Sommersemester dieses Jahres geometrische Optik getrieben wird, werden im andern Primajahre Akustik, theoretische Optik und Wechselströme bzw. elektrische Wellen behandelt.

Als Ausgangspunkt der Wechselstromtheorie kann die Betrachtung sinusförmiger Wechselstromkurven im

rotierenden Spiegel (Z.) dienen; aus ihr ergibt sich nach Analogie anderer Schwingungen (Pendel, Stimmgabel) die empirische Formel

$$i = \bar{i} \sin \omega t, \quad (1)$$

wo \bar{i} der konstante, ablesbare Scheitelwert, $\omega = 2\pi n$ der mittels Tourenzähler bestimmbarer „Frequenzfaktor“ ist. Aus (1) wird man zunächst auf eine EMK

$$E = \bar{E} \sin \omega t \quad (2)$$

schließen, wo $\bar{E} = \bar{i} \cdot w$ ist. Die direkte Ableitung von (2) aus der Drehung eines Drahtkreises im homogenen Magnetfelde (Gr. § 463, Progr. § 4 u. 5) kann geschehen, ist aber nicht notwendig. Wichtig ist die Messung der Effektivwerte i_e und E_e mit Hitzdrahtinstrumenten (ev. Dynamometern) und die theoretische Ableitung des Zusammenhangs dieser Größen mit den Scheitelwerten (\bar{i} , \bar{E}): die von Grimschl, § 477 (und Boerner, Lehrbuch) gegebene Ableitung [da

$$\sin^2 \omega t + \sin^2 \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = 1$$

ist, ist der Mittelwert für die Quadrate zweier um $\frac{1}{4}$ Periode differierender Werte $\frac{i^2}{2}$, so daß $\bar{i} \sin \omega t$ wirkt

wie ein Gleichstrom der Intensität $i_e = \frac{\bar{i}}{\sqrt{2}}$ ist besser als die Progr. § 2 gegebene (aus $w \bar{i}^2 dt$).

Als Uebergang zu den eigentlichen Wechselstromgesetzen dient zunächst die Summation der EMK zweier Wechselstrommaschinen gleicher Frequenz, aber verschiedener Phase (Gr. § 478, Progr. § 6). Natürlich kann man an die Summation zweier Wellen in der Akustik anknüpfen und erkennen, daß die Phase des resultierenden Stromes zwischen den Phasen der beiden EMK liegen wird; diese qualitative Vorstellung bedarf hier aber einer quantitativen Ergänzung. Wie beim Gleichstrom ist für die „Augenblickswerte“

$$i w = E_1 + E_2. \quad (3)$$

Ist die zweite Maschine der ersten um den Winkel α voraus, so kann gesetzt werden (Erklärung!):

$$E_1 = \bar{E}_1 \sin \omega t, \quad E_2 = \bar{E}_2 \sin(\omega t + \alpha) \quad (3a)$$

und aus (3) wird

$$i w = \sin \omega t (\bar{E}_1 + \bar{E}_2 \cos \alpha) + \cos \omega t \cdot \bar{E}_2 \sin \alpha \dots (3b)$$

Wird hier gesetzt

$$\tan \varphi = \frac{\bar{E}_2 \sin \alpha}{\bar{E}_1 + \bar{E}_2 \cos \alpha} \quad (3c)$$

so ist die aus (3b) folgende Stromgleichung

$$i = \bar{i} \sin(\omega t + \varphi), \quad (3d)$$

wo der Scheitelwert

$$\bar{i} = \frac{\bar{E}_1 + \bar{E}_2 \cos \alpha}{w \cdot \cos \varphi} \quad (3e)$$

ist. Diese Rechnung ist fast die einzige unbequeme in der Wechselstromtheorie; da sich auf sie alles folgende aufbaut, bedarf sie einiger Gründlichkeit, besonders auch hinsichtlich der Erklärung von 3a: denn diese Betrachtungen sind dem Schüler neu! Die Deutung der Resultate geschieht nun zweckmäßig auf geometrischem Wege, indem man die Scheitelwerte (wie Kräfte in der Mechanik) als Strecken bestimmter Richtung (Vektoren) zeichnet: Ist (Fig. 1) $OA = \bar{E}_1$, $OC = \bar{E}_2$, $\angle COA = \alpha$, so ist BD der Zähler des Bruches in (3c), OD der Nenner in (3c) und Zähler in (3e), die Diagonale OB also $i w$, die resultierende Scheitelspannung („Parallelogramm der Spannungen“),

¹ Ueber den Gebrauch der Braunschen Röhre zur Analyse von elektrischen Schwingungen im Unterricht.

² Programmabhandlung 1914 Nr. 394. Die Behandlung der Mechanik mit Hilfe der Differential- und Integralrechnung; im Buchhandel erschienen bei A. Hölder, Wien und Leipzig.

aus der sich der Strom berechnen läßt, φ der Winkel, um den i gegen E_1 voraus ist. Im Falle, daß E_2 hinter E_1 um α zurück ist, ist in (3d) nur $-\varphi$ statt $+\varphi$ zu setzen.

Die geometrische Darstellung vereinfacht überhaupt die Rechnungen wesentlich und prägt die Resultate dem Gedächtnis besser ein. Ob man noch weiter darin gehen und die variablen Wechselstromgrößen als Projektionen der um O rotierenden Figur (1) erklären soll, ist mir zweifelhaft; eine allzu vielseitige Behandlung birgt die Gefahr der Verwirrung. Auf keinem Fall soll man im Unterricht die Darstellung durch komplexe Größen bringen: an sich würden sie verständlich zu machen sein, aber doch nur nach längerer Übung, für die keine Zeit ist, den Schülern in Fleisch und Blut übergehen.

Als weitere Grundlage für die Wechselstromgesetze dient das quantitative Induktionsgesetz, das sich in einfachster Form durch folgende zwei Formeln ausdrücken läßt, wenn man auf weiteres Eingehen verzichtet. Ist i_1 die Stärke des Primärstromes, r die auf einer bestimmten Fläche erzeugte Kraftlinienanzahl, E_H die durch Schneiden der Kraftlinien erzeugte EMK des Sekundärstromes, so ist

$$r = f \cdot i_1 \tag{4}$$

$$E_H = k \cdot \frac{dr}{dt} \tag{5}$$

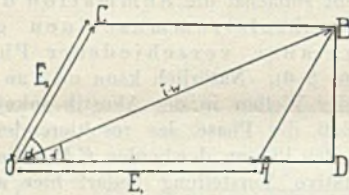


Fig. 1.

Ich bediene mich zum Nachweis dieser Formeln eines Apparates¹, in dem das Kraftfeld im Innern einer Spule großen Durchmessers (Gleichstrom i_1) durch die Speichen eines koaxialen Rades geschnitten wird, das (durch Motor) mit verschiedenen Tourenzahlen gedreht werden kann; von Rand und Achse kann der Sekundärstrom abgenommen und galvanometrisch gemessen werden: die Ausschläge sind bei konstantem i_1 , aber verschiedenen Tourenzahlen letzteren, d. h. den pro sek. geschnittenen Kraftlinien proportional (Formel 5), bei gleichen Tourenzahlen, aber verschiedenen i_1 letzteren proportional (Formel 4).

Wird nun das Schneiden der Kraftlinien nicht durch Bewegung der Sekundärleitung, sondern (bei Spulen) durch die Änderung eines mit der Zeit variablen Primärstromes (z. B. Wechselstrom) hervorgerufen, so ist (4):

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{di_1} \cdot \frac{di_1}{dt} = f \cdot \frac{di_1}{dt},$$

also (5)

$$E_H = f \cdot k \cdot \frac{di_1}{dt},$$

oder bei Einführung des Induktionskoeffizienten $M = -f \cdot k$ (Vorzeichen wegen der Richtung!)

$$E_H = -M \frac{di_1}{dt} \tag{6}$$

„Gleichung der Fremdinguktion“. Aus ihr folgt ohne weiteres die „Gleichung der Selbstinduktion“

$$E_S = -L \cdot \frac{di}{dt} \tag{7}$$

in der das „Selbstpotential“ L und sein Maß „Henry“ zu erklären sind (Gr. § 465, Progr. § 7). Für die Gleichungen 6 und 7 bieten die Darstellungen der Primär- und Sekundärkurve des Rühmkorff mit der Braunschen Röhre (Z.) eine Bestätigung.

Als Einführung in das Ohmsche Gesetz der Wechselströme kann man den Widerstand einer Spule durch ein in Serie geschaltetes Ampèremeter und ein parallel geschaltetes Voltmeter einmal mit Gleichstrom¹, dann mit Wechselstrom messen: im zweiten Falle erscheint er größer („Impedanz“ W), was sich durch das Dazutreten der EMK E_S (7) erklärt. Das Ohmsche Gesetz für die variablen Augenblickswerte heißt also hier

$$E + E_S = i \cdot w, \tag{8}$$

wo $E = \bar{E} \sin \omega t$ die EMK der Maschine ist. E_S stellt quasi eine zweite Maschine dar, so daß die Formeln 3—3e und Figur 1 angewandt werden können; setzt man $i = \bar{i} \sin(\omega t + \varphi)$, so ist (7) $E_S =$

$$-L \omega \bar{i} \cos(\omega t + \varphi) = L \omega \bar{i} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right), \tag{8a}$$

E_S also hinter i um $\frac{\pi}{2}$ zurück. Darum muß auch

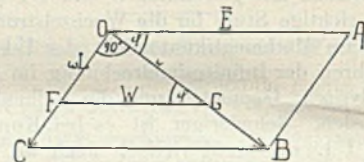


Fig. 2.

(Figur 1) i hinter E zurück sein, so daß man besser $i = \bar{i} \sin(\omega t - \varphi)$

$$i = \bar{i} \sin(\omega t - \varphi) \tag{9}$$

setzt. Nun wird man (kürzer als Gr. § 479, Progr. § 7), wie in Figur 1, $i w$ konstruieren (Figur 2): Die eine Parallelogrammseite ist $= \bar{E}$, während sich die andere ($\bar{E}_S = L \omega \bar{i}$) zur Diagonale ($i w$) wie $\omega L : w$ verhält und auf ihr senkrecht steht; $OG = w$, $OF = \omega L \perp OG$, $OA = E \parallel FG$, $AB \perp OG$, $BC \parallel OA$. Die Phasenverschiebung φ ist $\angle AOB = \angle OFG$, daher

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{w}; \tag{9a}$$

die Diagonale $i w = \bar{E} \cos \varphi$, $\cos \varphi = \frac{w}{\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}}$, so daß

$$\bar{i} = \frac{\bar{E}}{w} \cos \varphi = \frac{\bar{E}}{\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}} = \frac{\bar{E}}{W} \tag{9b}$$

Durch Division mit $\sqrt{2}$ erhält man das Ohmsche Gesetz für die Effektivwerte in der gewöhnlichen Form. Den Zusammenhang zwischen w , ωL und W ergibt $\triangle OFG$. Die Formeln 9—9b sind durch Versuche (Nachweis der Phasenverschiebung mit der Braunschen Röhre (Z.), Bestimmung von w und W wie oben, Berechnung von ωL und L hieraus) einzuprüfen.

Ueber Spannungsabfälle und Stromverzweigung wird man sich kurz fassen können und nur

¹ Progr. Figur 2. Der Apparat wird von Pfeiffer in Wetzlar vertrieben, der auch einen Prospekt kostenlos versendet. An Stelle der an dem Apparat angebrachten Zahnradsirene kann natürlich auch ein Tourenzähler zum Vergleich der Umdrehungszahlen verwendet werden.

¹ Diese in der Praxis gebräuchlichste und bequemste Widerstandsmessung verdient auch in den Lehrbüchern der Physik mehr als bisher berücksichtigt zu werden.

darauf hinweisen, daß auch hier die Impedanzen, nicht die Ohm'schen Widerstände das Maßgebende sind.

Das Joulesche Gesetz kann entweder einfach aus der Wärmewirkung (Effekt $= i e^2 w = i_e E_e \cos \varphi$ infolge 9b) oder (kürzer als Gr. § 482, Progr. § 8 IV) durch Aufsuchen des Mittelwerts der Produkte $E \cdot i$ für zwei um $\frac{1}{4}$ Periode verschiedene Zeiten, weil

$$\sin \omega t \cdot \sin (\omega t - \varphi) + \cos \omega t \cdot \cos (\omega t - \varphi) = \cos \varphi,$$

gefunden werden. Will man die Wattmeter besprechen, so empfiehlt sich das letztere Verfahren.

Die Transformatoren müssen in der Hauptsache experimentell behandelt werden; als Theorie wird nur Formel 6 herangezogen, die [wie oben bei der Selbstinduktion (8a)] zeigt, daß E_{II} gegen i_I um $\frac{\pi}{2}$ zurück ist (nicht i_{II} gegen i_I , wie Gr. § 484!); i_{II} ist wegen der Selbstinduktion gegen E_{II} wieder um einen beträchtlichen spitzen Winkel (9a) zurück, so daß (bei Kurzschluß) Abstoßung beider Ströme (Unterschied fast π) erfolgen kann (Abstoßung eines Ringes von einer Spule). Experimentell läßt sich nun durch Voltmeter zeigen, daß die Klemmenspannungen bei Gleichheit der Windungszahlen (fast) gleich sind, daß sie bei Ungleichheit sich (fast) wie die Windungszahlen verhalten; entsprechende Versuche ($i_{II} : i_I \approx E_I : E_{II}$) mit Ampèremeter und Voltmeter bei mittlerer Belastung (Glühlampen) des Sekundärkreises (Joulesches Gesetz, $\cos \varphi_{II} \approx 1$). Als Experiment für die Bedeutung der Transformatoren bei der Fortleitung benutze ich das folgende: Eine Glühlampe und ein Voltmeter werden in Parallelschaltung durch Wechselstrom (6 V.) gespeist; davor geschalteter geringer Widerstand bringt die Lampe zum Erlöschen, das Voltmeter zum Sinken. Wird aber der Wechselstrom erst herauf- (110 V.), dann wieder herabtransformiert (6 V.) und in Lampe und Voltmeter geschickt, der Widerstand in die Leitung von 110 V. gelegt, so kann man erheblich mehr Widerstand einschalten, ehe Voltmeter und Lampe gleich weit herabgegangen sind.

Für Motoren mit Einphasenstrom genügt ein einfacher Hinweis und das Antreiben eines Gleichstrommotors mit Wechselstrom.

Beim Dreiphasenstrom ist das Wichtigste die Beschreibung (und Betrachtung) einer Innenpolmaschine und die Besprechung der Sternschaltung: für die mit Phasenverschiebungen vertrauten Schüler sind die Stromgleichungen unmittelbar evident, ebenso die Möglichkeit, infolge der Gleichung

$$\sin \omega t + \sin (\omega t + 120) + \sin (\omega t - 120) = 0$$

jede Leitung als Rückleitung für die beiden anderen sowohl an der Erzeugungs- wie an der Verbrauchsstelle (Transformatoren, Motoren) zu benutzen; die Dreieckschaltung braucht nur als möglich (infolge des Spannungsunterschiedes zwischen zwei Leitungen) erwähnt zu werden; das Verhältnis von Dreiecks- und Sternspannung zu berechnen, ist überflüssig. Die Asynchronmotoren wird man nach der üblichen Erklärung des Drehfeldes besprechen und demonstrieren.

Unumgänglich notwendig ist die genauere Theorie bei den Kondensatorerscheinungen, doch läßt sie sich einfacher als bei Grimshel § 480 und 481 erledigen. Ich leite die Kondensatorerscheinungen ein durch das aus Grotz bekannte Experiment einer mit einem Kondensator (2—20 MF) in Serie geschalteten

Glühlampe, die bei Wechselstrombetrieb brennt, bei Gleichstrom dunkel bleibt, ergänze dasselbe aber durch ein zweites: an eine kleine Gleichstrommaschine (mit Fremderregung) wird in Serie ein Kondensator und ein Galvanometer geschlossen; dasselbe gibt bei Erregung und Verstärkung des Magnetfeldes kurze Ausschläge in einer Richtung, bei Schwächung und Ausschaltung des Magnetfeldes entgegengesetzte Ausschläge, aus denen sofort die Gleichung

$$w = E - E_c \quad (10)$$

zu schließen ist, in der E_c das Ladungspotential ist. Die Kürze der Ströme bei Gleichspannung, ihre Dauer bei Wechselspannung ist unmittelbar evident. Es ist

$E_c = \frac{Q}{C}$, wenn Q die aufgehäufte Anzahl Coulombs, C die Kapazität ist. Da die während dt bewirkte Zunahme dQ von Q die zugeflossene Elektrizitätsmenge $i dt$ ist, folgt $\frac{dQ}{dt} = i$, also $Q = \int i \cdot dt$; bei dem Wechselstrom $i = i \cdot \sin (\omega t + \varphi)$ ist demnach

$$-E_c = + \frac{i}{C \omega} \cos (\omega t + \varphi) = \frac{i}{C \omega} \sin \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right). \quad (10a)$$

Die Integrationskonstante muß 0 sein, da die Ladung zwischen gleich hohen positiven und negativen Werten schwanken muß. Der Vergleich von 10a und 8a zeigt, daß an die Stelle des Faktors $L \omega$ bei der Selbstinduktion hier der Wert $-\frac{1}{C \omega}$ getreten ist, und daß die

Phasenverschiebung φ diesmal positiv ist; im übrigen gilt Figur 2 genau, nur ist $OP = \frac{1}{C \omega}$ der Kapazitätenwiderstand (Diskussion!) und daher diesmal

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{w \cdot C \omega}, \quad i = \frac{E}{\sqrt{w^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}} \quad (10b, c)$$

Gewöhnlich läßt sich wegen der Kleinheit von w gegen $\frac{1}{C \omega}$ schreiben $i = \overline{E} C \omega$. Leider gestatten diese Formeln nur schlecht quantitative experimentelle Nachweise wegen des Hervortretens der Oberschwingungen; letzteres folgt aus 10c und läßt sich mit der Braunschen Röhre gut zeigen (Z.) Darum mißlingt auch die Bestimmung einer Kapazität nach 10c in der Regel.

Von höchster Wichtigkeit ist nun die Behandlung von Serienschaltung einer Kapazität und einer Selbstinduktion. An Stelle von 8 bzw. 10 tritt die Gleichung

$$i w = E + E_s - E_c, \quad (11)$$

in der man $E_s - E_c$ zusammenfassen kann (8a und 10a) zu dem Ausdruck

$$E_s - E_c = -i \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right) \cos (\omega t + \varphi), \quad (11a)$$

so daß an die Stelle von $L \omega$ der Ausdruck $L \omega - \frac{1}{C \omega}$ tritt. Die rückwärtige Phasenverschiebung und die Scheitelstromstärke sind also hier

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{C \omega}}{w}, \quad i = \frac{E}{W} = \frac{E}{\sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{C \omega} \right)^2}}. \quad (11b, c)$$

Wichtig und scharf einzuprägen ist die letzte Formel wegen ihrer Bedeutung für den Resonanzfall

$$\omega L = \frac{1}{C \omega}, \quad n = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}} \quad (11d)$$

in dem i den Maximalwert annimmt, der durch passende Wahl einer der Größen L , C , n erreicht werden kann, wenn die beiden anderen gegeben sind. Leider ist auch hier die experimentelle Bestätigung bei den üblichen Frequenzen schwer: um so leichter gelingt sie bei Hochfrequenzströmen, die sich nun in natürlicher Weise anschließen.

Zunächst bedarf es des Hinweises, daß die „Ferninduktion“ — ich wähle diesen Ausdruck statt der sonst üblichen — offener Sender und Empfänger bedarf, da die Kraftlinien der Rückleitung denen der Hinleitung entgegenwirken würden, und daß für die Speisung eines offenen Senders nur Wechselströme in Betracht kommen können, für die dann die Formeln 11—11d gelten. Auch ist eine Bemerkung über die Selbstinduktion eines geraden Leiters notwendig; E_s ist die Rückwirkung der Kraftlinien und daher nur da ausgeschaltet, wo diese (bifilare Drähte) sich nicht ausbilden können. Da man zur möglichst kräftigen Wirkung des Resonanzfalles (11d) bedarf, muß die Frequenz den Dimensionen angepaßt werden: ein mitgeteiltes Beispiel (Kapazität einer Kugel von 1 m Radius, $C \approx 10^{-10}$ F, geordeter Draht von 100 m Länge und 8 mm Dicke, $L \approx 2 \cdot 10^{-4}$ Henry, woraus $n \approx 10^6$) zeigt, daß die gebräuchlichen Wechselstrommaschinen hier versagen müssen, und führt über zu den gedämpften Wechselströmen bei Entladung von Kondensatoren. Die einfache Anknüpfung der Eigenfrequenzformel an die Resonanzformel (Gr. § 483) halte ich für bedenklich, den Analogieschluß aus der Akustik für noch bedenklicher, die direkte Ableitung ist nicht unausführbar. Empfehlenswert ist jedenfalls eine experimentelle Vorbereitung; Papierkondensatoren werden durch Gleichstrom (110—220 V.) aufgeladen und durch Drosselspulen entladen, die Entladungskurve wird in der Braunschen Röhre (Z.) beobachtet; sie zeigt deutlich den gedämpften Wechselstrom. Es läßt sich auch leicht die Abhängigkeit der Frequenz von L und C wenigstens qualitativ, sowie die Unabhängigkeit der Frequenz von dem Widerstande und die durch letzteren bewirkte Dämpfung der Amplituden demonstrieren. Das Zustandekommen des Wechselstroms erklärt sich qualitativ durch Selbstinduktion. Für die Ableitung der Frequenzformel kommt Gleichung 11 in Frage, in der $E=0$ ist, da keine äußere EMK vorhanden ist, der Strom nur einer Ladung (Störung des elektrischen Gleichgewichts) seine Entstehung verdankt. Man kann nun so verfahren: Die Beobachtung der Entladungskurve läßt erkennen, daß die Einschaltung von Widerstand die Frequenz nicht merklich beeinflusst, dagegen die Amplitudendämpfung vergrößert; hieraus ist zu schließen (Analogie vom Pendel im dämpfenden Medium usw.), daß ohne Ohmschen Widerstand ein ungedämpfter Wechselstrom gleicher Frequenz entstehen würde. Dann ist in (11) $E=0$ und $w=0$, also $E_s - E_c = 0$ und aus 11a, das für reinen Wechselstrom, also hier gilt, folgt $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$, was die Frequenzformel (12b) ergibt. Bisher habe ich im Unterricht den direkten Weg der Frequenzableitung gewählt: Nach dem Kurvenbild ist

$$i = \bar{i} \sin \omega t, \quad (12)$$

wo i keine Konstante, sondern eine Funktion der Zeit ist, so daß also (10a) und (11a) nicht gelten. (11) gibt durch Differentiation

$$w \cdot \frac{di}{dt} = \frac{dE_s}{dt} - \frac{dE_c}{dt}, \quad (12a)$$

wo nach (7)

$$\frac{dE_s}{dt} = -L \frac{d^2 i}{dt^2} - \frac{dE_c}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} = \frac{i}{C}$$

ist. Durch Differentiation von (12) und Einsetzung der Werte in (12a) erhält man die Gleichung:

$$\sin \omega t \left[w \frac{d\bar{i}}{dt} + L \frac{d^2 \bar{i}}{dt^2} + \bar{i} \left(\frac{1}{C} - L\omega^2 \right) \right] + \cos \omega t \left[w \omega \bar{i} + 2L\omega \frac{d\bar{i}}{dt} \right] = 0,$$

deren Klammern einzeln 0 werden müssen (Beginn einer Periode und erstes Viertel). Die zweite Klammer läßt $\frac{d\bar{i}}{dt}$ und durch Differentiation $\frac{d^2 \bar{i}}{dt^2}$ ausdrücken. Durch Einsetzung dieser Werte in die erste Klammer folgt die genaue Frequenzformel:

$$\omega^2 = \frac{1}{CL} - \frac{w^2}{4L^2}$$

woraus sich für kleinen Widerstand die übliche Formel

$$n = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad (12b)$$

ergibt.

Wie man nun auch die Formel (12b) ableitet, sie bedarf der Einprägung und scharfen Trennung von der gleichlautenden Formel (11d) für die Resonanz. Die quantitative Bestätigung der Formel (12b) ist auf Schulen ziemlich ausgeschlossen. Dagegen ist es zweckmäßig, die Entstehung gedämpfter Wechselströme auch durch Flaschenentladungen (Z.) zu demonstrieren, wofür sich besonders die Ruhmersche Glimmlicht-Oszillographenröhre eignet; dabei ist auf die Bedeutung der Funkenstrecke hinzuweisen: die Entladung soll erst dann einsetzen, wenn die Flaschen auf das höchstmögliche Potential geladen sind.

12b und 11d sind die Grundgleichungen für die Erklärung der Ferninduktion, bei der man den Hauptwert auf die (induktiv) gekoppelten Systeme legen wird, die ja in der Praxis fast ausschließlich jetzt angewandt werden; die Herstellung der Eigenfrequenz (12b) im Flaschenkreise, die Induktion (oder galvanische Erregung) des Senders, die Abstimmung des letzteren auf die Flaschenfrequenz (11d) oder auch der Flaschen auf L und C des Senders, die Ferninduktion auf den Empfänger und dessen Abstimmung (11d) auf n ; infolge der Uebereinstimmung von 11d und 12b muß zwecks Resonanz $L_1 C_1 = L_2 C_2 = L_3 C_3$ usw. gemacht werden. Abstimmungsapparate nach Oudin sind gut, Apparate für abstimmbare Ferninduktion besser; ich benutze hierfür die von Classen konstruierten Apparate (von Pfeiffer in Wetzlar zu beziehen).

Nach eingehender Behandlung der Ferninduktion, die ich für unbedingt notwendig halte, wird man — geeignete Apparate vorausgesetzt — gern die Wellen längs Drähten und im Dielektrikum wegen ihrer Bedeutung für die elektromagnetische Lichttheorie besprechen. Auch bei diesen ist es zweckmäßig, sich nicht mit Analogien aus der Akustik und Optik zu begnügen, sondern an die Wechselströme anzuknüpfen: handelt es sich doch auch hier um Wechselströme! Bei den Wellen längs Drähten ist das charakteristische, daß die Stromphase (φ in $\sin(\omega t - \varphi)$) längs der Leitung zunimmt und darum das Maximum des Stromes in einer von der Erregungsstelle, entfernteren Stelle später auftritt als in einer näheren; das ergibt eine longitudinale Welle, die zu stehenden Schwingungen

Veranlassung gibt. Der Grund für das Zurückbleiben in der Phase ist die Kapazität (und Selbstinduktion). Hiervon kann man sich durch folgende Ueberlegung und Rechnung eine Vorstellung machen: An einem Punkte einer Wechselstromleitung herrscht im allgemeinen ein Wechselpotential; durchfließt der Strom eine Stelle großer Kapazität C , so ist eine Aenderung des Potentials nur dann möglich, wenn der zuführende (i_1) und abführende Strom (i_2) gleichzeitig nicht gleich groß sind. Ist das Wechselpotential $V = \bar{V} \cdot \sin \omega t = \frac{Q}{C}$,

so sind die während dt zu- und abfließenden Elektrizitätsmengen dQ_1 und dQ_2 im allgemeinen nicht gleich, die Zunahme von Q ist $dQ = dQ_1 - dQ_2$ und darum

$$\frac{dV}{dt} = \bar{V} \omega \cdot \cos \omega t = \frac{1}{C} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{C} \left(\frac{dQ_1}{dt} - \frac{dQ_2}{dt} \right) = \frac{1}{C} (i_1 - i_2) \quad (13)$$

Nehmen wir ferner an, daß wie sonst, wo die Leitung nicht unterbrochen ist, die Stromphase hinter der Spannung zurück ist, so ist zu setzen $i_1 = \bar{i}_1 \sin(\omega t - \varphi_1)$, $i_2 = \bar{i}_2 \sin(\omega t - \varphi_2)$ und 13) ergibt

$$\bar{V} \omega \cos \omega t = \frac{1}{C} [\sin \omega t (\bar{i}_1 \cos \varphi_1 - \bar{i}_2 \cos \varphi_2) - \cos \omega t (\bar{i}_1 \sin \varphi_1 - \bar{i}_2 \sin \varphi_2)],$$

woraus für den Beginn ($\omega t = 0$) und das erste Viertel ($\omega t = \frac{\pi}{2}$)

$$\begin{aligned} \bar{i}_2 \sin \varphi_2 - \bar{i}_1 \sin \varphi_1 &= \bar{V} \omega C \\ \bar{i}_2 \cos \varphi_2 - \bar{i}_1 \cos \varphi_1 &= 0 \end{aligned}$$

und durch Elimination von \bar{i}_2

$$\sin(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\bar{V} \cdot C \omega \cdot \cos \varphi_2}{\bar{i}_1} \quad (13a)$$

d. h. $\varphi_2 > \varphi_1$ folgt. Bei hochfrequenten Strömen (ω) muß sich diese Phasenverschiebung auf jeder Stelle der Leitung bemerklich machen. Damit ist nun freilich nicht gesagt, daß die Phasenzunahme an allen Stellen gleich sein muß: das folgt experimentell aus der Gleichheit der stehenden Wellen bei den Seibt- und Lecher-Versuchen. Für den Unterschied der Potential- und Strombänche ist die Analogie mit der Akustik (Dichtigkeitsunterschiede usw.) am Platze. Für die Lecher'schen Versuche ergibt sich aus (13a), daß in einem Medium mit größerer Dielektrizitätskonstante die Phasenverschiebungen (wegen C) größer, die Wellenlängen also kürzer sein müssen. Wichtig sind die Lecher'schen Versuche vor allem für das Verständnis der klassischen Bestimmung der Geschwindigkeit der Wellen längs Drähten nach Trowbridge und Duane, sowie für die experimentell nachweisbare Gleichheit der Wellen an Draht und in Luft und der hieraus folgenden Geschwindigkeit der Wellen in Luft.

Auch für die Wellen in Luft wird man an die Wechselströme anknüpfen können, sofern die angenommenen Verschiebungsströme Wechselströme der Erregerfrequenz sind. Es liegt hier eine Energieübertragung von Schicht zu Schicht vor, gewissermaßen eine fortgesetzte Transformation, die mit Phasenverschiebungen verbunden ist. Während aber beim gewöhnlichen Transformator der Phasenunterschied zweier Ströme $= \frac{\pi}{2} + \varphi$, dem Phasenunterschied zwischen E_{II} und i_{II} , fast $= \pi$ ist, ist hier infolge (11b) φ jedenfalls negativ, die Phasenverschiebung also klein. Das sind natürlich nur Andeutungen, die bei den Experimenten

gemacht werden können, durch die aber immerhin Vorstellungen gewonnen werden können, die der elektromagnetischen Lichttheorie näher kommen. Im allgemeinen scheint mir für das Gebiet der elektrischen Wellen das Verfahren von Classen in den „12 Vorlesungen über die Natur des Lichts“ vorbildlich für den Unterricht zu sein, wie auch die von Classen hierfür konstruierten Apparate sich an unserer Anstalt vorzüglich bewährt haben.

Die vorstehenden Ausführungen enthalten natürlich nur das Wesentlichste des Stoffes und auch dieses nur skizzenhaft; in Wirklichkeit wird man im Unterricht für die Rechnungen ein nicht zu knappes Maß an Zeit ansetzen, um allen Schülern die für sie neue Betrachtungsweise verständlich zu machen. Tut man dies aber, so gewinnen die Experimente, Besichtigungen usw. ein ganz anderes Verständnis als ohne Theorie, und ich kann aus einer achtjährigen Erfahrung sagen, daß keinem Gebiete der Physik von fast allen Schülern ein gleiches Interesse entgegengebracht wird. Es wäre zu wünschen, daß dieser Stoff mehr als bisher in den Lehrbüchern der Physik berücksichtigt würde und so zu Unterrichtsversuchen Veranlassung gäbe.

Deutscher Ausschuss für Erziehung und Unterricht. Der Aufstieg der Begabten. Vorfagen. Leipzig 1916, B. G. Teubner.*)

In keiner Zeit haben Erziehungs- und Unterrichtsfragen das deutsche Volk lebhafter beschäftigt als jetzt mitten in dem furchtbarsten aller Kriege. Auf zwei bedeutende Werke ist schon in den Unt.-Bl. hingewiesen.

Jetzt ist im Auftrage des deutschen Ausschusses für Erziehung und Unterricht ein drittes Buch erschienen, das unseren Feinden zeigen kann, was das deutsche Volk mit seinem viel geschmähten Militarismus will: Nicht allgemeine Knechtung, nicht Vergewaltigung des Einzelnen, sondern freie Entfaltung jeder Veranlagung aus allen Schichten des Volkes zu höchster Betätigung, zum Nutzen und Segen des deutschen Vaterlandes und der gesamten Kultur.

„Aufstieg der Begabten. Vorfagen“ ist der Titel des Buches. Also kein abschließendes Urteil, aber höchst wertvolle Beiträge vieler berufener Mitarbeiter. In einer trefflichen Einleitung zeigt der Herausgeber Dr. Peter Petersen (Hamburg) die Ziele an: Nicht soll es die Aufgabe sein, alle Begabten zum akademischen Studium hinzuführen. Unser Vaterland braucht jede Befähigung am rechten Ort. Jeder, auch wenn er durch die Volksschule gegangen ist, muß den Marschallstab im Tornister tragen. Die Ueberschätzung des Akademikertums muß aufhören, die Fesseln des Berechtigungswesens müssen fallen.

Der erste Teil spricht allgemein von der Begabung. Er enthält die Aufsätze über: Schulbegabung und Lebensbegabung, Förderung Begabter bei der Erziehung und Ausbildung der Handwerker, der Aufstieg der Begabten im kaufmännischen Beruf, der Aufstieg der Begabten in Technik und Industrie, die Auslese der Künstler. Alle Arbeiten enthalten anregende und fruchtbare Gedanken, vor allem ist „Die Auslese der Künstler“ höchst bemerkenswert. An diese Aufsätze mit beson-

*) Mitglieder unseres Vereins können die Schrift zum ermäßigten Preise von M 2.40 direkt von der Firma B. G. Teubner in Leipzig durch Postzahlkarte auf das Postcheckkonto Nr. 51 272 beziehen.

derem Thema schließen sich solche allgemeinen Inhaltes an: Volksschule und Begabung, die Berufslaufbahn des Volksschullehrers, die Probleme der Begabung und der Berufswahl auf der höheren Schule, die Förderung der technischen Fachbegabung, Psychologische Begabungsforschung und Begabungsdiagnose, das Berechtigungswesen, die herrschende soziale Bewertung der verschiedenen Berufsgruppen. Aus diesen Aufsätzen können wir leider nicht alle trefflichen Gedanken anführen, nur das Gemeinsame soll hervorgehoben werden: Begabung ohne Charakter ist wertlos; nur wo Wille und Tatkraft mit Begabung sich vereint, ist Förderung angebracht und notwendig. Stets muß dem Begabten zu Gemüte geführt werden, daß Begabung kein Verdienst, sondern eine Verpflichtung ist. Führende Persönlichkeiten sind in jedem Berufe heranzuziehen. Die Schwierigkeiten, die sich ihrem Aufstieg durch das Berechtigungswesen entgegenstellen, müssen überwunden werden, „Was der Mensch leistet, und nicht, wie er es gelernt hat, muß das Entscheidende sein“. Für die höhere Schule und ihre Lehrer ergeben sich ganz besondere Aufgaben. Zur Zeit ist die Möglichkeit der Begabungsforschung auf der höheren Schule nur einseitig auf intellektuelle Fähigkeiten gerichtet, aber auch technische und manuelle Begabungen müssen erkannt werden; daher die Forderung eines Werkunterrichts auch für die höheren Schulen (Handfertigkeit, Schülerübungen in Physik, Chemie, Biologie). Die neuen pädagogischen Ideen fordern in viel höherem Maße ein Mitarbeiten des Lehrers und eine größere psychologische Erkennung. Um die verschiedenartigen Begabungen zu erkennen, die sich nicht in der Schule allein bemerkbar machen, muß der Oberlehrer, zumal wenn er Klassenlehrer ist, an den Veranstaltungen der Jugendpflege, der militärischen Vorbereitung der Jugend, an den Wettspielen, an den Wanderungen teilnehmen. Dann lernt er die Persönlichkeit kennen, dann wird die Schulgemeinschaft eine Lebensgemeinschaft, dann enthüllen sich die Charakteranlagen, die gegebenenfalls den wertvollsten Teil der Begabung ausmachen. Begabungsentwicklung muß längere Jahre beobachtet werden, anfangend mit dem Eintritt in die Schule. Deshalb muß das Ordinariat der Sexta in die Hände eines besonders erprobten und erfahrenen Lehrers gelegt werden, nicht in die Hand des jüngsten. Das Ordinariat der Sexta ist ein Ehrenamt, ein Vertrauensamt erster Ordnung.

Der zweite Teil des Buches behandelt die Wege zur nationalen Schule. Aus diesen Aufsätzen möchten wir nur auf die über die Münchener Versuchsschule, das Mannheimer Schulsystem, den Aufstieg der Begabten und die Organisation des höheren Schulwesens, die Reform der Bürgerschulen, besonders hinweisen. Ein packendes Schlußwort von dem derzeitigen Vorsitzenden des deutschen Ausschusses faßt die übereinstimmenden Gedanken zusammen und endet mit den Worten: „Alle Erziehungsreformen sind nichtig, wenn die rechten Erzieher fehlen. Wir brauchen Lehrer und Erzieher der Jugend und des Volkes, in denen die ganze Gewalt und Größe dieser Zeit dauernd lebendig bleibt, Erzieher, die den Schwung und die Tatkraft, den Idealismus und das Pflichtbewußtsein, die Innerlichkeit und das soziale Empfinden dieser Tage zur Grundlage ihres Erziehungswerkes zu machen wissen; wir brauchen mit einem Worte wahrhaft

deutsche Männer als Erzieher, — wir werden sie finden!“
Bode (Frankfurt a. M.).

Veranstaltungen der Königlichen Zentralstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht.

Winter 1916/17.

A. Übungen und Vorlesungen für Lehrer und Lehrerinnen an den Schulen Groß-Berlins.

1. Die wichtigsten Hilfs- und Lehrmittel für den erdkundlichen Schulunterricht. (Unter Benutzung der Sammlungen der Zentralstelle und der Ausstellung im Zentralinstitut für Erziehung und Unterricht.) Vortragender: Professor Dr. Lampe.

2. Technik des erdkundlichen Ausfluges. Leiter: Direktor Professor Heinrich Fischer.

3. Die Karpathen. Vortragender: Rektor Seidel.

4. Die Lehrmittel für den naturgeschichtlichen Unterricht. (Mit Besprechungen und Vorweisungen unter Benutzung der Sammlungen der Zentralstelle und der Ausstellung im Zentralinstitut für Erziehung und Unterricht.) Leiter: Professor Dr. Schoenichen.

5. Ergänzungen zu den pflanzenkundlichen Ausflügen im Sommer. Leiter: Dr. Ulbrich.

6. Übungen in der Mineralogie. Leiter: Professor Dr. Böttger.

7. Übungen zur Verhütung von Unfällen im chemischen und physikalischen Unterricht. Leiter: Professor Ohmann.

8. Übungen in der mechanischen Werkstatt. Leiter: Mechaniker und Optiker Hintze.

B. Besondere Übungen und Vorlesungen für Lehrer und Lehrerinnen an den höheren Schulen Groß-Berlins.

1. Erdkundliche Übungen. Leiter: Oberlehrer Urbahn.

2. Übungen in der Kunst des Wandtafel-Zeichnens für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. Leiter: Direktor Professor Dr. Röseler.

3. Übungen aus dem Gebiete der Physiologie und Mikroskopie der Pflanzen. Leiter: Professor Dr. Kolkwitz.

4. Übungen zur Lehre von den Haut- und Skelettbildungen im Tierreich. Leiter: Direktor Professor Dr. Röseler in Verbindung mit Oberlehrer Lamprecht.

5. Physikalische Schulversuche. Leiter: Dr. Volkmann in Verbindung mit Oberlehrer Dr. Curt Fischer.

6. Physikalische Schülerversuche. Leiter: Professor Hahn in Verbindung mit Oberlehrer Dr. Curt Fischer.

7. Erdmagnetismus. Vortragender: Geheimer Regierungsrat Professor Dr. Schmidt.

8. Chemische und elektrochemische Schulversuche. Leiter: Professor Dr. Böttger in Verbindung mit Professor Schwarz und Oberlehrer Dr. Franz.

9. Die wichtigsten Lehrverfahren und andere Grundfragen des chemischen und mineralogisch-geologischen Unterrichts. Vortragender: Professor Ohmann.

10. Übungen in der wissenschaftlichen Lichtbildkunst. Leiter: R. Schmechlik.

Bücher-Besprechungen.

Aus Natur und Geisteswelt. Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen. Leipzig-Berlin, B. G. Teubner.

30. Bändchen: Janson, Prof. Dr. O. Das Meer, seine Erforschung und sein Leben. Dritte Auflage mit 40 Abbildungen, 113 Seiten. 1914.

35. Bändchen: Scheffer, Prof. Dr. W. Das Mikroskop. Zweite Auflage mit 99 Abbildungen im Text, 100 Seiten. 1914.

388. Bändchen: Heilborn, Dr. A. Entwicklungsgeschichte des Menschen. Vier Vorlesungen mit 60 Abbildungen nach Photographien und Zeichnungen, 87 Seiten. 1914.

422. Bändchen: v. Bardeleben, Prof. Dr. K. Die Anatomie des Menschen, Teil V. Nervensystem und Sinnesorgane mit 50 Abbildungen im Text, 81 Seiten. 1913.

1. In dritter Auflage erschien Janson's Werkchen, Das Meer. Der erste Abschnitt bringt die Geschichte der modernen Meeresforschung, die, um die Mitte des 19. Jahrhunderts mit der ersten unterseeischen Verbindung durch Kabellegung zwischen England und Frankreich anhebt, in den Jahren 1872 bis 1876 als eine ihrer Großtaten, die bekannte Challenger-Expedition zeitigte, eine wissenschaftliche Untersuchung, die wegen ihrer überaus glücklichen Durchführung und ihrer großen Ausbeute eine große Zahl anderer, z. B. die deutsche Tiefsee-Expedition unter Leitung des Prof. Dr. Chun auf der Valdivia zur Folge hatte, und in der Einrichtung von Arbeitsstätten, Aufstellen von Methoden der Durcharbeitung des Materials und letzten Endes in die Gründung einer Internationalen Kommission für Meeresforschung auslief. Die folgenden Kapitel bringen in großen Zügen das Material, das die Forschung wissenschaftlich ergründet hat; sie berichten von der Verteilung von Wasser und Land auf der Erde und den Tiefen der Ozeane, die durch mannigfache Lotwerkzeuge erkundet worden sind, ferner von den Oberflächenformen des Meeresbodens und den Ablagerungen der Tiefsee, von den Temperaturverhältnissen der Ozeane und den Apparaten und Methoden zur Feststellung derselben.

Ein anderer Abschnitt behandelt eingehend die horizontalen und vertikalen Bewegungen im Meerwasser, seine Bestandteile, sowie die Dichte und die Farbe, und berichtet von den Licht- und Druckverhältnissen, die in der Tiefsee herrschen und auf Fauna wie Flora von einschneidender Bedeutung sind. Von den Pflanzen und Tieren, die die Meere in ihren verschiedenen Tiefen bewohnen, sind natürlich nur die wichtigsten und interessantesten angegeben worden. Ein besonderes Kapitel ist den Anpassungserscheinungen bei den Meerestieren gewidmet worden.

Einige, dem Texte beige druckte Abbildungen, dienen in zweckentsprechender Weise zum leichteren Verständnis des Inhalts.

2. Ein beinahe neues Werk ist die zweite Auflage von W. Scheffers „Das Mikroskop“ geworden. Aus der ersten Auflage verkürzt übernommen ist nur der erste Abschnitt, der in Wort und Bild uns die ersten Mikroskope, die Menschenhand gebaut hat, vorführt und die weitere Entwicklung, die der Bau von Linsenapparaten zwecks Vergrößerung kleiner Gegenstände bis zum Anfang des 18. Jahrhunderts genommen hat,

behandelt. Außerordentlich klar, daher auch durchaus gemeinverständlich wird in den folgenden Kapiteln die Optik der Lupe und des Mikroskopes, sowie die der Beleuchtungseinrichtungen theoretisch wie praktisch eingehend erörtert; ebenso gründlich wird der Leser in der Mechanik des Mikroskopes, die den Tubus, die Triebbewegungen bei der Einstellung des Präparates, den Objektstisch, sowie die Einrichtungen zum Befestigen der Objektive betrifft, unterrichtet und mit den Hilfseinrichtungen am Mikroskop (Zählen, Meßvorrichtungen, Polarisationsvorrichtungen u. a. m.) bekannt gemacht. Die Schlußkapitel handeln von der mikroskopischen Untersuchung der Objekte und geben Anweisungen bei der Herstellung brauchbarer Präparate (Fixieren, Entwässern, Härten, Einbetten, Schneiden mit dem Mikrotom, Färben usw.). Dem Texte sind eine Menge Abbildungen beigegeben; besonderes Interesse erregen die, welche uns die ersten Mikroskope und ihre Hilfsapparate wiedergeben.

3. Heilborn's, „Entwicklungsgeschichte des Menschen“ soll ein Versuch sein, dem Laien in gedrängter Kürze die Ergebnisse embryologischer Forschung übersichtlich darzustellen, um ihn zu befähigen, in das Gebiet der Keimesgeschichte des Menschen eindringen zu können. Nach einem historischen Überblick über die Entwicklungslehre, wie sie in ihren Anfängen seit Aristoteles durch die Jahrhunderte bis in die Neuzeit in den mannigfachsten Anschauungen und Hypothesen der Gelehrten Ausdruck gefunden hat, geht der Verfasser zunächst auf die Grundbegriffe der Entwicklungslehre, die Zelle als Elementarorganismus, Ei, Samenfaden, Befruchtung und Vererbung ein und erläutert die Theorien, die die Wissenschaft aufgestellt hat. Das dritte Kapitel erläutert gemeinverständlich die Entwicklung des Embryos zum reifen Kinde, die Keimblätterlehre, die Gewebebildung, die Sonderausbildung der Organe aus den Geweben u. a. m. werden eingehend besprochen; auch dem mangelhaft vorgebildeten Laien wird es keine Schwierigkeiten machen, dem Verfasser zu folgen und den äußerst interessanten Stoff aufzunehmen. Der Schlußabschnitt „Menschenwunder“, bringt in Wort und Bild Rudimente, Hemmungs- und andere Mißbildungen. Wer nach dieser vorzüglichen Vorbildung, die das Bändchen gibt, weiter sich unterrichten, tiefer eindringen will, dem hilft der Verfasser durch eine große Zahl von Literaturangaben.

4. Teil V der „Anatomie des Menschen“ von Prof. Dr. K. v. Bardeleben handelt vom Nervensystem und den Sinnesorganen. Der Verfasser gibt eine ins Einzelne gehende Beschreibung des äußeren und inneren Baues des Nervensystems und der Sinnesorgane; ausgezeichnete Abbildungen, dem Texte beige gedruckt, unterstützen das Verständnis.

W. Hirsch (Berlin-Lichterfelde).

* * *

Rohrberg, A., Der Mathematische Unterricht in Dänemark. Berichte und Mitteilungen, veranlaßt durch die Imuk (Intern. Math. Unterr.-Komm.) 2. Folge Nr. I. Beihefte d. Zeitschr. f. math. u. nat. Unterr. Herausgegeben von W. Lietzmann und E. Grimsehl †. geh. M 2,40. Die „Imuk“ hat bekanntlich veranlaßt, daß nicht nur über den deutschen mathematischen Unterricht, sondern auch über den außerdeutschen ausführliche Abhandlungen und zwar vom Standpunkte des be-

treffenden Landes selbst erschienen sind. Um nun gerade diese letzteren für uns Deutsche recht nutzbringend zu gestalten, hat sich die Kommission entschlossen, eine „zweite Folge von Berichten und Mitteilungen“ erscheinen zu lassen, worin der mathematische Unterricht des Auslandes von unserem Standpunkte aus betrachtet wird. Diese Betrachtungen stützen sich aber nicht auf Buchstudium, vielmehr auf unmittelbare Beobachtung und auf den Verkehr mit den maßgebenden Persönlichkeiten selbst. Hierzu hat sogar die „Inuk“ in dankenswerter Weise Geldmittel zur Verfügung gestellt.

Die erste Schrift in dieser Richtung ist die vorliegende von Rohrberg. Das in Lage und Volkscharakter nahestehende Dänemark ist uns durch seine Gesetzgebung für die höhere Schule seit 1903 nicht nur näher gerückt, sondern hat uns in der Frage des gemeinsamen Unterbaus überholt. Von einer „Einheitsschule“ aber im deutschen Sinne ist dabei keine Rede. Dagegen finden wir die 3 dreiklassigen Gabelnlinien der Oberstufe (altsprachliche, neusprachliche und math.-nat.) auf ein gemeinsames Fundament gestellt, das man dort Zwischenschule (Mellem-Skole) nennt. Dieser letzteren gehen dann gewöhnlich noch 4 Vorbereitungsklassen voraus, die ungefähr unserer Vorschule entsprechen; indessen bereitet auch die Volksschule für die höhere Schule vor. Der Uebergang zur Zwischenschule und Oberschule wird jedesmal durch eine Prüfung erreicht. Diese Vorbemerkungen, die durch Rohrberg kurz und klar dargestellt sind, mögen genügen, um die Schilderung des besonderen, mathematischen Unterrichtes zu verstehen. Erwähnenswert ist noch, daß durch das Schulgesetz von 1903 die sog. Koedukation eingeführt ist, daß ferner der Vor- und Volksschulunterricht erst mit dem 7. Jahre beginnt, eine sehr weise Einrichtung, und daß infolgedessen die (höhere) Zwischenschule mit dem 11. Jahre etwa unserer Quarta entsprechend einsetzt. Der Unterricht in den einzelnen Klassen ist vielfach noch Einzelunterricht und nicht Massenunterricht. In der reichen und klar geordneten Fülle des Stoffes läßt uns Rohrberg schon bei der „Zwischenschule“ das Ueberwiegen des arithmetischen Elementes erkennen, das noch verstärkt wird durch das kräftige Fortführen des Rechenunterrichtes nach der kaufmännischen Seite hin. Während man neuerdings in Deutschland der Geometrie wieder mehr zu ihrem Rechte verhilft, ist in Dänemark der mathematische Unterricht zu sehr Rechenwerk und noch dazu nach der abstrakt arithmetischen Seite hin. Dabei fehlt es in den 4 Klassen der Zwischenschule gar nicht einmal an der nötigen Zahl von Stunden (der Reihe nach 4, 5, 6, 7 Stunden!). Die Geometrie muß sich mit 0, 2, 2, 2 Stunden begnügen und noch dazu in einem Lande, das die vortrefflichen Bücher von Jul. Petersen (neu herausgegeben von Hansen) besitzt.

Der dreiteilige Aufbau über der Zwischenschule heißt einfach „Gymnasium“. Nur die math.-naturw. Linie kann unseren deutschen Begriffen von allgemein mathematischer Schulung genügen, obwohl auch hier der algebraische Betrieb gar sehr die Ueberhand hat. Die alt- und neusprachlichen Linien haben überhaupt nur zwei Stunden Mathematik, in denen das für die Oberstufe wichtige Gebiet der Stereometrie ganz ausfällt. Wenn man nun noch bedenkt, daß viele Dänen die neusprachliche Linie für die „allgemein“ bildende halten, so muß man daraus

schließen, daß die mathematische Schulung der akademisch gebildeten Dänen recht mäßig ist. Die math.-naturw. Linie nimmt übrigens immer noch ein gutes Drittel der höheren Schüler in Anspruch, da sie im wesentlichen noch für die technische Hochschule vorbereitet. Leider aber tritt auch hier wieder das geometrische Element in den Hintergrund, weil meist auf die darstellende Geometrie zugunsten der Infinitesimalrechnung verzichtet wird. Interessant ist, daß überall seit 1904 vierstellige Logarithmen gebraucht werden; der Numerus wird durch besondere Antilogarithmentafeln bestimmt. Ueber die Logarithmen ist hier vieles Beachtenswerte nachzulesen. Die Infinitesimalrechnung, Differenzial- und Integralrechnung nehmen einen breiten Raum ein. „Die Schüler zieht der Stoff an, und sie bringen es bald zu einer gewissen Fertigkeit im Differenzieren und Integrieren, doch fällt ihnen natürlich das Erfassen der logischen Grundlage recht schwer.“

Aus diesen Andeutungen wird man entnehmen, daß uns Rohrberg, der auch früher schon in einigen Aufsätzen auf das dänische Schulwesen hinwies, eine sehr beachtenswerte Schrift geliefert hat.

Dr. C. H. Müller (Frankfurt a. M.)

* * *

von Sanden, H., Praktische Analysis. Handbuch der angewandten Mathematik. Herausgegeben von H. E. Timerding. I. Teil. Mit 30 Abbildungen im Text. XX u. 185 S. Leipzig-Berlin, B. G. Teubner. Geh. M 3,60, geb. M 4,20.

Ein großer, auch heute noch weitverbreiteter Fehler unserer Universitätsausbildung in Mathematik besteht darin, daß zwar die Theorie sehr eingehend gelehrt, dagegen die praktische Durchführung und Anwendung viel zu sehr vernachlässigt wird. Da nun von Sanden mannigfache Fingerzeige und wertvolle Anleitung gibt, wie der theoretischen Lösung die praktische Ausrechnung folgen kann, ist dies Unternehmen im Hinblick auf die Studierenden nicht weniger verdienstlich als im Hinblick auf den Unterricht, „der die Fühlung mit der Wirklichkeit nicht verlieren will“; es sei nur an die Abschätzung der Genauigkeit eines Ergebnisses erinnert, ferner an den Gebrauch von Rechenschieber und Planimeter, die sich ja mehr und mehr Eingang in den Unterricht verschaffen. Leider wird im übrigen die Bedeutung der angewandten Mathematik für den Unterricht noch viel zu sehr verkannt. von Sanden weist in der Einleitung nochmals kurz die Vorzüge dieses Unterrichtszweiges nach, geht aber in seiner Begeisterung für die gute Sache doch vielleicht etwas zu weit bezüglich des Umfangs, in dem diese angewandte Mathematik, die man leider noch immer von der reinen streng sondert, eingeführt werden soll. Hier dürfte, schon wegen der geringen zur Verfügung stehenden Zeit, der Mittelweg der beste sein. Das Buch soll ja auch nicht als Schulbuch betrachtet werden, es will in erster Linie den Studierenden und Ingenieuren dienen, daneben aber den Lehrern der Mathematik Anregungen geben. So erklärt sich auch seine Vielseitigkeit. Es unterrichtet über numerisches und graphisches Rechnen, Rechenschieber und Rechenmaschinen, geht kurz auf Extra- und Intrapolation ganzer rationaler und beliebiger Funktionen ein, übt Integrations- und Differentiationsmethoden an praktischen Beispielen und gibt wertvolle Winke für die Auflösung von Gleichungen; es dürfte kaum ein hierher gehöriges Gebiet geben.

das nicht behandelt ist. Dabei ist die Schreibweise einfach und klar und die Rechnungen sind übersichtlich und bis auf das unten zu Erwährende trotz ihrer erheblichen Ausdehnung ohne Druckfehler. Nur folgende kleine Ausstellungen wären zu machen: S. 93 Fig. 19 fehlt 4, S. 140 (1) fehlt die Zahl 6, S. 169 3. Z. muß es heißen $y = 1,04\ 116\ 18$. Dem Verfasser gebührt für dieses Werk besonderer Dank; ebenso dem Herausgeber des Handbuches, der auch hier wieder zeigt, daß er den rechten Mann an die rechte Stelle zu setzen weiß.

H. Keller (Chemnitz, Sa.).

* * *

Bavink, Allgemeine Ergebnisse und Probleme der Naturwissenschaft. Eine Einführung in die moderne Naturphilosophie. Mit 19 Figuren und 2 Tafeln. XIV und 314 Seiten. Leipzig 1914, S. Hirzel. Geh. M 6,—, geb. M 7,—.

Aus der Fassung des Titels ist schon zu sehen, daß es dem Verfasser nicht darauf ankam, eine abgeschlossene Naturphilosophie zu geben. Solcher Naturphilosophien, die meist nur auf einem engen Tatsachengebiete aufgebaut sind, deren breitere Folgerungen daher in der Luft hängen, gibt es im Ueberfluß; mit dieser unzulässigen Verallgemeinerung paart sich meist noch eine Geringschätzung der Probleme überhaupt. Um so mehr ist es zu begrüßen, daß sich Bavink die Aufgabe stellt, die Hauptprobleme auf naturwissenschaftlichem Gebiete herauszuheben und ihren augenblicklichen Stand möglichst ausführlich und unparteiisch darzustellen. Dies ist in hervorragender Weise gelungen; nur der erste Teil bekommt durch den mehrfachen plötzlichen Wechsel zwischen physikalischen und chemischen Stoffen den Eindruck des Aphoristischen, ja sogar des Zwiespältigen. Vielleicht ließe sich dieser Teil bei der 2. Auflage etwas einheitlicher gestalten und dabei auch das Relativitätsprinzip, das noch immer im Mittelpunkt des Interesses steht, mit hineinbringen; denn auch darin liegen Gedanken, die „sowohl für den naturphilosophisch Gerichteten, als auch für den, dem die Naturphilosophie wenig oder nichts zu sagen hat“, von hohem Interesse sind. An diese Grundbegriffe werden die Grundlagen der Physik angeschlossen, von der Messung und von der Äquivalenz der Energien an über die kinetische Wärme- und elektromagnetische Lichttheorie hinweg zur Elektronenhypothese und ihren Konsequenzen. Ein zweites Kapitel behandelt Weltall und Erde (Ewigkeit der Welt, Kosmogonien, Ursachen geologischer Veränderungen); daran schließt sich eine Betrachtungsreihe über Materie und Leben, in der alle wichtigen Probleme dieses Gebietes behandelt sind. (Zelle, Lebensentstehung, Kausalität in der Biologie, psycho-physische Probleme, Vitalismus und Mechanismus). Den Schluß bildet dann das Problem der Artenbildung und die Deszendenz. Der hohe Wert des Buches liegt vor allem darin, daß es sich nicht auf einen bestimmten Standpunkt festlegt — den Kampf gegen den Vitalismus vielleicht aufgenommen —, sondern nur das Für und Wider der einzelnen Problemlösungen erörtert und gerade dadurch außerordentlich anregend wirkt. Es sei deshalb allen Fachkollegen und noch mehr allen Nichtfachkollegen, die sich mit den naturwissenschaftlichen Problemen und ihren Lösungsversuchen vertraut machen wollen, aufs wärmste empfohlen.

H. Keller (Chemnitz, Sa.).

* * *

Weitzel, Unterrichtsbriefe zur Einführung in die höhere Mathematik. 1. Lieferung. Vollständig in 30 Lieferungen zu 50 Pfg. Wien und Leipzig, A. Hartlebens Verlag.

Das Bild, das dieses erste Heft von dem Werke gibt, ist nicht gerade günstig; die auf dem Umschlage, im Vorwort und auf den Prospekten angekündigten Versprechungen kann es jedenfalls nicht erfüllen. Das Zwiegespräch, von dem sich der Verfasser sehr viel verspricht, führt, wie meist, nicht zur Belebung, sondern zur unliebsamen Unterbrechung einer fortlaufenden Darstellung. Der Lehrer spricht außerdem oft seitenlang, während der Schüler kaum mit einem Satze zu Worte kommt. Der Schüler zeichnet sich auch durch ein tüchtiges Teil Dummheit aus; obwohl er die niedere Mathematik schon beherrschen soll, kann er geometrische Punkte, Linien und Körper nicht von materiellen unterscheiden, sieht in perspektivischen Figuren rechte Winkel nicht, die als solche eingezeichnet sind u. a. m. Allerdings wird ihm das Verständnis auch nicht besonders erleichtert. Schon die Fragestellung ist gräßlich: „Da ab eine Gerade ist und c ein Punkt außer dieser, so kann man auch noch wie sagen? In was schneidet eine Linie eine Ebene?“ In der ersten Frage beachte man auch die Gerade ab und den Punkt c ; auch $\angle A$ findet sich an einer andern Stelle. In der zweiten Frage ist gar nicht eine Linie, sondern eine Gerade gemeint. Solche Ungenauigkeiten finden sich in Menge: „Wenn also EA im Punkte A senkrecht steht (worauf denn? H. K.), so steht die auch senkrecht auf der ganzen Ebene MN . — Findest du also von einer Linie, daß sie gerade ist, so ist die Fläche, in der sie sich befindet, eine Ebene (und die Mantellinien von Kegel und Zylinder H. K.). Weiter wird behauptet, daß die Voraussetzung möglichst (! H. K.) zum Beweise zu benutzen ist, und daß Beweise durch Anschauung überflüssig werden. Was die Veranschaulichung selbst betrifft, so verweist der Verfasser nur am Schlusse auf praktische Verhältnisse anstatt von ihnen auszugehen. Die Figuren 38 und 40 sind ungenau gezeichnet. Es erübrigt sich wohl, diesen Beispielen noch etwas hinzuzufügen.“

H. Keller (Chemnitz, Sa.).

* * *

Sumpf-Hartenstein-Bahr dt, Grundriß der Physik. Ausgabe B. Vorzugsweise für Realschulen und die Unterstufe höherer Realanstalten, höhere Bürgerschulen und verwandte Anstalten. Mit 526 in den Text gedruckten, zum Teil farbigen Abbildungen und einer Spektraltafel in Farbendruck. 6. Auflage. Hildesheim und Leipzig 1914, Lax. geb. M 2,70.

Nach dem Rücktritte des früheren Mitherausgebers Pabst hat in dieser Auflage des altbewährten Buches Dr. Bahr dt, Berlin-Lichterfelde, die Mitwirkung übernommen. Den Neuerungen kann durchweg zugestimmt werden. Die Uebersichtlichkeit des Buches ist in der Tat dadurch wesentlich gefördert worden, daß an die Spitze jedes Abschnitts fettgedruckte Stichwörter gestellt worden sind. Auch die Umstellung der Erörterungen über Molekularkräfte ist wohl begründet. Die neu aufgenommenen Figuren sind nicht immer von gleichem Wert; einzelne werden ohne Zweifel später durch bessere ersetzt werden. Wir wünschen dem Buche, das wir selbst mehrfach mit Nutzen gebraucht haben, immer weitere Verbreitung.

Dr. C. H. Müller (Frankfurt a. M.).

Karny, Dr. Heinrich, Wiederholungstabellen der Mineralogie. Mit 30 Kristallnetzen. Wien 1914, A. Pichlers Witwe & Sohn. M 2,20.

Das erzeiche Oesterreich hat von jeher dem mineralogischen Unterricht eine größere Bedeutung zugebilligt, als bei uns im deutschen Reiche geschieht. Das geht schon aus einem kurzen Blicke in diese Wiederholungstabellen hervor, die nicht nur für Realanstalten, sondern ausdrücklich auch für Gymnasien bestimmt sind. Nur wenige Gymnasien im „Reich“ werden sich rühmen können, auch nur annähernd an die österreichischen Ziele heranzureichen, und das ist gewiß zu bedauern. Schon eher werden unsere Realanstalten den Vergleich aushalten. Immerhin werden auch sie aus diesen wertvollen tabellarischen Zusammenstellungen Mancherlei lernen können.

Wiederholungstabellen sind nur in denjenigen Fächern zu empfehlen, in denen aus der Fülle des Stoffes immer wieder das Skelett herausgehoben werden muß, wie z. B. in Geschichte und Mathematik. Daß dazu auch die Mineralogie gehört, können wir getrost bejahen. Denn schon mancher Lehrer der Mineralogie hat gewiß zu diesem Hilfsmittel gegriffen und den Schülern kurze Wiederholungstabellen diktiert. Die Auswahl der Mineralien ist bei Karny richtig getroffen, nur erscheint die Spezialisierung bei einigen Arten, z. B. beim Quarz, zu groß. Ein vortreffliches Lehrmittel bilden namentlich die Kristallnetze, unter denen man sogar einige sonst nur selten gebotene findet, z. B. das sternförmige Kristallskelett des Wassers. Zur „Wiederholung“ würde indessen auch eine kurze Andeutung über das Entwerfen von Schrägbildern der Kristalle (schiefe Parallel-Perspektive) gehören. Alles in allem haben wir hier ein gutes Lehrmittel vor uns.
Dr. C. H. Müller (Frankfurt a. M.).

* * *

Schuster, F., Die moderne theoretische Physik und der Aether. Eine Verteidigung des materiellen Aethers. 44 S. Karlsruhe i. B. 1913, G. Braunscher Verlag, M 1.—.

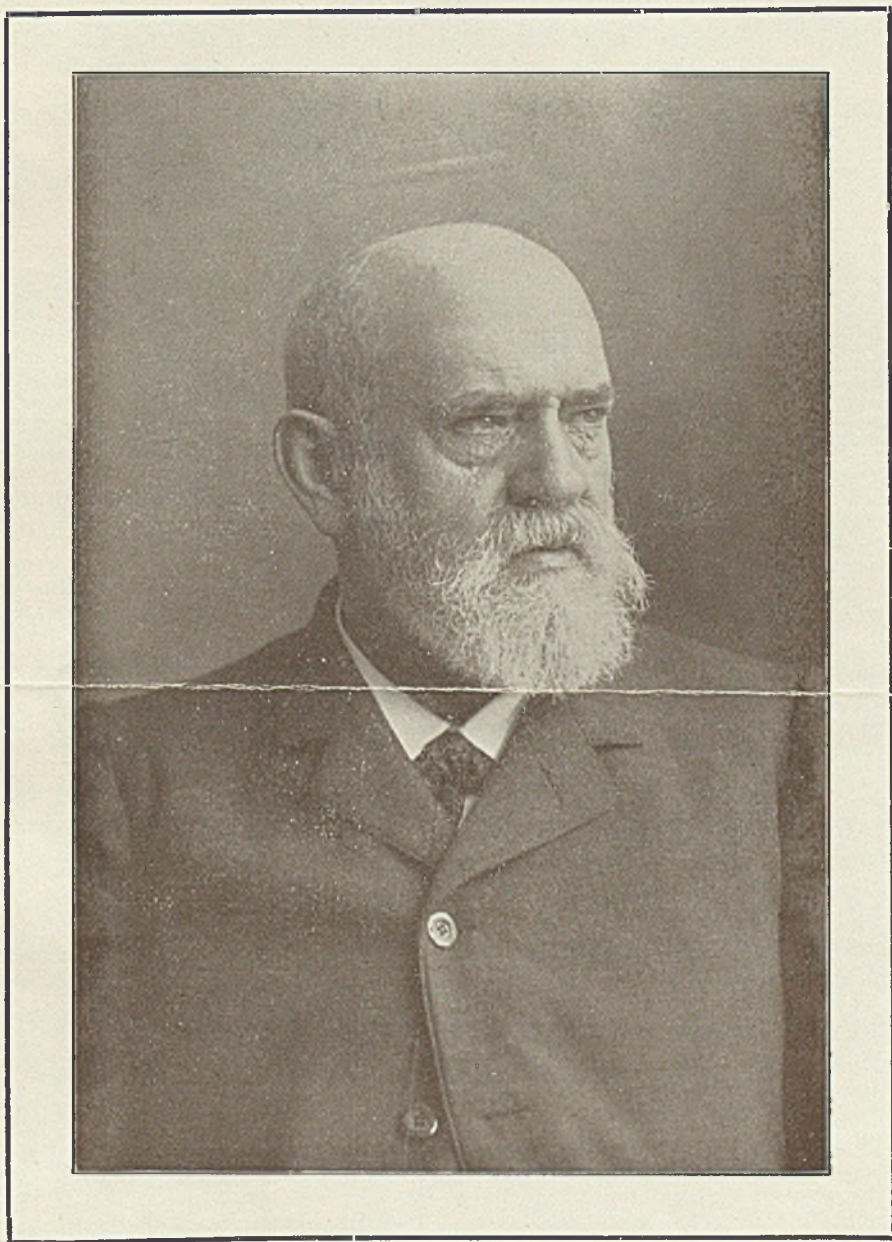
Das Buch stammt nicht von dem englischen Physiker Schuster, wie ich vermutete, sondern von einem Oberstleutnant a. D. desselben Namens, der sich gegen den Vorwurf der Unwissenschaftlichkeit, der ihm angeblich vom Karlsruher Naturwissenschaftlichen Verein gemacht ist, verteidigen will. Er stellt die Behauptung auf, daß der Aether weiter nichts ist als die Gase unserer Atmosphäre in höchster Verdünnung. Daß diese nun die Träger der optischen und elektromagnetischen Energien sind, dafür bleibt er den Beweis schuldig. Im übrigen bekämpft er alle bisherigen Theorien, ohne sie, wie z. B. beim Relativitätsprinzip, in ihrem eigentlichen Wesen zu erfassen. Er ist überhaupt der Ansicht, daß die theoretische Physik und namentlich die Anwendung der Mathematik die Naturwissenschaft dem Zusammenbruch entgegenführt. Er sagt: „Wer Gelegenheit hatte, einen öffentlichen Vortrag über eine der neuesten Errungenschaften der theoretischen Physik zu hören, wird erstaunt gewesen sein über die Menge der den Vortrag begleitenden überraschenden Experimente, auch über die Anzahl von Formeln, welche die Sache, um die es sich handelt, beweisen sollen. Die Hauptsache wird ihm jedoch dunkel geblieben sein.“

P. Riebesell (Hamburg).

Verzeichnis der bei dem Verlage zur Besprechung eingegangenen Bücher.

- Bardeys, E., Aufgabensammlung für Arithmetik, Algebra und Analysis. Reformausgabe A.: für Gymnasien, Unterstufe. Bearb. v. W. Lietzmann. 2. Aufl. Mit 32 Fig. Leipzig 1916, Teubner. geb. M 1.90.
- Block, R., Schulfragen der Gegenwart. Einheitsschule und anderes. Leipzig 1916, Quelle & Meyer. M 1.20.
- Boerner, H., Vorschule der Experimentalphysik. 7. Aufl. Bearb. v. G. Mohrmann. Mit 136 Abb. Berlin 1916, Weidmann. geb. M 2.40.
- Boruttan, H., Die Arbeitsleistungen des Menschen. Einführung in die Arbeitsphysiologie. Mit 14 Fig. (Aus „Natur und Geisteswelt“. Bd. 539). Leipzig 1916, Teubner. geb. M 1.25.
- Brohmer, P., Biologie. Mit 3 farbigen Tafeln u. Textabb. Leipzig 1916, Quelle & Meyer. geb. M 3.20.
- Doehle mann, K., Grundzüge der Perspektive nebst Anwendungen. Mit 91 Fig. u. 11 Abb. (Aus „Natur und Geisteswelt“. Bd. 510). Leipzig 1916, Teubner. geb. M 1.25.
- Dziobek, O., Die Mechanik und ihre Anwendungen. Berlin 1916, Bath. M 3.—.
- Einste in, A., Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. Leipzig 1916, Barth. M 2.40.
- Fischer, P. B., Rechenbuch f. höh. Knabenschulen. Mit 36 Fig. Leipzig 1916, Teubner. geb. M 2.20.
- Fuß, K., u. Henso ld, G., Lehrbuch der Physik. Mit 491 Fig. 13./14. Aufl. Allgemeine Ausgabe. Freiburg 1915, Herder. geb. M 7.20.
- Günther, W., Kunstgaben f. Schule und Haus. Heft 5: Ludwig Richter, Vater Unser. Heft 6: Ludwig Richter, Unser tägliches Brot. Heft 8: Ludwig Richter, Sommer. Leipzig 1916, Wigand. Jedes Heft M 0.15.
- Hausrath, H., Der deutsche Wald. 2. Aufl. Mit Bildern u. Karten (Aus „Natur und Geisteswelt“. Bd. 133). Leipzig 1914, Teubner. geb. M 1.25.
- Hočevar, F., Lehr- u. Übungsbuch der Geometrie für Gymnasien u. Realgymn., Mittelstufe. Mit 222 Fig. 8. Aufl. Wien 1916, Tempsky.
- Horn, K., Die deutsche höh. Schule der Zukunft. Frankfurt a. M. 1916, Keller. M —.50.
- v. Ihering, A., Die Wasserkraftmaschinen und die Ausnutzung der Wasserkräfte. 2. Aufl. Mit 57 Abb. (Aus „Natur und Geisteswelt“. Bd. 228). Leipzig 1914, Teubner. M 1.25.
- Klein, L., Streifzüge in das Gebiet der Mathematik und Geometrie. Heft 1/3. Korneuburg 1915, Kühkopf.
- Kraus, K., Methodik der Naturlehre. Mit 45 Abb. 2. Aufl. Wien 1916, Pichler.
- Kullrich, E., Mathem.-physikalische Tafeln. 2. Aufl. Leipzig 1916, Teubner. M —.60.
- Leman, A., Vom periodischen Dezimalbruch zur Zahlentheorie (Mathem. Bibliothek Nr. 19). Ebenda. M —.80.
- Lesser, O., Lehr- und Übungsbuch für den Unterricht in der Arithmetik und Algebra. I. Teil für bayer. Mittelschulen, besorgt von A. Schaab. Mit 18 Fig. 2. Aufl. Leipzig 1914, Freytag. geb. M 2.80.
- Lietzmann, W., Geometrische Aufgabensammlung. Ausg. A: für Gymnasien, Unterstufe. Mit 266 Fig. geb. M 2.—. Ausg. B: für Realanstalten, Unterstufe. Mit 288 Abb. Leipzig 1916, Teubner. geb. M 2.80.
- Linnich, M., Lehr- und Übungsbuch d. Mathematik f. Lyzeen. 2. Teil. Kl. 2 u. 1. Mit 86 Fig. 3. Aufl. Leipzig 1915, Freytag. geb. M 2.—.
- Löwenhardt, E., Leitfaden für die chemischen Schülerübungen zur prakt. Einführung in die Chemie. 3. Aufl. Mit 12 Fig. Leipzig 1914, Teubner. M 1.60.
- Löwenhaupt, V., Der große Krieg in Zahlen. Mit 2 Abb. Ebenda. M —.70.
- Meyer, K., Naturlehre (Physik u. Chemie) f. höh. Mädchenlehranstalten. Ausgabe A. 6. Aufl. Mit 338 Abb. Leipzig 1916, Freytag. geb. M 3.—.
- Močniks Anfangsgründe der Geometrie für die I./III. Klasse d. Mittelschulen. Bearb. von J. Spielmann. Mit 160 Fig. 29. Aufl. Wien 1916, Tempsky.
- Möhle, (F. u. Knochenhöppl, C.), Lehr- und Übungsbuch d. Mathematik für Lyzeen. 2. Teil für Klasse II u. I. Mit 173 Fig. Breslau 1916, Hirt. geb. M 3.25.
- Müller, A. L., Das Gedächtnis und seine Pflege. Mit 22 Abb. Stuttgart 1915, Franckh. M 1.—.
- Müller, E., Lehrbuch der darstellenden Geometrie für technische Hochschulen. 2. Band, 2. Heft. Mit 188 Fig. Leipzig 1916, Teubner. M 8.40.
- Pokornys Tierkunde f. d. unt. Klassen der Mittelschulen, bearb. v. Dr. Rob. Latzel. 30. Aufl. Wien 1915, Tempsky.
- Pomaro li, G., Übungsbuch der darstellenden Geometrie f. Realgymnasien. I. Teil mit 25 Tafeln. II. Teil mit 26 Tafeln. Wien 1916, Deuticke. geb. à M 2.50.
- Rohn, K., u. Papperitz, E., Lehrbuch der darstellenden Geometrie. In 3 Bänden. 2. Band: Axonometrie, Perspektive, Beleuchtung. Mit 118 Fig. 4. Aufl. Leipzig 1916, Veit & Co. M 7.—.
- Ruska, J., Tierkunde in aufsteig. Darstellung. 4. Aufl. Mit 200 Abb. Leipzig 1915, Quelle & Meyer. geb. M 1.80.

Abschluß dieser Nummer am 4. November 1916.



Friedrich Pietzker