Jahrgang XXIII. 1917. No. 1 u. 2.

Bibliothek Königl. Oberrealschule
AZ 24
10508

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Politechnika Biblioteka

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Geh. Studienrat Dr. **P. Bode**, Direktor der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M.
und
Professor **K. Schwab**, Oberlehrer a. d. Klinger-Oberrealschule in Frankfurt a. M.

P 850 | 1

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

28/12/1927

Redaktion: Alle für die Redaktion bestimmten Mitteilungen und Sendungen werden an Geh. Studienrat Dr. P. Bode, Frankfurt a. M., Hermesweg 34, erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhdlg. zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

An unsere Mitglieder und Freunde!

Die außerordentlichen Schwierigkeiten, die während der Kriegszeit überall, nicht zuletzt im Buchdruckergewerbe aufgetreten sind, haben fast alle Zeitschriften gezwungen, entweder den Preis zu erhöhen oder den Umfang einzuschränken. Auch an unsere „Unterrichtsblätter“ tritt diese Notwendigkeit heran. Nach Beratung mit unserem verdienten Herrn Verleger wollen wir acht Nummern beibehalten, aber zweimal im Jahre Doppelhefte zu 28 Seiten erscheinen lassen, während die übrigen Hefte in der früheren Stärke zu 20 Seiten gedruckt werden. Auch inhaltlich soll eine Veränderung angebahnt werden. Ein lebhafter Kampf um die Schule und die Bewertung der einzelnen Fächer ist im Gange. Wie wir schon in unserem Vorwort zum Jahrgang 1916 angedeutet haben, müssen wir alle uns regen, damit unsere für die geistige Ausbildung unseres Volkes so notwendigen Fächer keine Einbuße erleiden. In diesem Sinne sind ja auch die Vorschläge unserer Frankfurter Versammlung vom 7. Oktober v. J. zu verstehen. In der ausgedehnten Kriegsliteratur sind nun verschiedene Stimmen laut geworden, die eine Verkürzung der Mathematik zugunsten anderer Fächer fordern. Solchen für die Gesamtheit unseres Bildungswesens schädlichen Vorschlägen muß mit aller Energie entgegengetreten werden. Deshalb sollen im neuen Jahrgang besonders die Kriegsliteratur besprochen und Angriffe gegen unsere Unterrichtsfächer sachlich zurückgewiesen werden. Hierzu bedürfen die Herausgeber der Mithilfe unserer Mitglieder. Wir bitten deshalb unsere Leser, uns auf solche Literatur aufmerksam zu machen und womöglich selber gleich in dem oben angedeuteten Sinne eine Besprechung vorzunehmen. Die betreffenden Werke können den Herren auf ihren Wunsch auch zugesandt werden.

Um die Mitglieder, denen jetzt die persönliche Berührung durch unsere Hauptversammlungen fehlt, über Veränderungen im Personalbestande zu unterrichten, ist weiter beschlossen worden, in diesen Blättern eine Abteilung „Personalien“ einzurichten. Auch hierzu erbitten wir die Mithilfe aller unserer Mitglieder aus Nord und Süd, aus Ost und West. Die „Personalien“ sollen die Veränderungen in den Verhältnissen der Mathematiker, Physiker, Chemiker, Biologen und Geographen auf Universitäten und Schulen zur Kenntnis bringen.

Wir denken, diese Einrichtung auch nach dem Kriege beizubehalten und hoffen, daß wir dann wieder die „Unterrichtsblätter“ in demselben Umfang wie früher erscheinen lassen können.

Für den Vorstand: Fr. Poske.

Die Schriftleitung: P. Bode. K. Schwab.

Geheimer Studienrat Dr. Paul Bode †

Die vorstehende, von Herrn Geheimrat Bode verfaßte und mitunterzeichnete Mitteilung war bereits zum Druck gegeben, als uns die Trauernachricht zuging, daß der verehrte Mann am 7. Februar, früh $8^1/_2$ Uhr, von seinem langen, schweren Leiden durch den Tod erlöst worden ist.

Paul Bode hat dem Vorstande seit dem Jahre 1910 angehört. Sein auf ideale Ziele gerichtetes, doch stets das Erreichbare ins Auge fassendes Denken, seine vielseitige Lebenserfahrung, sein abgeklärtes Urteil haben dem Verein in dieser Zeit reichen Segen gebracht. Er war durchdrungen von dem Wert des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtes für die Erziehung unserer Jugend; bis in seine letzten Tage ist er darum besorgt gewesen, daß dieser Wert auch in Zukunft unserem Vaterlande unverkürzt zugute komme. Trotz seines leidenden Zustandes hatte er, einer früher gegebenen Zusage treu, die Schriftleitung der Unterrichtsblätter vor einem Jahre übernommen. In welchem Sinne er dieses Amt führen wollte, hat er selbst in Nr. 1 des letzten Jahrgangs, und von neuem in der vorstehenden Mitteilung dargelegt. Die Zeitverhältnisse hatten ihm noch nicht vergönnt, seine Absichten voll zu verwirklichen. Hier, wie in den Obliegenheiten des Vorstandes werden wir in Zukunft seine Mitarbeit und seinen bewährten Rat aufs schmerzlichste vermissen. Er wird uns immer unvergeßlich bleiben.

Für den Vorstand: Fr. Poske.

Die Schriftleitung: K. Schwab.

Stellung und Aufgaben des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Betrachtungen zu den Thesen des Vereinsvorstands vom 7. Oktober 1916.

Von August Maurer (Wiesbaden).

Die folgenden Betrachtungen sollen einige nähere Ausführungen zu den Leitsätzen bringen, welche am 7. Oktober 1916 im Vorstand des Vereins beraten und festgestellt worden sind (vergl. 1916, S. 123). Wer die Bestrebungen verfolgt hat, die seit einer Reihe von Jahren auf die Hebung der Stellung unsrer Fächer im Unterricht der höheren Schulen verwandt worden sind, wer gleichzeitig erkannt hat, wie diese Hebung der äußeren Stellung getragen war von einer außerordentlichen Arbeit um die sachliche und methodische Vertiefung des Gegenstands, dem werden die Leitsätze nichts eigentlich Neues gesagt haben. Dennoch war es notwendig, daß der Verein in kurzer und möglichst prägnanter Form durch eine Kundgebung seines Vorstands erneut auf die Stellung, die Aufgabe und damit auf die Bedeutung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer hinwies. Es werden ja mitten in dieser schweren Zeit kaum Fragen unsres geistig-kulturellen Lebens lebhafter erörtert wie Erziehungsfragen. Trotz der Not der Gegenwart schaut man im deutschen Volke in die Zukunft und bereitet die Wege zu einer neuen Entwicklung vor. Und da kann es wiederum nicht überraschen, wenn gerade die Fragen im Vordergrund des Interesses stehen, die von der rechten Erziehung des kommenden Geschlechts reden, damit Deutschland noch besser gerüstet und gekräftigt den Kampf um seine Geltung in der Welt weiterführen kann. Kurz vor dem Krieg ist durch den Beschluß des deutschen Lehrervereins in Kiel die Frage der Einheitsschule lebendig geworden, mitten im Krieg hat sich der deutsche Ausschuß für Erziehung und Unterricht konstituiert (siehe 1916, S. 73), überall sind die Spezialvereine mit neuen Vorschlägen zur Aenderung des höheren Schulwesens hervorgetreten, in breiteren Ausführungen haben zahlreiche Pädagogen und Vertreter von Berufskreisen ihre Meinung geäußert (Sammelwerke von Norrenberg, Wychgram), in Zeitungen und Zeitschriften werden die Berechtigungsfragen, Stoffliches und Methodisches, Ziele und Aufgaben behandelt: kurz es herrscht im pädagogischen Walde lebhafte Bewegung in allen Zweigen und Wipfeln. So war es ein Gebot schulpolitischer Achtsamkeit, daß der Verein als berufener Vertreter der mathem.-naturw. Fächer noch einmal zusammenfaßte, was er zur Begründung ihrer Bedeutung im Unterricht zu sagen hatte.

Für kein Fach schien es freilich im Augenblick weniger notwendig, weil die ungeheure Bedeutung der Mathematik und der Naturwissenschaften in diesem Krieg so deutlich in die Augen springt. Es bedarf keiner Ausführung, um zu zeigen, daß der Krieg nur gewonnen werden kann von einem Volke, dessen Waffen auf der Höhe der modernen Technik stehen. Und das ist nur möglich, wenn in ihm die Wissenschaften blühen, die die Grundlagen der Technik sind. Aber nicht das sollte der Zweck der Kundgebung des Vorstands sein, hervorzuheben, was vor aller Augen liegt. Wohl steht die Pflege der Mathematik und der Naturwissenschaften in engster Beziehung zur „künftigen Wohlfahrt unsres Volkes“ (These 1). Dieser Zusammenhang sollte aber aus der Bedeutung dieser Wissenschaften für die erzieherischen Aufgaben der Schule gefolgert werden. Es sollte nicht einem billigen Utilitarismus gehuldigt werden durch den Hinweis auf den unmittelbar praktischen Nutzen, sondern es sollte die rein geistige Kraft für unser Denken und Wollen, unsre Erfahrung und Erkenntnis hervorgehoben werden, die mit dem Betrieb der math.-naturw. Fächer verbunden ist und die sie zu einem unentbehrlichen Bestandteil der Erziehung machen.

Es ist der humanistische Gedanke der harmonischen Ausbildung der geistigen Kräfte im Zusammenhang mit dem Leben der Gegenwart, der für uns maßgebend sein muß. Man hat früher für die sog. Geisteswissenschaften, insbesondere die alten Sprachen, die Erziehung zu einer idealen Lebensauffassung in Anspruch genommen und sich gern vornehm von allem „Realismus“ abgewandt. Mit der Unkenntnis des inneren Wesens der mathem. Wissenschaften, die noch einen Oskar Jäger auszeichnete, sah man in ihnen nur den praktischen Nutzen oder aber man hielt sie in ihrer Abstraktheit für die Menschheitsbildung für wertlos und nur einzelnen besonders dafür beanlagten Köpfen zugänglich. Und auch heute ist dieser Standpunkt noch nicht vollkommen überwunden, und jedenfalls besteht das Bedenken, daß Mathematik und Naturwissenschaften die Nährmutter eines Realismus seien, der auch zum ethischen Materialismus führe. Hat doch noch eben der Gymnasialdirektor Lück auf der 12. Jahresversammlung der Freunde des humanistischen Gymnasiums die Alternative zwischen einer „allgemein menschlichen Bildung auf geschichtlicher Grundlage“ und einer mehr „einseitig technischen Bildung“ stellen zu müssen geglaubt. Nun fällt die Zeit des philosophischen Materialismus der Büchner, Moleschott, Vogt in die 60er Jahre des vorigen Jahrhunderts, als noch die Gebildeten das humanistische Gymnasium durchliefen. Umgekehrt fällt der Beginn eines Neu-Idealismus in Deutschland in die Zeit des gewaltigsten Aufschwungs der Naturwissenschaften. Die geistigen Strömungen einer Zeit empfangen ihre Richtung also von ganz andren Ursachen, sie sind viel weniger das Ergebnis des Schulunterrichts als der inneren Entwicklung, welche das Denken eines Volkes aus der Gesamtheit seiner Kultur gewinnt. Daß an dieser in der Gegenwart die Naturwissenschaften den hervorragendsten Anteil haben, kann nicht geleugnet werden. Aus ihnen ist gerade die Ueberwindung des naiven Materialismus und jene auf Kant fußende philosophische Auffassung hervorgegangen, die von der Erfahrung ausgeht und zugleich die reine Erfahrung überwindet. Insofern der mathem.-naturw. Unterricht dem Gang der Wissenschaft zu folgen hat, war es daher durchaus statthaft, ihm die Aufgabe zuzuweisen, eine philosophische Vertiefung „in der Richtung auf eine idealistische Weltauffassung“ bewirken zu helfen (These 10).

Eine dem Gebiet der Erkenntnislehre (Logik) angehörende Bildung bewirken aber unsre Wissenschaften schon in dem elementaren Unterricht. Die These 1 wie die These 6 und 7 weisen darauf hin: Die Anschaulichkeit des Denkens und die Pflege der Selbsttätigkeit der Schüler! Wer an Schulen zu unterrichten hat, wo die logische Bildung in erster Linie dem grammatischen Betrieb des Latein entspringt, wird bei dem Beginn des propädeutischen Geometrieunterrichts in Quarta eigenartige Erfahrungen machen können. Aus einer klar angeschauten Sache aus eigener Kraft Schlüsse zu ziehen, scheint dem Schüler fast unmöglich. Seine Denktätigkeit war seither vorwiegend eine analysierende. Ausgangspunkte für sie bildeten sprachliche Kategorien, Regeln, Formeln, die erst angeeignet sein mußten, um sie auf gegebene Fälle anwenden zu können. Aus sprachlichen Gesetzen, die sozusagen a priori für ihn feststanden, war er gewohnt, deduktiv den gegebenen Fall zu behandeln. Am liebsten bringt er daher auch in der Geometrie gleich ein Begriffswort, dem er die Aufgabe glaubt unterordnen zu können, und er ist erstaunt, wenn ihm in der geometrischen Anschauung langsam die Möglichkeit einleuchtet, von ihr aus zu weiteren Vorstellungen und allgemein gültigen Sätzen aufzusteigen. Es fehlt ihm eben die induktive Art des Denkens, die von Tatsachen zu Anschauungen und Vorstellungen gelangt. Und dem entsprechend ist er auch in seiner sprachlichen Darstellung geneigt, neue Begriffsworte vorweg zu bringen, in der Meinung damit das Ziel erreicht zu haben; eine einfache, entwickelnde Darstellung liegt ihm ferner, und wird auch leider im deutschen Unterricht insbesondere im Aufsatz zu wenig gepflegt, weil die Themata sich noch immer gern in Abstraktionen bewegen, die zu unwahren Erfindungen oder zu Wortmacherei verführen. Hier bildet der geometrische Unterricht eine wertvolle Propädeutik der induktiven Logik. Wenn er früher einen solchen Erfolg nicht immer gehabt hat, so lag das nur daran, daß man das System des Euklid zur Grundlage des Unterrichts machte, an Stelle einer genetisch-psychologischen Methode der Anschauung. Auch die Naturbeschreibung in den Unterklassen bildet die Anschauung aus, aber sie ist doch nicht im Stande ein strengeres logisches Denken zu entwickeln, weil sie zu wenig allgemeine Schlußfolgerungen zu ziehen gestattet, ohne den Tatsachen Gewalt anzutun. Auch die Erdkunde versäumt leider noch vielfach die Aufgabe, ein auf Tatsachen beruhendes anschauliches Denken zu pflegen. Sie begeht den groben methodischen Fehler schon fast im Anfang des Unterrichts die Theorie des Kopernikus zu bringen, eine wissenschaftliche Errungenschaft also vorweg zu nehmen, um die die Menschheit Jahrtausende gerungen hat. Theorien stehen am Ende des induktiven Denkens. Der Unterricht müßte es streng vermeiden, eine so weltbewegende Theorie in den Anfang zu stellen und damit geradezu den Weg zur Beobachtung der Wirklichkeit zu versperren.

Die Bedeutung des induktiven Denkens in der Geschichte der menschlichen Wissenschaft beleuchtet ja schärfer wie alles andre die Wichtigkeit des math.-naturw. Unterrichts. Kein Physiker wird in der Dynamik an der Entwicklungsgeschichte der Gedanken Galileis vorbeigehen dürfen, wenn er nicht bloß Gesetze und Formeln lehren, sondern aufzeigen will, wie diese gefunden worden sind und welche Bedeutung ihnen in unsrer Erkenntnis zukommt. Warum Aristoteles, der gewiß ein Meister der Logik war, zu ganz andren und augenscheinlich falschen physikalischen Anschauungen kam, warum die Erkenntnis der Menschheit bis zu Galilei sozusagen still gestanden hat, das muß der Schüler an klaren Beispielen erkennen. Er muß es erleben, daß der Kernpunkt der induktiven Methode, die sich der Menschheit erst nach langem Streben enthüllt hat, darin liegt, daß die Subjektivität des Forschers nicht ausgeschaltet, aber doch vollständig neutralisiert wird. An dem einzigen Satz von dem Beharrungsvermögen muß ihm die überragende Bedeutung des Galileischen Denkens klar werden, und er muß spüren, wie in diesem scheinbar so trivial klingenden Satz die ganze Mechanik verborgen war, die dann in rascher Folge durch Galileis Nachfolger entwickelt werden konnte. Und es ist gewiß nicht zu kühn, zu der logischen Seite auch die ethische hinzuzufügen. Die Selbstverleugnung, die von dem Forscher in der gänzlichen Hingabe an das Objekt verlangt wird, die Aufhebung des Egoismus, die sittliche Wirkung der absoluten Wahrhaftigkeit auch da, wo liebgewonnene Vorstellungen aufgegeben werden müssen, das ganze Streben nach Wahrheit, wie es die reine Induktion darstellt, dies alles muß im Schüler in sittlicher Nachempfindung lebendig werden.

Indem das menschliche Denken von den Tatsachen zu Vorstellungsgruppen aufsteigt und schließlich zu Theorien, wird erkannt, daß sich in uns ein Bestreben findet, die Fülle der Einzelerscheinungen zu einer Einheit zu verbinden. Von der Anpassung unsrer Gedanken an die Tatsachen redet M a c h, umgekehrt sind wir nicht im Stande die Tatsachen anders zu bewältigen, als indem wir sie unsren Gedanken unterordnen, die wir uns von ihnen machen. Freilich diese Gedanken sind kein reines Denken, wir haben es endlich gelernt, daß das reine Denken ohne Anschauung leer ist und keine Erkenntnis schaffen kann. Es handelt sich vielmehr um eine gegenseitige Befruchtung von Anschauung und Denken, und es ergibt sich, daß es eine rein empirische Weltauffassung nicht geben kann. Alles Denken strebt zur Aufsuchung des Gemeinsamen. Dazu kommt die Fähigkeit des menschlichen Geistes zu Grenzbetrachtungen, die über das sinnlich Wahrnehmbare und Herstellbare hinaus gehen. Erfahren ist Wahrnehmen plus Denken: zu dieser erkenntnistheoretischen Lehre führt der physikalische und chemische Unterricht. „Das ist eine miserable Empirie, die sich nicht zum philosophischen Denken erhebt“ (Feuerbach) und das ist ein miserabler Unterricht, der dem Schüler nicht in der Stufenleiter Tatsache, Anschauung, Theorie die Bedeutung des Denkens in der Erkenntnis verständlich macht.

Es gibt kein erhabeneres Beispiel, um den Zusammenhang von Sein und Denken, das Aufsteigen von der „Beschreibung“ zur „Erklärung“ verstehen zu lernen, als die Entwicklung des astronomischen Weltbilds von Hipparch und Ptolemäus zu Kopernikus und Keppler, ein Beispiel, das schon von Whewell in seiner Geschichte der induktiven Wissenschaften angeführt wird. Aus einer Jahrtausende umfassenden Arbeit eifriger Beobachter und Denker war eine Beschreibung der Bewegung von Sonne, Mond und schließlich auch der Planeten hervorgegangen, die in ihrer quantitativen Ausgestaltung auch eine ausreichende Voraussage der Stellung der Himmelskörper ermöglichte. Die Beobachtungen waren schließlich zu einer Theorie zusammengefaßt worden, der epicyklischen Theorie der Planetenbewegung, die einen hohen Grad der Vollkommenheit erreichte. Aber der immer deutlicher werdende Mangel an Einfachheit mußte die Geltung dieser Theorie und ihre Wahrscheinlichkeit zweifelhaft machen. Und was war der logische Fehler in dem mit so großem Scharfsinn entwickelten System? Zwei Voraussetzungen, deren aprioristische Natur nicht erkannt worden war und an denen zu rütteln niemand gewagt hatte. Einmal die Annahme, daß die Erde im Mittelpunkt des Fixsternhimmels stünde, und dann die Annahme, daß sich die Planeten nur in der „vollkommensten" Bahn, in Kreisbahnen, bewegen könnten. Wie nahe war doch schon Hipparch in seiner Theorie der Sonnenbewegung den Kepplerschen Gedanken gekommen, mit welcher Genauigkeit waren von Ptolemäus die relativen Radien der Planetenbahnen bestimmt worden. Aber die Induktion war keine reine, vorausetzungslose gewesen, daher das falsche Weltbild. Solche und ähnliche Gedankengänge aber erlebt der Schüler in zahlreichen Gebieten des Unterrichts. Wo sich irgend eine Unklarheit zeigt, müssen die Grundlagen des Urteils nachgeprüft werden. Die Physik und insbesondere die Mechanik bietet da wundervolle Beispiele einer vorsichtig wägenden, das eigne Urteil bildenden methodischen Erziehung. Und wenn nur immer scharf die hypothetischen Elemente der Erklärung von den tatsächlichen der Beschreibung getrennt und deutlich als solche charakterisiert werden, muß der Unterricht zu einer Einführung in die Logik werden, wie sie besser nirgends geleistet werden kann. Der rein analysierenden Denkarbeit des Sprachunterrichts steht hier als Kompensation eine synthetische Denkarbeit gegenüber, die vor allem den Erfolg hat, den Schüler zur Selbsttätigkeit des Arbeitens und Denkens anzuleiten. Er muß erst die Grundlagen seines Urteils in den gegebenen Tatsachen prüfen, ehe er es ausspricht, er muß sich die relative oder absolute Vollständigkeit seiner Induktion vergegenwärtigen, ehe er verallgemeinernde Gesetze aufstellt, er muß sich schließlich der hypothetischen Elemente seines Denkens bewußt bleiben, wenn er die Gesetze zu einer Theorie zusammenfaßt. Und man bedenke nur, wie im bürgerlichen Leben durch die mangelhafte Nachprüfung und das Verallgemeinern eines Vorgangs so oft Verwirrung angerichtet wird, um den Wert der mathem.-naturw. Bildung in formaler Hinsicht recht zu würdigen. Eine rein formale Logik kann hierzu nicht verhelfen, weil sie nur Formen des Denkens lehrt ohne Inhalt. Aber insofern die Logik, wie W u n d t sagt, ihre Aufgabe in der Entwicklung der Grundlagen und Methoden der wissenschaftlichen Erkenntnis sehen muß, bildet der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht die beste Propädeutik zu logischem Denken.

Den rechten Nutzen gewährt dieser Unterricht freilich erst dann, wenn er überall auf der Selbsttätigkeit der Schüler begründet wird. Und diese ist (These 6) in noch stärkerem Maße wie seither zu pflegen. Im Unterricht selbst ist das, wenn das Tempo nicht gar zu langsam werden soll, nur in beschränktem Maße möglich, wie in jedem anderen Unterricht auch. Immerhin muß sich auch hier die bloße Demonstration der Mitwirkung der Schüler versichern. Aber es fehlt doch oft genug, selbst bei der besten Vorbereitung des Lehrers — ohne die hier überhaupt nichts erreicht wird — die rechte Muße, einer Erscheinung gründlich nachzudenken; die Kurzstunde hat hierin geradezu verheerend gewirkt. Wenn daher die These 6 erneut auf die Ergänzung des Unterrichts durch praktische Betätigung der Schüler, insbesondere auch in Schülerübungen hinweist, so wird damit nur betont, was seit einer Reihe von Jahren im Vordergrund der Unterrichtsmethode gestanden hat. „Learn by doing" ist ein Satz des praktischen Unterrichtsverfahrens, der sich auch in Deutschland immer mehr durchgesetzt hat, dessen allgemeiner Durchführung freilich noch erhebliche Schwierigkeiten gegenüberstehen.

Aber wir haben einen Gegenstand, wo die Selbstarbeit der Schüler in der glänzendsten Weise gefördert und damit die höchste Freude eignen Suchens und eignen Erfolges bewirkt werden kann. Das ist die Mathematik. Seitdem man angefangen hat, auch die Mathematik induktiv zu behandeln, seitdem man den mathematischen Lehrstoff in Aufgaben faßt, zu deren Lösung eine unbemerkte Führung des Lehrers hinleiten mag, ist die alte Sage von dem besonderen Talent, das dieses Fach erfordere und es zu einem Spezialfach für abstruse Köpfe mache, geschwunden. Die lateinische Grammatik hat heute im Ansehen der Schüler einen schweren Konkurrenzkampf gegen die Geometrie zu bestehen, wenn der Lehrer es einigermaßen versteht, sich gleichsam mit den Schülern auf die Schulbank zu setzen und mit ihnen zu suchen und zu arbeiten. Dann mag er zum Schluß die Führung in der Aufstellung des Systems wieder übernehmen, obwohl auch in den Oberklassen besonders geeignete Kapitel in ihrem methodischen Aufbau durch die Schüler selbst in mathematischen Aufsätzen zur Darstellung gelangen sollten. Da wird dem Schüler ein unvergleichlich klarer Einblick in den Aufbau eines Systems erweckt werden können und in den Anteil, den dabei der menschliche Geist hat. Wissenschaft, d. i. zu einer Einheit verbundenes Wissen, kann niemals bloß das Ergebnis der reinen Erfahrung oder auch nur des analysierenden Denkens sein. In jeder Wissenschaft ist ein aufbauendes, ein schöpferisches Prinzip enthalten, das im denkenden und forschenden Subjekt gegeben ist. Aber hier berührt sich das logische durch Mathematik und Naturwissenschaften gewonnene Verständnis bereits mit dem erkenntnistheoretischen.

Auch die These 7 betont die Erziehung zu selbständigem Denken im Anschluß an die Tatsachen. Sie sieht die Gelegenheit dazu gegeben, wenn in der Mathematik die formalen Uebungen zu Gunsten der Anwendungen zurücktreten. In der Tat, nichts kann die Freude an dem Erwerb des Wissens mehr erhöhen als die Erkenntnis, daß es dazu dienen kann, wertvolle Aufgaben der Praxis zu lösen. Man kann von der Jugend nicht den Sinn für spekulative Interessen erwarten wie von dem Erwachsenen. Sie steht der umgebenden Welt der realen Dinge noch mit hoher Erwartung gegenüber und erfaßt jede Möglichkeit, sie zu meistern, mit reinem Eifer. Die Betonung der Anwendungen in der Mathematik ist also weit entfernt davon, bloßen Nützlichkeitserwägungen Rechnung zu tragen. Aufgaben aus der angewandten Mathematik tragen vor allem das wertvolle Moment in sich, daß die gegebenen Größen entweder selbst gefunden oder wenigstens einer Diskussion unterzogen werden müssen, ehe sie benutzt werden. Ein Uebermaß von formalen Uebungen führt zur gedankenlosen Benutzung einer Aufgabensammlung, konkrete Aufgaben dagegen stellen den Schüler vor Tatsachen. Es ist sogar wünschenswert, dem Schüler die Frage zuzuschieben, welche Größen er braucht und wie er sie zu beschaffen vermag, um eine Aufgabe zu lösen. In dieser Beziehung sind ja schon lange wertvolle Anregungen ergangen, ohne daß sie durchgängig Erfolg gehabt hätten. Während die Physik sich aus der technisch-praktischen mehr nach der wissenschaftlich-logischen Seite entwickeln muß, bedarf umgekehrt die Mathematik einer stärkeren Betonung der praktischen Anwendungen.

Schon der Rechenunterricht bietet ja eine Fülle von anregendem Material, worüber der Vortrag von Lötzbeyer über die Berücksichtigung der politischen Arithmetik im Unterricht vortrefflich orientiert (1914, S. 21). Wir brauchen ja nicht gleich dem Amerikanismus zu huldigen, von dem uns J. Ruska, S. 8 des Jahrgangs 1916 dieser Zeitschrift eine Probe gibt. Aber darin muß man den Genannten beistimmen, daß in den Zahlen des wirtschaftlichen Lebens ein Erziehungsmittel ersten Ranges gegeben ist, das wir in unsrer theoretisierenden Schulwissenschaft noch viel zu wenig ausnutzen. Aus Landwirtschaft und Industrie, aus Außenhandel und Seeschiffahrt, aus Sozialpolitik und Versicherungswesen, aus Finanz- und Börsenwesen lassen sich Unterlagen für Aufgaben gewinnen, die zugleich einen Einblick in unsre Volkswirtschaft gewähren, der deutlicher wie lange Betrachtungen unsre Stellung in der Welt beleuchtet. Der Satz von Benzenberg „Zahlen beweisen“ wird noch lange nicht genug für die staatsbürgerliche Bildung der deutschen Jugend benutzt. Und dann das Zahlenrechnen überhaupt mit seinem noch vielfach gedankenlosen Mechanismus an Stelle einer Schätzung der Größenordnung, einer richtigen Wertung der Genauigkeitsgrenze und des Fehlers und einer vernunftgemäßen Anwendung der gegebenen Größen! Ich brauche nur auf die Bemühungen von A. Schülke hinzuweisen, hierin Wandel zu schaffen.

Welch ein prächtiges Material der übrige Mathematikunterricht aus den Anwendungen gewinnen kann, lehren ja die neueren Aufgabensammlungen. Es sollten nur noch vielmehr die Aufgaben aus dem Unterricht selbst herauswachsen unter Benutzung guter Zusammenstellungen von Konstanten, aus den Naturwissenschaften wie aus Volkswirtschaft und Staatsleben.

Wir dürfen hier die Bemerkungen zu den Thesen 1, 6 und 7 schließen. Diese sollen beleuchten, welch eine vortreffliche Anleitung zu selbständigem, auf Tatsachen beruhendem Denken der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht zu geben vermag, ein Denken, das sich zugleich über die Tatsachen hinaushebt zu allgemein logischer Bildung und Hinlenkung zu dem erkenntnistheoretischen Problem. Es gibt kein Fach des Schulunterrichts, das in dieser Hinsicht an die Stelle unsrer Fächer zu treten vermöchte. „Daher dürfen Mathematik und Naturwissenschaften, im Hinblick auf die künftige Wohlfahrt unsres Volkes, auf keinen Fall eine Verminderung der ihnen zugemessenen Stundenzahl erleiden. Vielmehr ist, soweit die im Folgenden aufgestellten Forderungen nicht ohne Stundenvermehrung durchzuführen sind, eine solche anzustreben“ (These 1). Das ist der Kampf um die Stundenzahl, der auf allen Seiten gekämpft wird. Aber auch heute, im Zeitalter der Naturwissenschaft, haben die Naturwissenschaften noch immer die Stellung von Nebenfächern im Lehrplan der Schulen! Daß sie dabei Mühe haben, ihren Bildungsgehalt ordentlich heraus zu bringen, liegt auf der Hand. Man bedenke einmal, wieviel Latein von Sexta an getrieben wird und vergleiche damit die Stundenzahl der Naturwissenschaften, und man vergleiche ferner das Ziel, die Kenntnis jener Sprache, mit dem ungeheuren Stoff naturwissenschaftlicher Erkenntnis. „Was für eine Kraft selbständiger, nicht bloß zergliedernder, sondern aufbauender Gedanken könnte aber ausgelöst werden, wenn Physik und Chemie, praktische Geometrie und Astronomie, Geologie und Biologie an Stelle eines Teils der philologischen Arbeit träten, die den Geist tötet, weil sie ihm keine Objekte bietet, die dem Jüngling am Anfang des 20. Jahrhunderts noch Interesse abnötigten. Die Zeiten sind eben andre geworden, und mit ihnen müssen sich die Bildungsziele und Bildungswege ändern. In einer zukünftigen Reform unsrer Schulen gebührt die erste Sorge der Frage naturwissenschaftlicher Bildung. Und wer einmal erkannt hat, welch eine Schule wissenschaftlichen Denkens die Naturwissenschaften sind, den wird auch das berühmte Beispiel des O. Jägerschen mancipium (servus, famulus usw.) nicht mehr mit solcher Ehrfurcht vor der Denkarbeit der Sprachschule erfüllen können." So schrieb ich in Natur und Schule 1906 (S. 377) und mußte dafür harte Vorwürfe erfahren (Monatsschrift für höhere Schulen 1907, S. 158). Die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer können freilich nicht die sprachlich-historische Bildung verdrängen wollen, am allerwenigsten die Kunst der Sprache, die Dichtkunst, wie mir mein Kritiker damals vorwarf. Die These 2 mit ihrem Hinweis auf die Bedeutung von Deutsch, Geschichte und Erdkunde zeigt ja auch, daß niemand so töricht sein kann, das Feldgeschrei „hie Galilei und Newton, hie Schiller und Goethe" erheben zu wollen. Aber eine g l e i c h e Bewertung wie der sprachlich-geschichtlichen Bildung muß man der mathematisch-naturwissenschaftlichen Bildung zugestehen, wenn man sie einigermaßen nach ihrer kulturellen und wissenschaftlichen Bedeutung zu würdigen vermag. Die These und Antithese des Herrn L ü c k ist eine ebenso verkehrte Parole wie die eben genannte. Bei der großen Mannigfaltigkeit der Schulfächer sehe ich daher nur eine Möglichkeit, dem jugendlichen Geist nach seinen Anlagen und Fähigkeiten gerecht zu werden, das ist die größere Differenzierung des Unterrichts nach oben hin durch Unterrichtsteilung. Sie ist auch eine ganz logische Folgerung der Thesen 2 und 5. Hier aber trennten sich die Wege der Teilnehmer an der Vorstandssitzung des Vereins! —

Ich wende mich in Kürze zu den Thesen 2 bis 5. Sie enthalten Forderungen auf Vermehrung der Unterrichtszeit, um am Gymnasium die schon von der Unterrichtskommission der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte konstatierte „klaffende Lücke" im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht zu schließen, oder an den realistischen Anstalten der Biologie zu ihrem Recht zu verhelfen, im ganzen aber die Bewertung dieses Unterrichts gegenüber dem Sprachunterricht zu heben. Daß diese Wünsche immer wieder ausgesprochen werden müssen, liegt in der Ueberzeugung von dem Wert der math.-naturw. Fächer für eine allgemein menschliche Ausbildung und insbesondere auch der Ausbildung des Wirklichkeitssinnes. So lange freilich auf den meisten Schulen drei fremde Sprachen getrieben werden, kann an eine Verwirklichung dieser Forderung kaum gedacht werden. Die Belastung des jugendlichen Geistes ist ohnedies schon jetzt eine zu große, weniger wegen der hohen Stundenzahl des Unterrichts als wegen der Vielseitigkeit desselben. Wer früher ein guter Lateiner auf dem Gymnasium war, der war so ziemlich geborgen, ja die Fälle waren nicht selten, daß ein Gymnasialdirektor einem guten Mathematikunterricht mit Unbehagen gegenüberstand, weil er davon eine Abnahme des Interesses für sein Fach befürchtete. Eine gewiß nicht nachahmenswerte, aber auch wieder nicht vollständig zu verwerfende Einseitigkeit, weil sie dem Schüler eine Konzentration auf ein einheitliches Ziel ermöglichte, die uns leider heute bitter fehlt. Es kann ja kaum noch zu einer Vertiefung in der Richtung der natürlichen Anlagen kommen, und die Freiheit, welche jetzt den Reifeprüfungskommissionen in Bezug auf die Kompensationsmöglichkeiten bei der Reifeprüfung gestattet sind, beweist, daß wir mit unsren Lehrplänen auf dem Holzweg sind. Dann soll man lieber schon bei Zeiten kompensieren, d. h. differenzieren, damit der jugendliche Geist seinen Erkenntnistrieb in der Richtung entwickeln kann, die seiner geistigen Fähigkeit liegt. Denn nur so wird der heilsame Zwang zur Arbeit auch die Befriedigung und Freude erwecken, die notwendig sind, wenn der Erkenntnistrieb nicht frühzeitig durch die tägliche Pensenarbeit erdrückt werden soll. In Bezug auf die Kernfächer Deutsch und Geschichte, zu denen auch die Erdkunde mit ihren mannigfaltigen Beziehungen sowohl zur Natur wie zur Kultur tritt, wird nicht leicht mehr ein Streit unter den verschiedenen Richtungen der Schulmänner entstehen können, nachdem dieser Krieg uns gelehrt hat, wie wenig die Pflege und Bevorzugung fremder Kulturen unsre Stellung in der Welt gehoben hat. Für die staatsbürgerliche Erziehung der deutschen Jugend, für die in erster Linie die Geschichte wertvolle Unterlagen schaffen wird, kommt aber auch von den Naturwissenschaften die Biologie in Betracht (These 8), wenn sie die Systematik zu Gunsten hygienischer und volkswirtschaftlicher Gesichtspunkte zurücktreten läßt.

These 9. Nun ist der Reichtum der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer an wissenschaftlichen Erkenntnissen ein ungeheuer großer und nimmt noch in überraschendem Maße fortwährend zu. Und hier ergibt sich gegenüber den relativ abgeschlossenen sprachlichen Fächern eine methodische Schwierigkeit, die nicht genug zu beachten ist. „In der Beschränkung zeigt sich nur der Meister.“ Eine Schule wissenschaftlichen Denkens sollen Mathematik und Naturwissenschaften sein. Die Mathematik, die das Muster einer „exakten“ Wissenschaft ist, muß daher in allen Teilen, die in der Schule gelehrt werden, diesen Charakter bewahren. Es kann das nicht bedeuten, daß sie von Anfang an einen streng systematisch-logischen Aufbau erstrebt. Der Unterricht muß vielmehr in einer Art Uebereinstimmung der Ontogenesis und der Phylogenesis dem Entwicklungsgang der Wissenschaft gerecht zu werden suchen. Daher denn auch eine geometrische Propädeutik heute wohl allgemein dem systematischen Aufbau der Geometrie vorhergeht. Je mehr aber der Inhalt der Schulmathematik Aenderungen erlitten hat — und wir stehen ja gerade jetzt in dieser Beziehung in einer lebhaften Entwicklung — und in den Oberklassen mehr den Charakter eines Anfangs der höheren Mathematik als eines Endes der Elementarmathematik erhalten hat, um so mehr müssen propädeutische Behandlungen an die Stelle systematischer treten. Da ist die Gefahr einer oberflächlichen Betrachtungsweise vorhanden, man umgeht die Schwierigkeiten, wodurch man den kritischen Geist nicht schult, sondern unterdrückt, und erzeugt dadurch eine gewisse Oberflächlichkeit, die im Widerspruch zu der Exaktheit steht, die von der Mathematik gerühmt wird. Zumal alle Grenzbetrachtungen müssen mit großer Vorsicht ausgeführt werden, was dem Schüler um so schwerer wird, weil er die mathematische Ausdrucksweise nur langsam beherrschen lernt. An und für sich ist eine mehr propädeutische Behandlung keineswegs identisch mit der Geschicklichkeit, Schwierigkeiten zu umgehen, im Gegenteil gerade hier müssen Probleme deutlich hervorgehoben und die Schwierigkeiten der Lösung aufgezeigt werden, erst dann wird es statthaft sein, sie durch Beschränkung auf einfachere Fälle oder durch die Anschauung zu lösen. Die Einführung der Infinitesimalrechnung, die ja nicht mehr aufzuhalten ist, stellt hier dem Lehrer die Aufgabe, sich mit den Grundprinzipien und der geschichtlichen Entwicklung vollkommen vertraut zu machen, um den Unterrichtsgang in strenger Weise ohne jede Erschleichung aufzubauen. Mit einem Exzerpt aus einem Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung ist es nicht getan, wenn nicht ein bedenklicher Mechanismus des Denkens an die Stelle kritischer Ueberlegung treten soll. Gerade hier hat sich eine Diskontinuität (wie F. Klein sagt) zwischen Schule und Universität aufgetan, die ja leider auch an so vielen andren Stellen besteht, weil die Universität keine „pädagogische Fakultät“ kennt, welche der Ausbildung der Oberlehrer, nach der wissenschaftlichen und pädagogischen Seite, dient, so wie die juristische der Ausbildung der Richter, die medizinische der Ausbildung der Aerzte und die theologische der Ausbildung der Geistlichen. So ist die wissenschaftliche Ausbildung des Mathematiklehrers vielfach auf einem Fundament aufgebaut, von welchem nicht immer in eigner Arbeit ein Uebergang zu der Schulmathematik gefunden wird. Außerordentlich verdienstvoll ist daher ein Werk wie F. Klein „Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus“ (Leipzig 1911, in Kommission bei Teubner), verdienstvoll, aber auch um so notwendiger und entwicklungsbedürftiger, als die Aenderung des mathematischen Lehrstoffs der Prima wesentlich seiner Initiative zu verdanken ist.

Aber nicht allein in der Behandlung der Infinitesimalrechnung darf der Unterricht der wissenschaftlichen Strenge niemals entbehren. Dasselbe gilt schon von den Elementen, so von der Einführung der negativen Zahlen und der Aufstellung der Rechenregeln mit ihnen. Daß es sich bei der Zeichenregel für die Multiplikation negativer Zahlen nur um eine Annahme handelt, die sich als notwendig ergibt, um die alten Rechenregeln auf die neuen Zahlen anwenden zu können, sollte dem Schüler deutlich und klar gemacht werden. Versuche, diese Regel zu beweisen, wie sie immer wieder auftauchen, können nur den wahren Sachverhalt verdecken und sind Erschleichungen, die der Kritik nicht Stand halten können. Sie aus $(a-b)\ (c-d)$ für den Fall zu folgern, daß a und b zu Null werden, heißt übersehen, daß dieses Produkt ja den Wert $ac - ad - bc + bd$ nur für den Fall hat, daß $a > b$ und $c > d$. Hervorgehoben werden muß nicht das logische, sondern das psychologische Moment, das unser Denken zwingt, sich den Dingen anzupassen, deren Gesetzmäßigkeit wir auch über den Bereich der unmittelbaren Anschauung hinaus als bestehend annehmen (Prinzip von der Permanenz der formalen Gesetze; Klein S. 65).

Was von der Mathematik gilt, gilt erst recht von der Physik. So hoch auch Beobachtung und Experiment anzuschlagen sind, so muß doch kritische Vorsicht herrschen in den Schlußfolgerungen, die daraus gezogen werden. Es sollten scharf die Experimente, die einer Bestätigung erkannter Wahrheiten dienen, von denen geschieden werden, die zu Wahrheiten erst hinführen sollen. Und hier ist wissenschaftliche Bescheidenheit die erste Tugend. Es wäre doch, wie schon Fr. Poske in seinem Vortrag „Physik und Philosophie“ (1914, S. 82) sagt, eine große Selbsttäuschung bei Lehrern und Schülern, wenn man glaubte, in der Schule die Geistesarbeit von Jahrhunderten nachschaffend leisten zu können. Das würde der Achtung vor dieser gewaltigen geistigen Arbeit nicht gerecht werden und zu einer Ueberschätzung der eignen Leistung führen, die dem Geist der Wissenschaft nicht entspräche. Es ist kein Zweifel, daß die Schülerübungen dieser Gefahr wohl nicht immer entgangen sind. Also Strenge in der Methode, scharfe Herausarbeitung dessen, was das Experiment zur Erforschung eines Tatbestands oder zur bloßen Bestätigung eines bereits erwarteten Ergebnisses beiträgt. Strenge aber auch in der wissenschaftlichen Behandlung und daher weise Sichtung des ungeheuren Stoffs. Ich verzichte darauf, an einzelnen Beispielen das weiter auszuführen, und will nur eins herausgreifen. Wir stellen in der Wärmelehre den Satz auf, daß sich die Gase proportional den Temperaturen ausdehnen und haben doch kurz vorher die Temperaturen den Volumina der Gase zugeordnet. Also ein vollständiger Zirkelschluß! Daß das Luftthermometer Temperaturmessungen ermöglicht, ist richtig, die Zuordnung der Temperaturstufen zu den entsprechenden Volumina ist aber ganz willkürlich und beruht lediglich auf Uebereinkunft. Daß gleichen Volumzunahmen auch gleiche Temperaturzunahmen entsprechen, kann dem Schüler hier nicht bewiesen werden, darf ihm aber um so weniger durch fehlerhafte Schlüsse verborgen werden. Erst durch die Uebereinstimmung der Thomsonschen absoluten Skala mit der des Luftthermometers kann man schließlich den Satz von der Proportionalität von Temperatur und Gasvolumen aufstellen. Schon das erste Heft der Zeitschrift für physikalischen und chemischen Unterricht (1887) brachte über diesen Punkt einen Aufsatz des für die Methodik der naturwissenschaftlichen Fächer so erfolgreich tätigen E. Mach, auf dessen „Prinzipien der Wärmelehre“ hier erneut hingewiesen sein mag.

Und nun die Schlußthese: „In allen Zweigen des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts ist auch der Anteil, der diesen Gebieten an der Behandlung der großen Welt- und Lebensprobleme zukommt, zum Verständnis zu bringen und dadurch eine philosophische Vertiefung des Unterrichts in der Richtung auf eine idealistische Weltauffassung herbeizuführen.“

Der Verein hat ja bereits auf der Hauptversammlung in Jena 1905 und neuerdings in Braunschweig 1914 die Frage der Beziehung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts zur Philosophie zum Gegenstand wertvoller Referate gemacht. Das Bedürfnis einer philosophischen Durchdringung des Unterrichts läßt sich auch wohl in keinem Fach in besserer Weise befriedigen wie hier, weil es möglich ist, den Schüler selbst an die Probleme heranzuführen und nicht bloß das mit ihm zu diskutieren, was andre über die Probleme gesagt haben. Das folgt aus dem großen Anteil, den Mathematik und Naturwissenschaften in der neueren Philosophie einnehmen, von denen die erstere als der „formidable Bundesgenosse“ für Kant geradezu den Beweis dafür liefern mußte, daß im menschlichen Denken aprioristische Elemente synthetischer Natur enthalten seien. Und die Physik bildet ja — wie Helmholtz sagt — die theoretische Grundlage aller anderen Naturwissenschaften, in ihr treten die charakteristischen Züge der Erkenntnis am stärksten hervor. Der Weg geht hier durch die positivistische Anschauung Kirchhoffs, der sich auf die Beschreibung der physikalischen Vorgänge beschränken zu müssen glaubte und der daher den Begriff der Kraft vollständig vermeidet, womit er übrigens ganz auf dem Boden Newtons steht, der in seinem Wort „hypotheses non fingo“ ausdrücklich jede Vermutung ablehnt, wie die Bewegung des fallenden Steins oder der Himmelskörper zu Stande käme. Aber wir können nicht anders denken als kausal! Und dieses Kausalitätsbedürfnis hat dann den Begriff der Kraft gebracht, dessen hypothetische und rein begriffliche Bedeutung gegenüber der Beschreibung des physikalischen Vorgangs durch ein Gesetz nicht scharf genug betont werden kann. Wir sehen schon hier, daß Theorien und Hypothesen selbst philosophische Anschauungen sind, die allerdings nur soweit für die Einheitsbestrebungen der Vernunft wertvoll sind, als sie streng sinnlichen Charakter haben. Denn wir können auch nur in sinnlichen Anschauungen denken. Am trefflichsten läßt sich das darstellen an der Atomtheorie, wie denn die ganze Entwicklung dieser Theorie in nuce ein wundervolles Stück philosophischer Propädeutik bedeutet. Die Atome sind uns heute so vertraut, daß wir ihre hypothetische Natur ganz zu übersehen pflegen und sie als Tatsachen nehmen, gerade so wie die Anziehungskraft, so seltsam verbindet das menschliche Denken auch in den exakten Naturwissenschaften äußere Tatsachen und innere Anschauungen. Es muß daher festgehalten werden, daß Hypothesen und Theorien nur als Annäherungswerte an die Wahrheit angesehen werden können. Sie stellen sich, wie Fr. Lange sagt, als Stufen in jener unendlichen Annäherung an die Wahrheit dar, welche die Bestimmung unsrer intellektuellen Entwicklung zu sein scheint. Dem Schüler in moralisierender Weise von den Grenzen unsrer Erkenntnis zu reden, darf aber nicht das Ergebnis solcher Betrachtungen sein. Die Wissenschaft hat vielmehr nach vorwärts wie nach rückwärts eine unendliche Aufgabe in sich, die Grenzen liegen nur in uns und unsrer Organisation.

Und damit kommen wir zur Begründung des Wortes „idealistisch“ in der zehnten These. Davon kann keine Rede sein, daß damit dem Unterricht eine Tendenz gegeben werden oder er in dem dunklen und faltenreichen Gewand metaphysischer Betrachtungen sich liebenswürdig machen soll. Naturwissenschaft bleibt Naturwissenschaft und ist die letzte Quelle aller Erkenntnis, die für uns möglich ist. Nur wenn wir über die Art dieser Erkenntnis reflektieren, dann allerdings ergibt sich die vollkommene Abhängigkeit der Erkenntnis von unsrer Organisation. Naturwissenschaft ist praktischer Positivismus aber theoretischer Idealismus. Hier steht die Philosophie der Gegenwart auf Kant, und an dessen Philosophie darf auch der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht nicht vorbeigehen. Und wenn damit ein Wegweiser in der Richtung einer idealistischen Auffassung der Dinge aufgestellt wird, so darf das gewiß nicht bedeuten ein Verwischen des Grundprinzips aller Naturwissenschaft, daß Wahrheit für uns nur aus der Erfahrung entspringen kann. Kant selbst sagt darüber klipp und klar: „Alle Erkenntnis von Dingen aus bloßem reinen Verstande oder reiner Vernunft ist nichts als lauter Schein, und nur in der Erfahrung ist Wahrheit.“ Aber zugleich vergleicht er seine Tat mit der Tat des Kopernikus, der es gewagt habe, die beobachteten Bewegungen nicht in den Gegenständen des Himmels, sondern in ihrem Zuschauer zu suchen. So suchte er das gesamte Erfahrungswissen umzukehren durch die Annahme, daß sich unsre Begriffe nicht nach den Gegenständen richteten, sondern die Gegenstände nach unsren Begriffen. Daraus folgt dann, daß die Gegenstände der Erfahrung überhaupt unsre Gegenstände sind, daß die ganze Objektivität der Welt nicht absolute Objektivität, sondern nur eine Objektivität für den Menschen ist.

Das Gebiet, von dem aus man sich dem erkenntnistheoretischen Problem auch im Unterricht unweigerlich nähert, ist das der Sinnesempfindungen, welche durch das Licht, den Klang, die Wärme in uns erzeugt werden. Daß in der Wahrnehmung einer bestimmten Farbe oder eines bestimmten Tons uns etwas ganz anderes gegeben ist als eine Wellenbewegung von bestimmter Quantität und Art, muß dem Schüler zum Bewußtsein gebracht werden. Dabei ist es zunächst noch durchaus fraglich, ob alle Beschauer eines Vorgangs dieselbe Empfindung davon haben, weil es bei der absoluten Subjektivität derselben ja gar kein Mittel der Verständigung gibt; es ist vergeblich, die Empfindung genauer beschreiben oder gar erklären zu wollen. Auch die Uebereinstimmung in der sprachlichen Bezeichnung etwa durch das Wort blau oder rot vermag nichts, da der sprachliche Ausdruck ja in der Verbindung mit einer bestimmten Empfindung entstanden ist, ohne jede Kontrolle darüber, ob von allen mit demselben Wort auch dieselbe Empfindung bezeichnet wird (Farbenblindheit). Weiter zeigt das Spektrum und die Tonskala, daß wir nur einen sehr kleinen Ausschnitt aus der Mannigfaltigkeit der Bewegungen in uns als Empfindungen unmittelbar erleben. Anders organisierte Wesen würden eine viel reichere Farbenwelt und ganz andere Töne empfinden können. Wenn wir behaupten, daß wir die Dinge erkennen, so müssen wir uns doch klar machen, daß die Dinge selbst nicht in unsren Kopf eingehen, sondern daß von ihnen nur Bewegungen auszugehen scheinen, die als Reize auf unsre Sinnesorgane wirken und schließlich die Empfindungen bestimmter Eigenschaften der Größe, Farbe usw. erwecken. Die Physiologie der Sinne mag diese Bewegungen verfolgen durch die Sinnesapparate und die Nervenfasern bis zum Zentralnervensystem. Aber was zuletzt daraus wird, ist nicht wieder eine Bewegung. Mögen auch die Wellenlängen aufs genaueste gemessen und die Nervenschwingungen quantitativ aufs Genauste bekannt sein: die Qualitäten der Empfindungen entstehen in uns. Wir erkennen also, so muß der kritische Verstand sagen, die Dinge nicht wie sie wirklich sind, wir kennen nur gewisse Erscheinungen, die Welt ist lediglich die Welt unsrer Vorstellung. Wir können nur so erfahren, wie wir erfahren, so denken, wie wir denken, während anders organisierten Wesen dieselben Dinge ganz anders erscheinen könnten.

Der Gedanke, daß wir nicht im Stande sind die wirkliche Welt zu erkennen, sondern nur subjektive Erscheinungen von ihr wahrnehmen, ist natürlich nicht spezifisch Kantisch. Die Art der Weltauffassung, welche die psychologische Analyse unsrer Sinnesempfindungen ergibt, ist schon lange vor Kant in der Geschichte der Philosophie enthalten. Nur daß die erkenntnistheoretische Reflexion vor Kant hierbei stehen geblieben ist. Für Kant aber bedeutet sie nicht ein Ende, sondern einen Anfang seiner Philosophie.

Zunächst aber wird die phänomenalistische Denkweise das Gefühl einer großen Verwirrung erwecken, eine peinliche Empfindung von etwas, gegen das sich zwar nichts einwenden läßt, das man aber auch nicht glauben kann. Und es wird notwendig sein, den heillosen Skeptizismus, der dadurch hervorgerufen wird, zu überwinden. Aus der Erwägung, daß alle Erkenntnis subjektiv sei, folgt nicht die Notwendigkeit, alle objektive Erkenntnis aufzugeben. Als objektiv gewiß ist vielmehr anzusehen, was sich in aller Wahrnehmung als feststehend bewährt. Kennzeichen der objektiven Gewißheit ist die Beharrlichkeit der Wahrnehmungen. So kann ich mich der Wahrnehmung eines Gegenstands zwar jeden Augenblick entziehen, aber ich kann die Wahrnehmung immer wieder ermöglichen. Die „möglichen“ Wahrnehmungen, im Gegensatz zu den „wirklichen“, sind die wahren „Erscheinungen“. Uebereinstimmung der Wahrnehmungen und Uebereinstimmung der Wahrnehmenden sind neben der Beharrlichkeit der Wahrnehmung die Kennzeichen der objektiven Existenz. Und die Wissenschaft fragt nach den Zusammenhängen der möglichen Wahrnehmungen, der Erscheinungen, nicht nach den Zusammenhängen der wirklichen Wahrnehmungen im Einzelbewußtsein. Diese sind lediglich Vorstellungsverbindungen im subjektiven Bewußtsein, jene aber konstante Beziehungen der Erscheinungen, die wir Naturgesetze nennen. Ob hinter diesen Erscheinungen noch ein an sich Seiendes gesetzt werden muß, ist vollständig problematisch und wird von uns nur unter dem Zwang desselben Kausalitätsprinzips angenommen, dem auch sonst unser Denken unterworfen ist. Erfahren können wir darüber nichts, und außerhalb unsrer Erfahrung ist das „Ding an sich“ von keinerlei Bedeutung für uns. Weil uns die Dinge doch niemals anders, denn als Erscheinung vorkommen können, so sind die Dinge an sich für uns ohne jedes Interesse, so erklärt Kant selbst.

Man würde aber nur sehr einseitig und unvollkommen zu einer idealistischen Weltauffassung im Sinne Kants anleiten, wenn man lediglich den Phänomenalismus des Empfindens zum Ausgangspunkt wählen wollte. Kant kam ja von einem ganz andren Ausgangspunkt zu seinem transcendentalen Idealismus. Die Untersuchung des menschlichen Denkens lieferte ihm den Nachweis, daß bei allem Erfahren gewisse Formen der Anschauung und des Denkens mitwirken, die zwar nicht als eine Art angeborener Fähigkeiten beliebig bereit liegen, die aber auch nicht aus der Erfahrung stammen, sondern bei Gelegenheit der Erfahrung in Geltung treten. Erfahrung eine aus Wahrnehmen und Denken zusammengesetzte Verstandestätigkeit! Das rührt nicht im mindesten an die Sicherheit der Erkenntnis, sondern beseitigt nur die unmögliche Forderung nach einer Erkenntnis, die von unsren Denkgesetzen unabhängig sein soll. Raum und Zeit einerseits und Kausalität und Substanzialität andrerseits sind die wichtigsten Grundelemente der Anschauung und des Denkens. Mit diesen Begriffen hat es der Mathematiker, der Physiker, der Chemiker aber täglich zu tun. Ich halte es daher für wünschenswert, ja für notwendig, daß sie auch in ihrer philosophischen Bedeutung im Unterricht erkannt und behandelt werden. Und wenn es nur gelingt, den Schüler bis zur Erkennung des Problems vordringen zu lassen! Schon die Erkenntnis, daß sich hinter den Realien, mit denen wir so sicher arbeiten, Probleme verbergen, muß einem naiven Realismus und einer mechanistischen Weltauffassung entgegenwirken. Am sichersten läßt man sich dabei aber von Kant führen, dessen Philosophie ja der gesamten neueren Philosophie zu Grunde liegt und die so mannigfaltige esoterische und exoterische Darstellungen gefunden hat, daß sich für jedes Bedürfnis ein Weg darbietet, der zu einem Einblick in die Grundgedanken seines Systems führt. Die mathematischen Naturwissenschaften bedürfen aber in der Schule einer Ergänzung durch eine philosophische Betrachtung ihrer Grundbegriffe und einer Erweiterung zu einer philosophischen Weltauffassung. Nun nennen wir Deutsche doch den Heros aller Philosophie unser eigen. Und dennoch, wie gering ist bis jetzt die Bedeutung, die seine überragende Arbeit in unsrem Bildungswesen gefunden hat. Das humanistische Gymnasium rühmt sich des Griechen Plato. Sollte sich das naturwissenschaftliche Gymnasium mit nicht viel größerem Nutzen des Deutschen Kant rühmen können? Nur dürfte auch hier bei aller Bescheidenheit der Anforderung auf wissenschaftliche Gründlichkeit nicht verzichtet werden. Man hüte sich vor dem Vielerlei und der Aufklärerei. Aber wenn nur an einem der oben genannten Denkbegriffe das Problem der Erkenntnis klar erkannt, wenn z. B. die Verknüpfung von Ursache und Wirkung, wie sie H u m e und wie sie K a n t erkannte, untersucht wird, dann ist für eine Hinleitung auf philosophische Vertiefung mehr gewonnen als etwa in langen Stunden einer sogenannten aus Psychologie und Logik bestehenden philosophischen Propädeutik.

Daß es kein andrer als Kant sein kann, der uns Führer auf dem Weg zu einer philosophischen Vertiefung des Unterrichts sein muß, ergibt sich nicht nur aus seiner überragenden Bedeutung für die Erkenntnislehre, sondern mehr noch aus dem großem Einfluß seiner Philosophie auf das gesamte geistige Leben Deutschlands, ein Einfluß, den aufzuzeigen und mit erleben zu lassen, die Schulen bis jetzt freilich noch überaus wenig Veranlassung genommen haben. Das mag daran liegen, daß wir noch nicht die rechte Entfernung von ihr gewonnen haben, um sie unter einem einheitlichen Gesichtswinkel mit der Gesamtheit des geistigen Lebens zu betrachten. Wir empfinden noch zu sehr das moderne zerrissene Bewußtsein und mühen uns an den Widersprüchen des Geistes ab. Die uns von dem griechischen Altertum überkommene Wissenschaft hat aufgehört, für sich allein den Rahmen der Weltbetrachtung zu bilden, sie kann in dem ganzen Zusammenhang unsres Geisteslebens nicht mehr das Höchste und Letzte sein. Und erst die kantische Philosophie hat den veränderten Verhältnissen der seitdem entstandenen Kultur den geeigneten Ausdruck gegeben. Die Mittel der wissenschaftlichen Erkenntnis, so lehrt sie, reichen nicht aus und werden niemals ausreichen, um ein Weltbild mit notwendiger und allgemeiner Geltung hervorzubringen. „Die Wissenschaft ist allein nicht im Stande, jenes alle unsere Bedürfnisse umfassende Bewußtsein zu gewähren, welches wir als die Krönung unseres selbstbewußten Lebens erstreben müssen." So Wilhelm Windelband in seinem wundervollen Vortrag zur Säkularfeier der „Kritik der reinen Vernunft", abgedruckt in seinen Präludien (Tübingen 1907, Mohr), dem ich gern weiter folgen möchte, wenn es in Kürze ohne Schädigung seines formvollendeten Gedankengangs möglich wäre.

Unser Wissen eine an die Sinne und die Erfahrung gebundene relative Erkenntnis der Welt! Eine Erkenntnis des Absoluten für uns unmöglich! Der Anspruch der Theologie auf ein Recht, die wissenschaftliche Erkenntnis zu korrigieren oder ganz zu erzetzen, muß abgelehnt werden! An dem Kampf Galileis mit der katholischen Kirche mag das eine wertvolle Erläuterung finden, die kulturgeschichtlich von hohem Interesse ist. Es zeigt sich, daß allen Versuchen, theoretisch ein unerkennbares Absolutes zu erweisen, stets die Vermengung mit ethischen Forderungen zu Grunde liegt. Das theoretische Denken, auf sich allein gestellt, findet keine Veranlassung, aus dem Zusammenhang der sinnlichen Welt herauszutreten. Das Welträtsel liegt nicht auf dem Boden des theoretischen Wissens; erst wenn der Mensch den Maßstab der Sittlichkeit anlegt, wird ihm die Welt immer mehr zu einem Rätsel. Die Geschichte der Weltanschauungen ist zugleich die Geschichte der Vermengung der Gemütsbedürfnissse und ethischer Forderungen des Menschen mit seiner theoretischen Welterkenntnis.

Das führt zur Trennung von Glauben und Wissen. Und das ist die große Bedeutung der idealistischen Philosophie Kants, daß er diese Trennung klar vollzogen und damit die Harmonie des geistigen Lebens wiederhergestellt hat, indem er das Recht und die Selbständigkeit des moralischen und ästhetischen Urteils neben dem Recht auf rein wissenschaftliche Forschung feststellte.

Ich möchte hier meine Bemerkungen zu These 10 abbrechen. Daß der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht zu einer philosophischen Vertiefung des Unterrichts führen müsse, war schon oft ausgesprochen und praktisch erwiesen worden. Daß diese philosophische Vertiefung nicht bloß in der Heranziehung und Erklärung philosophischer Begriffe und gelegentlicher Hinweise auf philosophische Ansichten bestehen dürfe, will die These 10 zum Ausdruck bringen. Kant geht wie kein andrer von den mathematischen Wissenschaften aus, er macht sie zur Grundlage der Erkenntnis und krönt diese Erkenntnis durch die Befreiung des Gemüts von den Formeln des Wissens. Wie könnte die Schule, wenn anders sie nicht die Zerrissenheit des modernen Bewußtseins verewigen will, an diesem großen deutschen Philosophen vorbeigehen! Unter seiner Führung wird sie vielmehr die Leiterin zu einer idealistischen Weltauffassung werden können, die wir in ihr seither so schmerzlich vermissen mußten. Und hier entsteht gerade den mathematischen und Naturwissenschaften die schönste Aufgabe, ihr hohes für die Gegenwart unentbehrliches Ziel durch die Erziehung zu einer edlen, vorurteilsfreien, den verschiedenen Seiten des menschlichen Denkens und Fühlens gerecht werdenden Weltauffassung zu krönen.

Vom Geiste des naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Von Prof. Dr. Bastian Schmid in München.

Es gehörte bisher zu den unveräußerlichen Vorrechten unserer Schulen jeglichen Grades, die Politik vom Unterrichte fern zu halten, und voraussichtlich wird hier der Krieg keine Aenderung zum schlechteren zeitigen. In verschiedenen Ländern war das anders, vorbildlich wurden sie uns aber hierin nie. Was nicht zur Bildung des Talentes, was nicht zur Entwicklung des inneren Menschen, zur Erziehung, zur Kultur und zum Erwerb von solcher beiträgt, hat in der Schule keinen Raum. Eine Sache wird um ihrer selbst willen betrieben, sodann aber auch zur Erreichung praktischer Erfolge. Während aber die Verfolgung praktischer Ziele in erster Linie nur mit der Begabung zu rechnen braucht, erfordert die Einstellung auf den erstgenannten Betrieb den ganzen Menschen, ich möchte sagen, einen keuschen Geist, einen Boden von einer bestimmten Reinheit, der für das Ideal unegoistisch seine Person zurückstellt und nicht fragt nach dem augenblicklichen Erfolg, sondern der speziell in der Anwendung der Vernunft, in der Einstellung auf Wissenschaft, auf Erkenntnis eine seelische Befriedigung, ein Ideal findet. Gewiß bleiben derartige innere Zustände, insonderheit, wenn sie dauernd werden sollten, selbst wieder Ideale, die nur von wenigen erreicht werden, aber einen Schimmer von dem, was es heißt, Wissenschaft zu betreiben, als eine Sache um ihrer selbst willen, bekommt jeder am Unterricht Beteiligte.

Diese Auffassung läßt ohne weiteres die nahen Beziehungen zwischen der Wissenschaft als solcher, nämlich als Gegenstand der Forschung und der Erziehung zum wissenschaftlichen Geiste, einer hohen, wenn nicht höchsten Aufgabe der höheren Schulen erkennen. Nun enthält der Gedanke „Wissenschaft um ihrer selbst willen" die auch heute noch da und dort zutage tretende Meinung, daß jede angewandte Wissenschaft geringer zu bewerten sei, als die reine Wissenschaft und bedarf einer Korrektur nach zwei Seiten, nach oben und nach unten hin. Nach unten hin, indem man glaubt, nur praktisch betriebene Dinge hätten einzig und allein dauernden, realen Wert. Dort also ermangelt die Einsicht in die kulturelle Bedeutung der Wissenschaft, die nicht ein Dornröschendasein für sich führen darf, sondern die Früchte der gesamten Menschheit, zum mindesten den einsichtigen Köpfen, zu reichen hat, hier ist ein stark utilitaristischer Gedanke zu bekämpfen; denn die Schulen, welche ja nicht die Aufgabe haben, Forschungsinstitute anzustreben, sondern lediglich auf Wissenserwerb bedacht sein müssen, sind immerhin Geist vom Geiste der Wissenschaft oder sollten es doch wenigstens sein.

Die Früchte der Schule reifen langsam, und es sind die Erfolge nicht ohne weiteres zu vergleichen mit denen auf anderen Gebieten. Wie alle Ideen eine Zeit der Reife durchzumachen haben und die Menschheit nur so ganz allmählich von ihnen durchdrungen wird, so lassen sich unterrichtliche Ergebnisse von dauerndem Werte nicht von heute auf morgen sehen. Mit Kriegsbeginn tauchte eine Reihe von naturwissenschaftlichen Unterrichtsfragen auch für die Schule auf und zwar waren diese Fragen physikalisch-technischer, chemisch-technischer, biologischer und geologischer Natur. Ich verweise auf die Kriegshefte der Monatshefte für den naturwissenschaftlichen Unterricht (Leipzig, Teubner), die zunächst alle diese Fragen in Angriff nahmen.

Bei den naturwissenschaftlichen Unterrichtsfragen im Kriege handelt es sich um Tatbestände, die mit technischem Gewande umkleidet, auf physikalische und chemische Gesetze, also auf physisches Geschehen oder auf biologische Lehren und Ergebnisse zurückzuführen sind. Zu einem großen Teil finden kriegstechnische Fragen unmittelbares Interesse. Die Flugbahn der Geschosse, die Luftschiffahrt, die Chemie der Sprengstoffe begegnet in fast allen jungen Köpfen einer großen Aufmerksamkeit, ja man kann sagen, einer selten freudig gefärbten Wißbegierde, und vor allem der mathematisch Veranlagte ist geneigt, artilleristische Probleme, geodätische Aufnahmen, auch maritime, schiffstechnische Dinge zu verfolgen. Gewiß haben wir nicht das Bestreben, Techniker auszubilden, aber wir legen die Grundlagen dazu, die nun ein für allemal in den Naturwissenschaften in dem Sinne liegen, als die Technik deren Tochter ist.

Es dürfte aber auch nicht schwer fallen, beispielsweise meteorologische Fragen, die im Kriege eine so große Rolle spielen, und die vor Ausbruch desselben eben anfingen, auch die Schule entsprechend zu interessieren, nutzbringend zu behandeln, geologische Fragen, wie sie der Schützengraben anregt, bei den so ungemein geistbildenden und auch sonstig fördernden Exkursionen praktisch erörternd zu erörtern. Die Chemie sodann ist berufen als reine Chemie sowie in Verbindung mit der Biologie eine Reihe von Prozessen, denen bisher weniger Aufmerksamkeit geschenkt werden konnte, den Zeiten entsprechend zu betreiben. Da ist es die Metallfrage nach den Fundorten, der Gewinnung und Verarbeitung, wobei auch das zahlenmäßige Wissen nicht nur ein gewisses Interesse erregt, sondern auch verlangt. Dasselbe trifft auch hinsichtlich der Herstellung von Alkalien, der Schwefelsäure, der Salzsäure, der Salpetersäure, des Luftstickstoffes, des Ammoniaks, der Kaliindustrie, der pharmazeutischen Produkte und der Teerfarbenindustrie zu. Endlich beanspruchen die Gase Wasserstoff, Sauerstoff, die giftigen Gase und die schon erwähnten Explosivstoffe und die mineralogischen Düngemittel eine eingehende Behandlung.

Der biologische Unterricht befaßt sich in erster Linie mit den Problemen der Ernährung, die sich sorgfältig auf biologischen Tatsachen aufbaut. Dahin gehören aber auch noch die Fragen über Erzeugung und Beschaffung der Nahrungsmittel, das Wesen der Düngung, Verständnis für Vegetationsbilder, Bebauung von kulturlosen Gebieten u. dgl. Sehr viel Gewicht werden wir auf die Hygiene im weitesten Sinne des Wortes, die Bakteriologie und nicht zuletzt auf Belehrungen über Schädlinge der Forst- und Landwirtschaft, tierische und pflanzliche Parasiten, über die Biozönosen, angefangen von unseren Teichen bis herauf zum komplizierten Menschenleben, legen.

* * *

Vor die häufig erörterte Frage gestellt: Wie soll es nach dem Kriege mit dem naturwissenschaftlichen Unterricht werden?, glaube ich sagen zu müssen, daß wir, namentlich wir Biologen erst das erreichen müssen, was wir lange vor dem Kriege angestrebt haben, was der Förderungsverein mit der Unterrichtskommission und dem Deutschen Ausschuß für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht unentwegt angestrebt hat. Freilich müssen wir jetzt noch in manchem über die Meraner Pläne hinausgehen, bezw. manche von den angestrebten Zielen vertiefen, zugunsten anderer mitangestrebter erweitern, wie beispielsweise die auf das Praktische, die Anwendung gerichteten, aber auch die philosophischen.

Stark beeinflußt und mächtig gefördert wurde durch alle Reformbestrebungen, wie wir wissen, ein in den letzten Jahrzehnten geborener Gedanke, nämlich die Selbstbetätigung der Schüler in Form der Schülerübungen auf allen Gebieten des naturwissenschaftlichen Unterrichts. Diese praktische Betätigung hat einen sehr tiefen Hintergrund und ist durchaus nicht als eine spezifische Schulangelegenheit unter vielen anderen Schulangelegenheiten zu betrachten. Er ist alt und neu, wie man will, alt der Idee nach und neu in seiner Verwirklichung. In ihm steckt Geist vom Geiste eines Comenius, eines Rousseau und Pestalozzi, und in ihm lebt die moderne psychologische Forschung, die in den letzten Jahrzehnten stark betonten Rechte des Individuums, aber auch die durch die Technik in dem modernen Wirtschaftsleben angebahnte Auswertung der Persönlichkeit zum Nutzen der Gesamtheit, und zugleich eine stark bewußte Absage an die in der Schule vorherrschende philologische Methode, die einst allen Fächern aufgeprägt wurde und die im Geiste der Naturwissenschaften liegende, durch die Sache selbst bedingte Art des Betriebes. Die moderne Naturwissenschaft hat sich in Loslösung von der Spekulation der ersten Häfte des 19. Jahrhunderts namentlich in Anlehnung an die Induktion eigene Wege gebaut. Ihre Forschungsmethode und das Laboratorium wurden zu einer spezifischen Originalität, die auch auf andere nicht naturwissenschaftliche Gebiete abfärbte. Nicht zuletzt waren es der Entwicklungsgedanke und die Empirie, aber auch die technischen Hilfsmittel, welche, man kann sagen, fast alle Gebiete der Wissenschaft umfassen.

Es ist nun leicht begreiflich, daß der naturwissenschaftliche Unterricht auf die praktische Arbeit, auf das Selbsterarbeiten des Wissens nicht verzichten kann. Das anschauliche Unterrichten, so hoch dieser Grundsatz steht, kann es allein nicht mehr tun; dazu sind wir zu sehr Kinder der Zeit geworden, die Dinge praktisch zu erfassen, an Stelle des Bücherwissens selbsterlebte Betätigung treten zu lassen, Selbständigkeit, Selbstbetätigung im Handeln und Denken in den Vordergrund zu schieben, überall Aktivität zu setzen, wo früher ledigliches Anzeigen an der Tagesordnung war. Dieses ganze Anspornen der Sinne und des Verstandes, dieses Besitzergreifenwollen von der ganzen uns umgebenden Welt mit unseren aktiven Kräften, es wurde Ausdruck und Folge des Wettbewerbes, wie er vor dem Kriege zutage trat. Dazu kam noch etwas anderes, ich möchte sagen, ein rein Geistiges, etwas von dem Jahrhundert des Kindes. Nicht daß hier von den überbetonten Rechten des Kindes in moralischer Hinsicht die Rede sein soll. Es handelte sich zum Teil um die Erschließung des Individuums, an dem man viel gut zu machen hatte. War man doch in vielen Kreisen mit Recht empört über eine mechanische Uebermittlung von allerlei unfruchtbarem Wissen und steckten doch überall neue Anfänge zu Reformen. Die im Schüler ruhenden Kräfte sollten aktiv bewegt werden. Es ist nicht zu unterschätzen, wie der auf sich selbst eingestellte junge Mensch, sei es, daß er vor einem physikalischen Apparat oder einem zoologischen Präparat steht, in einer ganz anderen seelischen Verfassung sich befindet als der vor der Klasse aufgerufene. Namentlich ist die grammatikalische Beschäftigung im Vergleich zur praktisch naturwissenschaftlichen logisch eine weit engere und begrenztere. Es sind immer wieder dieselben logischen Prozesse, die im Sprachunterricht an den Menschen herantreten, und es ist ein ganz verhängnisvoller Irrtum, der da meint, die Beschäftigung mit den alten Sprachen wäre der Prüfstein für den Geist, bezw. sie würde dem Verstande des Messers Schneide geben. Was an den vor dem Experimentiertisch Stehenden herantritt, ist die Gesamtsumme aller logischen Vorgänge, analytischer und synthetischer, induktiver und deduktiver Art. Dazu kommt noch etwas anderes, das Wachsen der Persönlichkeit, das Vertrauenfinden zu sich selbst, die Befreiung von dem gedruckten Buchstaben, das Heraustreten dem Lehrer gegenüber u. s. f. Das alles sind Dinge, die speziell der Deutsche braucht, weil sie ihm besonders mangeln.

H e l m h o l t z sagt einmal: „Was mir in eigener Erfahrung bei den Schülern, die aus unseren grammatischen Schulen zu naturwissenschaftlichen und medizinischen Studien übergehen, aufzufallen pflegt, ist, neben ihrer zu großen Geneigtheit, sich auf Autoritäten zu stützen, eine gewisse Laxheit in der Anwendung streng allgemein gültiger Gesetze. Die grammatischen Regeln, zu denen sie sich geübt haben, sind in der Tat meistens mit langen Verzeichnissen und Ausnahmen versehen; sie sind deshalb nicht gewöhnt, auf die Sicherheit einer legitimen Konsequenz eines streng allgemeinen Gesetzes unbedingt zu trauen.“

Da die Technik heute mehr denn je von Qualitätsarbeit spricht, so kann nicht genug betont werden, daß Qualitäten im Jugendlichen gefördert bezw. herausgeholt werden müssen, und eines gewisses Alter gibt — so namentlich sind es die zwanziger Jahre —, wo es schwer fällt, die in früherer Jugend vernachlässigte Sinnestätigkeit wieder zu erwecken. Die Schärfung der Beobachtungsgabe und die Anregung zur Selbstbetätigung, dieses selbsttätige Wissensuchen will schon in früher Jugend erlernt werden.

Wenn nun heute von verschiedenen Seiten her der Ruf nach der Auslese der Begabten erschallt, so glaube ich, dürfte vor allem jeder Schülerübungen leitende Lehrer auf Grund des vielseitigen Kontaktes mit dem Schüler, auf Grund der verschiedenartigen Betätigungen und Zeugnisse von des Schülers Intelligenz aber auch von Tugenden, wie Ausdauer und Geduld, die, wie der hervorragende Leiter der Elberfelder Farbwerke, Geheimrat Dr. D u i s b e r g, einmal in London hervorhob, die deutsche Chemie so groß werden ließen, in der Lage sein, ein entscheidendes Wort für die Beurteilung des Schülers abzugeben und ihm die Wege bahnen zu helfen, die nicht nur dem Lernenden, sondern auch der Technik sehr wertvoll werden können.

Möglich, daß der philologische Leser obigen Wendungen einen Bruch des Schulburgfriedens zu entnehmen geneigt ist. Die Absicht liegt mir ferne, und Helmholtz dürfte zur Einsicht mahnen.

* * *

Der Naturwissenschaftler ist den Meistbesitzenden (Philologen) gegenüber in der ungünstigen Lage, seine schulisch wenig gewürdigten Schätze leider selbst anpreisen zu müssen. Er empfindet die uns heute unglaublich altmodisch anmutende, durch das Leben längst widerlegte Tatsache einer Trennung von Haupt- und Nebenfächern als eine Degradierung der Wissenschaft und ihrer Anwendung. Und wenn, um nochmals auf Helmholtz zu sprechen zu kommen, die Naturwissenschaften eine vielseitige geistige Betätigung bedingen, dann dürfte es im Interesse der Gesamtheit liegen, Begabungen auf den verschiedensten Gebieten des Seelenlebens durch den naturwissenschaftlichen Unterricht zu erkennen und sie zu fördern. Hier liegt ein Punkt, eine wunde Stelle, die zu heilen ist, wenn nicht mit dem Willen der Schule, dann gegen sie, und das Leben wird einmal ein unerbittlicher Richter sein.

Was uns aber allen noch fehlt, ist das richtige Ausmaß von Zeit zur Entfaltung unserer Kräfte. Gewiß leiden wir auch häufig unter räumlichen Nöten, an den erforderlichen Arbeitsstätten, aber das schlimmste Uebel ist für uns die zeitliche Einschränkung, namentlich hat der Biologe darüber besonders zu klagen. Der Gegenstand als solcher bedarf keiner Rechtfertigung mehr. Forscher aller Art, namentlich auch Pädagogen vom Range eines Paulsen haben sich über den Wert des biologischen Unterrichts, wie uns allen bekannt, mit beredten Worten geäußert. Doch möchte ich es mir nicht versagen, einen Ausspruch des genialen Chemiker E. Fischer in Berlin, der vor kurzem über die Wissenschaft Biologie sich äußerte, hierher zu setzen:

> „Der Siegeszug der Naturwissenschaften, dessen Anfang Goethe noch erlebt hat, ist keineswegs ins Stocken geraten, wie manche Leute glauben machen wollen. Er wird nach dem Kriege wahrscheinlich in beschleunigtem Maße wieder einsetzen und sich nicht allein in glänzenden Taten der Technik, sondern auch in überraschenden Entdeckungen der reinen Wissenschaft zeigen. Insbesondere glaube ich, daß die Biologie einer ungeahnten Entwicklung entgegengeht, und daß aus ihren Erfolgen schließlich auch dauerhafte Brücken von der Naturkunde zu den Geisteswissenschaften erstehen werden."

Diese Worte haben einen tiefen Sinn, namentlich da, wo sie von den Brücken zu den Geisteswissenschaften sprechen. In ihnen liegt Zuversicht, Ueberzeugung, aber auch eine ernste Mahnung.

Es konnte schon vor dem Kriege dem für Zeitströmungen Empfänglichen nicht entgehen, daß die Spezialisierung der Wissenschaft jeglicher Art, die im übrigen unbedingt sein muß, bei allen Vorteilen für den betreffenden Wissenszweig große Gefahren in sich birgt, indem eine Anhäufung von riesig anwachsendem Tatsachenmaterial die Uebersicht vermissen läßt. Der Tieferdenkende muß etwas bangen um die Kultur, von der in kaum sichtbaren Abständen entfernt die Spezialisten sitzen, die ihrerseits in der sicheren Erkenntnis und Ueberzeugung, daß ihr Gebiet nun einmal das Allerwichtigste ist, jeglichem Zusammenhang mit großen Fragen der Menschheit bewußt aus dem Wege gehen. Des weiteren ist noch ein anderes zu beachten, nämlich die tatsächliche Unzerlegbarkeit von letzten Menschheitsfragen. Entweder der Einzelne nimmt daran voll und ganz teil oder überhaupt nicht. Im letzteren Falle ist er zu bedauern, selbst wenn er ein großer Spezialist ist. Dieses Spezialistentum vermochte von jeher eine solche Scheu dem Studierenden einzuflößen, daß die allermeisten nach Abschluß ihrer obligaten Studien, mit denen sie der Hochschule den Rücken kehren mußten, jegliches Zutrauen, sich in ein neues Gebiet einzuarbeiten, im Gegensatz zu einer Reihe von praktischen Berufen, vollständig verloren haben. Ich denke an den Großkaufmann beispielsweise, für den das Leben in einem beständigen Einarbeiten und Umlernen besteht, während die meisten Wissenschaftler nur in der Richtung ihres Gebietes hinzu lernen. Doch das nebenbei gesagt. Was uns hier bewegt, ist ein anderes.

Wenn wir den heutzutage stark in Verruf gekommenen Begriff „Allgemeine Bildung" nicht seiner Quantität nach messen, sondern nach den Qualitäten, die wir in einem idealgearteten Menschen zu erblicken wünschen, dann dürfen wir vor allem nicht den gebildeten Gehirnmenschen um die Wende des 19. Jahrhunderts zum Vorbild wählen, vielmehr uns darauf einstellen — und der Krieg hat uns auch hierin manchen Fingerzeig gegeben —, den ganzen Menschen mit unverkümmertem Seelenleben, mit Gemüt und Willen ausgestattet. Dieser Mensch ist fast abhanden gekommen. Er lebte mit einem ausgeprägt einseitigen Pole in der Romantik und erwies sich als nicht dauernd lebensfähig, und ebenso wird es wohl auch dem Gehirnmenschen von 1900 gehen. Erinnert sich der naturwissenschaftliche Unterricht, woran er vielfach gemahnt sein will, an die große Natur mit all ihren Tiefen in ihrer erhabenen Unendlichkeit, an das ewige Walten der Gesetze, das unendliche, unbegreifliche Werden und Vergehen, bringt er den jungen Menschen dahin, daß dieser eine keusche Ehrfurcht vor dem All empfindet, seine Stellung zu seinen Mitkreaturen, sei es Stein, Pflanze oder Tier, erkennt und fühlt, dann sieht er sich auch stets als ein Teil im Ganzen, und es wird von der Tiefe der erregten Gefühle und intellektuellen Vorgänge abhängen, welche Stelle er sich selbst zuschreibt. Ich verweise auf mein bei Thomas in Leipzig erschienenes Buch „Das Tier und wir“, in dem ich diesem Gedanken näher getreten bin.* Die Natur bleibt immer und stets dieselbe. An uns ist es, sich ihr zu nähern. Der Mensch ist ihr kostbarstes Produkt, das allerdings durch seine Wahlfähigkeit schwer entarten kann, aber seine Loslösung von der verschlungenen Ein- und Vielheit ebenso schwer büßen muß.

In solchem Sinne, die Naturwissenschaften als letztes Ziel aufgefaßt, brauchen sie den Vergleich mit den Geisteswissenschaften nicht zu scheuen, sie nähern sich den letzten Dingen nur von einer anderen Seite. Namentlich tun das die Biologen, da sie sich mit dem Leben befassen.

Der Ellipsenzeichner.

Von Gg. Heinrich in Augsburg.

Beim geometrischen Zeichnen spielt die Ellipse die größte Rolle. Besonders hat man es bei der Behandlung der Kugel in der darstellenden Geometrie und Trigonometrie immer wieder mit Ellipsen zu tun, von denen meist die Achsen gegeben sind. Auch wenn man die Achsen nicht von vornherein kennt, wird man sie sich womöglich zuerst verschaffen, um dann für die Zeichnung das so bequeme Papierstreifen-Verfahren anwenden zu können. Dieses einfache Verfahren ist allgemein bekannt und verbreitet, es leidet aber an dem großen Mangel, daß es die Punkte der Ellipse doch recht wenig genau gibt, besonders wenn die Achsen die Länge von wenigen cm überschreiten. Recht genaue Punkte liefert nun das Papierstreifen-Verfahren, wenn man statt des gewöhnlichen Papierstreifens den im folgenden beschriebenen „Ellipsenzeichner“ verwendet.

Der Ellipsenzeichner besteht aus einem Plättchen aus farblosen, durchsichtigen Zellhorn (Celluloid) von 18 cm Länge, 2 cm Breite und etwa 1 mm Dicke. Die Unterseite des Plättchen trägt in der Mitte einen, der ganzen Länge nach durchlaufenden, feinen schwarzen Strich. Auf den Strich sind, von der Oberseite des Plättchens her, zwei Löcher gebohrt und zwar das eine in der Mitte, das andere 1 cm vom Ende des Striches entfernt. Der Strich geht mitten durch die Löcher hindurch, oben haben sie ungefähr 1,4 mm, unten etwa 0,7 mm Durchmesser. Die Unterseite des Plättchens ist angerauht, so daß sie Bleistiftstriche annimmt.

Von einer Ellipse sei nun die große Achse a und die kleine Achse b gegeben. Handelt es sich um eine kleinere Ellipse, so wählen wir das erste Verfahren. Wir legen den Ellipsenzeichner mit dem Mittelloch auf den Mittelpunkt der Ellipse, die Strichseite (Unterseite) nach oben. Den Strich bringen wir nacheinander mit beiden Achsen zur Deckung, bezeichnen die Endpunkte der Achsen durch Bleistiftquerstriche und erhalten so die Strecke $(a + b)$.

Dann drehen wir das Plättchen um, lassen die Endpunkte der Strecke $(a + b)$ auf den Achsen gleiten und bekommen die einzelnen Punkte der Ellipse durch Bleistiftstiche im Mittelloch. (Fig. 1.) Da die Endpunkte

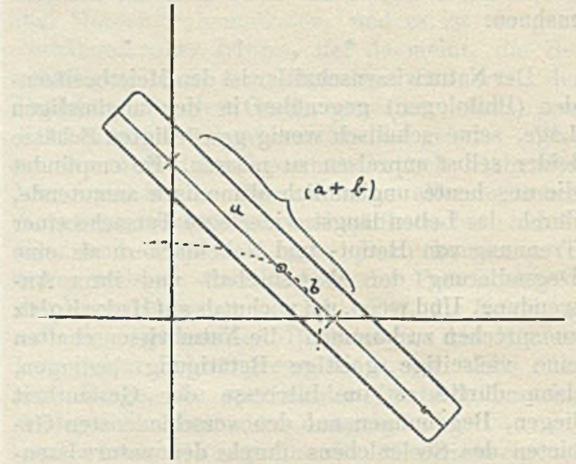


Fig. 1.

der Strecke $(a + b)$ auf der Zeichenfläche selbst liegen, ist jeder Verschiebungsfehler (Parallaxe) vermieden. Die Zeichnung wird viel genauer als beim Benützen eines Papierstreifens, der zudem noch den Mangel hat, daß er nicht gerade bleibt.

Handelt es sich um eine größere Ellipse, so wählt man das zweite Verfahren. Dieses unterscheidet sich vom ersten nur dadurch, daß man statt des Mittelloches das Endloch nimmt. Man trägt die Achsen der Ellipse nach derselben Seite auf und läßt jetzt die Endpunkte der Strecke $(a - b)$ gleiten. (Fig. 2.)

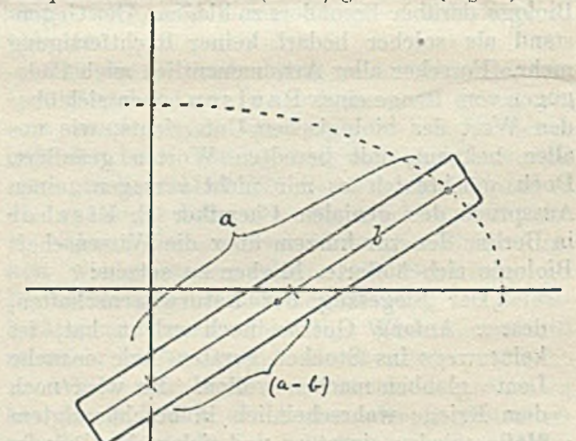


Fig. 2.

Ist die Zeichnung fertig, so wischt man die beiden Bleistiftquerstriche mit einem weichen Gummi weg und der Zeichner kann zu einer anderen Ellipse dienen. Man kann so bei den angegebenen Größen Ellipsen mit einer großen Achse bis zur Länge $a = 17$ cm zeichnen, was allermeistens ausreicht, zum mindesten für den Schulbetrieb.

Das einfache Gerät, das eine Ergänzung zum Reißzeug bildet, wird von Hans Hilgers in Bonn in den Handel gebracht und bald um billiges Geld in den einschlägigen Handlungen zu haben sein; es ist durch D. R.-G.-M. geschützt.

---

* Vergl. Besprechung S. 27 dieser Nummer. Die Schriftl.

Zusatz.

In Schulen, die auf die Ellipse nicht näher eingehen, läßt sich das Papierstreifen-Verfahren ganz einfach begründen. Man erklärt die Ellipse als Kurve, die entsteht, wenn man die parallelen Sehnen eines Kreises alle im gleichen Maßstab $\frac{a}{b}$ verkürzt. Nun folgt aus dem Satz vom Umkreis des rechtwinkligen Dreiecks sofort der andere Satz: Schneiden sich zwei Geraden in M unter einem rechten Winkel und verschiebt man eine Strecke $\overline{AB} = 2 \cdot a$ so, daß A auf der einen und B auf der anderen Geraden gleitet, dann beschreibt der Halbierungspunkt P von $\overline{AB}$ einen Kreis um M als Mittelpunkt mit a als Halbmesser. (Fig. 3.)

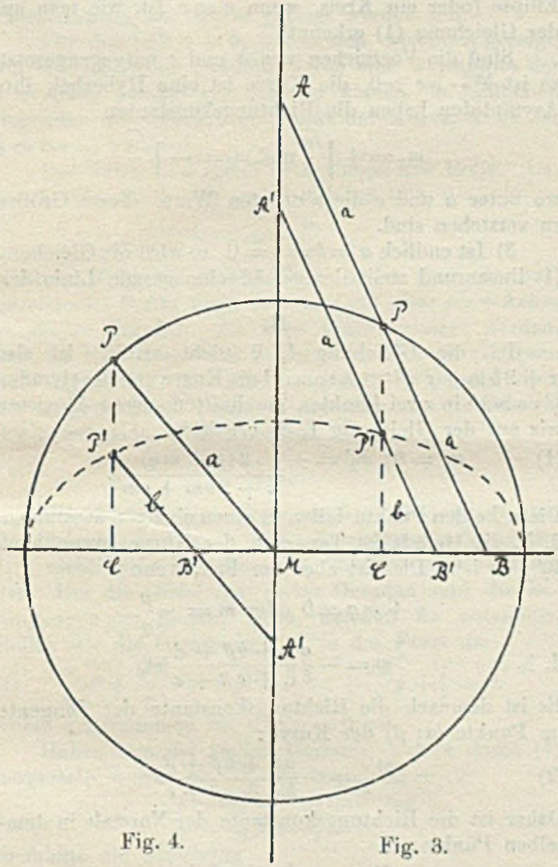


Fig. 4. Fig. 3.

Läßt man aber auf den beiden Geraden die Strecke $\overline{A'B'} = a + b$ in derselben gleiten, so beschreibt der Punkt P', der die Strecke in die Teile a und b zerlegt, eine Ellipse mit M als Mittelpunkt, a als großer und b als kleiner Achse.

Liegt nämlich die Strecke $(a + b)$ in der beliebigen Lage $A'B'$, so gibt es eine einzige dazu parallele Lage AB der Strecke $2 \cdot a$. Es ist dann $APP'A'$ ein Parallelogramm und somit $PP' \parallel AA' \perp MC$; ferner $\triangle PCB \sim \triangle P'CB'$ und somit

$$\frac{PC}{P'C} = \frac{PB}{P'B} = \frac{a}{b}.$$

Damit ist das erste Verfahren begründet.

Die Begründung des zweiten Verfahrens ist dieselbe. Dreht sich die Strecke $MP = a$ um M, so beschreibt der Endpunkt P einen Kreis. Verschiebt man die Strecke $A'B' = A'P' - B'P' = (a - b)$, so auf zwei in M unter einem rechten Winkel sich schneidenden Geraden, daß A' immer auf der einen und B' auf der anderen gleitet, dann beschreibt P' eine Ellipse. (Fig. 4). Liegt nämlich wieder die Strecke $(a - b)$ in der beliebigen Lage $A'B'$, so gibt es eine einzige dazu parallele Lage MP der Strecke a. Es ist dann $A'P'PM$ ein Parallelogramm und somit

$$PP' \parallel MA' \perp MC;$$

ferner $\triangle PCM \sim \triangle P'C'B'$ und somit

$$\frac{PC}{P'C} = \frac{PM}{P'B} = \frac{a}{b}.$$

Betrachtung der Kurven zweiten Grades ohne Drehung des Koordinatensystems.

Von P. Kiesling (Bromberg).

I.

Durch die allgemeine Gleichung zweiten Grades zwischen zwei Veränderlichen x und y

(1) $$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$$

werden bekanntlich sämtliche Kegelschnitte dargestellt. Die Entscheidung darüber, welcher Kegelschnitt der Gleichung (1) zugehört, hängt von den konstanten Koeftizienten $a, b, c, \ldots$ ab. Gewöhnlich wird nun die Diskussion der Gleichung (1) so geführt, daß man eine zweifache Transformation der Koordinaten vornimmt, nämlich eine Parallelverschiebung und eine Drehung der Koordinatenachsen. Im folgenden soll der Versuch gemacht werden, ohne Drehung des Koordinatensystems auszukommen.

Zu diesem Zwecke gehen wir von folgender Unterscheidung der Kegelschnitte aus: Im allgemeinen wird jeder Kegelschnitt von jeder Geraden in zwei Punkten geschnitten, wobei wir von der Tangente absehen. Nun gibt es aber:

a) bei der Parabel eine und nur eine Richtung von (parallelen) Geraden, die die Parabel nur in einem Punkte schneiden; diese Richtung ist der Parabelachse parallel.

b) bei der Ellipse keine derartige Richtung; vielmehr wird die Ellipse von einer Geraden entweder in zwei oder in keinem Punkte geschnitten.

c) bei der Hyperbel zwei Richtungen von Geraden, welche die Kurven nur in einem Punkte schneiden; diese Richtungen sind den Asymptoten der Hyperbel parallel.

Verschieben wir nun die Koordinatenachsen parallel zu sich selbst durch die Transformation:

$$x = x_1 + \alpha; \quad y = y_1 + \beta,$$

so geht die Gleichung (1) über in

(2) $$a x_1^2 + 2 a \alpha x_1 + a \alpha^2 + 2 b x_1 y_1 + 2 b y_1 \alpha + 2 b x_1 \beta + 2 b \alpha \beta + c y_1^2 + 2 c \beta y_1 + c \beta^2 + 2 d x_1 + 2 d \alpha + 2 e y_1 + 2 e \beta + f = 0.$$

Treffen wir ferner die Bestimmung, daß der Anfangspunkt des neuen Koordinatensystems auf der Kurve liegen soll, so besteht die Bedingungsgleichung:

(3) $$a \alpha^2 + 2 b \alpha \beta + c \beta^2 + 2 d \alpha + 2 e \beta + f = 0.$$

Dadurch wird Gleichung (2):

(4) $$a x_1^2 + 2 b x_1 y_1 + c y_1^2 + 2 x_1 (a \alpha + b \beta + d) + 2 y_1 (b \alpha + c \beta + e) = 0.$$

Wir denken uns durch den neuen Koordinatenanfang O_1 eine beliebige Gerade gezogen, welche die Gleichung

(5) $$y_1 = m x_1$$

habe. Dann gilt für die Abszissen der gemeinsamen Punkte der Kurve und der Geraden die Gleichung

BIBLIOTEKA POLITECHNIKI

(6) $x_1^2(a+2bm+cm^2)+2x_1(a\alpha+b\beta+d$
$+mb\alpha+mc\beta+me)=0$ oder

(6a) $x_1^2(a+2bm+cm^2)+2x_1(p+mq)=0$, wenn

(7) $p=a\alpha+b\beta+d$ und $q=b\alpha+c\beta+e$

gesetzt wird.

Die Gerade (5) kann daher die Kurve nur in einem Punkte schneiden, wenn

(8) $cm^2+2bm+a=0$ ist, woraus sich ergibt:

(9) $$m=-\frac{b}{c}\pm\sqrt{\frac{b^2-ac}{c^2}}.$$

Ist nun $b^2-ac=0$ oder $b^2=ac$, so erhalten wir für m nur einen Wert $\left(m=-\frac{b}{c}\right)$. Die Kurve hat also in diesem Falle die Eigenschaft, daß sie nur von Geraden einer einzigen Richtung in nur einem Punkte geschnitten werden kann. Die Gleichung

(10) $$b^2-ac=0$$

ist also die Bedingung dafür, daß die von der Gleichung (1) dargestellte Kurve eine Parabel ist.

Ist ferner

(10a) $$b^2<ac,$$

so wird m imaginär: es gibt also in diesem Falle keine Gerade, die mit der Kurve nur einen Schnittpunkt gemeinsam hat, die Kurve ist also eine Ellipse (oder ein Kreis). In diesem Falle müssen übrigens a und c gleiches Vorzeichen haben. Ist endlich:

(10b) $$b^2>ac,$$

so erhält man für m zwei Werte, und es gibt zwei Richtungen von Geraden, welche die Kurve nur in einem Punkte schneiden: die Kurve ist eine Hyperbel, deren Asymptoten die Richtungskonstante m haben, wo

$$m_{12}=-\frac{b}{c}\pm\sqrt{\frac{b^2-ac}{c^2}}\text{ ist.}$$

Die Bedingungen 10, 10a, 10b stimmen mit denjenigen überein, welche man bei der sonst üblichen Diskussion der Gleichung (1) erhält.

Aus dem Bisherigen ersehen wir, daß die Natur der Kurven nur von dem Koeffizienten a, b, c der quadratischen Glieder der Gleichung (1) abhängt.

Wir betrachten nun noch einige besondere Fälle.

1) Ist $a=0$, so ist $b^2>ac$; $m_1=0$; $m_2=-\frac{2b}{c}$, die Kurve ist eine Hyperbel, deren eine Asymptote der x-Achse parallel ist.

2) Ist $c=0$, so ist $b^2>ac$. Die Gleichung (8) lautet dann $2bm+a=0$, es ist also $m=-\frac{a}{2b}$. Da es sich wieder um eine Hyperbel handelt, so würde die Gleichung $m=-\frac{a}{2b}$ besagen, daß die Hyperbel nur eine Asymptote habe. Um diesen Widerspruch zu lösen, schreiben wir die Gleichung (5) in der Form: $y_1=\frac{1}{M}x_1$, wo $\frac{1}{M}=m$ ist. Dann lautet die Gleichung (6a) nach Multiplikation mit M^2.

$$x_1^2(aM^2+2bM+c)+2x_1(pM^2+Mq)=0,$$

und die Gleichung (8) müßte ersetzt werden durch: $aM^2+2bM+c=0$, woraus folgen würde

$$M=-\frac{b}{a}\pm\sqrt{\frac{b^2-ac}{a^2}}.$$

Für $c=0$ wird dann also:

$$M_1=0;\quad M_2=-\frac{2b}{a}\text{ und folglich:}$$

$$m_1=\infty;\quad m_2=-\frac{a}{2b}.$$

Unsere Kurve ist also eine Hyperbel, deren eine Asymptote der y-Achse parallel ist, während die andere die Richtungskonstante $m_2=-\frac{a}{2b}$ hat.

3) Ist $a=c=0$, so müßte sowohl:

$2bm=0$, also $m=0$ sein, als auch:

$2bM=0$, also $m=\frac{1}{M}=\infty$ sein.

Jetzt handelt es sich also um eine Hyperbel, deren Asymptoten der $x=$ bezw. der y-Achse parallel sind; da demnach die Asymptoten auf einander senkrecht stehen, so ist die Hyperbel eine gleichseitige.

4) Wenn $b=0$ ist, so kommt es darauf an, ob a und c gleiche oder entgegengesetzte Vorzeichen haben; im ersteren Falle ist $b^2-ac<0$, die Kurve ist eine Ellipse (oder ein Kreis, wenn $a=c$ ist, wie man aus der Gleichung (1) erkennt).

Sind die Vorzeichen von a und c entgegengesetzt, so ist $b^2-ac>0$, die Kurve ist eine Hyberbel, ihre Asymptoten haben die Richtungskonstanten

$$m_1=+\sqrt{\frac{a}{c}}\text{ und }m_2=-\sqrt{\frac{a}{c}}$$

wo unter a und c die absoluten Werte dieser Größen zu verstehen sind.

5) Ist endlich $a=b=c=0$, so wird die Gleichung (1) linear und stellt demgemäß eine gerade Linie dar.

II.

Ist die Gleichung I, 8 nicht erfüllt, ist also $a+2bm+cm^2\gtreqless 0$, so wird die Kurve von der Geraden $y'=mx'$ in zwei Punkten geschnitten, deren Abszissen wir aus der Gleichung I, 6a erhalten:

(1) $$x_1'=0;\quad x_2'=-\frac{2(p+mq)}{a+2bm+cm^2}.$$

Diese beiden Punkte fallen in einen einzigen zusammen, d. h. die Gerade ist Tangente der Kurve, wenn auch $x_2'=0$ ist. Dies ist aber der Fall, wenn

$$p+mq=0\text{ oder }m=-\frac{p}{q},$$

d. h. $$m=-\frac{a\alpha+b\beta+d}{b\alpha+c\beta+e}\text{ ist.}$$

Es ist demnach die Richtungskonstante der Tangente im Punkte $(\alpha;\beta)$ der Kurve:

(2) $$m_T=-\frac{a\alpha+b\beta+d}{b\alpha+c\beta+e}.$$

Daher ist die Richtungskonstante der Normale in demselben Punkte:

(3) $$M_N=+\frac{b\alpha+c\beta+e}{a\alpha+b\beta+d}.$$

Aus der Gleichung (2) lassen sich die ausgezeichneten Punkte der Kurve (höchster, bezw. tiefster Punkt) ermitteln.

In den ausgezeichneten Punkten ist nämlich die Tangente der x-Achse parallel, es muß also für diese Punkte die Bedingung gelten:

(4) $a\alpha+b\beta+d=0$, woraus folgt:

$$\beta=-\frac{a\alpha}{b}-\frac{d}{b}.$$

Außerdem müssen die Koordinaten α, β dieser Punkte der Gleichung der Kurve genügen:

$$a\alpha^2+2b\alpha\beta+c\beta^2+2d\alpha+2e\beta+f=0.$$

Durch Ausrechnung ergibt sich:

(5) $$a(ac-b^2)\alpha^2+2a(cd-be)\alpha$$
$$-(2bde-b^2f-cd^2)=0\text{ und:}$$

(6) $\alpha = \frac{cd - be}{b^2 - ac} \pm \frac{b}{b^2 - ac} \sqrt{\frac{ae^2 + cd^2 - 2bde + f(b^2 - ac)}{a}}$

$$\beta = -\frac{a\alpha}{b} - \frac{d}{b}.$$

Ist $b^2 - ac = 0$, so wird die Gleichung (5) linear, d. h. die Parabel hat nur einen ausgezeichneten Punkt, dessen Abszisse ist:

(7) $$\alpha = \frac{2bde - b^2 f - cd^2}{2a(cd - be)}.$$

Wenn $b^2 - ac \gtrless 0$ ist, so gibt es im allgemeinen zwei ausgezeichnete Punkte oder keinen, je nachdem der Radikand der Wurzel in (6) positiv oder negativ ist. Die zwei ausgezeichneten Punkte fallen in einen zusammen, wenn $ae^2 + cd^2 - 2bde + f(b^2 - ac) = 0$ ist. In diesem Falle degenerieren aber die Kurven zu geraden Linien, wie später gezeigt werden soll.

Für den Fall $a = 0$, wo es sich, wie oben gezeigt, um eine Hyperbel handelt, deren eine Asymptote der x-Achse parallel ist, gibt es keinen im Endlichen liegenden ausgezeichneten Punkt der Kurve, da ja für $a = 0$ $\alpha = \infty$ wird.

Der Fall $c = 0$ spielt keine besondere Rolle. Dagegen folgt für $b = 0$ aus Gleichung (4):

$$\alpha = -\frac{d}{a},$$

während β alle möglichen Werte haben kann, der ausgezeichnete Punkt liegt dann also auf einer zur y-Achse parallelen Geraden. Es wird später gezeigt werden, daß im Falle $b = 0$ die Achsen der Kurven (Ellipsen oder Hyperbeln) den Koordinatenachsen parallel sind, der ausgezeichnete Punkt würde dann also im Scheitel der betreffenden Kurve liegen.

III.

Bei bestimmten Eigenschaften der konstanten Koeffizienten $a, b, c \ldots$ stellt die allgemeine Gleichung I, 1 nicht mehr Kegelschnitte, sondern gerade Linien dar. Um die Gleichung dieser Geraden und die Bedingungen zu finden, unter welchen sie entstehen, stellen wir die Gleichung I, 1 in der Form dar

(1) $$\frac{a}{c}x^2 + \frac{2b}{c}xy + y^2 + \frac{2d}{c}x + \frac{2e}{c}y + \frac{f}{c} = 0,$$

wobei angenommen ist, daß $c \gtrless 0$ sei.

Haben nun die beiden Geraden, welche durch (1) dargestellt werden sollen, die Gleichungen (2)

$$y - m_1 x - n_1 = 0 \text{ und}$$
$$y - m_2 x - n_2 = 0,$$

so müßte die Gleichung

(3) $(y - m_1 x - n_1)(y - m_2 x - n_2) = 0$

identisch sein mit (1). Entwickeln wir (3), so ergibt sich:

(4) $m_1 m_2 x^2 - (m_1 + m_2) xy + y^2 + (m_1 n_2 + m_2 n_1) x$
$- (n_1 + n_2) y + n_1 n_2 = 0.$

Durch Vergleichung von (4) mit (1) erhalten wir:

(5) $$m_1 m_2 = \frac{a}{c}; \; m_1 + m_2 = -\frac{2b}{c}$$

$$m_1 n_2 + m_2 n_1 = \frac{2d}{c}; \; n_1 + n_2 = -\frac{2e}{c}$$

$$n_1 n_2 = \frac{f}{c}.$$

Aus der ersten und zweiten dieser Gleichungen ergibt sich:

(6) $$m_1 = -\frac{b}{c} + \frac{1}{c}\sqrt{b^2 - ac}$$

$$m_2 = -\frac{b}{c} - \frac{1}{c}\sqrt{b^2 - ac}$$

und aus den beiden letzten:

7) $$n_1 = -\frac{e}{c} + \frac{1}{c}\sqrt{e^2 - cf}$$

$$n_2 = -\frac{e}{c} - \frac{1}{c}\sqrt{e^2 - cf}.$$

Die überzählige dritte Gleichung (5) liefert uns die gesuchte Bedingung:

$$m_1 n_2 + m_2 n_1 = \frac{2d}{c}.$$

Setzen wir $\sqrt{b^2 - ac} = R_1$ und $\sqrt{e^2 - cf} = R_2$, so wird:

$$\left(-\frac{b}{c} + \frac{R_1}{c}\right)\left(-\frac{e}{c} - \frac{R_2}{c}\right) + \left(-\frac{b}{c} - \frac{R_1}{c}\right)\left(-\frac{e}{c} + \frac{R_2}{c}\right) = \frac{2d}{c},$$

woraus folgt:

(8a) $$R_1 \cdot R_2 = be - cd \text{ oder}$$

$(b^2 - ac)(e^2 - cf) = (be - cd)^2$ oder endlich:

(8) $$ae^2 + cd^2 - 2bde + f(b^2 - ac) = 0.$$

Dieser Gleichung (8) müssen also die Koeffizienten genügen, wenn die Gleichung I, 1 zwei gerade Linien darstellen soll.

Die Gleichungen der gesuchten Geraden lauten:

(9) $$y = \left(-\frac{b}{c} + \frac{1}{c}\sqrt{b^2 - ac}\right)x - \frac{e}{c} + \frac{1}{c}\sqrt{e^2 - cf}$$

$$y = \left(-\frac{b}{c} - \frac{1}{c}\sqrt{b^2 - ac}\right)x - \frac{e}{c} - \frac{1}{c}\sqrt{e^2 - cf}.$$

Hieraus erkennen wir, daß die Geraden, welche durch die Gleichung I, 1 dargestellt werden können, den Richtungen parallel sind, durch welche im allgemeinen Falle die Kurven nur in einem Punkte geschnitten werden, denn die Richtungskonstanten der Geraden (9) sind identisch mit denjenigen der Geraden I, 9.

Wir bestimmen nun den Schnittpunkt der beiden in Frage stehenden Geraden. Hat dieser die Koordinaten ξ und η, so ergibt sich durch Einsetzung und Lösung der Gleichungen (9)

$$\xi = -\frac{\sqrt{e^2 - cf}}{\sqrt{b^2 - ac}} = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{R_1 R_2}{R_1^2}.$$

Da aber $R_1 \cdot R_2 = be - cd$ ist (Gleichung 8a), so erhalten wir

(10) $$\xi = \frac{cd - be}{b^2 - ac}; \; \eta = \frac{ae - bd}{b^2 - ac}.$$

Man kann nun zeigen, daß der Punkt $M(\xi; \eta)$ der Mittelpunkt der im allgemeinen Falle durch die Gleichung I, 1 dargestellten Kurven ist, soweit es sich dabei um Hyberbel, Ellipse oder Kreis handelt. Für die genannten Kurven ist $b^2 - ac \gtrless 0$, also ist M ein im Endlichen liegender Punkt.

Um den Beweis zu führen, daß M der Mittelpunkt der Kurven ist, legen wir durch M eine beliebige Gerade, deren Gleichung sei:

$$y = \mu x + \nu.$$

Da sie durch M geht, so ist:

$$\eta = \mu \xi + \nu, \text{ also auch}$$
$$y - \eta = \mu(x - \xi); \; y = \mu x + \eta - \mu \xi.$$

Die Schnittpunkte der Kurve mit dieser Geraden erhalten wir durch Einsetzen von $y = \mu x + \eta - \mu \xi$ in die Gleichung I, 1.

Nach einigen Umformungen erhalten wir

(11) $x^2(a + 2b\mu + c\mu^2) + 2x[-c\mu^2\xi - \mu(b\xi - c\eta - e) + (b\eta + d)] + c\eta^2 + c^2\mu^2\xi^2 - 2\mu c\xi\eta + 2e\eta - 2e\mu\xi + f = 0.$

Soll nun M der Mittelpunkt der Kurve sein, und sind x_1; y_1 und x_2; y_2 die Koordinaten der Schnittpunkte der Geraden, so muß sein: $\xi = \frac{x_1 + x_2}{2}$, wo x_1 und x_1 die Wurzeln der Gleichung (11) bedeuten.

Nun ist:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{c\mu^2\xi + \mu(b\xi - c\eta - e) - (b\eta + d)}{a + 2b\mu + c\mu^2},$$

folglich müßte sein:

(12) $c\mu^2\xi + \mu(b\xi - c\eta - e) - (b\eta + d) = \xi(a + 2b\mu + c\mu^2)$.

Es ist aber:

$$b\xi - c\eta - e = \frac{2b(cd - be)}{b^2 - ac} = 2b\xi$$

$$b\eta + d = \frac{a(be - cd)}{b^2 - ac} = -a\xi.$$

Gleichung (12) geht also über in:

(12a) $c\mu^2\xi + 2b\mu\xi + a\xi = c\mu^2\xi + 2b\mu\xi + a\xi$,

d. h. in eine Gleichung, welche identisch erfüllt ist. Folglich ist M der Mittelpunkt der betreffenden Kurven. —

Ist $b^2 - ac = 0$, so stellt Gleichung I, 1 eine Parabel dar. In diesem Falle geht die Bedingungsgleichung (8a) über in:

(13) $be = cd$ oder:

$$\frac{e}{d} = \frac{c}{b} = \frac{b^2}{ab} = \frac{b}{a}.$$

Ferner lauten in diesem Falle die Gleichungen (9)

(14) $$y = -\frac{b}{c}x - \frac{e}{c} + \frac{1}{c}\sqrt{e^2 - cf}$$

$$y = -\frac{b}{c}x - \frac{e}{c} - \frac{1}{c}\sqrt{e^2 - cf}.$$

Wenn also die Parabel zu zwei Geraden degeneriert, so sind dies zwei Parallele zur Achse der Parabel, da für letztere die Richtungskonstante nach Gleichung I, 9

$$m = -\frac{b}{c} \text{ ist.}$$

Die zwei Parallelen sind reell, wenn $e^2 > cf$, sie sind imaginär, wenn $e^2 < cf$ und sie fallen zu einer Geraden zusammen, wenn $e^2 = cf$ ist.

Ist $b^2 - ac < 0$, so haben die Gleichungen (9) keine reelle Bedeutung: Die Ellipse kann in der Tat nicht zu geraden Linien degenerieren. Trotzdem stellt der oben betrachtete Punkt M den Mittelpunkt der Ellipse dar, weil der Beweis, daß M der Mittelpunkt der durch Gleichung I, 1 dargestellten Kurven ist, ganz allgemein und ohne Rücksicht auf das Vorzeichen von $b^2 - ac$ giltig ist.

Für den Fall $b^2 - ac > 0$ geht aus unserer Untersuchung hervor, daß die den Gleichungen (9) zugehörigen Geraden die Asymptoten der Hyperbel sind, denn nur diese erfüllen die Bedingungen, daß sie sich im Mittelpunkt M der Hyperbel schneiden und der Richtung parallel sind, durch welche die Hyperbel nur in einem Punkte geschnitten wird.

Es sollen nun noch einige spezielle Fälle betrachtet werden:

1) Es sei $a = 0$, alle übrigen Koeffizienten aber von Null verschieden. Dann ist nach Gleichung (6)

$$m_1 = 0;\; m_2 = -\frac{2b}{c};$$

und es lauten die Gleichungen (7)

$$y = -\frac{e}{c} + \frac{1}{c}\sqrt{e^2 - cf};\; y = -\frac{2b}{c}x - \frac{e}{c} - \frac{1}{c}\sqrt{e^2 - cf}.$$

Die eine der Geraden ist also der x-Achse parallel.

2) Es sei $c = 0$, alle übrigen Koeffizienten von Null verschieden. In diesem Falle muß die am Anfang von III geführte Untersuchung in modifizierter Form wiederholt werden.

Man muß nämlich jetzt die Gleichung I, 1 durch a dividieren, wodurch man erhält:

$$x^2 + \frac{2bxy}{a} + y^2 + \frac{2d}{a}x + \frac{2e}{a}y + \frac{f}{a} = 0.$$

Die Gleichungen der Geraden, in die obige Gleichung zerfallen soll, schreibt man jetzt in der Form:

$$\frac{y}{m_1} - x - \frac{n_1}{m_1} = 0 \text{ und } \frac{y}{m_2} - x - \frac{n_2}{m_2} = 0$$

oder, wenn man

$$\frac{1}{m_1} = m_1' \text{ und } \frac{n_1}{m_1} = n_1' \text{ sowie } \frac{1}{m_2} = m_2' \text{ und } \frac{n_2}{m_2} = n_2'$$

setzt,

$$m_1'y - x - n_1' = 0 \text{ und } m_2'y - x - n_2' = 0.$$

Verfährt man dann weiter in derselben Weise wie oben, so erhält man $m_1' = 0$, also $m_1 = \infty$. Wir erkennen also, daß im vorliegenden Falle die eine der Geraden der y-Achse parallel ist.

3) Es sei $a = c = 0$, während alle übrigen Koeffizienten von Null verschieden sind.

Dann lautet die Gleichung I, 1, nachdem man sie durch $2b$ dividiert hat:

(15) $$xy + \frac{d}{b}x + \frac{e}{b}y + \frac{f}{2b} = 0.$$

Die Gleichungen der Geraden nehmen wir dann in der Form

$$y - n_1 = 0 \text{ und } x - n_2 = 0 \text{ an.}$$

Daher muß

$$(y - n_1)(x - n_2) = xy - n_1x - n_2y + n_1n_2$$

identisch mit (15) sein. Folglich ist:

$$n_1 = -\frac{d}{b};\; n_2 = -\frac{e}{b};\; n_1n_2 = \frac{f}{2b}.$$

Die Gleichungen der Geraden lauten dann

$$y = -\frac{d}{b};\; x = -\frac{e}{f}.$$

sie sind also der x- bezw. der y-Achse parallel.

Die Bedingung für Degeneration ist in diesem Falle:

$$n_1 \cdot n_2 = \frac{f}{2b} \text{ oder } \frac{de}{b^2} = \frac{f}{2b}, \text{ d. h. } 2de = fb.$$

In allen drei Fällen 1), 2), 3) handelt es sich um degenerierte Hyperbeln, da immer $ac = 0$, also $b^2 > ac$ ist.

4) Der Fall $b = 0$ liefert kein spezielles Ergebnis, nur werden in dem Falle, daß a und c entgegengesetztes Vorzeichen haben, die Richtungskonstanten der Geraden einfacher als wenn $b \gtreqless 0$.

Für praktische (numerische) Beispiele ist nun noch eine auf die Degeneration bezügliche Untersuchung von Interesse.

Wir haben nämlich oben in den Gleichungen (9) die konstanten Größen willkürlich einander zugeordnet: m_1 und n_1 einerseits, m_2 und n_2 anderseits. Es ist aber nicht ausgeschlossen, daß in gewissen Fällen m_1 und n_2 sowie m_2 und n_1 einander zugeordnet werden müssen.

Es ist nun (Gleichungen (5))

$$m_1 + m_2 = -\frac{2b}{c}$$

$$m_1 \cdot m_2 = \frac{a}{c}$$

folglich: $$m_1 - m_2 = \pm\frac{2}{c}\sqrt{b^2 - ac}.$$

Ist $m_1 > m_2$, so gilt das Vorzeichen $+$, ist aber $m_1 < m_2$, so gilt das Vorzeichen $-$. Ist also $m_1 > m_2$, so ist $R_1 = +\sqrt{b^2 - ac}$, ist $m_1 < m_2$, so ist $R_1 = -\sqrt{b^2 - ac}$. Ebenso kann mit Hilfe der Gleichung (5) gefunden werden, daß $R_2 = \pm\sqrt{e^2 - cf}$ ist, je nachdem $n_1 \gtrless n_2$ ist.

Es war aber (Gleichung 8a)

$$R_1 \cdot R_2 = be - cd.$$

Ist nun $be - cd > 0$, so müssen R_1 und R_2 gleiches Vorzeichen haben, also beide positiv oder beide negativ sein. Setzen wir fest, daß m_1 die größere der Größen m und n_1 die größere der Größen n sei, so gehören im Falle $be - cd > 0$ m_1 und n_1 zusammen, und die Gleichungen lauten dann:

$$y = m_1 x + n_1 \text{ und } y = m_2 x + n_2.$$

Ist dagegen $bc - cd < 0$, so haben R_1 und R_2 entgegensetztes Vorzeichen, und unsere Gleichungen lauten dann:

$$y = m_1 x + n_2 \text{ und } y = m_2 x + n_1.$$

Wenn $be - cd = 0$, so handelt es sich nach Gleichung (13) um eine Parabel.

Die Gleichungen der Geraden sind dann:

$$y = m_1 x + n_1$$
$$y = m_1 x + n_2, \text{ da}$$
$$m_1 = m_2 = -\frac{b}{c} \text{ ist.}$$

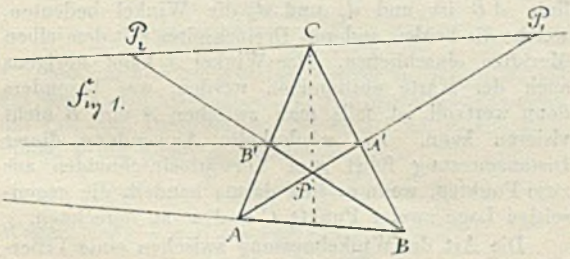
Als Schlußresultat ergibt sich, daß die allgemeine Gleichung I, 1 nur dann gerade Linien darstellen kann, wenn $b^2 - ac \geqq 0$ und gleichzeitig $e^2 - cf \geqq 0$ ist. Wegen $b^2 - ac \geqq 0$ können also nur Hyperbeln und Parabeln zu Geraden degenerieren, und diese Geraden sind auch nur dann reell, wenn $e^2 - cf \geqq 0$ ist.

(Schluß folgt).

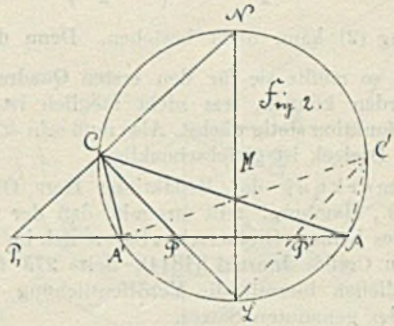
Drei weitere Beweise für den Lehmus-Steinerschen Satz: ein Dreieck mit zwei gleichen Winkelhalbierenden ist gleichschenklig.

Von Prof. Dr. **Bücking** (Metz).

Das Dreieck ABC habe die Winkelhalbierenden AA' und BB' (Schnittpunkt P) und AA' sei gleich BB' (s. Fig. 1).



1. Beweis: Man ziehe $A'B'$, lege durch den Schnittpunkt der verlängerten AB und $A'B'$ und den Punkt C eine Gerade und schneide diese durch die verlängerten AA' und BB' in P_1 und P_2. Aus den Eigenschaften des vollständigen Vierecks $ABA'B'$ folgt, daß die 4 durch C laufenden Strahlen harmonische sind, und da CP den $\sphericalangle ACB$ halbiert, daß $CP \perp P_1CP_2$ ist. Es gilt nun folgender Hilfssatz: Die Aufgabe vier harmonische Punkte $APA'P_1$ aus einem Punkte C so zu projizieren, daß $\sphericalangle ACA'$ einem gegebenen $\sphericalangle \gamma$ gleich und $\sphericalangle PCP_1 = 90^0$ ist, hat zwei kongruente Lösungen. Den Beweis führe ich durch Zeichnung. (Fig. 2). Man schlage über AA_1 den Kreisbogen, der $\sphericalangle \gamma$ faßt, halbiere den Bogen in N, ziehe den Durchmesser NL und verbinde L mit P durch eine Gerade, die den Kreis zum zweiten Male in C trifft. Man ziehe NC, die durch P_1 geht. Dies ist die eine Lösung; für die zweite klappe man die Figur um AP_1 herum. Auf Grund dieses Satzes müssen die zwei harmonischen, ineinander fallenden Strahlenbüschel, welche aus C die Punkte $[APA'P_1]$ und $[BPB'P_1]$ in Fig. 1 projizieren der Art deckbar sein, daß wenn man die von den letzteren gebildeten Figur um CP umklappt, nicht allein die Strahlen erneut aufeinander zu liegen kommen, sondern auch ihre Endpunkte. Dann kommt B mit A zur Deckung, also ist $CB = CA$ und $\triangle ABC$ gleichschenklig.



2. Beweis: Die Dreiecke ACA' und BCB' (Fig. 1) stimmen in der Grundlinie und dem Winkel an der Spitze überein, haben also gleiche umgeschriebene Kreise. Man lege sie so aufeinander, daß B' auf A und B auf A', P auf P' und C auf C' zu liegen kommt (Fig. 2). Man ziehe den Kreis um M durch $ABCC'$. Die verlängerten CP und $C'P'$ schneiden sich im Mittelpunkt L des unteren Bogens AA'; PC ist gleich $P'C'$. Angenommen LP sei nicht gleich LP', dann klappe man LC' um LMN herum und erhält die neue Lage $\overline{LP_1'C_1'}$. Diese müßte dann von $\overline{LPC}$ verschieden sein, da P_1' entweder links oder rechts von P fallen muß. Das ist aber unmöglich. Denn $CP = LC - LP$ ändert sich bei einer Drehung um L so, daß es die Werte 0 bis LN stetig wachsend durchläuft, daß es also nur einmal einen vorgeschriebenen Wert annimmt. Unsere Annahme ist also falsch, und es muß $LP' = LP$ sein. Daraus folgt, daß LN die Symmetrieachse der Figur ist, also $AC = A'C' = BC$ und $\triangle ABC$ ist gleichschenklig.

3. Beweis: P ist der Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises (Fig. 1), dessen Halbmesser ϱ sei. Es ist

$$AP = \frac{\varrho}{\sin\frac{\alpha}{2}}, \quad A'P = \frac{\varrho}{\sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)};$$

$$BP = \frac{\varrho}{\sin\frac{\beta}{2}}, \quad B'P = \frac{\varrho}{\sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}.$$

Nach Vorauss. ist $AA' = BB'$, also

$$\frac{\sin\frac{\alpha}{2} + \sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin\frac{\beta}{2} + \sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}{\sin\frac{\beta}{2} \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}.$$

Daraus folgt

$$\left[2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\beta}{2}\right] \cdot \sin\frac{\beta}{2} \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) =$$
$$\left[2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}\right] \cdot \sin\frac{\alpha}{2} \cdot \sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)$$

oder $\quad \sin\beta \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) = \sin\alpha \cdot \sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right).$

also
$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}.$$

Durch Addition und Subtraktion folgt hieraus
$$tg\,\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot ctg\,\frac{\beta-\alpha}{2} = tg\left(3\cdot\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot ctg\,\frac{\beta-\alpha}{2}.$$

Die Lösungen sind 1) $\sphericalangle\beta = \sphericalangle\alpha$

2) $$tg\,\frac{\alpha+\beta}{2} = tg\left(3\cdot\frac{\alpha+\beta}{2}\right).$$

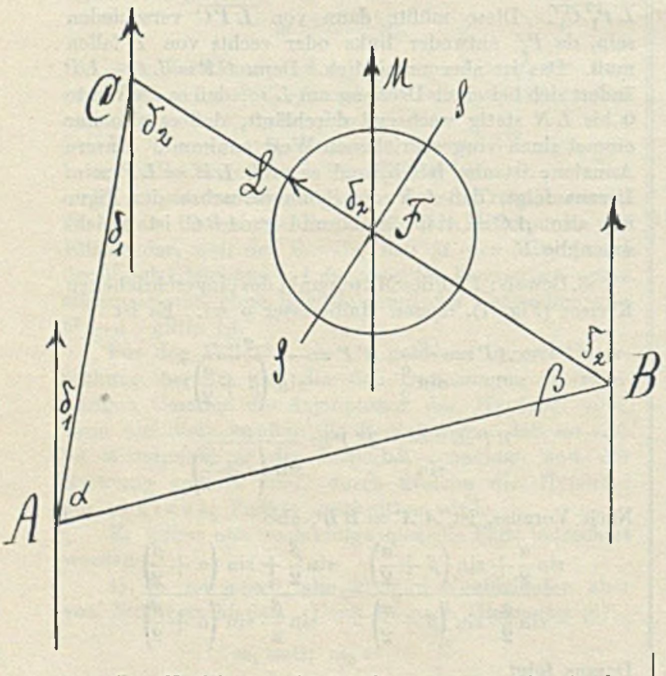
Gleichung (2) kann nicht bestehen. Denn da $\frac{\alpha+\beta}{2}$ spitz ist, so müßte sie für den ersten Quadranten erfüllt werden können, was nicht möglich ist, da die Tangensfunktion stetig wächst. Also muß sein $\sphericalangle\beta = \sphericalangle\alpha$ und das Dreieck ist gleichschenklig.

Anmerkung der Redaktion: Herr Oberlehrer Kröger, Hamburg, teilt uns mit, daß der Originalbeweis des Lehmus-Steinerschen Satzes sich im 28. Jahrgang von Crelles Journal (1844), Seite 275 ff. findet. Wir schließen hiermit die Veröffentlichung von Beweisen des genannten Satzes.

Trigonometrische Distanzmessung.

Von Dr. Alois Lanner (Innsbruck).

In Nr. 1 des vorigen Jahrganges wurde unter der Aufschrift „Rückwärtseinschneiden aus zwei Punkten" über ein Verfahren berichtet, um mit Hilfe der einer hinreichend genauen Karte entnommenen Lage zweier bekannter Punkte B und C die Lage eines dritten Punktes A oder die gegenseitige Stellung zweier Punkte A und A^1 zu bestimmen.



Das Verfahren geht im Gegensatz zu den in den Lehrbüchern bei der angewandten Trigonometrie behandelten Methoden von der Annahme aus, daß wir die Standlinie z. B. einer Generalstabskarte entnehmen, was mit Hilfe eines Stechzirkels und des Kartenmaßstabes bald geschehen ist, während das Ausmessen einer nur einigermaßen längeren Standlinie in den seltensten Fällen glatt von statten geht, meistens aber mit so vielen Schwierigkeiten verbunden ist, daß die Schüler gar bald daran die Freude verlieren. Bei nur einigermaßen größeren Entfernungen erhält man dabei stark spitzwinklige Dreiecke, wodurch die unvermeidlichen Fehler noch empfindlicher werden. Andererseits ist diese erweiterte Benutzung der Karte und ihres Maßstabes nur geeignet, den Schülern dieses Hilfsmittel zur Orientierung im Gelände noch wertvoller erscheinen zu lassen.

In jener ersten, wie in dieser zweiten Mitteilung werden aber nicht der Winkel zwischen zwei Visierlinien gemessen, sondern der zwischen einer Visierlinie und dem magnetischen bezw. geogr. Meridian. Das hat allerdings den Nachteil, daß auf ersteren, nämlich auf den magnetischen Meridian — der geogr. dürfte sich selten unmittelbar aus astron. Beobachtungen entnehmen lassen — sich nicht so scharf einstellen läßt wie auf eine Visierlinie. Auch muß man heutzutage in der Nähe von Häusern recht vorsichtig sein, da eiserne Träger und Wasserleitungen recht störend wirken können, abgesehen davon, daß auch der Beobachter selbst darauf achten muß, magnetisch einwandfrei zu sein.

Im vorliegenden Fall handelt es sich um den einfachsten Fall der Abstandsberechnung, wo vom Dreieck eine Seite und zwei Winkel bekannt sind. Er erweist sich aber, abgesehen von der veränderten Winkelablesung, der bisher üblichen Verwendung gegenüber günstiger, weil der Endpunkt B der Standlinie AB nach der Karte und nicht nach den Bodenverhältnissen in der nächsten Umgebung von A ausgewählt und daher den Genauigkeitsforderungen leichter angepaßt werden kann. Auch ist das Verfahren davon unabhängig, ob man von A nach B sieht oder nicht.

Nach dem beigegebenen Bild können wir die Winkel $\beta = 2R - (\varDelta + \delta_2)$ und $\gamma = \delta_1 + \delta_2$ benützen, wenn $\varDelta$ der Winkel zwischen dem Meridian und der Standlinie AB ist und δ_1 und δ_2 die Winkel bedeuten, welche die beiden anderen Dreieckseiten mit demselben Meridian einschließen. Der Winkel $\varDelta$ kann übrigens auch der Karte entnommen werden, was besonders dann wertvoll ist, falls man zwischen A und B nicht visieren kann. Die wiederholte Anwendung dieser Distanzmessung führt zum Vorwärtseinschneiden aus zwei Punkten, wenn es sich darum handelt, die gegenseitige Lage zweier Punkte C und C' zu berechnen.

Die Art der Winkelmessung zwischen einer Visierlinie und dem magnetischen Meridian ist für das vorgeschlagene Verfahren das Hauptmerkmal. Man kann dazu zwei Wege einschlagen. Mittels einer zum Visieren eingerichteten Bussole wird ein in der Nähe des Beobachtungsfernrohres befindlicher Punkt durch einen Stab markiert, auf welchen das Fernrohr eingestellt wird, um die Nord- oder Südrichtung zu bestimmen. Im zweiten Fall kann man auf der Visierlinie selbst eine Vorrichtung F aufstellen, an der sich der gesuchte Winkel ablesen läßt. Zu diesem Zweck wird mit der Magnetnadel M ein um dieselbe vertikale Achse drehbarer Spiegel S verbunden, dessen Einfallslot ein Zeiger L darstellt, der mit der Nadel den fraglichen Winkel bildet. Steckt man auf die Mitte des Fernrohres ein Licht oder eine leichterkennbare Marke B, so fällt L in die Richtung BC, wenn man durch das Fernrohr (nach der Poggendorffschen Ablesung) im Spiegel S die Marke B erblickt. Diese Einrichtung bietet den Vor-teil, daß nach der Einstellung des Fernrohres auf den Punkt C, am Instrument nichts mehr geändert zu werden braucht.

Begreiflicher Weise handelt es sich in allen diesen Fällen nicht um Präzisionsmessungen, sondern darum, in den Schülern das Bewußtsein zu erwecken, mit Hilfe einer Lokalkarte und einigen Winkelmessungen, alle von zwei bekannten Orten sichtbaren Punkte der Umgebung ihrer Lage nach zu berechnen und dann allenfalls in die Karte ergänzend einzutragen. Diese Aufgabe bildet somit das Gegenstück zu dem in Nr. 1 erwähnten Verfahren. Die Einheitlichkeit der beiden Aufgaben zugrunde liegenden Lösungsform dürfte dazu beitragen, das Interesse an solchen sozusagen zuerst subjektiven und dann objektiven Ortsbestimmungen zu fördern und den geographischen Orientierungssinn zu beleben.

Kleinere Mitteilungen.

Nachtrag zu der Herleitung des Satzes über die reziproken Katheten in Nr. 6, Jahrg. XXII, S. 117.

Vielleicht interessiert auch die Gleichung

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2} - 2 \cdot \frac{1}{h_b h_c} \cdot \cos \alpha,$$

die sich aus der Gleichung

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos \alpha$$

und der Beziehung zwischen Seiten und Höhen des Dreiecks ergibt.

Aus ihr folgt die Gleichung über das rechtwinklige Dreieck als spezieller Fall für $\alpha = 90^0$.

Jos. Moser.

Zum Satz von den reziproken Kathetenquadraten.

Nach der üblichen Bezeichnungsweise gilt im rechtwinkligen Dreieck: $a^2 = h^2 + p^2$, $b^2 = h^2 + q^2$ und $h^2 = p \cdot q$. Daher wird:

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2 + p^2} + \frac{1}{h^2 + q^2} = \frac{h^2 + q^2 + h^2 + p^2}{(h^2 + p^2)\,(h^2 + q^2)}$$
$$= \frac{h^2 + q^2 + h^2 + p^2}{h^2\,(h^2 + q^2 + p^2 + h^2)} = \frac{1}{h^2}.$$

Sind a, b, c die Abschnitte einer beliebigen Ebene auf den Koordinatenachsen, α, β, γ die Winkel, welche das Lot vom Ursprung auf die Ebene mit den Achsen bildet, p die Länge des Lotes, so gilt:

$$\cos \alpha = \frac{p}{a}, \quad \cos \beta = \frac{p}{b}, \quad \cos \gamma = \frac{p}{c}.$$

Wegen $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$, ist weiter

$$1 = \frac{p^2}{a^2} + \frac{p^2}{b^2} + \frac{p^2}{c^2},$$

oder

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

Der Satz von den reziproken Kathetenquadraten folgt als Spezialfall aus dem soeben angeführten, wenn man die vorher beliebige Ebene parallel zu einer Achse, etwa zur Z-Achse annimmt. Dann wird $c = \infty$, also $\frac{1}{c^2} = 0$. a und b werden Katheten in einem rechtwinkligen Dreieck mit der Höhe p.

Den Satz von den reziproken Kathetenquadraten kann man zur Lösung folgender Aufgabe benutzen. Gegeben ist ein Quadrat mit der Seite a (ein Kreis mit dem Radius a); es sollen der Reihe nach alle Quadrate (Kreise) konstruiert werden, die ganzzahlige Teile des gegebenen sind (Fig. 1). Die Höhe in dem rechtwinklig-gleichschenkligen Dreieck mit der Kathete a sei x_2; dann ist $x_2^2 = \frac{a^2}{2}$. Die Höhe in dem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten x_2 und a sei x_3; dann ist $x_3^2 = \frac{a^2}{3}$. Die Höhe in dem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten x_3 und a sei x_4; dann ist $x_4^2 = \frac{a^2}{4}$ usw. (In der Figur sind Teile der ersten vier Kreise gezeichnet.)

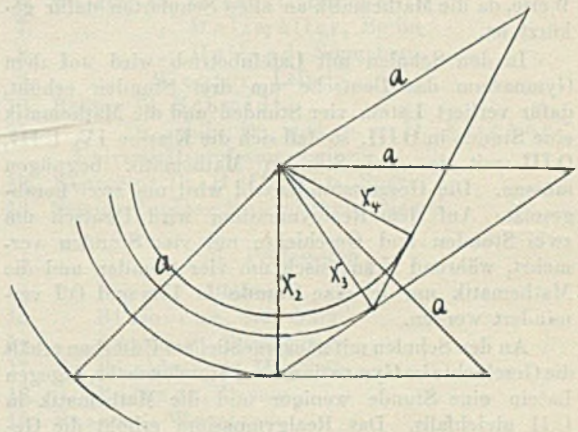


Fig. 1.

Auch zur Teilung einer Strecke kann man unsern Satz benutzen. Handelt es sich etwa darum, den dritten Teil einer gegebenen Strecke a zu bestimmen, so fälle man in dem gleichschenklig-rechtwinkligen Dreieck ABC (Fig. 2) mit der Kathete a die Höhe

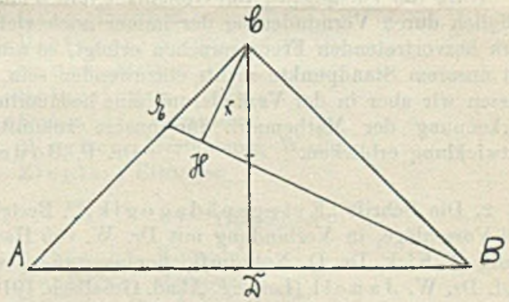


Fig. 2.

$$h = CD = \frac{a}{2}\sqrt{2},$$

trage von C aus auf CA die Strecke $\frac{h}{2}$ bis E ab und verbinde E mit B. In dem rechtwinkligen Dreieck CEB ist die Höhe

$$CH = x = \frac{a}{3}; \text{ denn } \frac{1}{x^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{h}{2}\right)^2}$$

oder

$$\frac{1}{x^2} = \frac{9}{a^2}, \text{ also } x = \frac{a}{3}.$$

Weiter ist z. B. in dem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten $\frac{a}{3}$ und $\frac{a}{4}$ die Höhe gleich $\frac{a}{5}$, denn

$$\frac{1}{\left(\frac{a}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{5}\right)^2}.$$

Diese Tatsache kann man benutzen, wenn man den dritten Teil und den vierten Teil einer Strecke kennt, auch ihren fünften Teil zu bestimmen u. s. f.

Lampe (Eisenberg S.-A.)

Aus der Reformbewegung.

1. Die Bestrebungen, in Zukunft in den höheren Schulen das Deutsche, die Geschichte und die Erdkunde stärker zu betonen, Bestrebungen, die unser Verein auch durch These 2 der Frankfurter Beschlüsse vom 7. Oktober 1916 gebilligt hat,* haben schon im Großherzogtum Baden ihre Verwirklichung gefunden, aber leider nicht ganz in der von uns gewünschten Weise, da die Mathematik an allen Schularten dafür gekürzt ist.

In den Schulen mit Lateinbetrieb wird auf dem Gymnasium das Deutsche um drei Stunden erhöht, dafür verliert Latein vier Stunden und die Mathematik eine Stunde in O III, so daß sich die Klassen IV, U III, O III mit je drei Stunden Mathematik begnügen müssen. Die Gesamtstundenzahl wird um zwei herabgesetzt. Auf dem Realgymnasium wird Deutsch um zwei Stunden und Geschichte um vier Stunden vermehrt, während Französisch um vier Stunden und die Mathematik um je eine Stunde in U I und O I vermindert werden.

An den Schulen mit neusprachlichem Unterbau erhält die Geschichte im Gymnasium zwei Stunden mehr, dagegen Latein eine Stunde weniger und die Mathematik in U II gleichfalls. Das Realgymnasium erhöht die Geschichte um vier Stunden auf Kosten des Französischen, das um zwei Stunden gekürzt wird und je einer Stunde Mathematik in U I und O I. An der Oberrealschule muß den Zuwachs an Geschichte allein die Mathematik tragen, die in U II, U I, O I je eine Stunde verliert.

Wäre die Verstärkung von Geschichte und Deutsch lediglich durch Verminderung der immer noch viel zu stark hervortretenden Fremdsprachen erfolgt, so würde von unserem Standpunkte nichts einzuwenden sein, so müssen wir aber in der Veränderung eine bedauerliche Verkennung der Mathematik für unsere zukünftige Entwicklung erblicken. Dr. P. Bode.

2. Die Schrift „Kriegspädagogik,** Berichte und Vorschläge, in Verbindung mit Dr. W. von Hauff, Georg C. Kick, Dr. O. Nothdurft, herausgegeben von Prof. Dr. W. Janell (Leipzig, Akad. Gesellsch. 1916)“ bringt dankenswerte Uebersichten über die Veröffentlichungen, die von der Einwirkung des Krieges auf den Unterrichtsbetrieb handeln. Auch Mathematik und Naturwissenschaften sind in dieser Zusammenstellung gebührend berücksichtigt. Um so mehr befremdet es, daß der Herausgeber in seinem Schlußwort einen Angriff auf den Lehrstundenbestand der Mathematik an den höheren Schulen unternimmt. Er sagt Seite 34: „Wenn die Mathematikstunden vermindert werden, was m. E. angängig ist und von vielen gefordert wird — die etwa wünschenswerten Aenderungen innerhalb der Naturwissenschaften lassen sich durch innere Verschiebung erzielen — so gewinnen wir Zeit für Zeichnen und Leibesübungen, zumal wenn das eigentliche Turnen durch die weiter auszubauenden militärischen Uebungen ergänzt wird.“ Gegen einen derartigen Angriff ohne nähere Begründung und sozusagen aus dem Hinterhalt kann nicht nachdrücklich genug Einspruch erhoben werden. Eine Erörterung des Angriffs erübrigt sich, es genügt der Hinweis, daß weder das Zeichnen noch die Leibesübungen einen Ersatz für das bieten können, was bei Verminderung des mathematischen Unterrichts an geistiger Ausbildung verloren geht. Wenn dem Zeichnen in dem betreffenden Abschnitt des Buches auch das militärische Geländezeichnen zugewiesen wird, so muß demgegenüber gesagt werden, daß die Uebung hierin von seiten des mathematischen Unterrichts sicher in zuverlässigerer Weise geleistet werden kann als von seiten des Zeichenunterrichts, der in neuerer Zeit mehr auf die künstlerische als auf die praktisch-technische Seite eingestellt ist. Eine treffende Antwort wird dem Herausgeber des Buches von seinem eigenen Mitarbeiter Dr. O. Nothdurft zu teil, der am Schlusse seines Aufsatzes über die Mathematik folgendes sagt: „Bei der Beurteilung des mathematischen Unterrichts vom Nichtfachmann ist zu berücksichtigen, daß es sich meist gar nicht um ein Urteil über den jetzigen Mathematikunterricht handelt, sondern über den früheren, der ja oft im argen lag. Nur so kann man wenigstens die Forderung P. Foersters im „Tag“ verstehen, daß der Mathematikunterricht an den höheren Schulen erheblich einzuschränken sei“. In der Tat, nur so versteht man auch die Forderung von W. Janell. Artem non odit nisi ignarus. P.

3. Der o. ö. Professor der klassischen Philologie und der Pädagogik an der Universität München, Dr. Albert Rehm, hat eine Schrift veröffentlicht unter dem Titel „Der Weltkrieg und das humanistische Gymnasium, ein Wort zur Abwehr und Verständigung“ (München, C. H. Beck, 1916). Ein guter Teil der Schrift ist der Auseinandersetzung mit den Germanisten (bezw. denen unter diesen, die den Namen „Ueberdeutsche“ verdienen) gewidmet, doch fallen auch auf die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer Streiflichter, die uns Anlaß geben, hier der Schrift Erwähnung zu tun. Der Verfasser äußert sich durchweg in würdigem vornehmen Ton, in wohltuendem Gegensatz zu anderen, von Kriegspsychose erfaßten Eiferern. Er erkennt an, daß die „Dreifächergruppe Deutsch, Geschichte, Erdkunde“ einer Verstärkung bedarf, aber er verkennt auch nicht, daß hinsichtlich der Erziehung zur Selbsttätigkeit in diesen Fächern noch fast alles zu tun bleibt, und daß sie es an formal bildender Kraft mit dem Betrieb der alten Sprachen, der Mathematik und der Naturwissenschaften nicht aufnehmen können. Wir freuen uns dieses Zeugnisses und stimmen dem Verfasser auch darin gern bei, daß die technischen Bewertungen der Mathematik und der Naturwissenschaften, so hoch man sie veranschlagen möge, doch nicht über den Unterrichtswert dieser Fächer entscheiden. Wenn er aber dann, beim Abwägen der Bedeutung der Fächer auf der Oberstufe, das Argument anführt: „Mit wahrer Begeisterung ist mir schon manchmal von Juristen, Historikern und Philologen in Amt und Würden versichert worden, daß sie bereit wären, beliebige Mengen von Mathematik aus dem Lehrplan der oberen Klassen zu streichen,“ so hat er selbst an anderer Stelle (V. 9) den Wert solcher Stimmen aus dem Volke gebührend gekennzeichnet durch den Hinweis, daß sich selbstverständlich auch Gegenbeispiele beibringen lassen, wenn man nur danach sucht. Uns stehen in der Tat auch Zeugnisse von Juristen und Vertretern anderer Berufe zur Verfügung, die des Lobes über den Wert des mathematischen Unterrichts voll

* Vergl. die Ausführungen zu unseren Leitsätzen, die Prof. Dr. Poske in der „Monatsschrift für höhere Schulen“, S. 561 bis 570 veröffentlicht hat.

** Siehe „Bücher-Besprechungen“ dieser Nummer, S. 26.

sind. Wie solche Urteile wie die vom Verfasser angeführten zu erklären sind, ist bereits oben (unter Nr. 2) angedeutet. Eine andere Frage ist die, ob bei einer etwaigen Gabelung oder bei Nebenkursen auf der Oberstufe des Gymnasiums eine Verminderung des mathematischen Unterrichts auf der altsprachlichen Seite zulässig sei. Meines Erachtens würde man dem zustimmen können unter der Voraussetzung, daß entsprechend für die Teilnehmer an der realistischen Abteilung eine Verminderung der Stunden und der Anforderungen im Lateinischen einzutreten habe. Auch müßte die realistische Abteilung nicht nur für künftige Mathematiker und Naturwissenschaftler, sondern auch für Mediziner und andere mehr der realistischen Seite zuneigende junge Leute offen stehen. Was aber die Naturwissenschaften betrifft, so müssen wir im vaterländischen Interesse an der alten Forderung festhalten, daß diese nicht etwa der realistischen Seite vorbehalten bleiben dürfen, sondern daß ein bescheidenes Ausmaß davon auch unsern künftigen Juristen und Verwaltungsbeamten zu gute kommen muß. P.

Persönliche Nachrichten.

Wir müssen diesen neuen Abschnitt unserer Unterrichts-Blätter mit dem traurigen Rückblick auf die überaus schmerzlichen Verluste eröffnen, die der Verein seit seiner letzten Hauptversammlung in Braunschweig Pfingsten 1914 erlitten hat. Wir finden hier die Namen unserer eifrigsten und einflußreichsten Mitglieder, die sich um die Entwicklung unserer Unterrichtsfächer und um den Verein selbst die größten Verdienste erworben haben.

Außerdem sind viele Feldgraue der Mitarbeit entzogen. Umsomehr ist es erforderlich, daß die Mitglieder, die dem Vaterlande nicht mit der Waffe in der Hand dienen können, noch mehr als bisher an unseren Bestrebungen teilnehmen, uns neue Mitglieder werben, die Lässigen anfeuern, damit die Anregungen und Erfahrungen, die der Krieg in bezug auf Mathematik und Naturwissenschaften gebracht hat, für die Schule fruchtbringend verwertet werden.

Den Heldentod entweder im Kampfe selbst oder infolge von Verwundungen erlitten die folgenden Mitglieder des Vereins:

1. Direktor Dr. Grimsehl, Hamburg
2. „ „ Walther, Wiesbaden
3. „ „ Heckhoff, Göttingen
4. Professor „ Busche, Hamburg
5. „ „ Leimbach, Heidelberg
6. „ „ Warnecke, Braunschweig
7. Oberlehrer Moriz, Besigheim
8. „ „ Fritz Thaer, Hamburg
9. „ „ Flemming, „
10. „ Schünemann, Oldenburg
11. „ „ Vockeradt, Rheydt
12. „ Nagel, Wilhelmshagen
13. „ „ Wiebrecht, Blankenburg a. H.
14. „ Hellenschmidt, Torgau
15. „ Wichmann, Danzig-Langfuhr
16. „ Kleint, Frankfurt a. M.
17. „ „ Hagelstein, Kiel
18. „ Kerst, Zwickau
19. „ Dehn, Hamburg
20. „ Schulte, Duisburg
21. „ Fischer, Chemnitz.

Verstorben sind außerdem:

A. Schulräte und Direktoren, Rektoren:

1. Schulrat Professor Dr. A. Wernicke, Braunschweig
2. Stadtschulrat Dr. Michaelis, Berlin
3. „ „ Rehkuh, Braunschweig
4. Oberstudienrat Dr. Henke, Dresden
5. Geheimer Studienrat Hamdorf, Guben
6. Direktor Dr. Glatzel, Berlin
7. „ „ Holzmüller, Berlin
8. „ „ Heiland, Sonneberg
9. „ Richter, Leipzig
10. Rektor W. Schmidt, „
11. „ Dr. phil., Dr. med. h. c. O. Fischer,* Universitätsprofessor, Leipzig
12. Konrektor Dr. Hoffmann, Speyer
13. Seminardirektor Schrödter, Memel.

B. Professoren:

14. Dr. Berger, Dülken
15. „ Blümecke, Augsburg
16. „ Bühring, Wernigerode
17. Dr. Burkhardt, München
18. „ Büttner, Danzig
19. Franke, Warmbrunn
20. Dr. Fricke, Bremen
21. Grebe, Naumburg
22. Dr. Heß, Danzig
23. „ Horn, Memel
24. Janisch, Stargard i. P.
25. Knoch, Potsdam
26. Dr. Müller, Charlottenburg
27. Otto, Potsdam
28. Pietzker, Nordhausen i. Th.
29. Sauer, Stettin
30. Schlesinger, Berlin
31. Schmidt, Wiesbaden
32. Wegner, Marienburg, W.-Pr.
33. Ziegler, Ettlingen

C. Oberlehrer:

34. Albrecht, Köpenick
35. Berkhan, Hamburg
36. Böhme, Dresden
37. Büchel, Hamburg
38. Dehn, Schwerin
39. Dieck, Elbing
40. Föth, Goslar
41. Freese, Pankow
42. Geilen, Münster i. W.

* Es möchten einige nähere Angaben über das Leben dieses am 29. Dezember 1916 verstorbenen selten bedeutenden Mannes auch weitere Kreise interessieren. Am 26. April 1861 in Altenburg geboren, studierte Fischer in Jena, München und Leipzig Mathematik und Physik und war Famulus bei Felix Klein. Sein Staatsexamen legte er 1884 ab, sein Probejahr 1884—1885 am Realgymnasium in Leipzig. Dabei war er seit 1884 Mitarbeiter des Geh. Medizinalrates Univ.-Prof. Dr. Braune in Leipzig, mit dem er verschiedene wissenschaftliche Arbeiten veröffentlichte. Nach Braunes Tode habilitierte sich Fischer 1893 für physiologische Physik und wurde am 21. April zum a. o. Professor der Medizin an der Universität Leipzig ernannt. In demselben Jahre wurde er Dr. med. h. c. der Würzburger Medizinischen Fakultät. Zahlreiche wertvolle Abhandlungen in den Schriften der Königl. Sächs. Akademie der Wissenschaften sowie größere Werke bekunden seine wissenschaftliche Bedeutung. Der Schule blieb er treu. Zuerst als Oberlehrer an der öffentlichen Handelslehranstalt zu Leipzig, war er seit 1895 wieder an dem Realgymnasium (Petrischule) tätig, dessen Rektor er 1912 wurde. Auf die 1907 erschienene Programmarbeit: „Ueber die optische Abbildung. Die Behandlung ihrer geometrischen Theorie in der Schule“, sei noch besonders aufmerksam gemacht.

43. Geinitz, Wilhelmshaven
44. Dr. Grünbaum, Nürnberg
45. Henkel, Friedenau
46. Dr. Martens, Naumburg
47. „ Loose, Bremen
48. Raupert, Groß-Lichterfelde
49. Wiemer, Meldorf.

Sollte sich in den Verzeichnissen ein Irrtum befinden, so wird um baldige Berichtigung gebeten. Ebenso sind ergänzende Mitteilungen, sowohl in Beziehung auf Abgang durch Heldentod und Tod, als auch in Beziehung auf Gefangenschaft usw. sehr erwünscht. Sehr große Unklarheit ist noch darüber vorhanden, welche Vereinsmitglieder den Zivilrock mit der feldgrauen Uniform vertauscht haben. Nur über etwa 150 Mitglieder ist dem Kassenführer bis jetzt Nachricht gegeben worden. Weitere Mitteilungen sind sehr erwünscht. Sie brauchen sich nicht etwa auf den Dienstgrad und die neue Adresse zu beschränken, sondern können sich vielmehr auch auf Einzelvorgänge und Stimmungsbilder aus dem Felde erstrecken.

Von sonstigen Veränderungen ist zu berichten, daß der bekannte und verdiente Physiker, Herr Professor Dr. Fr. C. G. Müller, Oberlehrer an dem von Saldernschen Gymnasium in Brandenburg a. H., zum Geheimen Studienrat ernannt ist.

Der eifrige Vorkämpfer der mathematischen Reform, Herr Professor Oskar Lesser, Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule zu Frankfurt a. M., Herausgeber der bekannten Lehrbücher Lesser-Schwab, ist wegen eines Augenleidens unter Verleihung des roten Adlerordens 4. Klasse am 1. Januar 1917 in den Ruhestand getreten.

Wir bitten dringend alle Mitglieder um Vervollständigung dieser Mitteilungen.

Bücher-Besprechungen.

Kriegspädagogik. Berichte und Vorschläge. In Verbindung mit Dr. W. von Hauff, Georg C. Kick, Dr. Otto Nothdurft. Herausgegeben von Prof. Dr. W. Janell. Leipzig 1916, Akadem. Verlagsgesellschaft. 416 S.

Der Titel möchte den Leser zu der Annahme verleiten, daß er in diesem Buche gediegene Aufsätze von hervorragenden Gelehrten und erprobten Fachmännern findet, wie das in den Werken von Norrenberg und Wychgram und in dem Buche: Aufstieg der Begabten der Fall ist. In dieser Annahme wird man enttäuscht. Außer dem Herausgeber und einem Herrn, der über den Zeichenunterricht berichtet, haben sich nur noch zwei jüngere Oberlehrer beteiligt. Gleichwohl werden alle Unterrichtsfächer und sämtliche Fragen, die mit der Schule zusammenhängen, besprochen. Der eine Mitarbeiter ist mit 10 Artikeln vertreten, der andere spricht über Mathematik und sämtliche naturwissenschaftlichen Fächer einschl. Schulhygiene, eine beneidenswerte Vielseitigkeit. Unter diesen Umständen kann das Buch natürlich keinen Anspruch auf Originalität machen, die einzelnen Aufsätze sind meist Referate. Zuzugeben ist, daß die Verfasser viel gelesen haben und vorgefundene Gedanken geschickt verwerten. Auch manches Brauchbare ist unter den eigenen Meinungen zu finden, aber vielfach werden die selbständigen Urteile Widerspruch hervorrufen. Ich hebe z. B. heraus: Es soll eine Direktorenprüfung eingeführt werden; es asse sich jetzt nicht vermeiden, daß ein Schulrat sein Urteil über den Unterricht in einer Sprache abgäbe, die er nicht einmal lesen könne; bei Elternvereinigungen würden die Elemente, die in erster Linie die Arbeit der Schule hemmen, „ich denke dabei an Eltern und Lehrer, bei den Versammlungen nicht erscheinen, weil sie wissen, daß sie dabei erzogen werden sollen" u. a. m. Desgl. das Urteil des Verfassers über die Mathematik im Schlußwort, das an anderer Stelle dieser Nummer in das richtige Licht gesetzt ist. Ganz nützlich ist die fleißige Zusammenstellung des Literaturverzeichnisses. Dr. P. Bode.

* * *

Deininger, Julius, k. k. Oberbaurat, Eine neue Theorie der malerischen Perspektive und deren praktische Resultate. 7 Abbild. 41 S. Verlag von Gerlach & Wiedling. Wien 1915. M 5.—.

Der Verfasser verweist auf die unbestreitbare Tatsache, daß die Anwendung der sogenannten Glastafeltheorie, welche naturgemäß mit der nach geometrischen Grundsätzen aufgebauten Konstruktion zusammenfällt, etwas „dem Malerischen" Widerstrebendes an sich hat. Dies fällt um so mehr ins Auge, wenn relativ umfangreiche Gegenstände an den Beschauer nahe herantreten und dann den Eindruck der Verzerrung hervorrufen, auch wenn sie keinen geometrischen Fehler enthalten. Einleitend verbreitet sich Deininger über die Ursache dieser Erscheinung, und er verweist auf die Erfahrungen, die man auch bei photographischen Aufnahmen gemacht hat. Zu diesem Zweck erörtert er die photographischen Grundlagen und findet, daß die Netzhautbilder, die eben nicht auf einer Ebene, sondern auf einer wenigstens annähernd kugeligen Fläche liegen, anderen geometrischen Gesetzen entsprechen, als die Bilder, die wir auf einer Ebene entwerfen wollen. In der Unmöglichkeit ebene und sphärische Bilder zur Deckung zu bringen, liegt die Schwierigkeit. Aber noch ein zweiter Umstand kommt in Betracht.

Daß parallele Linien sich perspektivisch schneiden, das ist eine allgemein geläufige Wahrnehmung. Zwei hohe Türme in einem Städtebild müßten sich demnach nach oben nähern. Dies würde aber das Auge, das für die Richtigkeit der vertikalen Linie viel empfindlicher ist, verletzen. Der Verfasser spricht sich deshalb dafür aus, horizontalen Linien im Vordergrund eine sanfte Krümmung zu geben, dagegen bei den vertikalen Linien die Richtung und Geradlinigkeit streng beizubehalten. Er bringt zwei Figuren, in denen sowohl nach der geometrisch genauen Konstruktion mehrere Würfel und Kegel eingezeichnet sind, wie auch ihre nach seiner Theorie entworfenen Bilder, wobei in horizontaler Richtung der Abstand von der Mittellinie nach dem Bogenmaß, dagegen in vertikaler Richtung nach der trigonometrischen Tangente bemessen ist, wie es die Glastafeltheorie verlangt. Diese physiologisch begründete Verknüpfung des vertikal tangentialen mit der horizontal sphärischen Konstruktion entspricht am besten den Anforderungen des malerischen Eindruckes bei Landschaften, in ihr liegt somit die malerische Perspektive.

Es wäre sehr wünschenswert gewesen, wenn der Verfasser über die konstruktive Durchführung Näheres mitgeteilt hätte, er beschränkt sich aber darauf, für diesen Zweck ein mechanisches Hilfsmittel in Aussicht zu stellen, nämlich einen „Raster, mit dessen Hilfe man zunächst einen perspektivischen Grundriß und dann das Schaubild selbst auf durchscheinendem Papier sehr einfach und in größter Bequemlichkeit zeichnen kann".

Leider hat diesen der Verlag bisher nicht geliefert, weshalb über dessen Brauchbarkeit nicht berichtet werden kann.

In den beigebrachten Bildern dieser Art ist in der Tat von der früher erwähnten Härte nichts zu merken.

Anschließend an den Bericht über „Deiningers neue Theorie der malerischen Perspektive" sei über die nunmehr erschienenen Raster zur Durchführung der nach diesem System hergestellten perspektivischen Bilder folgendes berichtet. Wie in der beigegebenen Anleitung mitgeteilt wird, ist die Grösse der Perspektivraster ($R = 30$ und $R = 60$) so gewählt, daß jene Dimensionen des darzustellenden Objektes, welche sich in einer Entfernung von 30, bezw. 60 m befinden, auf dem Schaubilde in $\frac{1}{100}$ ihrer natürlichen Größe erscheinen. Das Grundbildnetz und das Schaubildnetz zeigen je zwei im gleichen Maße der Entfernungen gehaltene Systeme von Kurven, die sich durchschneiden und als System I und II bezeichnet werden. Je nach den Anforderungen einer besonderen Aufgabe, empfiehlt es sich für die einzelnen Lagen des Objektes, ob es sich mehr rechts (III) oder links (I) oder im Hintergrund befindet, einen Unterschied zu machen. Für die Netzblätter $R = 30$ sind alle diese Fälle vereinigt dargestellt, für $R = 60$ wurden sie, um ihre Größe zu verringern, in zwei Blätter *M* und *S* geteilt, deren ersteres sich auf die Mittellage bezieht. Damit wird die unter Umständen recht komplizierte Konstruktion durch die kotenmäßige Auswahl aus Kurvenscharen ersetzt, mittels deren zunächst alle charakteristischen Punkte ihrer Lage nach bestimmt werden können, die dann zugleich als Stützpunkt für alle Zwischenlagen dienen. Gerade dem Zeichner und Maler, der im Bestreben sein Hauptaugenmerk anderen künstlerischen und ästhetischen Faktoren zuwenden und doch der geometrischen Korrektheit in gewissenhafter Weise nachkommen will, muß ein solches Hilfsmittel sehr willkommen sein, das einmal geistig erfaßt, ein zuverlässiger Führer sein wird, um nicht die Wahrheit eines Kunstwerkes durch die Unwahrheit geometrischer Irrtümer zu stören.

Dr. A. Lanner (Innsbruck).

* * *

Bastian Schmid, Prof. Dr., Das Tier und wir. Mit 42 Originaltierbildern von Kunstmaler C. O. Petersen, photographischen Aufnahmen und Skizzen. Leipzig 1916, Thomas. M 1.—.

Der bekannte naturwissenschaftliche Schriftsteller und Pädagoge, Professor Dr. B. Schmid in München, früher Oberlehrer am Realgymnasium in Zwickau, hat aus dem Schatze seiner reichen und vielseitigen Naturbeobachtungen ein Büchlein geschaffen, das jedem Freunde der Tierwelt warm empfohlen werden kann. Der Titel möchte zu der Annahme verleiten, daß es sich um eine Schrift handelt, die einer materialistischen oder mechanistischen Weltanschauung huldigt, was aber durchaus nicht der Fall ist. Der Verfasser will durch vergleichende Beobachtung und sorgfältig angestellte Versuche den tierischen Charakter und die verschiedenen Ausdrucksformen der Affekte kennen lernen, was ihm bestens gelingt, zumal die Beobachtungen durch 35 Abbildungen (nicht 42) trefflich unterstützt werden.

Dr. P. Bode.

Levin, Prof. Dr. W. Methodischer Leitfaden für den Anfangsunterricht in der Chemie unter Berücksichtigung der Mineralogie. Siebente, verbesserte Aufl. 168 S. mit 116 Abbildungen. Berlin 1916, O. Salle. Geh. M 2,— ; geb. M 2,40.

Derselbe, Methodisches Lehrbuch der Chemie und Mineralogie. Teil I, Unterstufe. Dritte, verbesserte Aufl. IV und 118 S. mit 75 Abbildungen. Berlin 1917, O. Salle. Geh. M 1,50; geb. M 1,90.

Teil II, Oberstufe. Dritte, umgearbeitete Aufl. VI und 222 S. mit 156 Abbildungen. Berlin 1915, O. Salle. Geh. M 2,40; geb. M. 2,80.

Teil III, Organische Chemie. Zweite, verbesserte Aufl. 124 S. mit 37 Abbildungen. Berlin 1914, O. Salle. Geb. M 1,65; geb. M 2,—.

Der Anfangsunterricht in der Chemie gehört zu den schwierigsten Aufgaben, die einem Lehrer gestellt werden können, das beweist allein schon die geschichtliche Tatsache, daß jahrhundertelanges Mühen erforderlich war, um nur die Grundbegriffe Element, Verbindung, Gemenge herauszuarbeiten. Wir können die Grundstoffe in ihren Verbindungen nicht sehen, wir können nur auf ihr Vorhandensein schließen. Mit einer reinen Beschreibung der beobachtbaren Vorgänge läßt sich daher niemals auskommen, wir müssen stets zu einer Erklärung vordringen, die unmittelbar mit den Sinnen nicht zu erfassen ist. Für diese Gedankenarbeit bedarf man der sorgfältigsten methodischen Führung. Bei der Vielgestaltigkeit und Weitschichtigkeit des Stoffes sind zahlreiche Wege für eine solche Einführung möglich. Wilh. Ostwald hat einmal das schöne Bild vom Walde gebraucht, in dem wir hinreichend Bescheid wissen, wenn uns seine Wege vertraut sind, ohne daß es nötig wäre die einzelnen Bäume zu kennen. Es ist die Kunst des Lehrers und des Lehrbuchverfassers, auf diejenigen Tatsachen in zweckmäßiger Folge den geistigen Blick zu lenken, die charakteristisch und wegweisend sind. Die Pfade, welche Levin in seinem Leitfaden und in der Unterstufe seines Lehrbuches — diese Unterstufe ist lediglich eine gekürzte Ausgabe des Leitfadens — eingeschlagen hat, haben sich durch vielseitige, langjährige Proben als bequem gangbar und zum Ziele führend erwiesen, so daß es überflüssig ist etwas weiteres zu ihrer Empfehlung zu sagen. Diese Bücher gehören zu denen, welche ein Fachlehrer kennen muß, selbst wenn er sich schließlich für eine andere Auswahl und Anordnung entscheidet. Wer die aufeinanderfolgenden Auflagen vergleicht, wird vielerorts erkennen, daß die bessernde Hand nicht müde gewesen ist.

Im zweiten Teile des Lehrbuches, welcher durch die Umarbeitung an Brauchbarkeit gewonnen hat, sind die Gesetze der allgemeinen Chemie in geschickter Weise an passenden Stellen in die gruppenweise Besprechung der einzelnen Elemente eingeflochten. Für die Gruppenanordnung sind dabei Ostwalds „Grundlinien der anorganischen Chemie" vorbildlich gewesen. Am Schlusse der Kapitel über die Nichtmetalle ist eine zusammenfassende Darstellung der Ionentheorie gegeben, und der Durchnahme der Metalle geht ein Abschnitt über die Eigenschaften der Mineralien voraus. Allenthalben sind die physiologischen Vorgänge und technisch wichtige Prozesse gebührend berücksichtigt, und den für analytische Zwecke bedeutsamen Reaktionen ist besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Die ausgiebige Verwendung von Absatzköpfen ermöglicht den Schülern bei Wiederholungen einen guten Ueberblick und erleichtert die gedächtnismäßige Einprägung.

Im dritten Teil, der organischen Chemie, ist aus dem schier unübersehbar großen Gebiet eine passende Auswahl solcher Abschnitte getroffen, die in theoretischer, technischer oder biologischer Hinsicht von Wichtigkeit sind. Gegen Ende läuft dieser Band auf eine Verschmelzung des biologischen Unterrichts mit dem chemischen hinaus.

Den vielerorts geschätzten Büchern kann man auch fernerhin eine große Beliebtheit vorhersagen.

R. Winderlich (Oldenburg i. Gr.)

* * *

Bastian Schmid, Lehrbuch der Mineralogie und Geologie für höhere Lehranstalten. I. Teil: Mineralogie, 3. verb. Auflage. Eßlingen und München 1915, J. F. Schreiber. geb. M 2.60.

Neben den methodischen Lehrbüchern der Mineralogie und Geologie, die für den Selbstunterricht und als Lesebücher von besonderem Werte sind, behaupten die systematischen nach wie vor ihre alte Bedeutung. Gerade der Lehrer, der in seinem Fache ganz zu Hause ist, wird gern zu ihnen greifen, geben sie ihm doch die größte Bewegungsfreiheit im Unterricht. Zu den besten hierher gehörenden Lehrbüchern gehört das des bekannten Münchener Naturwissenschaftlers. Es wird besonders allen denen willkommen sein, die die Mineralogie nicht bloß als Hilfsgebiet der Geologie betreiben wollen, sondern auch die Kristallographie, die Physik und die Chemie der Mineralien eingehender betrachten. Aber auch, wem dies die beschränkte Unterrichtszeit unmöglich macht, wird deshalb die weitere Behandlung dieser Seiten der Mineralogie nicht als unnötigen Ballast empfinden. Den Hauptinhalt des Lehrbuches bildet die systematische Beschreibung der Mineralien, die durch 102 vorzügliche farbige Abbildungen erheblich an Wert gewinnen, werden doch nur wenige Schulen in der Lage sein, auch nur die Mehrzahl der hier abgebildeten Mineralien in ähnlichen Prachtexemplaren zu besitzen. Neben den Eigenschaften der Mineralien werden auch ihre wichtigsten Fundorte und ihre praktische Verwendung erwähnt. Im Anschlusse an die Mineralien werden dann auch die wichtigsten Gesteine kurz, aber in für die Schule vollauf genügendem Maße besprochen. Leider ist hier an einer Stelle ein recht sinnstörender Druckfehler durchgeschlüpft. In der Besprechung des kristallinischen Schiefer (S. 120) ist statt „Erzgebirgssteine„ doch wohl Eruptivgesteine zu lesen. Selbstverständlich tut das dem Werte des Buches durchaus keinen Eintrag, dem man nur eine recht weite Verbreitung wünschen kann.

Dr. Th. Arldt.

* * *

Hassenpflug, E., Natur und Krieg. Kriegsnaturgeschichte für Schule und Haus. Leipzig 1916, A. Haase. M 1.25.

In dieser Schrift wird der Versuch gemacht, die Schule gerade während des Krieges für die biologischen Wissenschaften zu interessieren, indem darauf hingewiesen wird, wie wir in der Natur überall Beispiele für Kampf, Widerstand, gegenseitige Hilfe finden. Nachdem die Pflanzen- und Tierwelt der Kampfgebiete beschrieben ist, wird der Einfluß des Krieges auf Tiere und Pflanzen geschildert, sowie die Hilfskräfte, die die Natur dem Menschen bietet. Die Schutz- und Verteidigungsmittel von Pflanzen und Tieren werden mit unseren militärischen Einrichtungen in Vergleich gesetzt. Dadurch werden namentlich für die Unterstufe belebende Anknüpfungspunkte gegeben, die der Lehrer sich nicht entgehen lassen sollte.

Dr. P. Bode.

* * *

Leiser, Dr., H., Die Welt der Kolloide. Bücher der Naturwissenschaft, Bd. 21. 122 S. mit 7 Tafeln und 15 Abbildungen im Text. Leipzig 1914, Ph. Reclam jun. In Leinen M —,80.

Das Büchlein ist wohl geeignet, eine Vorstellung von dem Wesen und der Bedeutung der Kolloide zu geben. Es behandelt in gedrängter Form das Wesen, die Eigenschaften und die Anwendung der Kolloide. Dabei ist der Verfasser bestrebt, seinen Stoff so einfach wie möglich und allgemein verständlich darzustellen, was bei der großen Zahl der berücksichtigten Forschungen und der Schwierigkeit der einschlägigen Untersuchungen nicht leicht ist.

Auf Seite 91 sind in der Anmerkung die chemischen Formeln höchst seltsam, sie bedürfen bei einer Neuauflage notwendig einer Berichtigung.

R. Winderlich (Oldenburg i. Gr.).

Verzeichnis der bei dem Verlage zur Besprechung eingegangenen Bücher.

Ahrens, W., Mathem. Spiele. 3. Aufl. Mit 77 Fig. (Aus „Natur und Geisteswelt“, Bd. 170). Leipzig 1916, Teubner. geb. M 1.25.

Baisch, K., Gesundheitslehre für Frauen. Mit 11 Abb. (Aus „Natur und Geisteswelt“, Bd. 538). Ebenda. geb. M 1.25.

Baumhauer, H., Leitfaden der Chemie zum Gebrauch an mittl. Lehranstalten, insbes. an landw. Schulen. 1. Teil: Anorgan. Chemie, 7. Aufl. Mit 34 Abb. Freiburg 1916, Herder. geb. M 2.90.

Boruttau, H., Fortpflanzung und Geschlechtsunterschiede des Menschen. Eine Einführung in die Sexualbiologie. Mit 39 Abb. (Aus „Natur und Geisteswelt“, Bd. 540). Leipzig 1916, Teubner. geb. M 1,25.

Brehms Tierbilder. II. Teil: Die Vögel. 60 farbige Tafeln aus „Brehms Tierleben“, von Wilh. Kuhnert und Walter Heubach. Mit Text von Dr. V. Franz. Leipzig 1913, Bibliograph. Institut.

Bützberger, F., Lehrbuch der Stereometrie. 3. Aufl. Mit 68 Fig. Zürich 1916, Orell Füßli. geb. M 2.50.

Crantz, P., Arithmetik und Algebra. Zum Selbstunterricht. II. Teil. 3. Aufl. Mit 21 Fig. (Aus „Natur und Geisteswelt“, Bd. 205). Leipzig 1916, Teubner. geb. M 1.25.

Czerny, A., Die Erziehung zur Schule. Ebenda. M —.80.

Gajdeczka, J., Uebungsbuch zur Arithmetik und Algebra für die Mittel- und Oberstufe der Gymnasien, Realgymnasien und Realanstalten. 9. Aufl. Wien 1916, Tempsky.

Grimsehl, E., Lehrbuch der Physik. 1. Band: Mechanik, Akustik, Optik. 3. Aufl. Mit 1063 Fig. und 2 farb. Tafeln, geb. M 12.—. 2. Band: Magnetismus und Elektrizität. 3. Aufl. Mit 517 Fig. und 1 Bildnis E. Grimsehls. geb. M 8.—. Leipzig 1916, Teubner.

Grünbaum-Lindt, Physikalisches Praktikum für Nichtphysiker. 2. Aufl. Leipzig 1916, Georg Thieme.

Haberlandt, G., Ueber Pflanzenkost in Krieg und Frieden. Ebenda.

Hamanke, E., Kriegsmathematik. Eine Sammlung einfacher Anwendungen aus der Geometrie. Mit 25 Fig. Breslau 1916, Hirt. M —.60.

Hassenpflug, E., Natur und Krieg. Leipzig, A. Haase. M 1.25.

Heinemann, H. und Schreyer, Fr., Rechenbuch f. kaufm. Fortbildungsschulen. Ausgabe A, 1. Heft. 3. Aufl. Leipzig. Teubner. M 1.40.

Hertwig, R., Lehrbuch der Zoologie. 11. Aufl. Mit 588 Abb. Jena 1916, Fischer. M 13.50.

Berichtigung.

Dem Verfasser des Aufsatzes über Leibniz in Nr. 8 des letzten Jahrganges ist ebenso wie den Herausgebern zu ihrem Bedauern der Fehler in der Angabe der Leibnizschen Reihe entgangen.

Abschluß dieser Nummer am 28. Februar 1917.