Jahrgang XXIII. 1917. No. 7.

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Professor **Karl Schwab**, Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt am Main
unter Mitwirkung von Dr. **August Maurer**, Direktor des Kgl. Realgymnasiums in Wiesbaden.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle fachwissenschaftl. Mitteilungen und Sendungen werden an Prof. K. Schwab, Frankfurt a. M., Günthersburgallee 33 erbeten. Mitteilungen u. Sendungen über Schul- u. Unterrichtsreform wolle man dagegen direkt an Direktor Dr. A. Maurer, Wiesbaden, Riederbergstr. 1, richten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhandlung zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

Inhalt: Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten und die Schulmathematik. Von A. Maurer in Wiesbaden (S. 97). — Die Verschmelzung von Planimetrie und Stereometrie im geometrischen Anfangsunterricht und im Lehrgang der Mittelklassen. Von Oberlehrer Dr. Schmiedeberg in Bielefeld (S. 100). — Beleuchtung und Erwärmung der Erde durch die Sonne. Von Dr. Johannes Petersen in Hamburg (S. 104). — Eine Eigenschaft des vollständigen Vierecks. Von Jos. Moser in Breslau (S. 107). — Hypotenusenquadrat als Rechtecksumme. Von J. E. Böttcher in Leipzig (S. 108). — Geometrische Ermittelung von Grenzen für *e*. Von Carl Herbst, Dipl.-Ing., in Bochum (S. 109). — Zur Herstellung von Parabeln. Von Carl Herbst, Dipl.-Ing., in Bochum (S. 109). — Otto Fischer. Nachruf von Wilhelm Lorey in Leipzig (S. 110). — Zur Unterrichts- und Schulreform: [Einwirkung des Krieges auf die höheren Schulen. Von Dr. Carl Meyer in Hamburg (S. 113). — Zum Aufstieg der Begabten und Absturz der Unbegabten. Von Dipl.-Ing. Carl Weihe (S. 114)]. — Persönliche Nachrichten (S. 115). — Nachtrag zu den Veranstaltungen der Königlichen Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht Winter 1917/18 (S. 115). — Bücher-Besprechungen (S. 115). — Verzeichnis der bei dem Verlage zur Besprechung eingegangenen Bücher (S. 116). — Anzeigen.

Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten und die Schulmathematik.

Anschließend an die am Ende meines Aufsatzes in Nr. 5/6 geäußerte Absicht, seien mir noch einige Ausführungen über die Beziehungen der Universitätsmathematik zur Schulmathematik gestattet.

Der tatsächliche Zustand bis etwa zum Jahre 1890 war der einer vollständigen Kluft zwischen beiden, so daß weder eine Brücke von der Schule zur Universität beim Beginn des Studiums noch umgekehrt eine Brücke von der Universität zur Schule beim Beginn des Lehramts vorhanden war. F. Klein spricht das in der Einleitung zu seinen Vorlesungen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus (Teubner 1911 und 1914) folgendermaßen aus: „Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, die ihn in keinem Punkte mehr an die Dinge erinnern, mit denen er sich auf der Schule beschäftigt hat; natürlich vergißt er daher alle diese Sachen rasch und gründlich. Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so soll er nun plötzlich eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten; da er aber diese Aufgabe kaum selbständig mit seiner Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so wird er in den meisten Fällen recht bald die herkömmliche Unterrichtstradition aufnehmen, und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die jedoch auf seinen Unterricht keinen Einfluß hat.“

Diese „doppelte Diskontinuität“ mußte sowohl von oben wie von unten überwunden werden, und daraus ergaben sich die Bestrebungen der Universitäten neue, für die Schule verwertbare Gegenstände, insbesondere auch die Elementarmathematik selbst in den Bereich ihres Unterrichts zu ziehen, und andrerseits die Bestrebungen der höheren Schulen, ihren mathematischen Unterricht nach Inhalt und Methode umzugestalten. In dieser Umgestaltung stehen wir noch mitten darin. Natürlich kann sie nicht nach den Bedürfnissen der späteren Studenten der Mathematik zugeschnitten sein; aber es ergab sich, daß die Modernisierung der Schulmathematik zugleich in erheblichem Maße den Bedürfnissen der fort-

schreitenden Kultur entsprach. Diese Entwicklung ist noch nicht abgeschlossen, und darauf beruhen augenblicklich die Schwierigkeiten und Nöte des Schulunterrichts.

Es war doch vorher eine handfeste Sache, Arithmetik und Algebra, Planimetrie, Stereometrie und Trigonometrie, analytische Geometrie und algebraische Analysis. Das stand alles auf soliden Füßen, und auch der bescheidene Lehrer konnte sich in diesem Kreise mit Sicherheit bewegen in „herkömmlicher Unterrichtstradition.“ Der bessere wird es aber nicht versäumt haben, überall die Zusammenhänge und Abhängigkeiten aufzuweisen und die Schüler an die Pforten der höheren Mathematik zu führen, wenn er auch die Sprache derselben vermied. Ich kann daher auch nicht mit Lorey, dessen schönes Werk über das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten[1] ich bereits in der vorigen Nummer angeführt habe, übereinstimmen, wenn er S. 272 von Schellbach meint, es sei bei ihm nur schulpolitische Rücksichtnahme auf das altphilologische mathematikfeindliche Schulregiment gewesen, das ihm verhindert habe, sich auch der Sprache der Hochschulmathematik zu bedienen. In seinen „Mathematischen Lehrstunden“, bearbeitet von Bode und Fischer (Berlin 1860, G. Reimer), sagen die Herausgeber im Vorwort ausdrücklich, daß sie es vorziehen, das (zur Auffindung der Maxima und Minima) benutzte Rechnungsverfahren nicht erst vorzutragen, sondern es aus den Aufgaben sich entwickeln zu lassen. Das charakterisiert das induktive Lehrverfahren Schellbachs. Und ein solches wird es vermeiden müssen, vorzeitig Worte an die Stelle von Begriffen zu setzen. „Denn eben wo Begriffe fehlen, da stellt ein Wort zur rechten Zeit sich ein.“ Schellbach selbst unterschied scharf zwischen niederer und höherer Mathematik[2], und wenn er hinzufügt, die letztere sei von Leibniz und Newton erfunden, so bezieht er offenbar die Differentialrechnung in die höhere Mathematik, die er der Hochschule zuweist. Aber wenn an zahlreichen Aufgaben das Rechnungsverfahren zur Auffindung der Maxima und Minima gefunden und angewandt worden ist, dann gelingt es leicht, dem Schüler die Idee der Differentialrechnung zu erwecken und ihn sozusagen zum Erfinder derselben zu machen. Aehnlich kann man bei den Reihen verfahren, wie auch von Freise in der Besprechung auf dem Osterferienkursus in Göttingen 1912 (Zeitschrift für math. u. naturw. Unterr. 43, S. 363) angegeben worden ist.[3] Aehnliche Gedanken habe ich selbst noch im Vorwort einer Aufgabensammlung über Maxima und Minima (Springer 1897) ausgedrückt.

Das Bedürfnis, eine Brücke zu schlagen von der Schulmathematik zur Hochschulmathematik, wurde gewiß schon lange lebhaft empfunden, aber es mußte doch Bedenken erwecken, dies einfach durch Einführung der Differentialrechnung in die Schule zu bewirken, weil voraus zu sehen war, daß da leicht eine schematische Behandlung ohne tiefere Begründung eintreten würde, zumal das Bedürfnis für die Strenge dieser Wissenschaft erst in neuerer Zeit schärfer hervorgetreten ist. Da konnte die Einführung der Differentialrechnung für die Schüler verwirrend wirken, nicht durch die Schwere des Gegenstandes, sondern durch die Oberflächlichkeit der Behandlung. Alles, was er an mathematischer Strenge seither geübt hatte, konnte da nur zu leicht ins Wanken kommen, zumal, wenn nicht von langer Hand schon in den mittleren Klassen der Funktionsbegriff vielseitig und klar herausgearbeitet war. Ich habe erlebt, daß in der Oberprima einer Studienanstalt noch in der zweiten Hälfte des Wintersemesters, also kurz vor der Reifeprüfung, die Differentialrechnung ohne alle Vorbereitung angefangen wurde; mit welchem Erfolg läßt sich denken. Solchen und ähnlichen Erfahrungen gegenüber hat das Verfahren der elementaren Methoden bei der Behandlung der Maxima und Minima, der Reihen u. a. den großen Vorzug, daß der Schüler durch geschickte Führung sehr wohl an die Pforte der Hochschulmathematik geführt werden kann, ohne daß durch einen flüchtigen Blick in die neue Welt das tiefere Interesse dafür geschädigt wird.

Die Entwicklung ist aber freilich inzwischen so weit fortgeschritten, daß die Einführung der Infinitesimalrechnung in die höheren Schulen in Deutschland als entschieden gelten kann, so sehr auch noch die Meinungen über Art und Umfang der Behandlung geteilt sein mögen.[4] Nun aber kommt alles auf die Behandlung an. Daß hier nicht der strenge rein arithmetische Standpunkt Pringsheims, sondern eine reiche Benutzung der Anschauung, wie sie Klein vertritt, statthaben muß, liegt auf der Hand. Der Unterricht kann nur propädeutischen Charakter haben, und gerade darin liegt die methodische Schwierigkeit. Denn das bedeutet keineswegs, daß er ungründlich sein darf, wie denn eine geschickte und dabei solide propädeutische Behandlung viel

[1] Abhandlung III. 9. der IMUK (Teubner).

[2] Die Zukunft der Mathematik an unseren Gymnasien. Berlin 1887, G. Reimer. S. 21.

[3] Siehe auch dessen Progr. der Oberrealschule Göttingen, Ostern 1913.

[4] Vergl. den angeführten Bericht des Göttinger Ferienkursus Ostern 1912. Zeitschr. für math. u. naturwissensch. Unterr. 43, S. 357, ferner Lietzmann, die Einführung der Elemente der Differential- und Integralrechnung in die höheren Schulen, ebenda 45, S. 145 und dessen Bericht über den Pariser Kongreß der IMUK in Berichte u. Mitteilungen, veranlaßt durch die internationale mathematische Unterrichtskommission X, S. 83.

schwerer ist als eine streng systematische. Gerade jene bedarf des feinsinnigen und zugleich durchgebildeten Lehrers. Aus Lehrbüchern kann eine solche Behandlung nicht ohne weiteres entnommen werden, am wenigsten aus Schulbüchern, die doch in erster Linie für den Schüler geschrieben sein sollen. Ueberhaupt fehlt auch im Schulbuch gegenwärtig der feste Halt wie in früheren Unterrichtsperioden. Zwar ist die Lehrbücherproduktion ungeheuer, aber wer jetzt nach einem neuen Lehrbuch sucht, weiß wie groß die Not ist, das für die Schüler geeignete zu finden. Die Dinge drängen dahin, dem Wirrsal der Lehrfreiheit auf den höheren Schulen durch ausführliche amtliche Lehrpläne ein Ende zu machen oder gar dahin, die allzu große Mannigfaltigkeit der Lehrbücher durch ein von einer Vereinigung tüchtiger Didaktiker herausgegebenes amtliches Unterrichtsmittel zu beseitigen. Die Mathematik der Prima, die früher einen Abschluß bedeutete, ist jetzt ein Anfang geworden und hat dadurch einen so schwankenden Inhalt angenommen. Das sind Schwierigkeiten, die in der Uebergangszeit liegen und die erst allmählich beseitigt werden können, die aber auch die unausgesetzte Mitarbeit der Hochschul- und vor allem der Gymnasiallehrer verlangen, wenn schließlich ein ersprießlicher, dem gesamten Bildungszweck dienlicher Unterrichtsgang entstehen soll. Lorey geht S. 273 ff. auf die entstandenen Schwierigkeiten, soweit sie die Differential- und Integralrechnung betreffen, näher ein, und wir empfehlen seine Bemerkungen wie überhaupt den § 3, Kap. VI, allen Fachgenossen zur Durchsicht, da wir der Meinung sind, daß nur durch allseitige ernste, unausgesetzte Arbeit die Einführung der Differential- und Integralrechnung den höheren Schulen zum Segen gereichen kann. Es gibt ja außerdem noch ein anderes Gebiet, dessen unterrichtliche Behandlung noch sehr der Diskussion unterliegt, das Gebiet der synthetischen Geometrie, worauf indeß hier nicht weiter eingegangen werden soll.

Was nun die Diskontinuität angeht, die in der umgekehrten Richtung von der Hochschulmathematik zur Schulmathematik besteht, so klagt schon Schellbach in seiner schon angeführten temperamentvollen kleinen Schrift S. 29, daß von den mathematischen Vorlesungen der Universität fast keine einzige für Gymnasiallehrer verwendbar sei. Und er verlangt Vorlesungen, welche ihren didaktischen Gesichtskreis zu erweitern und ihrer Tätigkeit einen höheren Schwung zu verleihen vermöchten. Die Universitätslehrer sollten nicht bloß Spezialstudien treiben, sondern dem Bildungsstrom des scheidenden Jahrhunderts eine zeitgemäße Richtung zu geben suchen. Der hohe wissenschaftliche Wert ihrer Vorlesungen könne nur gesteigert werden, wenn die Dozenten sich bemühten, die Lücke zwischen Gymnasium und Universität mehr und mehr zu schließen. „Wenn diese Kontinuität eintritt“, so fährt er fort, „dann erst kann sich die Mathematik zu einem mächtigen Bildungsmittel für die Welt erweitern.“ Diese Worte ergänzen die Darstellung, welche Lorey S. 209 ff. von Schellbachs Anschauungen gibt.

Wir wissen, was seitdem zur Herstellung einer besseren Kontinuität geschehen ist. Zuerst, was das Wiedererwachen des Interesses für die Anwendungen angeht. Und hier ist in erster Linie die bessernde Hand an der Ausbildung der Lehrer anzulegen. Nicht bloß derjenige, der sich die Lehrbefähigung für angewandte Mathematik erwerben will, sondern jeder Mathematiker sollte in darstellender Geometrie unterrichten können und in den Grundlagen der Geodäsie und Astronomie ausgebildet sein. „Auch dürfte kein Mathematiker die Universität verlassen, ohne den Rechenschieber und eine Rechenmaschine kennen gelernt zu haben, wie es leider heute vielfach noch der Fall ist.“ (Lorey S. 254). Bei den Verhandlungen über die neue preußische Prüfungsordnung hat denn auch der deutsche Ausschuß für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht in einer dem Unterrichtsministerium eingereichten Denkschrift dahingehende Vorschläge gemacht, die Berücksichtigung gefunden haben. Die eben herausgegebene Prüfungsordnung verlangt für den Mathematiker im Hauptfach u. a. Uebung im mathematischen Zeichnen und im numerischen Rechnen sowie auf Beobachtung gegründete Kenntnis der Grundlehren der Astronomie.

Ein zweites, was zur Verbindung der Universität mit der Schule geschehen ist, ist die Belebung des Interesses an der Elementarmathematik. Die vortrefflichen Werke von Heis waren noch unmittelbar für den Gebrauch an höheren Schulen bestimmt, wenn sie auch schon beträchtlich über das dort in der Regel Gelehrte hinausgingen, Baltzers „Elemente der Mathematik“ war wohl das einzige ältere Werk, das für Studierende geschrieben war. Seitdem sind die bekannten Werke von Weber-Wellstein, von Killing und Hovestadt, die „Grundlehren der Mathematik“ von Färber, Netto, Thieme, Fr. Meyer, das obengenannte Werk von F. Klein und zahlreiche Einzelwerke erschienen, die es jedem Lehrer ermöglichen, einen „höheren Standpunkt“ für seinen Unterricht zu gewinnen. Aber dazu gehört freilich Zeit und Muße, und die läßt sich schlechterdings nicht gewinnen, wenn ihm die Vorbereitung auf drei und mehr Fächer zugemutet wird; eine gewisse Spezialisierung, wie sie in früheren Zeiten üblich war, stellt sich bei dem Lehrer der Mathematik, der Physik, der Chemie und der Biologie bei der lebhaften Entwicklung all dieser Wissenschaften als notwendig heraus.

Nimmt man noch hinzu, was in neuerer Zeit durch Studienpläne für die Studierenden, durch Verabredung der Dozenten für eine geordnete Verbindung und Folge der Vorlesungen, durch die reiche Literatur, durch die vortrefflichen Universitätseinrichtungen für den mathematischen Unterricht, und weiterhin durch Ferienkurse für die Ausbildung der Mathematiklehrer geschehen ist, worüber Lorey in anregender Weise unterrichtet, so muß man anerkennen, daß die Ausbildung der Lehrer gewaltige Fortschritte gemacht hat. Aber das Prinzip der Lehr- und Lernfreiheit, das in der philosophischen Fakultät in viel größerem Maße herrscht als in den anderen Fakultäten, setzt bei all den vortrefflichen Unterrichtsmitteln auch ein großes Maß von Reife und wissenschaftlichem Sinn der Studierenden voraus, und die Frage drängt sich auf, ob all diese Verbesserungen des Studiums auch zu einer größeren Tüchtigkeit der Lehrer und zu einem besseren Erfolg des Schulunterrichts geführt haben. Man darf hier aus den Erfahrungen des Schullebens unbedingt bejahen, daß die Mathematik sich gegen frühere Zeiten auf den Gymnasien eine weitaus angesehenere Stellung errungen hat, und daß das Interesse der Schüler für dieses Fach ein viel lebhafteres geworden ist, so daß die Mathematik mit den früher fast allein herrschenden Fremdsprachen in einen erfolgreichen, ja manchmal siegreichen Wettbewerb getreten ist. Aber dieser Erfolg liegt mehr in der Breite als in der Tiefe der Leistungen. Es läßt sich andererseits nicht leugnen, daß heute, insbesondere auch durch Ausgestaltung des realistischen Schulwesens, manche das Studium der Mathematik ergreifen, die eine besondere Anlage dafür nicht mitbringen. Dann erschwert aber auch die starke Frequenz der Studierenden eine persönliche Beziehung der Dozenten zu ihren Hörern. Um so mehr sind festere Bahnen für das Studium, welche die Richtung auf das praktische Ziel nicht außer Acht lassen, erforderlich, erforderlich ist auch die nötige Strenge der Prüfungen und die rücksichtslose Ausscheidung all derer, die den Anforderungen offenbar nicht entsprechen. So drängt, wie ich glaube, die ganze Breite, die unser Schulwesen in der Neuzeit eingenommen hat, zugleich auf eine weitere Verbesserung der Studieneinrichtungen in der philosophischen Fakultät in der Richtung auf eine systematische, die Studienzeit ausnutzende, gründliche, Wissenschaft und Praxis verbindende Ausbildung der Lehrer für die höheren Schulen.

Maurer.

Die Verschmelzung von Planimetrie und Stereometrie im geometrischen Anfangsunterricht und im Lehrgang der Mittelklassen.

Von Oberlehrer Dr. Schmiedeberg (Bielefeld).

Bei der großen Selbstprüfung, die gegenwärtig wie die anderen Unterrichtsfächer auch der mathematische Unterricht vornehmen muß, um zu forschen, was er etwa unserer Jugend noch schuldig geblieben ist, tritt unter anderem wieder die Ueberzeugung hervor, daß für die Entwicklung des räumlichen Anschauungsvermögens bisher zu wenig geschehen ist. Besonders auffallend ist dabei der Mißstand, daß die Schüler der Mittelklassen viel zu spät zum Anschauen der Raumformen geführt werden. So hebt die „Grundsätzliche Aeußerung des deutschen Ausschusses für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“, welche in Heft 3 dieser Zeitschrift veröffentlicht ist, hervor, daß die Volksschüler in der Körperlehre weiter gefördert sind als die Gymnasiasten, welche mit dem Einjährigen-Zeugnis oder der Primareife abgehen. Aber auch die Schüler der Realanstalten haben vor dem einführenden stereometrischen Lehrgang in der Untersekunda kaum Gelegenheit, Verständnis für räumliche Gebilde zu gewinnen. Die bedenklichen Folgen dieses späten Beginns der Stereometrie liegen einmal in dem Mangel an Verständnis für die im Leben auftretenden Raumformen, der allen Schülern anhaften muß, die ohne abgeschlossene Schulbildung die höheren Schulen verlassen[1], und andererseits in der einseitigen Verbildung des geometrischen Sinns, welche durch die allzulange durchgeführte Beschränkung auf ebene Abstraktionen hervorgerufen wird.

Es sind ja in den letzten Jahrzehnten einzelne Versuche und Vorschläge gemacht worden, um diesem Uebelstand zu begegnen. Ein solcher Versuch ist es, wenn die preußischen Lehrpläne von 1901 für den propädeutischen Lehrgang der Geometrie in der Quinta bezw. Quarta das Ausgehen von einfachen körperlichen Gebilden ausdrücklich vorschreiben. Ein solcher Vorschlag ist der von Treutlein[2] entwickelte Lehrgang, welcher die anschauliche Behandlung der Geometrie in einem ersten Kursus viel weiter ausdehnt und damit auch der Berücksichtigung der Körper

---

[1] Nach „Deutsches Philologenblatt“ 1917, Heft 21, Seite 367, gingen von preußischen Gymnasien im Zeitraum 1897/1907 ab aus OII 9,6 %, aus UII mit Einjährigen-Zeugnis 14,8 %, aus UII ohne Einjährigen-Zeugnis 2,4 %, aus OIII 4,0 %, aus UIII 5,0 % aller die Gymnasien verlassenden Schüler, also ein sehr beträchtlicher Bruchteil, der nach den jetzigen Lehrplänen ohne die geringste Pflege der Raumanschauung ins Leben tritt.

[2] Treutlein: Der geometrische Anschauungsunterricht. Teubner 1911.

bis in die Mittelklassen hinein einen breiteren Raum verschafft. Während aber auch hier nur für den (allerdings sehr erweiterten) Vorbereitungsunterricht die gleichzeitige Berücksichtigung von Planimetrie und Stereometrie gefordert wird, spricht Schimmack[3] den Wunsch aus, daß überdies für den eigentlichen Lehrgang Versuche mit einer Verschmelzung des planimetrischen und stereometrischen Unterrichts gemacht werden; doch hebt er hervor, daß sich in Deutschland bisher noch kaum Bestrebungen in dieser Richtung gezeigt haben.

Trotz des propädeutischen Kurses und trotz der genannten Vorschläge besteht der Uebelstand an den höheren Schulen in vollem Umfang weiter. Nachdem am Anfang des vorbereitenden Lehrgangs in der Quinta oder Quarta der Würfel und einige andere Körpermodelle vorgezeigt, mehr oder weniger eindringlich zur Anschauung gebracht und zur Ableitung planimetrischer elementarer Begriffe benutzt worden sind, pflegen sie aus dem Unterricht ganz wieder zu verschwinden und erst nach Jahren in der Stereometrie von neuem zu erscheinen. Da erhebt sich die Frage, welches die tieferen Ursachen dieses Verhaltens sind und wie ihnen abgeholfen werden kann.

Das entscheidende Hindernis für eine erfolgreiche Verschmelzung von Stereometrie und Planimetrie macht sich schon im Anfang des propädeutischen Lehrgangs bemerkbar und liegt in der Schwierigkeit, bestimmt formulierte Arbeitsforderungen stereometrischen Inhalts an die Schüler der Unter- und Mittelklassen zu stellen. Es ist ein so wesentliches Merkmal des mathematischen Schulunterrichts, von früh an bestimmte, genau umrissene Arbeitsleistungen vom Schüler zu verlangen, daß ein Mangel an Möglichkeiten in dieser Richtung ein Stoffgebiet in der Tat minder unbrauchbar macht. Der beste Weg zur Förderung der Verschmelzungsbestrebungen besteht also in Bemühungen, für die Klassenstufe geeignete Arbeitsaufgaben stereometrischen Inhalts zu beschaffen. Dadurch wird einmal eine nachhaltigere Berücksichtigung der körperlichen Gebilde im Vorbereitungsunterricht ermöglicht und gleichzeitig der Boden für die weitergehende Forderung geschaffen, welche auch für den eigentlichen geometrischen Lehrgang der Mittelklassen die Verschmelzung wünscht.

Betrachten wir daher zunächst die Aufgaben, welche für den Anfangsunterricht zur Verfügung stehen. Ich unterscheide zwei Gruppen.

1. Die erste Gruppe, die z. B. in Treutleins Lehrgang sehr zur Geltung kommt, zieht die handelnde Mitwirkung des Schülers bei der Veranschaulichung der Körperformen heran. In lebendigen Einzeldarstellungen schildert Treutlein a. a. O., wie der Schüler von der Anschauung des vorgezeigten Körpermodells zur inneren Anschauung des „Luftkörpers“ unter voller Ausnutzung der Lagebeziehungen „vorn“ „hinten“ „oben“ „unten“ „links“ „rechts“ geführt wird. Seine Fragen lauten z. B.: „Lege Du die eine Hand auf die linke, die andere Hand auf die rechte Fläche des Würfels und lasse die Hände in dieser Haltung; ich ziehe nun den Würfel weg. Wie stehen die Hände?“ oder: „Lege ein Lineal mit der Kante zuerst auf eine Grundfläche des Zylinders in verschiedenen Richtungen, dann ebenso auf die Mantelfläche. Welcher Unterschied zeigt sich?“ Das Gemeinsame aller Aufgaben dieser Art ist also, daß eine Handlung verlangt wird, ein Zeigen, Anlegen, Abzählen usw. Dadurch sind sie sehr geeignet, den Unterricht in der Klasse zu fördern. Weil die an den Schüler gestellten Forderungen aber durch wenige Handbewegungen oder Worte befriedigt werden können, bietet sich in solchem Zusammenhang keine Gelegenheit, geeignete Uebungsaufgaben zur kurzen schriftlichen Behandlung in der Klasse oder für häusliche Beschäftigung anzuschließen. Da der Unterricht aber im Interesse der Arbeitserziehung bald zu Stoffen übergehen muß, die Arbeitsforderungen ergeben, wird diese Art der Unterrichtsbehandlung meist schneller hinter anderem zurücktreten, als es für die Stärkung des Anschauungsvermögens dienlich ist.

2. Eine zweite Gruppe von Forderungen verlangt vom Schüler die Herstellung von Körpermodellen. Zweifellos lasser sich aus dieser Gruppe brauchbare Aufgaben gewinnen, die der Arbeitserziehung dienstbar gemacht werden können. Aus mehrfachen Gründen kommt diese Möglichkeit aber nicht voll zur Geltung. Zunächst wird die Anfertigung solcher Modelle oft zu früh gefordert, nämlich gleich am Anfang des vorbereitenden Lehrgangs[4], ohne daß sich später ähnliche Aufgaben wiederholen. So bleibt die Anfertigung einiger weniger Modelle eine einmalige Arbeit, die keinen dauernden Gewinn bringt. Sodann wird die Aufgabe meist in so allgemeiner Form gestellt, daß ihr erzieherischer Wert geringer bleibt als der Wert planimetrischer,

[3] Schimmack: Ueber die Verschmelzung verschiedener Zweige des mathematischen Unterrichts. Habilitationsvortrag. (Berichte und Mitteilungen veranlaßt durch die Internationale Mathematische Unterrichtskommission VII. Teubner 1912).

[4] Es kann hier daran erinnert werden, daß gerade die Herstellung der Flächenmodelle, die durch Zusammenfalten aus der Netzzeichnung entstehen, erst dann den rechten Nutzen bringt, wenn schon einiges Verständnis der ebenen Figuren vorhanden ist. Geeigneter für den ersten Anfang sind Kantenmodelle, wie sie Lietzmann (Geometr. Aufgabensammlung S. 11, Aufg. 54) aus Streichhölzern und aufgeweichten Erbsen herstellen läßt.

bestimmt umrissener Aufgaben. Endlich wird es oft versäumt, an dem hergestellten Körper neue Erkenntnisse abzuleiten, durch welche die einzelne Arbeit zu dem übrigen Lehrgang in Beziehung tritt. Die Folge davon ist, daß auch diese Aufgaben bisher keine gleichwertige Stellung neben der planimetrischen Aufgabe im Unterricht erobert haben.

Es wird für die Zukunft der Verschmelzungsbestrebungen alles davon abhängen, der stereometrischen Aufgabe eine pädagogische Form zu geben, welche sie der planimetrischen Aufgabe gleichwertig zur Seite stellt. Drei Vorschläge möchte ich machen, um die vorher gekennzeichneten Aufgabengruppen der gewünschten Form näher zu bringen. Ich empfehle nämlich,

1. von vornherein mit der Betrachtung der Körperformen Messungen zu verbinden und die Messungsergebnisse in Listen eintragen zu lassen,

2. für die Herstellung der Körpermodelle bestimmte Maße vorzuschreiben und am vollendeten Körper Messungen anzuschließen,

3. in beiden Fällen aus den Messungsergebnissen allgemeine Erkenntnisse zu gewinnen suchen. —

Durch den ersten Vorschlag sollen die Unterweisungen in der Betrachtung von Körperformen der Arbeitserziehung zugänglich gemacht werden. Ein Beispiel aus dem Anfang des Vorbereitungskurses diene zur Erläuterung:

In der Klasse wird ein Kasten (z. B. eine Zigarrenkiste) zur Betrachtung gestellt. Die einzelnen Seitenbretter werden mit Blaustift nummeriert; darauf schreiben die Schüler in ihren Heften, der Lehrer an der Wandtafel den Umriß der folgenden Liste auf.

Liste 1: Die Bretter eines Kastens.

Brett	1	2	3	4	5	6
Länge	.... mm	.... mm	.... mm	.... mm	.... mm	.... mm
Breite	.... mm	.... mm	.... mm	.... mm	.... mm	.... mm

Dann werden Länge und Breite der Seitenbretter gemessen und die Ergebnisse in der Liste eingetragen. Es ist leicht, entsprechende Hausaufgaben anzuschließen. So wird zur folgenden Stunde die Aufgabe gestellt, Länge und Breite der Seitenwände a) eines Ziegelsteins, b) einer Streichholzschachtel, c) eines Seitenbrettchens der Zigarrenkiste zu messen und in Listen zusammenzustellen.

In der nächsten Stunde wird die Untersuchung der Kanten des Kastens behandelt und dazu die folgende (verkürzt wiedergegebene) Liste entworfen. (Siehe nebenstehende Tabelle.)

Als häusliche Arbeit wird zur folgenden Stunde eine entsprechende Liste etwa für den Ziegelstein entworfen.

Liste 2: Die Kanten eines Kastens.

Nr.	Die Kante läuft von	Die Kante läuft nach	Länge	Die Kante ist dieselbe wie
1	vorn oben links	vorn oben rechts	mm	Nr. 4
2	do.	vorn unten links	mm	
3	do.	hinten oben links	mm	
4	vorn oben rechts	vorn oben links	mm	Nr. 1
5	do.	vorn unten rechts	mm	
6	do.	hint. oben rechts	mm	

Zunächst ist klar, daß die Aufstellung solcher Listen den Schüler zu aufmerksamer Betrachtung der Lagebeziehungen zwingt. Der wesentlichste Vorteil dieser Behandlungsart liegt aber darin, daß der Schüler genötigt wird, diese Lagebeziehungen selbsttätig zu Hause an einem Körper, den er in der Hand hält, zu wiederholen und sich mit Tastsinn und Auge zu eigen zu machen. Während es im Anfang sonst schwierig ist, ausreichende häusliche Beschäftigung zu geben, ist es in dieser Weise möglich, für jede gewünschte Arbeitsdauer passende Aufgaben zu stellen. Meinem dritten Vorschlag entsprechend wird natürlich jede fertige Liste eingehend auf ihre Zahlenwerte hin untersucht und nach auffallenden Werten durchforscht. So wird der Schüler aus Liste 1 das Ergebnis auffinden, daß die gegenüberliegenden Seitenwände gleiche Länge und Breite haben, und aus Liste 2 die Gleichheit der Kanten in Länge, Breite und Höhe erkennen. Daß bei den Messungsergebnissen einiger Schüler kleine Abweichungen vorkommen werden, läßt sich unterrichtlich und erzieherisch gut verwerten. Auch neue Begriffe werden dabei handgreiflich gewonnen. Während z. B. beim Messen der Seitenwände einer Zigarrenkiste (Liste 1) Seitenbrett und Wandfläche begrifflich noch nicht voneinander getrennt sind, erfolgt diese Trennung, wenn die Seitenwände des einzelnen Wandbrettes gemessen werden. So wird der Begriff der Grenzfläche eines Körpers erhalten, natürlich ohne eine scharfe Begriffsbestimmung zu versuchen.

Einen ersten Uebergang in die Ebene kann man zweckmäßig erreichen, wenn man die Aufgabe stellt, einen Kasten mit buntem Papier zu bekleben, also zu dem Zweck die Grenzflächen des Kastens auf dem Papier abzuzeichnen und auszuschneiden. Es entsteht die Forderung, Vierecke zu zeichnen, welche sich mit den Kastenflächen zur Deckung bringen lassen. Darauf schließen sich planimetrische Aufgaben in ähnlicher messender und zeichnerischer Behandlung an. Darauf werden andere Körper, z. B. Zylinder, in entsprechender Weise verarbeitet. Man wird sich leicht einen Gang zurechtlegen können, bei dem in stetem Wechsel körperlicher und ebener Messungsaufgaben die Grundbegriffe der Geometrie und einige einleitende Kenntnisse anschaulich gewonnen werden. —

Mein zweiter Vorschlag bezieht sich auf die Modellherstellung, und zwar denke ich vor allem an Flächenmodelle. Ich schlage aber vor, erst damit zu beginnen, wenn ausreichende Uebung im Zeichnen ebener Figuren vorhanden ist. Für das folgende Beispiel setze ich voraus, daß die Grundkonstruktionen des Dreiecks aus einfachen Stücken vorausgegangen sind und daß die Schüler gewöhnt worden sind, die Dreiecke aus Stücken mit angegebener Größe zu zeichnen und die nicht gegebenen Stücke in der fertigen Figur zu messen.

Die Schüler der Klasse werden in acht Gruppen geteilt, welche die Aufgabe erhalten, zu Hause quadratische Pyramiden zu kleben. Die erste Gruppe soll als Seitenflächen gleichschenklige Dreiecke mit der Grundseite 10 cm und dem Schenkel 10 cm wählen, die zweite Gruppe Dreiecke mit derselben Grundseite und dem Schenkel 15 cm, die dritte Gruppe mit dem Schenkel 20 cm usw. mit den Schenkeln 25, 30, 35, 40, 45 cm. Es wird also eine einfache Konstruktionsaufgabe mit der Körperherstellung in Verbindung gebracht. In der folgenden Stunde werden die Pyramiden in gut geratenen Mustern von der stumpfen bis zur ganz spitzen in einer Reihe aufgestellt, ein Anblick, der sich den Kindern lebhaft einprägt. Darauf wird zur messenden Verarbeitung geschritten.

Liste 3: Pyramiden.

	1	2	3	4
Grundseite	10 cm	10 cm	10 cm	10 cm
Schenkel	10 cm	15 cm	20 cm	25 cm
Winkel an der Spitze der Mantelfläche . . .	.....°	.....°	.....°	.....°
Winkel zwischen gegenüberliegenden Kanten	.....°	.....°	.....°	.....°
Höhe der Pyramide . .	.... cm	..... cm	..... cm	..... cm

	5	6	7	8
Grundseite	10 cm	10 cm	10 cm	10 cm
Schenkel	30 cm	35 cm	40 cm	45 cm
Winkel an der Spitze der Mantelfläche . . .	.....°	.....°	.....°	.....°
Winkel zwischen gegenüberliegenden Kanten	.....°	.....°	.....°	.....°
Höhe der Pyramide . .	..... cm	..... cm	..... cm	..... cm

Die Winkel in der dritten Reihe der Liste werden direkt gemessen. Um die Winkel der vierten Reihe zu finden, wird die entsprechende Schnittfigur, nämlich das gleichschenklige Dreieck aus zwei gegenüberliegenden Seitenkanten und der Diagonale der Grundfläche, dessen Seiten direkt gemessen werden können, gezeichnet und der Winkel gemessen. In demselben Dreieck wird auch die Höhe gefällt und gemessen. Jeder Schüler führt die Messung und Hilfszeichnung (letztere als Uebungsaufgabe im Sinne des preußischen Extemporaleerlasses) nach seinem Körpermodell aus. Die Ergebnisse werden gemeinsam besprochen und in die Listen eingetragen. So dient die Aufgabe gleichzeitig der Erziehung zur Arbeit nach gemeinsamem Arbeitsplan, also zur Arbeitsgemeinschaft. Während der Behandlung der Aufgabe werden die Begriffe über die Lagebeziehungen an der Pyramide, Grundfläche, Seitenfläche, Spitze, Höhe usw. gewonnen. Das Ergebnis wird etwa in den Satz zusammengefaßt: Je größer die Seitenkanten der Pyramide sind, desto kleiner sind die Winkel an der Spitze und desto größer ist die Höhe. Von jetzt an werden die Schüler pyramidenförmige Kirchtürme und dergl. mit viel größerem Verständnis für ihre Körperform ansehen als zuvor.

Wenn in dieser Weise aus der Herstellung von Körpermodellen stereometrische Aufgaben mit vorgeschriebenen Maßen und anschließenden Messungen am Körper und an Schnittfiguren gemacht werden, sind die Aufgaben nicht an den Anfangskursus gebunden, sondern können auch den weiteren geometrischen Lehrgang durchsetzen, indem sie überall geeigneten Stoff für wirkliche Arbeitsanforderungen liefern. So kann man stets an die ebenen Konstruktionen Modellaufgaben anschließen. Ich deute nur ein paar Beispiele an. So lassen sich in der Untertertia die Parallelogrammkonstruktionen zu Prismenmodellen benutzen, wobei man auch schiefe Prismen mit teilweise schiefwinkligen Seitenparallelogrammen nicht vergessen wird. Im Zusammenhang der Kreislehre kann man zylindrische und kegelförmige Körper herstellen lassen.

Zum Verständnis des Winkels zwischen zwei Ebenen führt die folgende Herstellung: Die parallele Grund- und Deckfläche eines Körpers sollen Kreissektoren mit dem Radius 5 cm und dem Mittelpunktswinkel a sein. (a wird gruppenweis verschieden angegeben). Die Höhe des Körpers sei 10 cm. Dann werden am fertigen Körper Schnittfiguren parallel zur Grundfläche konstruiert; die Radien der Schnittsektoren und die Bogen werden gemessen, letztere durch Anlegen eines Bindfadens; dann wird der Schnittsektor als Hilfsfigur konstruiert, indem zuerst ein Kreis mit dem gemessenen Radius auf Pappe gezeichnet und ausgeschnitten wird, auf dessen Umfang durch Anlegen des Bindfadens mit der richtigen Bogenlänge die Endpunkte der Sektorradien bestimmt werden. Die Mittelpunktswinkel werden gemessen. Die Ergebnisse der Messungen in den verschiedenen Gruppen werden zum anschaulichen Erfassen des Flächenwinkels verwertet.

Noch ein Beispiel führe ich an, dem leichtere Kegelaufgaben vorangehen müssen. Es soll ein Kegel mit dem Grundkreisradius 5 cm und der Höhe 10, 15, 20 cm usw. geklebt werden. Der Schüler hat zuerst ein rechtwinkliges Dreieck aus dem Grundkreisradius und der Höhe als Hilfsfigur zu konstruieren, um die Länge der Seitenlinie zu finden. Darauf muß er den Kreis-

sektor zeichnen und ausschneiden, der zum Kegelmantel zusammengerollt werden soll; dabei werden die Endpunkte der Sektorradien durch Anlegen von Bindfäden in ähnlicher Weise wie im vorigen Beispiel gefunden. Am fertigen Kegel lassen sich Messungen über den Oeffnungswinkel an der Spitze anstellen, wobei wieder die Schnittfigur besonders konstruiert wird. Diese Herstellungsaufgaben über Zylinder und Kegel sind besonders geeignet, die planimetrischen Begriffe der Kreislehre (Kreissektor, Mittelpunktswinkel, Kreisbogen usw.) zu anschaulicher Klarheit zu bringen und vermitteln außerdem körperliche Anschauung.

Bei der Flächenberechnung schließen sich weitere geeignete Aufgaben an, die darauf ausgehen, Oberflächen von Körpern zu berechnen. So kann man zur Berechnung der Dachfläche eines Hauses (der Preis eines Ziegeldaches wird nach qm Dachfläche berechnet) das Modell eines einfachen Daches, etwa aus zwei gleichschenkligen Trapezen und zwei gleichschenkligen Dreiecken herstellen lassen. Daß der Flächenberechnung passend die Volumenberechnung einiger Körper folgt, ist von Lietzmann[5] in seiner Methodik hervorgehoben worden. —

An einzelnen Beispielen habe ich gezeigt, wie sich nach den vorangestellten drei Vorschlägen die stereometrische Aufgabe im Vorbereitungskursus und im geometrischen Lehrgang der Mittelklassen so ausgestalten läßt, daß sie wirkliche Arbeitsgelegenheiten für häuslichen Fleiß gibt. Als eine wichtige Folge sehe ich es an, daß dann die Betrachtung der Raumformen immer wiederkehren kann und nicht während vieler Jahre aus dem Unterricht verbannt bleibt. Doch werden meine Ausführungen vielleicht den Eindruck erwecken, daß der beschriebene Weg nur für den gangbar ist, der die Mathematik durch Jahre hindurch empirisch behandelt und alle Ergebnisse durch Zeichnung und Messung erzielen will.

Diese Befürchtung trifft aber nicht ganz zu. Zeichnung und Messung sind im planimetrischen Unterricht für bestimmte Unterrichtszwecke wünschenswert, während für andere die deduktive Behandlungsweise angebracht ist. Die in die Mittelklassen passenden stereometrischen Aufgaben fügen sich aber fast alle den Unterrichtszwecken erster Art ein, so daß hier Messung und Zeichnung besonders stark hervortritt. Diese Auffassung möchte ich noch kurz begründen.

Der Unterrichtszweck des propädeutischen Lehrgangs besteht so überwiegend in der Vermittlung von Anschauung, daß hier Messung und Zeichnung der deduktiven Behandlungsweise unbedingt vorangehen muß, also auch bei den entsprechenden stereometrischen Aufgaben. In der Planimetrie wird man aber schon im zweiten Halbjahr der Quarta zeigen, daß man aus Messungen durch unerlaubte Verallgemeinerungen auch falsche Schlüsse ziehen kann, und so allmählich zum gedanklichen Beweisen hinführen, das in der Tertia als notwendige Bedingung für die Aufstellung eines neuen Lehrsatzes behandelt wird. Aber auch dann bleibt Zeichnen und Messen für bestimmte Unterrichtszwecke unentbehrlich. Stets wird es am Platze sein, wenn neue geometrische Begriffe veranschaulicht werden sollen, zuweilen wird es sich aber auch wünschenswert erweisen, wenn neue Lehrsätze zuerst auf Grund von Messungen als Vermutungen ausgesprochen werden sollen, bevor sie durch den deduktiven Beweis zu allgemeiner Gültigkeit erhoben werden. Da es sich bei der Erziehung zur Raumanschauung auch in den Tertien in hohem Maße um die Gewinnung anschaulicher Begriffe handelt, gehören die behandelten stereometrischen Aufgaben in das Gebiet, auf welchem Zeichnen und Messen, hier auch Ausschneiden und Falten unentbehrlich sind. Die Erfahrung lehrt aber, daß bei einem Schüler, der die mathematischen Begriffe in voller Anschaulichkeit besitzt, verhältnismäßig leicht Verständnis für die deduktive Behandlung erzielt werden kann; so werden sich dem vorigen Rahmen ohne Mühe auch einzelne deduktive stereometrische Beweise einfügen lassen. Man wird etwa durch Kongruenz beweisen lassen, daß die Verbindungslinie der Spitze eines Kreiskegels mit dem Mittelpunkt des Grundkreises auf jedem Durchmesser senkrecht steht.

Wünschenswert wäre es, wenn auch Anhänger anderer methodischer Anschauungen Versuche mit einer Berücksichtigung stereometrischer Betrachtungen in den Mittelklassen machen würden, damit die Frage der Verschmelzung in Fluß kommt und wir dem Ziele zustreben, dem eingangs beklagten Uebelstand entgegenzutreten. Auf den Realanstalten wird die erforderliche Zeit stets zur Verfügung sein, zumal durch solche Uebungen der stereometrische Lehrgang in der Untersekunda bedeutend entlastet wird. Auf den Gymnasien allerdings, wo die Mathematik in den Tertien auf drei Wochenstunden beschränkt ist, wird es kaum möglich sein, den Unterricht durch eingeflochtene stereometrische Aufgaben lebendiger zu gestalten. Auch dies Ziel ist am Gymnasium zur Aussichtslosigkeit verurteilt, wenn dort nicht in den Tertien der vierstündige Unterricht hergestellt wird.

[5] Lietzmann: Methodik des mathematischen Unterrichts. Quelle & Meyer 1916, S. 178.

Beleuchtung und Erwärmung der Erde durch die Sonne.

Von Dr. Johannes Petersen (Hamburg).

Die Beziehungen der Sonne zur Erde bilden nicht nur für die mathematische Geographie die wichtigsten

Kapitel, auch in der physischen Geographie ist kaum ein Vorgang zu nennen, der nicht auf die Sonne als letzte Ursache zurückführt. Beim Kreislauf des Wassers, bei den Winden, wie überhaupt bei allen Witterungserscheinungen, bei Meeresströmungen u. s. f., überall erkennen wir die Sonne als treibende Kraft. Dennoch ist man von einer genauen Kenntnis der Gesetze der Sonnenstrahlung noch weit entfernt.

Es mögen hier einige Betrachtungen über die Grundtatsachen der Sonnenstrahlung, die mir für die Behandlung in der mathematischen Geographie in der Oberstufe beachtenswert erscheinen, Platz finden.

I. Beleuchtung.

Jahressumme der Tageslängen.

Als wichtigste Tatsache ist zunächst anzusprechen, daß die jährliche Gesamtdauer der Sonnenbeleuchtung für alle Punkte der Erdoberfläche die gleiche, nämlich ein halbes Jahr, ist, daß also — nur nach Dauer und nicht nach Intensität gerechnet — Orte der polaren Zone im Verlaufe eines Jahres genau so lange beleuchtet werden als etwa Orte unter dem Aequator oder in unseren Breiten. Der Unterschied in der geographischen Breite tritt erst in der zeitlichen Verteilung der Beleuchtung hervor. Während der Nordpol sein ihm zustehendes halbes Jahr Licht ohne Unterbrechung, im Ganzen erhält, bekommen äquatoriale Orte täglich genau ihre 12 Stunden Licht zugemessen, Orte mittlerer Breiten dagegen verschieden große Mengen.

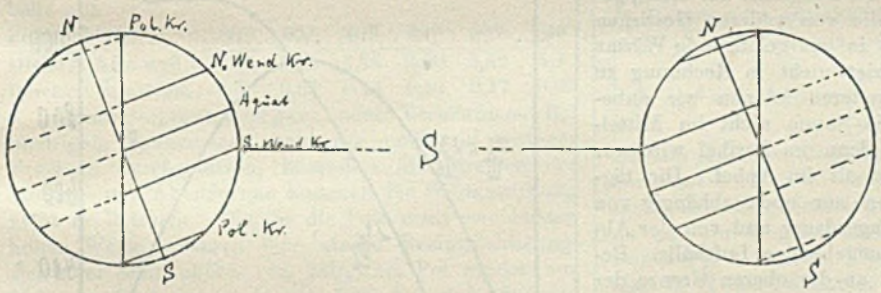


Fig. 1. Stellung der Erde am 21. XII. und am 21. VI.

Fig. 1 veranschaulicht in ganz elementarer Weise die verschiedenen Tageslängen an zwei um ein halbes Jahr auseinanderliegenden Tagen. Die ausgezogenen Teile des Aequators, der Wende- und Polarkreise stellen die Projektion des halben Tagbogens der Sonne, die punktierten diejenige des halben Nachtbogens dar. Ueber $66^1/_2{}^0$ Breite gibt es auf der Sommerhälfte der Erdkugel keinen Nachtbogen, auf der Winterhälfte keinen Tagbogen für die Sonne mehr; am Aequator ist stets Tag- und Nachtgleiche. Nach Verlauf eines halben Jahres sind die Nachtbögen an die Stelle der Tagbögen getreten. Die Tageslängen je zweier um $^1/_2$ Jahr auseinanderliegender Tage betragen also zusammen 24 Stunden. In der Jahressumme betragen die Tageslängen demnach überall $^1/_2$ Jahr.

Dasselbe Resultat ist aus den Sätzen der sphärischen Trigonometrie herzuleiten. Es gilt für die halben Tagbögen (t) die Formel: $\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta$. Für einen $^1/_2$ Jahr späteren Tag kann allgemein — ungerechnet ganz geringer Ungenauigkeit — an Stelle von δ dessen negativer Wert $(-\delta)$ gesetzt werden.

$$\cos t_1 = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta$$
$$\cos t_2 = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}(-\delta)$$
$$\cos(t_1 + t_2) = -1$$ (nach dem Additionstheorem für cos.)
$$t_1 + t_2 = 180^0 = 12 \text{ Stunden.}$$

Für die Summe der ganzen Tagbögen zweier solcher Tage ergibt sich somit 24 Stunden und für die jährliche Gesamtsumme aller Tageslängen ein halbes Jahr.

Abhängigkeit der Tageslänge vom Beobachtungsort und von der Jahreszeit.

Die einzelnen Tageslängen sind nun nach Jahreszeit und Beobachtungsort verschieden, sie sind aus der oben benutzten Formel $\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta$ zu berechnen. Eine kurze Diskussion der Formel zeigt die Gesetzmäßigkeit der Abhängigkeit. Bei gleichen Vorzeichen von φ und δ wächst der Tagbogen mit der geographischen Breite und mit der Sonnendeklination und zwar mit der Tangensfunktion beider Größen. Das ist besonders für φ, dessen Werte zwischen 0^0 und 90^0 variieren, wichtig, denn danach muß die Tagesdauer in höheren Breiten sehr schnell zunehmen. Die durch das Wachsen von δ bedingte Zunahme geht gleichmäßiger vor sich, da δ bei $23^1/_2{}^0$ seinen Maximalwert erreicht. Bei entgegengesetzten Vorzeichen von φ und δ (auf der Nord-Halbkugel im Winter) nimmt die Tagesdauer ab mit wachsender Breite und Deklination. Die Grenzfälle ($\varphi = 0$ und $\delta = 0$) ergeben beide $\cos t = 0$, also $t = 6^h$, für die ganze Tageslänge 12^h, d. h. 1) $\varphi = 0$ am Aequator ist die Tagesdauer stets 12^h, also stets sind Tag und Nacht gleich lang. 2) $\delta = 0$ am 21. III. und am 23. IX. beträgt die Tagesdauer für jeden Punkt der Erde 12^h. Der größte Wert für t ($t = 180^0$) wird erreicht für $-\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta = -1$ d. i. für $\varphi = 90^0 - \delta$. Die Tagesdauer von 24^h wird also erreicht, wenn die geographische Breite des Beobachtungsortes und die Sonnendeklination sich zu 90^0 ergänzen:

für $\delta = 0^0$ in $\varphi = 90^0$
für $\delta = 10^0$ in $\varphi = 80^0$
für $\delta = 23^1/_2{}^0$ in $\varphi = 66^1/_2{}^0$.

In niederen Breiten als $66^1/_2{}^0$ nicht mehr.

Ein gutes übersichtliches Bild dieser Verhältnisse vermittelt die graphische Darstellung. Die Beziehung $\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta$ gibt t als Funktion von 2 Variabelen, sie muß also durch eine Fläche dargestellt werden. Wir tragen in einem rechtwinkligen räumlichen Koordinatensystem auf der ersten Achse die geographische Breite, auf der zweiten die Sonnendeklination ab und benutzen die dritte Dimension zur Eintragung der Tagbögen. Die Gesamtheit aller durch die Koordinaten (φ, δ, t) bestimmten Punkte stellt die gewünschte Fläche dar, die dann in der Art der geographischen Höhenschichtkarte auf die Ebene projiziert wird. Unter der Bezeichnung „Isoplethendiagramm“ hat diese Darstellungsweise besonders in der Meteorologie Verbreitung gefunden.

Sehr deutlich treten auf diesem Diagramm die geringe Schwankung der Tagesdauer in niederen Breiten

sowie die große Veränderlichkeit in höheren Breiten hervor.

Unberücksichtigt blieben bei diesen Betrachtungen: der Sonnendurchmesser, die Horizontalrefraktion und die Dämmerung, die sämtlich die Tageslänge vergrößern. Die Wirkung der beiden letzten Faktoren nimmt mit wachsender Breite zu.

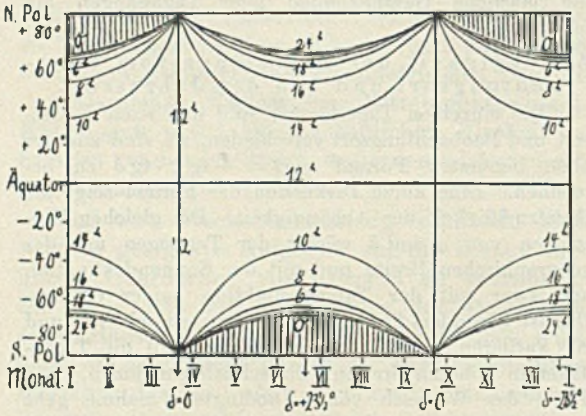


Fig. 2. Diagramm der Tageslängen.

II. Erwärmung.

Für die Erwärmung der Erdoberfläche kommt hier nur die durch direkte Sonnenbestrahlung zugeführte Wärme in Frage, denn die durch die innere Erdwärme zugeführte Menge wird höchstens auf 0,1 % geschätzt. Ebenso erreicht die von anderen Gestirnen als reflektiertes Sonnenlicht zu uns gelangende Wärme nur einen ganz geringen, hier nicht in Rechnung zu ziehenden Betrag. Des weiteren können wir unberücksichtigt lassen, daß die Sonne nicht im Mittelpunkt der Erdbahn steht, denn im Perihel wird nur $^1/_{15}$ mehr Wärme zugeführt als im Aphel. Die tägliche Wärmezufuhr ist dann nur noch abhängig von der Sonnenhöhe, von der Tagesdauer und von der Absorption in der die Erde umgebenden Lufthülle. Betrachten wir zunächst die an der oberen Grenze der Atmosphäre zugeführte Wärmemenge, ohne die Absorption in der Luft zu berücksichtigen.

Es sei W die Wärmemenge, die bei stets senkrechtem Strahleneinfall im Verlaufe eines ganzen Tages der Flächeneinheit durch Sonnenstrahlung zugeführt würde. Bei schrägem Strahleneinfall ändert sich diese Menge — wie bekannt — mit dem cos. des Einfallwinkels (α), d. h. mit dem Sinus der Sonnenhöhe (h). Im Zeitteilchen dt beträgt dann die zugeführte Strahlenmenge (dw):

$$dw = W \cos \alpha \cdot \frac{dt}{2\pi} = W \sin h \cdot \frac{dt}{2\pi}$$

dt und die Tagesdauer von 24^h sollen durch die zugehörigen Bögen des Stundenkreises ausgedrückt werden. Nach den Sätzen der sphärischen Trigonometrie ist nun:

$$\sin h = \sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t$$

und demnach

$$dw = W \frac{dt}{2\pi} (\sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t).$$

Die Sonnendeklination (δ) ist für einen Tag als konstant anzusehen. Für einen Punkt der Erde ist also dw nur von t abhängig. Die insgesamt zugeführte Strahlenmenge (w) von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang ergibt sich als Summe der dw, d. i. das Integral:

$$w = \int_{-t_0}^{+t_0} \frac{W}{2\pi} (\sin \delta \cdot \sin \varphi + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos t)\, dt$$

wobei t_0 den halben Tagbogen der Sonne bedeutet, der aus der oben diskutierten Formel $\cos t_0 = -\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta$ zu errechnen ist. Das Integral ergibt als Lösung:

$$w = \frac{W}{\pi} (\sin \delta \,.\, \sin \varphi \cdot t_0 + \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \sin t_0).$$

Zur rechnerischen Auswertung dieser Lösung benötigen wir W, d. i. die bei stets senkrechtem Strahleneinfall pro qcm in 24^h zugestrahlte Wärmemenge. Für 1 Minute wird diese Menge heute auf 2,1 (kleine) Kalorien geschätzt (Sonnenkonstante, deren von Langley 1884 bestimmter Wert von 3 Kal. ist seit 1908 durch den wahrscheinlicheren Wert von 2,1 Kal. ersetzt). W ist demnach gleich $2{,}1 \cdot 24 \cdot 60$ Kal. $= 3024$ Kal. Wir erhalten durch Rechnung folgende Werte:

I. $\delta = 0$, am 21. III. und 23. IX.

φ	0^0	$23^1/_2{}^0$	$66^1/_2{}^0$	90^0
w	965 Kal.	880 Kal.	385 Kal.	0

II. $\delta = +23^1/_2{}^0$, am 21. VI.

φ	0^0	$23^1/_2{}^0$	45^0	$66^1/_2{}^0$	90^0	$-23^1/_2{}^0$	$-66^1/_2{}^0$
w	880 Kal.	1000 Kal.	1100 Kal.	1100 Kal.	1220 Kal.	564 Kal.	0

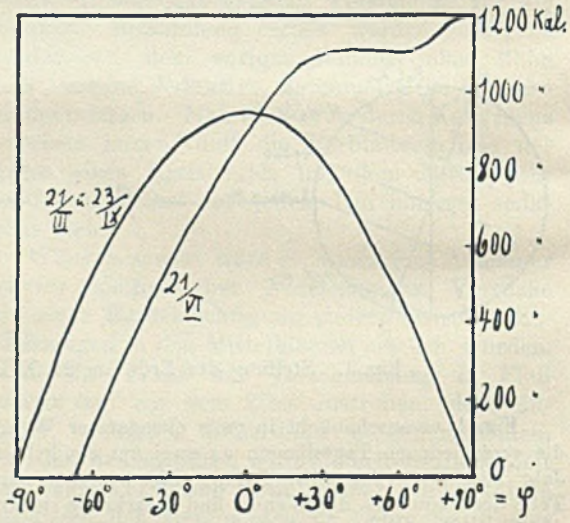


Fig. 3. Wärmemengen pro qcm in 24^h.

Das Ueberraschendste dieser Zahlen ist die Tatsache, daß am 21. Juni der Nordpol (wie am 21. Dezember der Südpol) stärkere Bestrahlung empfängt als irgend ein anderer Punkt der Erde (38 % mehr als der Aequator). Aus weiteren Berechnungen[1] ergibt sich, daß dieses Uebergewicht je 28 Tage vor und nach der Sonnenwende vorhält, daß also der Nordpol vom 25. Mai bis 19. Juli (Südpol vom 25. November bis 17. Januar) der stärkstbestrahlte Punkt der Erde ist.

Daß in hohen Breiten die geringere Sonnenhöhe im Sommer durch die längere Tagesdauer mehr als ausgeglichen wird, ist schon vor mehr als 100 Jahren

[1] C. Wiener, in der Zeitschrift d. Oesterreich. Ges. für Meteorologie 1879, S. 113.

von Halley, Lambert u. a. nachgewiesen und hat damals zu weitgehenden Schlüssen auf die Natur des Eismeeres Anlaß gegeben. Man schloß auf ein eisfreies Polarmeer, denn nicht nur die Tage um die Sommersonnenwende herum ergaben solchen Ueberschuß an Wärmezufuhr, selbst in der Summe des ganzen Sommerhalbjahres empfängt der Nordpol noch mehr Wärme als der südliche Wendekreis und nur $^1/_6$ weniger als der Aequator. Der ganze Jahresbetrag ergibt für die Pole $^5/_{12}$ der dem Aequator zugeführten Wärmemenge, wie aus folgenden Vergleichszahlen[2] hervorgeht.

$\varphi =$	$+90^0$	$+66^1/_2{}^0$	$+23^1/_2{}^0$	0^0	$-23^1/_2{}^0$	$-66^1/_2{}^0$	-90^0
Sommerhalbjahr	5,0	5,3	6,6	6,0	4,6	0,7	0
ganzes Jahr	5,0	6,0	11,1	12,0	11,1	6,0	5,0

Es ist klar, daß diese Zahlen den tatsächlichen Verhältnissen nicht gerecht werden können, da alle Einflüsse, die die Sonnenstrahlung in mathematisch nicht zu bestimmender Weise schwächen, unberücksichtigt sind. Da sind zu nennen: die Bindung der Wärme durch Wasserverdunstung und Eisschmelze, ferner die Verschiedenheiten der Erdoberfläche in bezug auf Wärmeaufnahme- und Abgabefähigkeit, also besonders die Land- und Wasserverteilung, dann die wechselnde Höhenlage und vor allem die Schwächung der Sonnenstrahlen durch Absorption in der Atmosphäre. Gerade dieser letzte Umstand ist von entscheidendster Bedeutung und ist mehrfach untersucht worden. Der bei senkrechtem Sonnenstand durchgelassene Bruchteil der Strahlen wird auf etwa $^3/_4$ geschätzt. W. Köppen stellt dafür folgende Tabelle auf.

Sonnenhöhe:	90^0	60^0	40^0	30^0	20^0	10^0
Dicke d. Atmosph.:	1,00	1,15	1,56	2,00	2,92	5,7
Durchgel. Strahlenm.:	0,78	0,65	0,44	0,31	0,17	0,05

Daraus ergeben sich ganz andere Verhältnisse. Bei niedrigem Sonnenstand wird nur noch ein geringer Bruchteil durchgelassen, besonders die Strahlen der Morgen- und Abendsonne kommen für Wärmewirkung nicht in Betracht. Die für die Pole oben errechneten hohen Werte erfahren eine starke Beeinträchtigung. Bei einer Sonnenhöhe von $23^1/_2{}^0$ am Pol werden nur 20 % durchgelassen, d. h. von 1220 Kalorien, die der oberen Grenze der Atmosphäre pro qcm in 24 Stunden zugeführt werden, erreichen nur 244 Kalorien die Erdoberfläche, während von den 880 Kalorien am Aequator bei stets senkrechtem Sonnenstand 620 Kalorien erhalten bleiben würden. Da die Sonnenhöhe am Aequator aber nur eine kurze Zeit in der Nähe von 90^0 verbleibt und nachher schnell abnimmt, so ergibt sich zum Schluß — wenigstens für den 21. Juni — immer noch ein Uebergewicht des Nordpols gegenüber dem Aequator.

Wenn wir nun auch noch die wechselnde Bewölkung in Betracht ziehen wollten, so nähern wir uns den tatsächlichen Verhältnissen immer mehr, entfernen uns aber gleichzeitig von der Möglichkeit, die Frage der Erderwärmung durch die Sonne durch eine einfache mathematische Aufgabe zu lösen. Da ist es schließlich Aufgabe der Beobachtung, alle beeinflussenden Faktoren zu bestimmen und uns ein Abbild der wahren Verhältnisse zu schaffen, wie wir es in den auf Beobachtung beruhenden Isothermenkarten der Erde besitzen.

[2] E. E. Schmidt, Lehrbuch der Meteorologie 1860, S. 121, nach Lambert.

Eine Eigenschaft des vollständigen Vierecks.

Von Jos. Moser (Breslau).

Die Gleichung eines Kegelschnittes, der durch drei Punkte P_1, P_2, P_3 geht, lautet in kartesianischen Koordinaten

$$\begin{vmatrix} x^2 + k\,x\,y + \lambda\,y^2, & x, & y, & 1 \\ x_1^2 + k\,x_1 y_1 + \lambda\,y_1^2, & x_1, & y_1, & 1 \\ x_2^2 + k\,x_2 y_2 + \lambda\,y_2^2, & x_2, & y_2, & 1 \\ x_3^2 + k\,x_3 y_3 + \lambda\,y_3^2, & x_3, & y_3, & 1 \end{vmatrix} = 0, \qquad \text{I}$$

worin x_1, y_1 die Koordinaten des Punktes P_1 sind usw. Die Gleichung I enthält zwei Parameter, k und λ, ist also die Gleichung eines Kegelschnittnetzes. Aus diesem Netze sind die Kurven, deren $\lambda = -1$ ist, gleichseitige Hyperbeln. Es gibt also unendlich viele gleichseitige Hyperbeln, die durch die Ecken eines Dreiecks gehen, oder es läßt sich durch jeden Punkt P_5 in der Ebene eine gleichseitige Hyperbel legen, die durch die Ecken eines gegebenen Dreiecks ($P_1\,P_2\,P_3$) hindurchgeht. Die Gleichung dieser Hyperbeln bezogen auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit P_1 als Nullpunkt, und $P_1\,P_2$ als Abscissenachse, so daß die Koordinaten sind

für $P_1 \equiv x_1 = 0;\ y_1 = 0$

„ $P_2 \equiv x_2 = c;\ y_2 = 0$

„ $P_3 \equiv x_3 = 2\,r \sin\beta \cos\alpha;\ y_3 = 2\,r \sin\beta \sin\alpha$

worin r und α, β, γ die bekannten Größen des Dreiecks P_1, P_2, P_3 sind, lautet:

$$x^2 - y^2 - x \cdot 2\,r \sin\gamma + y \cdot 2\,r \cos(\alpha - \beta) + k\left\{x\,y - y \cdot 2\,r \cos\alpha \sin\beta\right\} = 0 \qquad \text{II}$$

Aus der Gleichung II läßt sich für jeden Punkt P_5 der Ebene der Parameter k berechnen, und mit ihm erhält man als Gleichung der durch die Punkte $P_1\,P_2\,P_3\,P_5$ gehenden gleichseitigen Hyperbel:

$$\begin{vmatrix} x^2 - y^2 - x\,2\,r \sin\gamma + y\,2\,r \cos(\alpha - \beta), & x\,y - y\,2\,r \cos\alpha \sin\beta \\ x_5^2 - y_5^2 - x_5\,2\,r \sin\gamma + y_5\,2\,r \cos(\alpha - \beta), & x_5\,y_5 - y_5\,2\,r \cos\alpha \sin\beta \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{III}$$

Da nun jeder Kegelschnitt durch fünf Punkte eindeutig bestimmt wird, muß es noch einen Punkt P_4 geben, durch den die gleichseitigen Hyperbeln hindurchgehen, da sie ein Kegelschnittbüschel (II) bilden. Diesen Punkt P_4, d. h. seine Koordinaten, findet man, indem man in II den Parameter k zweimal einen bestimmten Wert gibt, etwa $k_1 = 0$, $k_2 = 1$, und so x_4, y_4 bestimmt.

Es findet sich:

$$x_4 = 2\,r \cos\alpha \sin\beta,\quad y_4 = 2\,r \cos\alpha \cos\beta$$

d. h. der Punkt P_4 fällt zusammen mit dem Höhenschnittpunkte H des Dreiecks $P_1\,P_2\,P_3$.

Das Kegelschnittbüschel, welches durch die drei Ecken eines Dreiecks und seinen Höhendurchschnittspunkt bestimmt wird, besteht also aus lauter gleichseitigen Hyperbeln. Nimmt man ein Triliniarkoordinatensystem so, daß P_1 P_2 P_3 die Schnittpunkte der drei Grundlinien werden, so lautet die Gleichung dieses Büschels (II)

$$x_1 x_2 \left\{\cos\alpha + k \cos\beta\right\} - x_2 x_3 \cos\gamma - x_3 x_1 k \cos\gamma = 0. \qquad \text{IV}$$

Hierin sind aber die x_i auf das neue Koordinatensystem bezogen, nicht mehr die Größen wie oben. Als Ort der Mittelpunkte der Hyperbeln des Büschels IV findet man:

$$x_1^2 \sin 2\alpha + x_2^2 \sin 2\beta + x_3^2 \sin 2\gamma - 2\,x_1 x_2 \sin\gamma - 2\,x_2 x_3 \sin\alpha - 2\,x_3 x_1 \sin\beta = 0,$$

d. h. den Feuerbachschen Kreis.

Die Hyperbel des Büschels IV, welche durch den beliebigen Punkt $P_4\,(\equiv x'_1, x'_2, x'_3)$ geht, hat die Gleichung:

$$x_1 x_2 x'_3 (x'_1 \cos\alpha - x'_2 \cos\beta) + x_2 x_3 x'_1 (x'_2 \cos\beta - x'_3 \cos\gamma) + x_3 x_1 x'_2 (x'_3 \cos\gamma - x_1 \cos\alpha) = 0. \qquad \text{V}$$

Durch die vier Punkte P_1, P_2, P_3, P_4 werden vier Dreiecke bestimmt, $P_1 P_2 P_3$, $P_1 P_2 P_4$, $P_1 P_3 P_4$, $P_2 P_3 P_4$, von denen die Höhenschnittpunkte beziehungsweise $H_4\, H_3\, H_2\, H_1$ heißen mögen.

Die Hyperbel V gehört nun an

dem Büschel $P_1 P_2 P_3 H_4$
" " $P_1 P_2 P_4 H_3$
" " $P_1 P_3 P_4 H_2$
" " $P_2 P_3 P_4 H_1$

und ihr Mittelpunkt liegt auf dem Feuerbachschen Kreise

des Dreiecks $P_1 P_2 P_3$
" " $P_1 P_2 P_4$
" " $P_1 P_3 P_4$
" " $P_2 P_3 P_4$

Da die Hyperbel nur einen Mittelpunkt hat, gehen diese vier Feuerbachschen Kreise durch einen Punkt. Beides zusammengefaßt ergibt folgende Eigenschaften des vollständigen Vierecks:

Die vier Ecken eines vollständigen Vierecks und die vier Höhenschnittpunkte der vier durch die Ecken gebildeten Dreiecke liegen auf einer gleichseitigen Hyperbel; die Feuerbachschen Kreise der vier Dreiecke gehen durch einen Punkt, den Mittelpunkt der gleichseitigen Hyperbel.

Die Hyperbel geht also durch acht Punkte. Faßt man irgend drei dieser Punkte als Ecken eines Dreiecks auf, so geht die Hyperbel auch durch den Höhenschnittpunkt dieses Dreiecks und sein Feuerbachscher Kreis geht durch den Hyperbelmittelpunkt. Im ganzen kann man also sagen:

„Vier Punkte in der Ebene bilden die Ecken von vier Dreiecken und bedingen somit vier Höhenschnittpunkte. Faßt man von diesen acht Punkten irgendwelche drei wieder als Ecken eines Dreiecks auf und bestimmt seinen Höhenschnittpunkt usw., so liegen alle die unendlich vielen Punkte, d. h. die vier Grundpunkte und sämtliche folgenden Höhenschnittpunkte auf einer gleichseitigen Hyperbel. Die Feuerbachschen Kreise aller Dreiecke gehen durch einen Punkt, den Mittelpunkt dieser Hyperbel."

Hypotenusenquadrat als Rechtecksumme.

Von J. E. Böttcher (Leipzig).

Der hübsche planimetrische Satz des Studienrates Oskar Herrmann in diesen Unterrichtsblättern 1917, Nr. 4, S. 60, liefert für den Unterricht ein willkommenes neues Beispiel zweier variabler Größen, die eine konstante Summe haben. Vielleicht kann es die Verwendung des Satzes fördern, wenn hier für ihn noch zwei weitere Beweise gegeben werden: einer mit Flächenverwandlung, der andere (mehr rechnerischer Art) mit Proportionalität.

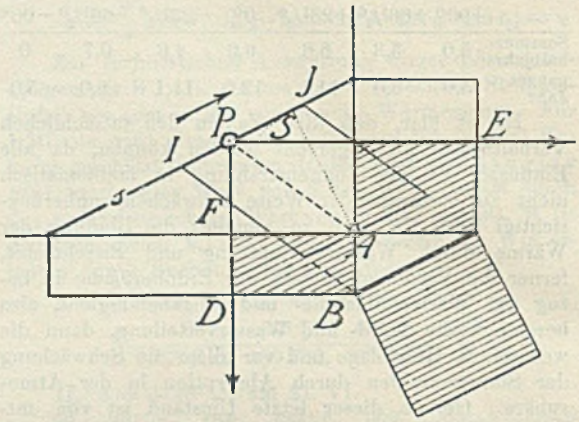
Die (hier verstärkte) Strecke s, worauf der Laufpunkt P wandert, ist im Abstande AS, der so lang ist wie die Hypotenuse, parallel zu dieser eingelegt zwischen die Rückverlängerungen der Katheten. Dann hat man

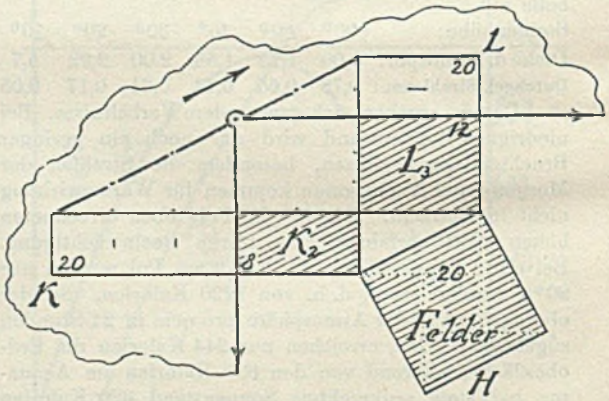
I. die folgenden Pappusschen Verwandlungen:
das Rechteck $(AD) =$ dem Schiefeck $ABFP$
$=$ " " (AI); und ebenso
Rechteck $(AE) = (AJ)$.

Ihre Summe ist daher gleich demjenigen Schiefeck, dessen Basis IJ die Länge der Hypotenuse hat, und dessen Höhe SA ebenfalls der Hypotenuse gleich ist, also

Rechtecksumme = dem Hypotenusenquadrat. —

Hierbei war es nicht erforderlich, einen Einzelfall als schon bewiesen vorauszusetzen, wohl aber treten unterwegs von selber die drei Fälle auf, die hier sich auszeichnen: der Satz vom Kathetenquadrat dort, wo der Laufpunkt P seine Wanderung beginnt; dann am Ende der Strecke s dieser selbe Satz, nur mit anderer Figurenlage; und mitten drin der pythagoreische. —





II. Es ist leicht zu sehen, daß auf jeder der Katheten die vollständigen Rechtecke K und L flächengleich dem Hypotenusenquadrate sind:

$$\square K = \square H$$
$$\square L = \square H$$

(die Rechteckshöhen auf den Katheten a und b sind $\frac{H}{a}$ und $\frac{H}{b}$). Die beiden Strahlen nun, die vom Laufpunkt ausgehen, teilen diese Rechtecksflächen in gleichem Verhältnis wie die Strecke s geteilt ist, also wird z. B.

$$K_2 = \tfrac{2}{5} K = \tfrac{2}{5} H$$
$$L_3 = \tfrac{3}{5} L = \tfrac{3}{5} H$$
$$K_2 + L_3 = \qquad H. —$$

Anmerkung. Man kann die Wanderung des Laufpunktes begleiten mit einem ausgeschnittenen und aufgelegten Winkelblatt und, falls man kariertes gewöhnliches Schreibpapier benutzt, die Anzahl der Felder rasch überblicken.

Geometrische Ermittlung von Grenzen für e.

Von Carl Herbst, Dipl.-Ing., (Bochum).

Hat man unter Benutzung der üblichen Staffelfläche die Quadratur der allgemeinen Hyperbel durchgeführt und im Anschluß daran für die gleichseitige Hyperbel $x \cdot y = 1$ (Fig. 1) das Gesetz

$$\frac{x_2}{x_1} = e^F$$

gefunden, so lassen sich einige Grenzen für e, ohne Vorkenntnisse aus der Analysis, folgendermaßen aufstellen.

Fig. 1a.

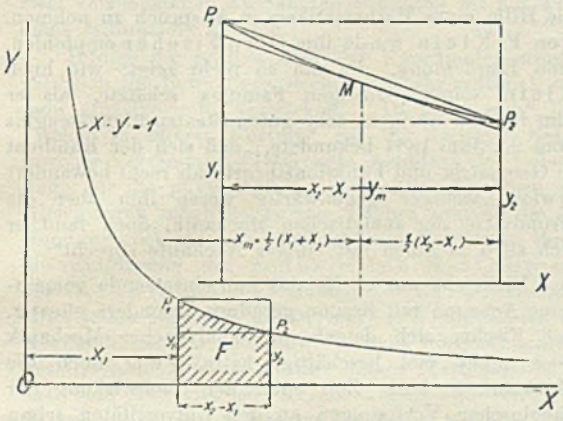


Fig. 1.

Setzt man $x_2 = \left(1 + \frac{1}{z}\right) \cdot x_1$, so wird $\frac{x_2}{x_1} = 1 + \frac{1}{z} = \frac{z+1}{z}$, $x_2 - x_1 = \frac{x_1}{z}$ und

$$1 + \frac{1}{z} = e^F.$$

In erster Annäherung soll nun die Fläche F durch die in der Figur angedeuteten Rechtecke ersetzt werden; dann folgt

$$F < (x_2 - x_1) \cdot y_1 \text{ und } F > (x_2 - x_1) \cdot y_2.$$

Bedenkt man, daß

$$(x_2 - x_1) \cdot y_1 = \frac{x_1}{z} \cdot \frac{1}{x_1} = \frac{1}{z} \text{ und}$$

$$(x_2 - x_1) \cdot y_2 = \frac{x_1}{z} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{z} \cdot \frac{z}{z+1} = \frac{1}{z+1}$$

ist, so gelangt man hiernach zu den Beziehungen

$$1 + \frac{1}{z} = e^F < e^{\frac{1}{z}}$$

$$1 + \frac{1}{z} = e^F > e^{\frac{1}{z+1}}$$

$$\left.\begin{aligned} e &> \left(1 + \frac{1}{z}\right)^z * \\ e &< \left(1 + \frac{1}{z}\right)^{z+1} \end{aligned}\right\} \left(1 + \frac{1}{z}\right)^z < e < \left(1 + \frac{1}{z}\right)^{z+1}.$$

Für $z = 10$ entsteht z. B. $\left(1 + \frac{1}{10}\right)^{10} \sim 2{,}59$

$$\left(1 + \frac{1}{10}\right)^{11} \sim 2{,}85.$$

In zweiter Annäherung soll die Fläche F durch die in Fig. 1a. eingetragenen Trapeze ersetzt werden, deren oberen Abschluß die Sehne $P_1 P_2$ bezw. die Tangente des Punktes M bildet. Dann ist

$F < \frac{1}{2} \cdot (x_2 - x_1) \cdot (y_1 + y_2)$ (Arithmetisches Mittel der Rechtecke) und $F > (x_2 - x_1) \cdot y_m$.

$$\frac{1}{2}(x_2 - x_1)(y_1 + y_2) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{z+1}\right) = \frac{2z+1}{2z(z+1)}$$

$$(x_2 - x_1) \cdot y_m = \frac{x_1}{z} \cdot \frac{1}{x_m} = \frac{x_1}{z} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}(x_1 + x_2)} = \frac{2}{z \cdot \left(1 + \frac{x_2}{x_1}\right)}$$

$$= \frac{2}{z + (z+1)} = \frac{2}{2z+1}.$$

Also bestehen die Ungleichungen

$$1 + \frac{1}{z} = e^F < e^{\frac{2z+1}{2z \cdot (z+1)}} \qquad e > \left(1 + \frac{1}{z}\right)^{\frac{2z \cdot (z+1)}{2z+1}}$$

$$1 + \frac{1}{z} = e^F > e^{\frac{2}{2z+1}} \qquad e < \left(1 + \frac{1}{z}\right)^{z + \frac{1}{2}}.$$

Bezeichnet man die so gewonnenen Grenzen mit g_u und g_o, schreibt man ferner $\frac{2z \cdot (z+1)}{2z+1} = z + \frac{z}{2z+1}$, so erhält man

$$\underbrace{\left(1 + \frac{1}{z}\right)^z \cdot \sqrt[2z+1]{\left(1 + \frac{1}{z}\right)^z}}_{g_u} < e < \underbrace{\left(1 + \frac{1}{z}\right)^z \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{z}}}_{g_o}$$

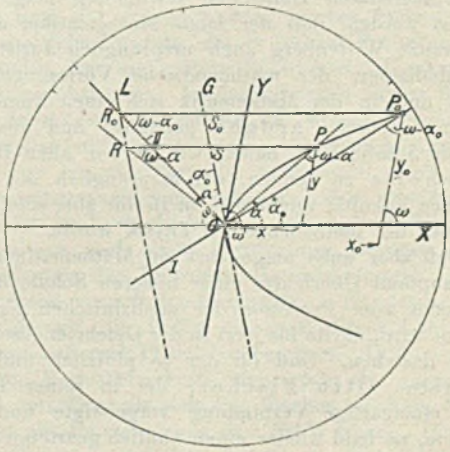
Wie man sieht, bereitet die Berechnung der oberen Grenze g_u keine Schwierigkeit; die Berechnung der unteren Grenze verlangt jedoch bereits bei $z = 4$ zweimaliges Ausziehen der Kubikwurzel. Bei $z = 4$ findet man $g_u \sim 2{,}70$, $g_o \sim 2{,}73$.

Bei $z = 2$ folgt $g_u = 1{,}5^2 \cdot \sqrt[5]{1{,}5^2}$, wofür man etwa $g_u > 1{,}5^2 \cdot \sqrt[8]{1{,}5^3}$ rechnen wird; dann ergibt sich $g_u > 2{,}62$ $g_o \sim 2{,}76$. Wiewohl in diesem Falle g_u roh angenähert wurde, rücken doch die Grenzen enger zusammen als vorher bei $z = 10$. (Genauer würde sein $g_u \sim 2{,}65$.)

Zur Herstellung von Parabeln.

Von Carl Herbst, Dipl.-Ing., (Bochum).

Von einer Parabel (s. Fig.) sei ein Durchmesser OX, die Tangente OY in seinem Endpunkt und der Punkt P_0 gegeben. Weitere Punkte der Kurve können dann folgendermaßen gefunden werden:



Ist $\sphericalangle XOY = \omega$, $\sphericalangle XOP_0 = \alpha_0$, so legt man zunächst die durch O gehende Hilfsgerade G fest, die mit OX den Winkel $\omega' = 180^0 - \omega$ bildet, dreht darauf ω' um α_0 nach links und gelangt so zu den Geraden I und

* S. z. B. C. H., Unterrichtsblätter 1915, Nr. 6.

II. Durch P_0 zieht man zur X-Achse die Parallele, welche II in R_0 trifft; durch R_0 zu G die Parallele L. Dreht man nun die Geraden II und I als starres System um O, und legt man jeweilig durch den Schnittpunkt R von II und L die Parallele zu OX, so liegen die Schnittpunkte P dieser Parallelen mit den jeweiligen Lagen von I auf der gesuchten Parabel.

Denn in der Figur ist aus Symmetriegründen $OS_0 = y_0$, $OS = y$; und, wegen $R_0S_0 = RS$, wird

$$\frac{y}{y_0} = \frac{OS}{OS_0} = \frac{R_0S_0}{OS_0} \cdot \frac{OS}{RS} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin(\omega - \alpha_0)} \cdot \frac{\sin(\omega - \alpha)}{\sin \alpha}$$

$$= \frac{y_0}{x_0} \cdot \frac{x}{y}, \text{ daher } y^2 : y_0^2 = x : x_0.$$

Bei $\omega = 90^0$ wird ebenfalls $\omega' = 90^0$, mithin II $\perp$ I und L parallel zur Y-Achse. Vielleicht läßt sich in diesem Falle das Verfahren zur mechanischen Herstellung von Parabeln praktisch verwerten. Man könnte eine in einem festliegenden Kranz gleitende kreisförmige Scheibe mit den zueinander senkrechten Einschnitten I und II versehen, einen in II gleitenden Punkt R auf der festgelegten Geraden L verschieben und seine Bewegung auf den in I wandernden Schreibstift P durch Parallelführung übertragen. Den Einschnitt I wird man nahezu gleich dem Durchmesser, den Einschnitt II annähernd gleich dem Radius der Drehscheibe wählen. So werden in einem Kurvenzuge Parabeln gewonnen, die zur Hauptachse symmetrisch abgegrenzt sind.

Otto Fischer.

Nachruf von Wilhelm Lorey (Leipzig).[1]

In vergangenen Zeiten, als das Spezialistentum noch nicht so ausgebildet war wie heute, kam es an deutschen und ausländischen Universitäten nicht selten vor, daß die Mathematik von Dozenten vertreten wurde, die im Hauptamt oder ursprünglich zu einer der drei „oberen" Fakultäten gehörten. Die Verbindung Theologie und Mathematik finden wir bei dem englischen Mathematiker Wallis, dessen 300. Geburtstag in friedlichen Zeiten die Mathematiker wohl vor einigen Monaten gefeiert hätten. Sein Biograph Cayley ist von der Jurisprudenz zur Mathematik übergegangen. Mit Rücksicht auf die Gedenkfeier der Vereinigung der Universitäten Halle und Wittenberg mag daran erinnert werden, daß der letzte Mathematiker an der Universität Wittenberg auch ursprünglich Jurist war. Als Mediziner, der mathematische Vorlesungen gehalten und in der Mathematik sich einen Namen erworben hat, sei Cardano genannt; und aus dem vorigen Jahrhundert haben wir ja vor allen Dingen Helmholtz zu nennen, der ursprünglich der medizinischen Fakultät angehörte, in Berlin aber schließlich Professor der mathematischen Physik wurde.

Daß aber auch umgekehrt ein Mathematiker, der im Hauptamt Oberlehrer einer höheren Schule ist, im Nebenamt zum Professor der medizinischen Fakultät ernannt wird, dürfte bis jetzt in der Gelehrtengeschichte einzig dastehen. Und ob der so plötzlich und früh verstorbene Otto Fischer, der in seiner Person diese einzigartige Verbindung vergeistigte und verkörperte, so bald wieder einen ähnlich gearteten Nachfolger finden wird, erscheint zweifelhaft.

Durch F. Klein wurde Otto Fischer zu dem Gebiete der angewandten Mathematik geführt, dem seine wissenschaftliche Lebensarbeit galt, und das seinen wissenschaftlichen Ruhm begründete. Der Leipziger Anatom Braune hatte seit Jahren schon die Arbeiten seines Oheims, des Physikers Wilhelm Weber, wieder aufgenommen, in denen dieser zusammen mit seinem Bruder Eduard Weber die Mechanik des Knochengerüstes erforscht hatte. Die sehr vereinfachenden Annahmen, auf denen diese älteren Untersuchungen fußten, hatten aber zu keinem befriegenden Ergebnis geführt, und da war es nun ein sehr bedeutsamer Schritt Braunes, daß er sich entschloß, die Hilfe eines Mathematikers in Anspruch zu nehmen. Von F. Klein wurde ihm Otto Fischer empfohlen, eine Empfehlung, die um so mehr zeigt, wie hoch Klein seinen einstigen Famulus schätzte, als er ihm in dem übrigens sehr guten Staatsprüfungszeugnis vom 25. Juni 1884 bekundete, „daß sich der Kandidat in Geometrie und Funktionstheorie als recht bewandert erwies, weniger gegenwärtig waren ihm aber die Grundsätze der analytischen Mechanik, doch fand er sich auch in ihnen mit einiger Nachhilfe zurecht".

Vielleicht war es für das nun einsetzende gemeinsame Arbeiten mit Braune geradezu besonders günstig, daß Fischer sich damals mit analytischer Mechanik noch nicht viel beschäftigt hatte. War doch die Mechanik in jener Zeit unter der Nachwirkung der Jacobischen Vorlesungen an den Universitäten schon so allgemein und abstrakt geworden, daß die Studenten konkreten Einzelproblemen gegenüber oft hilflos waren. So ist denn Otto Fischer unverbildet und unbefangen mit seiner natürlichen mathematischen Begabung, die ihm aber auch ein lebendiges Einfühlen in technische Vorgänge ermöglichte, an die Untersuchungen herangegangen. Es bereitet vom Standpunkt der Psychologie des mathematischen Arbeitens aus ganz besonderes Interesse, an den zahlreichen Arbeiten, die er von 1885 an zunächst mit Braune zusammen und nach dessen Tode allein veröffentlichte, zu erkennen, wie er immer mehr durch planmäßig durchdachte und im Verfahren immer feiner durcharbeitete Messungsergebnisse zu einer Meisterung des Stoffes kommt.

Von besonderer Wichtigkeit auf diesem Gebiete der physiologischen Mechanik sind die Untersuchungen über Gelenkbewegungen. Dazu muß man sich natürlich eine genaue Kenntnis der Relativbewegungen des einen Körperteils gegenüber dem anderen verschaffen dadurch, daß man die Bahn dreier nicht in gerader Linie liegender Punkte auf empirischem Wege bestimmt. Das ist nun Fischer in sinnreicher Weise durch momentphotographische Aufnahmen gelungen, indem er diese Punkte in bestimmten Zwischenräumen selbstleuchtend machte. Er brachte an den betreffenden Körperstellen Funkenstrecken oder kleine Geißlersche Röhren an und schickte durch alle den Strom eines Induktionsapparates, dessen Unterbrechungen man auf gleiche Zeitabschnitte gebracht hatte. Da die Bewegungen des Gelenkes in dunklem Zimmer verfolgt werden, so kann man zu gleicher Zeit an beliebig vielen Stellen mit gewöhnlichem photographischen Apparat Momentbilder der Bewegung erhalten. Diese gleichzeitig entstandenen Serien sind dann auszumessen und alle auf ein räumliches Koordinatensystem zu beziehen.

Dieses Verfahren, das er auch bei seinen großen Arbeiten über den Gang des Menschen angewandt

[1] Einige Angaben aus dem Leben Otto Fischers hat noch Bode in Nr. 1/2 dieses Jahrganges, S. 25, gebracht. Der vorliegende Nachruf ist ein verkürzter Abdruck aus „Leopoldina, Heft LIII 1917, Nr. 7".

hat, erfordert freilich eine Sorgfalt und einen Zeitaufwand, wovon man nur eine schwache Vorstellung bekommt, wenn man liest, daß ein einziger Versuch oft 10—12 Stunden unausgesetzter Arbeit beanspruchte, die im Interesse vollkommener Verdunkelung in der Nacht ausgeführt wurde. Für die Ausmessung der Koordinaten auf den Platten konstruierte sich Fischer erst ein besonderes mikroskopisches Meßwerkzeug. Der Mathematiker in ihm berechnete die Formeln zur Bestimmung der drei räumlichen Koordinaten aus den durch Zentralprojektion auf den Platten gewonnenen ebenen Koordinaten. Das Ergebnis war aber auch glänzend: Die Koordinaten entsprechender Punkte in zwei verschiedenen Aufnahmen stimmten bis auf Teile eines Millimeters überein.

Infolge der großen Zahl der Koordinaten werden natürlich die Bewegungsgleichungen sehr zahlreich und jede einzelne sehr verwickelt. „Da ist es nun", wie Fischer in seinem Vortrage auf der Casseler Naturforscher-Versammlung 1903 sagte „geradezu eine Lebensfrage für die physiologische Mechanik, die Form der Gleichungen möglichst zu vereinfachen und für die Anwendung geeigneter zu machen"; und das ist ihm durch die Einführung der reduzierten Systeme und des Hauptpunktes gelungen. Im Mittelpunkte eines jeden Gelenkes denke man sich die Masse des Körperabschnittes vereinigt, die nach Durchschneidung des Gelenkes abfallen würde; dieses Massensystem ist das dem betreffenden Körper zugehörige reduzierte System, und der Schwerpunkt dieses Systems heißt Hauptpunkt des Körperteils. Diese Hauptpunkte spielen in der Mechanik eines aus n-Gliedern zusammengesetzten Gelenksystems dieselbe Rolle, wie der Schwerpunkt bei einem einzelnen starren Körper. Die Begriffe gelten aber nicht allein für den menschlichen Körper, sondern auch für irgend eine komplizierte Maschine. Es ist daher sehr zu wünschen, daß die Anregungen, die Fischer in dieser Beziehung in seinem zusammenfassenden, mehr theoretisch die mathematische Seite berücksichtigenden Werke gibt, von den Theoretikern des Maschinenbaues beachtet werden.

Die Ergebnisse seiner zahlreichen Untersuchungen können hier nicht alle aufgezählt werden. Es sei nur einzelnes genannt: Die Schwingung des Beines beim Gehen ist nicht, wie die Gebrüder Weber meinten, eine reine Pendelschwingung, sondern wird durch die Muskelkraft bewirkt. Daß überhaupt die Bewegungen des Körpers viel verwickelter sind, als gerade auch von Mathematikern bisher angenommen wurde, zeigt Fischers Diskussionsbemerkung auf der obenerwähnten Casseler Naturforscher-Versammlung, wo er im Gegensatz zu C. Runge betonte, daß die Bewegungen beim Tanzen, Turnen, Schlittschuhlaufen usw. viel komplizierter sind, als die nahezu ebenen Bewegungen beim Gehen[2]. Ganz eben sind aber auch die Bewegungen beim Gehen nicht; es bewegt sich vielmehr, wie Braune und Fischer gefunden haben, kein Punkt des Körpers in einer Ebene.

Die mit Braune zusammen angestellten Untersuchungen über den Schwerpunkt des menschlichen Körpers ergaben u. a. die durchaus der Theorie entsprechende, sinnreiche Verteilung der Belastung des Infanteristen. Daher erweckten diese Untersuchungen auch das besondere Interesse des verstorbenen Königs Albert von Sachsen, zumal sie durch ein von Fischer äußerst geschickt gebautes Pappmodell erläutert wurden.

Im Bau von Modellen erwies sich überhaupt Fischer, wie oben schon angedeutet, stets sehr gewandt. Das zeigten u. a. seine Mechanismen auf der Ausstellung mathematischer Modelle in München 1893. Von diesen stellten zwei die Wirkung eines Muskels dar und bezogen sich somit auf die andere große Reihe der Fischerschen Untersuchungen. Ein wichtiges Ergebnis dieser Untersuchungen, auf das Fischer auch mit besonderem Nachdruck 1908 in einem Vortrage hinwies, den er auf dem 7. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für orthopädische Chirurgie hielt, ist die Tatsache, daß die Muskeln in der Regel nicht nur auf die Gelenke einwirken, über die sie hinweg ziehen, sondern auch auf die Gelenke, die scheinbar ganz außerhalb ihres Wirkungskreises liegen.

Zu diesem Vortrage war Fischer durch den Vorsitzenden der genannten Gesellschaft eingeladen worden, und das zeigt schon, welcher Wertschätzung er sich in den Kreisen der Mediziner erfreute. Ob allerdings seine Untersuchungen schon einigermaßen Allgemeingut der heutigen medizinischen Bildung geworden sind, möchte ich bezweifeln. Es hängt das mit gewissen pädagogischen Fragen der höheren Schulen und Universitäten zusammen, auf die Fischer in dem erwähnten Vortrage auch eingeht.

Ehe wir aber davon hören, wollen wir zunächst seinen Lebensgang verfolgen.

Nachdem er Staatsprüfung und Promotion[3] erledigt hatte, diente er vom 1. April 1885 ab als Einjähriger in seiner Vaterstadt Altenburg. Wie bei allem, was er betrieb, ist er mit Leib und Seele Soldat gewesen. Gern wäre er auch als Reserveoffizier 1914 bei Ausbruch des Krieges mit hinausgezogen, aber seine vorgesetzte Behörde war wohl mit Recht der Ansicht, daß er, der über das landsturmpflichtige Alter doch schon hinaus war, zu Hause seinem Vaterlande in seinem verantwortungsvollen Berufe am besten dienen könnte. Nach dem Dienstjahr trat Fischer als Probekandidat in den höheren Schuldienst Sachsens, und zwar am Petri-Realgymnasium in Leipzig, wo er dem damaligen Oberlehrer Böttcher, dem späteren Rektor dieser Schule, zur besonderen Ausbildung überwiesen wurde. Böttcher erkannte bald die hervorragende Begabung Fischers auch nach der praktisch-pädagogischen Seite hin, und das amtliche Zeugnis, das er seinem Probekandidaten ausstellte, hat die spätere Entwicklung Fischers glänzend gerechtfertigt. In den achtziger Jahren des vorigen Jahrhunderts herrschte im höheren Lehramt eine große Ueberfüllung, die auch recht tüchtige Kandidaten zu einer langen Wartezeit verdammte. Daß Fischer unmittelbar nach dem Probejahr sofort eine feste Anstellung fand, verdankte er seinen besonders guten Zeugnissen und einer Empfehlung Braunes an den Präsidenten der Leipziger Handelskammer. An der von dieser verwalteten Oeffentlichen Handelslehranstalt war damals die Stelle eines ständigen Lehrers der Mathematik und Physik zu besetzen. Unter den zahlreichen Bewerbern hatte man schon eine engere Auswahl getroffen, als sich erst Fischer meldete, der nun sofort alle Bewerber aus dem Felde schlug. Diese feste Anstellung ermöglichte ihm dann auch bald, einen

[2] Vergl. Jahresbericht der Mathematiker-Vereinigung, Bd. 13, 1904, S. 188.

[3] Thema der durch F. Klein angeregten Dissertation: Konforme Abbildung sphärischer Dreiecke aufeinander mittels algebraischer Funktionen. Leipzig 1885. Ihre Hauptergebnisse wurden von Klein der Leipz. Ges. d. Wiss. vorgelegt.

eigenen Hausstand zu gründen, indem er seine Braut, Anna Schellenberg, Tochter eines Fabrikbesitzers aus der Nähe seiner Vaterstadt, heimführte, mit der zusammen ihm ein überaus glückliches Eheleben beschieden war. Der Ehe entstammen drei Kinder, unter ihnen ein Sohn, der Mediziner wird; eine Tochter ist mit einem Leipziger Privatdozenten der Medizin verheiratet.

An der Oeffentlichen Handelslehranstalt erfreute er sich im Lehrkörper wie bei den Schülern in kurzer Zeit großer Beliebtheit; die jetzt noch dort wirkenden Mitarbeiter aus der damaligen Zeit haben Otto Fischer in sehr guter Erinnerung. Wie sehr er von den Schülern geschätzt wurde, mag die Tatsache zeigen, daß einstige Schüler der Oeffentlichen Handelslehranstalt, die vor mehr als zwei Jahrzehnten bei ihm Mathematik gelernt hatten, bei seinem Tode der Familie ihre Teilnahme ausdrückten. Bei seinem Scheiden aus der Oeffentlichen Handelslehranstalt bekundete ihm der damalige Direktor, „daß er sein Amt mit Sachkenntnis, Eifer und Pünktlichkeit und mit vorzüglichem Lehrerfolge erfüllt hat“.

Neben der Schularbeit setzte Fischer als Assistent Braunes die wissenschaftlichen Arbeiten fort, was freilich oft nur mit langer Sonntagsarbeit möglich war. Als Braune 1892 starb, fand Fischer in dem Physiologen Ludwig, der auch schon die Hilfe eines Mathematikers in Anspruch genommen hatte, an der Universität einen einflußreichen Förderer. Im Sommer 1893 habilitierte er sich in der philosophischen Fakultät für physiologische Mechanik. Seine Vorlesungen behandeln einmal sein Sondergebiet, wobei er naturgemäß eine kleine, aber ausgewählte Zahl von Hörern hatte, namentlich vielfach junge Dozenten der medizinischen und philosophischen Fakultät. Sehr viele Hörer vereinigte er aber in seinen späteren Vorlesungen über Einführung in die höhere Mathematik für Mediziner und Naturwissenschaftler. Daß die Elemente der Differential- und Integralrechnung auch für den Mediziner notwendig seien, hat Fischer oft betont, so auch in dem obenerwähnten Vortrage. Wiederholt hat er es aber auch ausgesprochen, daß die Entwicklung der höheren Schulen der neueren Zeit notwendig dahin führen wird, daß die Studenten die nötigen Kenntnisse mitbringen, wenigstens soweit sie von Oberrealschulen und Realgymnasien kommen. Eine andere Vorlesung galt ausgewählten Abschnitten der medizinischen Physik, von der wir weiter unten noch reden werden.

Bald nach seiner Habilitation wurde er außerordentliches und später ordentliches Mitglied der Leipziger Gesellschaft der Wissenschaften. Inzwischen waren an der Petrischule, wo man den einstigen Probekandidaten nicht vergessen hatte, neue Oberlehrerstellen geschaffen worden, und es gelang dem Rektor Böttcher, im Herbst 1895 Fischer an die Petrischule zu ziehen zum lebhaften Bedauern der Oeffentlichen Handelslehranstalt. Ein halbes Jahr später wurde Fischer im Nebenamt außerordentlicher Professor der medizinischen Fakultät, ohne daß er selbst einen Schritt dazu getan hätte. Ganz abgesehen davon, daß es, wie oben erwähnt, sicher noch nie vorgekommen ist, daß ein Oberlehrer der Mathematik zugleich Professor der Medizin wird, so war diese Berufung um so bemerkenswerter, da Fischer nach seiner Vorbildung las Realgymnasiast damals überhaupt noch nicht hätte Medizin studieren können. An eine solche Tatsache sollte man ebenso wie an die uns heute unglaublich erscheinende Tatsache, daß zwölf Jahre zuvor die Leipziger philosophische Fakultät dem Realgymnasiasten W. Dyck große Schwierigkeiten machte, als er sich als Privatdozent der Mathematik habilitieren wollte, hier immer wieder erinnert werden, zumal in der jetzigen Zeit, wo anscheinend planmäßig Mitgliedergruppen der einzelnen philosophischen Fakultäten gegen die Oberrealschulen und die Realgymnasien Sturm laufen zugunsten des humanistischen Gymnasiums.

Die Antrittsrede, mit der Fischer am 25. Juli 1896 die außerordentliche Professur übernahm, behandelte Grundlagen und Ziele der Muskelmechanik. Sie gibt in der bei Fischer sich immer wieder zeigenden klaren Weise auch dem Fernstehenden ein deutliches Bild von dem Wesen und der Bedeutung seines Sonderfaches, und das ist doch der Zweck einer Antrittsvorlesung. Daß auch Vertreter der reinen Mathematik es sehr wohl vermögen, bei solchen Gelegenheitsreden einem nicht mathematischen Publikum einigermaßen die Bedeutung ihres Faches und seinen Zusammenhang mit anderen Kulturgebieten hervortreten zu lassen, zeigen mehrere Reden bekannter Mathematiker der neueren Zeit. Um so bedauerlicher ist es, wenn ein Mathematiker die sich bietende Gelegenheit nicht benützt und vielmehr bei einer solchen Antrittsvorlesung einen zwar sehr gut und gründlich vorbereiteten, aber jedem Nichtmathematiker durchaus unverständlichen Vortrag hält. Solche Vorkommnisse tragen zweifellos zu der mathematikfeindlichen Bewegung bei, die sich trotz der großen Bedeutung, die die mathematischen Wissenschaften im Kriege gewonnen haben, gerade auch in unseren Tagen zeigt und auf eine Herabsetzung der mathematischen Lehrziele hindrängt. Der sich selbst isolierende, weltfremde „reine“ Mathematiker kann durch sein Verhalten sehr leicht die günstige Wirkung aufheben, die ein „angewandter“ Mathematiker, wie Otto Fischer, durch sein Auftreten und seine Lehrtätigkeit hervorgerufen hat.

Dasselbe Jahr 1896 brachte Fischer die Würde eines Ehrendoktors der medizinischen Fakultät, die ihm Würzburg verlieh; andere amtliche und außeramtliche Ehrungen blieben im Laufe der Jahre nicht aus; auch die Leopoldina wählte ihn zu ihrem Mitgliede. Als 1912 Böttcher in den Ruhestand trat, wurde Fischer auf seine Empfehlung vom Rate der Stadt zu seinem Nachfolger im Rektorat der Petrischule ernannt, eine Wahl, die bei seinen Amtsgenossen und bei seinen Schülern große Freude erweckte.

Fischer war von Herzen Schulmann; und so sehr er auch als Forscher tätig war, so hat er doch nie die Schultätigkeit als Bürde empfunden, und nie hat er selbst irgend welche Schritte unternommen, ganz in den Dienst der Universität überzutreten. Er ist in seiner Schule Lehrer und Erzieher gewesen und nicht etwa nur gelehrter, vortragender Dozent. Wie er es aber verstanden hat, seine besonderen wissenschaftlichen Studien auch für die Schule nutzbar zu machen, zeigt seine schöne Programmarbeit von 1908, in der er auseinandersetzt, wie die geometrische Optik mit genügender Strenge und doch der Auffassungsfähigkeit der Schüler entsprechend in den oberen Klassen zu behandeln ist.

Seine Untersuchungen hat Fischer auch in mehreren zusammenfassenden Berichten dargestellt. Durch

F. Klein wurde er für einen Artikel über physiologische Mechanik für die Enzyklopädie mathematischer Wissenschaften gewonnen. Daraus entstand, wie bei manchem anderen Enzyklopädie-Artikel, in der Sammlung „Teubners Lehrbücher" sein Lehrbuch über die Grundlagen für eine Mechanik des lebenden Körpers. Sind diese beiden Darstellungen nur für den mathematisch genügend vorgebildeten Leser bestimmt, so wendet sich Fischer in seiner im Viewegschen Verlag erschienenen Monographie „Kinematik organischer Gelenke" mehr an Naturwissenschaftler und Mediziner und entwickelt in sehr anschaulicher Form die nötigen mathematischen Begriffe, z. B. aus der Theorie der krummen Flächen, so daß ich diese Monographie auch den Mathematikern zur Belebung mathematischer Vorlesungen empfehlen möchte. Besonders für Mediziner ist ein Artikel in Tigerstedts Handbuch zur physiologischen Methodik bestimmt.

Zweimal ist Fischer auch in der von dem Leipziger Philosophen Wundt herausgegebenen Zeitschrift vertreten. Die erste Arbeit, die schon aus dem Jahre 1886 stammt, untersucht die notwendigen und hinreichenden Bedingungen dafür, daß uns Gegenstände bildlich bewegt erscheinen. Sie zeichnet sich durch eine sorgfältige Beachtung der älteren Literatur wie durch die unbefangenen eigenen Versuche aus. Vierzehn Jahre später liefert Fischer als Beitrag zu der Wundt-Festschrift eine Untersuchung über die Ablösung der Fersen vom Boden, eine Frage also, die mit seinen allgemeinen Untersuchungen in engem Zusammenhang steht.

Der physiologischen Akustik gehört eine Arbeit aus dem Jahre 1908 an, in der er die von W. Wien gegen die Helmholtzsche Resonanztheorie erhobenen, sehr gewichtigen Bedenken klar widerlegt dadurch, daß er sich die Vorgänge bei der Uebertragung der Schwingungen auf die Basilarmembran und bei der Reizung der Hörzellen deutlich vergegenwärtigt. Es ergibt sich, daß nicht die Schwingungen an sich, sondern nur die Deformationen der Basilarmembran empfunden werden. Diese Fischerschen Gedanken hat Budde kürzlich mathematisch formuliert und Folgerungen daraus gezogen[1]. Zu dieser Arbeit war Fischer wohl mit durch sein großes musikalisches Interesse, des weiteren aber auch durch seine schon erwähnten Vorlesungen über medizinische Physik angeregt worden. Diesen Titel führt auch das letzte große Werk aus Fischers Hand, das 1913 bei S. Hirzel erschien, ein Band von 1120 Seiten. Er behandelt aber nicht alle Gebiete der Physik, sondern nur die, und diese in großer Ausführlichkeit, die für die Mediziner von besonderer Wichtigkeit sind: Kinematik in Anwendung auf das Verhalten des menschlichen Körpers, Kinetik (Muskelmechanik), Akustik, Optik. Mit Recht sagt Fischer, daß der Mediziner in der Elektrizität von der Schule, aus den physikalischen und physiologischen Uebungen genügende Kenntnisse mitbringt. Ganz entsprechend setzt er auch in der Optik die zum Schulpensum heute gehörigen optischen Grundgesetze voraus. Von den Hilfsmitteln der Differential- und Integralrechnung macht Fischer selbstverständlich Gebrauch, und er mag es wohl nur als einen zur Zeit noch unentbehrlichen Notbehelf empfunden haben, wenn er diese mathematischen Grundbegriffe in einem besonderen Kapitel entwickelt.

[1] Verhandlungen der Deutschen physikalischen Gesellschaft 1916, S. 369—383.

Wie bei allen seinen Veröffentlichungen sind auch in diesem Werk alle 334 Figuren von ihm selbst gezeichnet worden. Daß dieses letzte Werk nicht allein für Mediziner und Physiker in Betracht kommt, sondern auch für alle die von Bedeutung ist, die sich für philosophische und psychologische Fragen interessieren, kann die ausführliche Besprechung zeigen, die ein dankbarer Hörer Fischers, der Jesuitenpater Julius Bessmer, in den „Stimmen aus Maria-Laach", 87. Jhg. 1913/14, geschrieben hat.

Wenn Fischer seit 1913 nichts mehr veröffentlichte, so lag das an der gehäuften amtlichen Arbeit, die namentlich seit Kriegsausbruch selbstverständlich sehr gewachsen war. Aber eine Arbeitskraft wie Fischer, ein Mann, der seine Zeit in so hervorragender Weise einzuteilen verstand und sehr schnell arbeitete, meisterte auch schnell die Bürde der amtlichen Last; und daß er sich mit neuen wissenschaftlichen Fragen beschäftigte, lassen Aeußerungen erkennen aus unserem letzten Zusammensein Anfang November 1916 — das Schicksal hat es anders gewollt. Dieser kräftige Mann ist plötzlich einem schweren, wohl zu spät erkannten, weil anfänglich von ihm gering erachteten Leiden erlegen. Die Operation, der er sich unterziehen mußte, als die Schmerzen unerträglich wurden, konnte nur das Hoffnungslose des Zustandes erkennen lassen und keine Heilung mehr bringen. Am 22. Dezember 1916 hat der Tod ihn erlöst. Am zweiten Weihnachtsfeiertage fand sich ein stattliches Gefolge aus den verschiedensten Kreisen der Stadt auf dem Südfriedhofe Leipzigs ein, um Otto Fischer die letzte Ehre zu erweisen, und in beredten Worten kam von mehreren Seiten zum Ausdruck, was Fischer für die Seinen, für seine Mitarbeiter, seine Schüler, für die Wissenschaft bedeutete.

Wenn wir die Lebenserinnerungen des in der Einleitung genannten Mediziners und Mathematikers Cardano[2] lesen und wenn wir das Leben des Mathematikers und Professors der Medizin Otto Fischer überblicken, welch ein Gegensatz! Bei Cardano ein unstetes, von Unglück heimgesuchtes Leben (vielfach nicht ohne eigene Schuld) und auf der anderen Seite Otto Fischers wahrhaft glückliches Leben.

Anmerkung. Ein bibliographisch vollständiges Verzeichnis aller Schriften Fischers findet sich als Anhang zu dem Nachruf aus der Feder seines wissenschaftlichen Schülers R. Fick, Anatomischer Anzeiger, 50. Bd., Nr. 3/4, 1917, S. 84—96.

Zur Unterrichts- und Schulreform.

Der Krieg wirkt mit seinen Folgeerscheinungen auch auf den Unterricht an höheren Schulen in vielen Beziehungen ungünstig ein. U. a. ist — vor allem infolge der Kohlennot — die Zeit eines ordentlichen Schulbetriebes wesentlich herabgesetzt. Diese Tatsache zwingt auch den mathematischen Unterricht, den Lehrstoff zu beschneiden. So bedauerlich diese Zwangslage ist, die Art, wie man ihr Rechnung trägt, kann von segensreicher Wirkung auf diesen Unterricht und seine zukünftige Stellung sein.

Ganze selbständige Gebiete, sagen wir einmal: das der Trigonometrie, zu übergehen, ist i. a. ein so bedenk-

[2] Des Nikolaus Cardano von Mailand (Bürgers von Bologna) eigene Lebensbeschreibung. Uebertragen und eingeleitet von Hermann Hefele. Jena, Eugen Diederichs. — Auf diesen vor einigen Jahren erschienenen kulturgeschichtlich sehr interessanten Band sei bei dieser Gelegenheit besonders aufmerksam gemacht.

liches Mittel, daß man nur aus schwerwiegenden Gründen zu ihm greifen wird. Man wird sich vielmehr innerhalb der einzelnen Gebiete Beschränkungen auferlegen, und dabei wird jeder Fachgenosse reichlich Gelegenheit haben zu erkennen, daß so manche Erörterungen, die zum eisernen Bestande des mathematischen Unterrichts gehörten, recht entbehrlich sind, daß wir nur infolge eines gewissen Beharrungsvermögens an ihnen festhielten. Dieser Gesichtspunkt ist ja nicht neu: Die Reformbestrebungen haben ihn von vornherein energisch geltend gemacht. Aber die Lage ist jetzt doch insofern eine andere, als die harte Notwendigkeit der Kriegszeit auch zaghafte Gemüter gezwungen hat, dem Gedanken nicht nur näherzutreten, sondern ihn auch in die Tat umzusetzen. Die Jetztzeit fordert also besonders gebieterisch, in Erörterungen über diese Frage einzutreten und bestimmte Vorschläge zu machen. Zweck dieser Zeilen ist es, die Fachgenossen aufzufordern, die in der Kriegszeit und vielleicht schon früher gemachten Erfahrungen zu veröffentlichen und zur Diskussion zu stellen. Daß dadurch die Unterrichtsreform wesentlich gefördert wird, der Unterricht durch Beseitigung entbehrlichen Ballastes an Freudigkeit nur gewinnen kann, ist klar. Ich glaube aber auch, daß wir durch ein solches Streben den mathematischen Unterricht kampfkräftiger machen. Und daß uns nach dem Kriege auf dem Gebiete des Unterrichts ein Kampf bevorsteht, ist schon jetzt sicher. Befreien wir den mathematischen Unterricht von allem entbehrlichen Beiwerk, so nehmen wir dem Gegner — vorausgesetzt, daß er nicht den Bildungswert dieses Unterrichts überhaupt herabzusetzen sucht — eine unangenehme Waffe aus der Hand.

Dr. Carl Meyer (Hamburg).

Die vorstehende Anregung ist wertvoll und von erheblicher praktischer Bedeutung. Bei der Verkürzung der Unterrichtszeit, wie sie aus verschiedenen Gründen fast überall stattfindet, darf es nicht mehr dem Zufall überlassen bleiben, was von dem planmäßigen Lehrstoff ausfällt. Vor allem muß auch ernstlich erwogen werden, wie der Unterricht in Prima zu gestalten ist mit Rücksicht darauf, daß der Lehrgang der Oberprima oft fast ganz ausfällt und selbst die Unterprima nicht vollendet wird. Hier dürften wohl die für die Ablegung der erleichterten Reifeprüfung durch Kriegsteilnehmer aufgestellten vereinfachten Lehrpläne zur Diskussion stehen.

Mr.

* * *

Von dem Verein Deutscher Ingenieure geht uns mit der Bitte um Abdruck der folgende Aufsatz zu:

Zum Aufstieg der Begabten und Absturz der Unbegabten. Es weht ein frischer Wind durch Deutschland, der manches Veraltete fortblasen wird, um neuem Knospendrang Platz zu machen. Auch an die Erörterung von Schulfragen geht man wieder in der richtigen Erkenntnis, daß die Zukunft Deutschlands in seiner Jugend liegt. Hat man sich in den letzten Jahrzehnten viel über den Wert der einzelnen Unterrichtsgegenstände für Erziehung und Ausbildung gestritten, so greift man jetzt auch wieder die Frage des Verhältnisses der verschiedenen Schulgattungen zueinander auf, vor allem von dem Gesichtspunkte des Ueberganges der Schüler von der niederen zur höheren Schule. Man will den Begabten diesen Uebergang und damit den Aufstieg erleichtern; ja der Vorschlag der Einheitsschule erstrebt sogar einen einheitlichen Schulbau auf gemeinsamer Grundlage für alle Schulgattungen. Von wie hohem Wert es für die Wiedererstarkung und Weiterentwicklung deutscher Kultur und deutschen Wirtschaftslebens sein wird, wenn dem Tüchtigen und Begabten die Bahn nach oben hin frei gemacht wird, unabhängig von den Mitteln, die das Elternhaus für die Ausbildung zur Verfügung stellen kann, bedarf keiner näheren Erörterung. Wie hoch man auch Familienüberlieferung und „Kinderstube“ einschätzen mag, es wachsen auch aus den minderbemittelten Teilen des Volkes, manchmal ganz plötzlich, Begabungen heraus, die für die Allgemeinheit nicht verloren gehen dürfen, vielmehr zur Wiederauffrischung der führenden Schichten unbedingt nötig sind.

Aber es liegen auch Gefahren in diesem Aufstieg der Begabten, deren Tragweite man sich wohl klar machen sollte, bevor man allzu eifrig an die „Neuorganisation“ geht. Darauf, daß durch planmäßiges Herausziehen aller Begabungen aus den niederen Schichten die Handwerker- und unteren Beamtenstände heruntergedrückt und ihrer besten Köpfe beraubt würden, ist schon wiederholt hingewiesen worden. Ebenso auf die Schwierigkeit einer einwandfreien Erkennung der Begabung! Als schwerwiegender Mißgriff erscheinen aber die Bestrebungen, gleichzeitig mit dem Aufstieg der Begabten einen „Absturz der Unbegabten“ zu verknüpfen, für den namentlich in Schulkreisen unter Hinweis auf die notwendige Entlastung der höheren Schulen eingetreten wird. Gewiß soll die höhere Schule kein Tummelplatz für die begüterte Unintelligenz sein; der auf der Schule vollständig Versagende ist unbedingt auszuscheiden und der Volksschule zu überweisen, er wird auch im Leben kaum Erfolge erzielen. Aber es gibt eine Reihe von Schülern, und ihre Zahl ist nicht gering, welche die Schule gern zu den Unbegabten rechnet, weil sie nicht allen Schulfächern gleiches Interesse entgegenbringen und vielfach in solchen versagen, auf die die Schule von jeher das Hauptgewicht gelegt hat. Gerade in naturwissenschaftlichen und technischen Kreisen findet man diese für die exakten Wissenschaften einseitig Begabten nur zu oft, denen die fremden Sprachen auf der Schule die größten Schwierigkeiten bereitet haben, und mancher ist frühzeitig an dieser Klippe gescheitert und mußte seine weitere höhere Ausbildung mangels der nun einmal erforderlichen Zeugnisse aufgeben. Wenn man häufig im Leben die Erfahrung macht, daß die besten Schüler, die Schulbegabten, wie man sie nennen könnte, später kaum über den Durchschnitt hervorragen, während andererseits oft nach Ansicht der Schule Unbegabte große Erfolge in ihrem Beruf erzielen, so zeigt dies deutlich, daß der Maßstab, mit dem die Schule die Begabung mißt, unzuverlässig ist, jedenfalls die einseitige Begabung unrichtig bewertet. Dem für alle Fächer gleichmäßig Begabten, dem „guten“ Schüler, braucht eine Förderung kaum zuteil zu werden; er wird ebensogut einen brauchbaren Handwerksmeister oder Postsekretär wie einen Juristen, Philologen oder Mediziner abgeben. Die Schwierigkeit liegt beim einseitig Begabten. Ihn drängt schon seine Veranlagung nach einer bestimmten Richtung, in ein besonderes Fach, und nur in diesem Fach wird er etwas leisten, vielleicht Hervorragendes; jeder andere Beruf muß aber für ihn als verfehlt bezeichnet werden, der nicht nur seine Talente brach liegen läßt, sondern ihm auch jede Arbeitsfreude und jedes Streben nimmt. Da ist es Pflicht, nicht nur der Schule, sondern auch des Staates,

dafür zu sorgen, daß dieser einseitigen Begabung genügend Rechnung getragen wird, daß man sie rechtzeitig als solche erkennt, sie fördert und als vollen Ausgleich für die mangelnde andere Hälfte des Schulkönnens ansieht. Dabei muß für diese Schüler Fürsorge getroffen werden, gleichgültig, ob man sie schon in der Volksschule oder erst später in den mittleren Klassen der höheren Schule entdeckt — denn oft kommt gerade dieses Talent verhältnismäßig spät zum Durchbruch —, daran haben wir Ingenieure als Vertreter der Technik, der Industrie und des deutschen Wirtschaftslebens das allergrößte Interesse. Das Genie bricht sich zumeist selbst Bahn, aber das viel häufiger vorkommende Talent scheitert oft an dem starren System der Schule und bedarf daher sorgfältigster Pflege und Förderung. Wir können es nicht dulden, daß die Schule den mathematisch, naturwissenschaftlich oder technisch Begabten einfach als schulunbegabt abfallen läßt und ihm dadurch die höchste Allgemein- und Fachbildung abschneidet, die gerade für den Ingenieur umso wichtiger ist, je umfangreicher und verantwortungsvoller seine Stellung ist. Steht auch in der Technik, wie schließlich in jedem Fach, das Können im Vordergrunde, so ist doch auch hier ein tüchtiges Können nur aus tüchtigem Wissen heraus möglich, für das die Schule die allgemeine Grundlage zu geben hat.

Die Gefahr des Zurückdrängens des einseitig Begabten steigt aber, wenn die Schule in falsch verstandenem Ehrgeize durch den Aufstieg der Begabten, durch besondere Begabtenschulen oder Klassen usw. sich verleiten läßt, ihre Durchschnittsanforderungen noch mehr zu erhöhen, denen dann vielleicht die wenigen allseitig Begabten, die Schulbegabten, noch genügen, die aber den einseitig Begabten, den Fachbegabten, leicht verhängnisvoll werden können. Eine weitere Verästelung der Schule vornehmlich in den oberen Klassen, entsprechend den verschiedenen Begabungen, erscheint unbedingt nötig und ist auch durchführbar, ohne den erziehlichen Charakter der Schule zu zerstören. Vor allem aber muß die Schule voll und ganz durchdrungen sein von der Gleichwertigkeit der verschiedenen Veranlagungen für die Gesamtheit, und sie muß bei der zu treffenden Auslese den veralteten Standpunkt grundsätzlich verlassen, daß nur der in allen Fächern hervorragende Leistungen aufweisende Schüler als begabt anzusehen ist.

Darum Vorsicht, daß nicht der „Aufstieg der Begabten" einen unerwünschten „Absturz der Unbegabten" zur Folge hat! Dipl.-Ing. Carl Weihe.

Persönliche Nachrichten.

Der verdienstvolle Vorsitzende des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts, Herr Professor Dr. Friedrich Poske, bisher Oberlehrer am Askanischen Gymnasium zu Berlin, wurde bei seinem Ausscheiden aus dem Schuldienst zum Geheimen Studienrat ernannt und als Mitarbeiter an die Königl. Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht berufen.

Nachtrag zu den Veranstaltungen der Königlichen Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht Winter 1917/18. (S. Nr. 5/6, S. 90 ff.)

Für kriegsverletzte Lehrer, die zu einem Berufswechsel gezwungen sind, veranstaltet die Königlich Preußische Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht (Berlin W 35, Potsdamer Straße 120) Lehrgänge in Mikroskopie und Mikrophotographie. Jeder Lehrgang dauert zwei Monate und ist gebührenfrei. Der erste Lehrgang beginnt am 15. Oktober 1917. Meldungen sind bei der Hauptstelle einzureichen.

Leiter: R. Schmehlik.
Zeit: Montag, Dienstag und Donnerstag 4—7 Uhr.
Ort: Lichterfelde-Ost, Herwarthstr. 14.

1. Erklärung verschiedener Mikroskope und ihre Anwendungsmöglichkeit. 2. Erklärung und Vorführung verschiedener Lichtquellen und Lichtfilter. 3. Die Anwendung des polarisierten Lichtes, der schiefen Beleuchtung, der Dunkelfeldbeleuchtung u. dergl. 4. Mikrophotographische Aufnahme von Gegenständen aus den verschiedensten Gebieten naturwissenschaftlicher Forschung, unter Anwendung verschiedener Vorrichtungen und verschiedener Vergrößerungen. 5. Erklärung und Vorführung von Trugbildern, hervorgerufen durch falschen Gebrauch der Hilfsmittel. 6. Mikroprojektion.

Wer noch keine Kenntnisse in der Anwendung des photographischen Negativ- und Positivverfahrens besitzt, findet Gelegenheit, sich in diesen Verfahren zu üben, soweit dies der Rahmen des Unterrichts erlaubt.

Bücher-Besprechungen.

Junge, Dr. G., Unsere Ernährung. Nahrungsmittellehre für die Kriegszeit. Mit Geleitwort von Prof. Dr. P. Eltzbacher-Berlin. 94 Seiten. Berlin 1917, Otto Salle. geh. M 1,50; geb. M 2,—.

Das Büchlein gehört zu den Aufklärungsschriften, die unserem Volke nicht nur für die Kriegszeit, sondern auch für die kommende Friedenszeit bitter nottun. Auch wenn wir alles im Friedensschluß erreichen, was die besten vaterländischen Kreise von der Niederwerfung Englands im Wirtschaftskrieg erhoffen — Knappheit in allem, in Rohstoffen, in Nahrungsmitteln wird auf mindestens ein Jahrzehnt, schwere Steuerlast selbst bei Kriegsentschädigung auf Jahrzehnte hinaus unser Los sein. Damit wird ganz von selbst die Frage aufgeworfen: wo und wie kann ohne schweren Schaden gespart werden? Den Luxus, den wir mit vielen Rohstoffen, besonders Metallen, getrieben haben, werden wir uns gründlich abgewöhnen müssen. Für hunderte von Dingen wird sich billiger Ersatz finden, der die gleichen Dienste tut. Aber schwer werden wir an der Sorge tragen, wie wir uns ausreichend und vernünftig ernähren, wie wir bei der eingetretenen Teuerung, die nicht nachlassen wird, uns und unsere Kinder bei Kräften erhalten.

Die Antwort auf diese Frage sucht das vorliegende Werkchen zu geben, indem es nach einer Einleitung über Zusammensetzung und Vertretbarkeit der Nährstoffe die Hauptnährmittel der Reihe nach behandelt — Fleisch, Fische, Eier, Milch und Milchprodukte, Fette, Oele, Mehl und Brot, Kartoffel, Zucker, Gemüse, Obst, Genußmittel — und jeweils Ratschläge über Verbrauch und Ersatz anschließt. Manche verkehrte Ansicht über Nährwert und Notwendigkeit von Nährstoffen wird richtiggestellt, auf Bereicherungen des Speisezettels durch Aufnahme von Dingen, die nur beschränkte Verbreitung und Schätzung genießen, aufmerksam gemacht, vor unverständiger Zubereitung und Vergeudung von Nahrungsmitteln und vor manchem besonders in den Städten eingerissenen Mißbrauch gewarnt. Ein letzter Abschnitt gibt Zusammenstellungen und graphische Darstellungen über Nährwert, Preis und Verbrauch der Hauptnahrungsmittel.

Die verdienstliche Arbeit wird an höheren Mädchenschulen, Haushaltungs- und Fortbildungsschulen, ganz besonders aber überall, wo man diesen Dingen in praxi gegenübersteht, von Nutzen sein: darum sei ihre Anschaffung jedem Haushalt empfohlen, der unter der Not der Zeit aus dem Gleichgewicht zu kommen droht.

J. Ruska (Heidelberg).

* * *

Stekel, Das liebe Ich. Grundriß einer neuen Diätetik der Seele. XII. und 227 Seiten. Berlin 1913, Otto Salle. geh. M 3.—; geb. M 3,20.

Das Buch Stekels ist bereits 1913 erschienen, verdient aber auch heute noch einen empfehlenden Hinweis in unseren Blättern; denn es bietet auch dem Pädagogen wertvolle Gesichtspunkte für die Beurteilung und Behandlung der Schüler. Es zeigt den guten Kern der psychanalytischen Methode, die durch die Freudsche Schule, besonders durch deren einseitige Einstellung auf das Sexuelle stark in Mißkredit geraten war. Bei der Beschränktheit des zur Verfügung stehenden Raumes soll hier weniger auf den Inhalt des Werkes eingegangen, als vielmehr auf einige pädagogische Ratschläge hingewiesen werden, um zum Lesen dieses trefflichen Werkes anzuregen. Oft zieht sich ein tiefer Zwiespalt zwischen dem gesteckten und dem erreichten, ja sichtbaren Ziel durch die menschliche Seele, der den Menschen nie seines Lebens froh werden läßt. Hier heißt es schon die Kinder zur Bescheidenheit und zur Selbstgenügsamkeit zu erziehen, ihrem Ehrgeiz Ziele zeigen, die für sie erreichbar sind, sie frühzeitig das Verzichten lehren. Andererseits sind sie zur Selbständigkeit zu erziehen; selbst Bildung ist wertlos, wenn man von ihr keinen entsprechenden Gebrauch machen kann. Nur die Selbständigkeit hilft über die Schwierigkeiten des Lebens hinweg. Starke Menschen wollen wir erziehen, die auch den Mut haben, einmal das Falsche einzugestehen, für welche Wahrheit gegen sich selbst und gegen andere die Hauptforderung bedeutet. Vorläufig ist jedoch unsere Erziehung noch ein seltsames Gemisch von Wahrheit und Lüge, von Mut und Furcht. Wir brauchen aber Menschen, die weder fürchten noch zweifeln; Menschen mit starkem Rückgrat und weitblickenden Augen.

Dies Ziel hat sich das Buch gesteckt, zu ihm weist uns ein trefflicher Seelenarzt den Weg, ein Arzt, der selbst, seiner eigenen Forderung entsprechend, zum Erzieher, Beichtvater und Lehrer der Menschen geworden ist. Gerade dadurch, daß hier kein Pädagoge, sondern ein Nervenarzt zu uns spricht, der manches anders sieht, mitunter tiefer blickt, ist das Buch auch für den, der sich nicht auf den Standpunkt des Verfassers stellen kann, voller Anregungen und neuer Aus- und Einblicke.

H. Keller (Chemnitz, Sa.).

* * *

Löwenhardt, E., Leitfaden für die chemischen Schülerübungen. 3. Aufl., X. u. 124 S. mit 12 Fig. im Text. Leipzig u. Berlin 1914, B. G. Teubner. geh. M 1.60, geb. M 2.—.

Der lobenden ersten Besprechung in den Unterrichtsblättern (1911) 17, 158 ist nichts hinzuzufügen. Es genügt auf sie zu verweisen.

Auf S. 67 ist es besser $[Fe^{II}(CN)_6]''''(K^{\cdot})_4$ zu schreiben, denn es gibt keine Kaliumionen mit vier oder drei Einheitsladungen.

R. Winderlich (Oldenburg i. Gr.).

* * *

Solbrig, Dr. O., Regierungs- und Medizinalrat. Desinfektion, Sterilisation, Konservierung. Mit 20 Abbildungen im Text, 116 Seiten. M 1.25. 401. Bändchen aus „Natur und Geisteswelt". Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen. Leipzig u. Berlin 1914, B. G. Teubner.

Dieses Bändchen der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt" sollte in keiner Familie fehlen, damit der Hausfrau im Besonderen, nicht minder aber auch den übrigen Familienmitgliedern Gelegenheit gegeben wird, sich über Desinfektion, Sterilisation, Konservierung belehren zu lassen; diese Unterweisung gibt der Verfasser in gemeinverständlicher Weise lückenlos — die praktische Seite ist stark in den Vordergrund gerückt; z. B. werden nach einer theoretischen Belehrung über Art und Wesen ansteckender Krankheiten die Mittel zur Abwehr der Uebertragung derselben, die Desinfektionsmittel, nicht minder ausführlich die Handhabung derselben besprochen; wichtig für die Hausfrau ist die Kritik der ihr von Handel und Industrie angebotenen Desinfektionsmittel; je nach der Art der Krankheit wird ihr die Wahl erleichtert, auch weil die Kostenfrage genügend berücksichtigt worden ist. Sterilisation und Konservierung sind im zweiten und dritten Teil des Bändchens ausführlich behandelt worden; z. B. kann der gebildete Laie leicht den Ausführungen des Verfassers folgen, wenn er sich in den verschiedenen Konservierungsmethoden belehren lassen will; die Abbildungen, die dem Text beigegeben sind, geben Apparate wieder, die bei der Desinfektion, Sterilisation und Konservierung in Gebrauch sind.

Prof. Dr. W. Hirsch (Berlin-Lichterfelde).

Verzeichnis der zur Besprechung eingegangenen Bücher.

NB. Die Verpflichtung zu einer Besprechung von unaufgefordert eingehenden Werken kann nicht übernommen werden; auch liegt es nicht in der Möglichkeit, solche zurückzusenden.

Abel, Othenio, Allgemeine Paläontologie. Mit 54 Abbildgn. (Sammlung Göschen Nr. 95.) Leipzig 1917, G. J. Göschen.

Auerbach, F., Die Grundbegriffe der modernen Naturlehre. 4. Aufl. Mit 71 Fig. (Aus „Natur und Geisteswelt" 40.) Leipzig 1917, B. G. Teubner. geb. M 1.50.

Bürgerliches Rechnen und Volkswirtschaftslehre für den Rechen- und Erdkunde-Unterricht an Lehrer-Seminaren. — I. Teil: Elementares Rechnen und bürgerliche Rechnungsarten für die Unterstufe des Seminars. Ein Lehrbuch mit Aufgabensammlung von Prof. H. Dreßler. 3. Aufl. Dresden-Blasewitz 1917, Bleyl & Kaemmerer. M 2.85.

Einstein, A., Ueber die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie. (Sammlung Vieweg, Heft 38.) Mit 3 Fig. Braunschweig 1917, Fr. Vieweg & Sohn. M 2.80.

Fueter, R., Synthetische Zahlentheorie. Leipzig 1917, G. J. Göschen. M 9.—.

Großmann, H., Die pythagoreischen Zahlen. Eine Erklärung ihres Wesens. IV. Teil, 1917. Selbstverlag des Verfassers. Charlottenburg, Goethestr. 27.

Lörcher-Löffler, Methodischer Leitfaden der Geometrie. 3. Aufl. Mit 178 Fig. und 3 Zahlentafeln. Stuttgart 1917, Fr. Grub. M 2.80.

Porstmann, W., Normenlehre. Grundlagen, Reform und Organisation der Maß- und Normensysteme. Mit 28 Abbld. Leipzig 1917, Schulwissenschaftl. Verlag A. Haase. M 6.—.

Sellenthin, B., Mathematischer Leitfaden mit besond. Berücksichtigung der Navigation. 3. umgearb. Aufl. Mit 331 Fig. Leipzig 1917, B. G. Teubner. geb. M 8.40.

Sünderhauf, Carl, Einführung in die höhere Mathematik. 1. Heft Kombinationslehre (1. Beiheft zur Zeitschrift „Die Lehrerfortbildung"). Leipzig 1917, Schulwissenschaftl. Verlag A. Haase. M 1.25.

Werth, E., Das Eiszeitalter. Mit 18 Abbildgn. und 1 Karte. 2 verb. Aufl. (Sammlung Göschen Nr. 431.) Leipzig 1917, G. J. Göschen.

Wegener, A., Wind- und Wasserhosen in Europa. Mit 85 Abb. (Die Wissenschaft, Bd. 60.) Braunschweig 1917, Fr. Vieweg & Sohn. M 12.—.

Wolff, H., Karte und Kroki. Mit 47 Fig. (Mathematisch-Physikalische Bibliothek. Bd. 27.) Leipzig 1917, B. G. Teubner. M 0.80.

Abschluß dieser Nummer am 7. November 1917.