Jahrgang XXIV. 1918. No. 1 u. 2.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA Politechnika Śląska w Gliwicach

Unterrichtsblätter
für
Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**,
von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von
Professor **Karl Schwab**, Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt am Main
unter Mitwirkung von Dr. **August Maurer**, Direktor des Kgl. Realgymnasiums in Wiesbaden.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle Mitteilungen und Sendungen werden an Prof. K. Schwab, Frankfurt am Main, Günthersburgallee 33, erbeten.

Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhandlung zu beziehen.

Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Nachdruck der einzelnen Artikel ist, wenn überhaupt nicht besonders ausgenommen, nur mit genauer Angabe der Quelle und mit der Verpflichtung der Einsendung eines Belegexemplars an den Verlag gestattet.

Inhalt: Vereins-Angelegenheiten (S. 1). — Zur Vollendung der deutschen Arbeiten der internationalen Unterrichtskommission. Von A. Maurer in Wiesbaden (S. 2). — Volkswirtschaft im Unterricht. Von A. Schülke in Tilsit (S. 6). (Schluß folgt). — Neue Untersuchungen zur ältesten arabischen Mathematik. Bericht von H. Wieleitner in Speyer (S. 8). — Die Auflösung der kubischen Gleichung für den Fall ganzer rationaler Wurzeln. Von Prof. Dr. Paul Richert in Berlin (S. 10). — Zur Teilung einer Strecke. Von Ernst Lampe in Eisenberg S.-A. (S. 10). — Krümmung der Kurven eines Büschels in einem Grundpunkte. Von Jos. Moser in Breslau (S. 12). — Verschmelzung von Planimetrie und Stereometrie. Von Dr. C. H. Müller in Frankfurt a. M. und A. Schülke in Tilsit (S. 13).

Kleinere Mitteilungen: [Zur elementargeometrischen Integration des Rauminhalts der Pyramiden und Kegel. Von Arthur Czwalina in Berlin (S. 14). — Ein Satz von der Ellipse und dem Ellipsoid. Von Ernst Lampe in Eisenberg S.-A. (S. 14)]. — Zur Unterrichts- und Schulreform: [Ein neuer Angriff auf die Mathematik und die Naturwissenschaften am humanistischen Gymnasium (S. 14)]. — Von der Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik und Mathematik (S 15). — Mitteilung der Königl. Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht (S. 15). — Persönliche Nachrichten: [Emil Toeplitz zum Gedächtnis. Von Wilhelm Lorey in Leipzig (S. 16). — Max Simon †. Von Wilhelm Lorey in Leipzig (S. 17)]. — Bücher-Besprechungen (S. 17). — Verzeichnis der bei dem Verlage zur Besprechung eingegangenen Bücher (S. 24). — Anzeigen.

Vereins-Angelegenheiten.

Zum Beginn des neuen Jahrgangs richten wir an unsere Mitglieder die Aufforderung, sich nach Kräften im Interesse unserer Unterrichtsgebiete zu betätigen, sei es nach innen durch zielbewußten Ausbau der im Lichte der Kriegserfahrung umzugestaltenden Unterrichtsmethoden, sei es nach außen durch literarische Kundgebungen über die Bedeutung des realistischen Unterrichts und durch Zurückweisung von Angriffen, die gegen diesen gerichtet werden. Nur durch einmütiges Zusammenstehen und Zusammenwirken können wir hoffen, in den unvermeidlich bevorstehenden weiteren Kämpfen um neue Formen des deutschen Schulwesens der realistischen Bildung zu ihrem Recht zu verhelfen. Zur Sicherung solchen Zusammenwirkens aber ist erforderlich, daß die Beteiligung der Fachgenossen an unserem Verein eine immer allgemeinere werde. Wir bitten darum unsere Mitglieder, nicht nur uns treu zu bleiben, sondern auch neue Mitglieder zu werben, damit wir nach dem wohl nicht mehr fernen Friedensschluß mit voller Kraft an die Lösung der uns dann obliegenden Aufgaben gehen können.

Wir bringen auch nochmals unsere in Nr. 4 des vorigen Jahrgangs bekannt gegebene Preisaufgabe in Erinnerung, deren Frist am 30. Juni d. J. abläuft. Die Aufgabe lautet:

„Im Hinblick auf die künftig noch mehr als bisher erforderliche Auslese der Begabten erscheint das Rechnen als ein besonders geeignetes Mittel zur Prüfung der Intelligenz der Schüler. Es soll dargelegt werden, wie die Aufnahmeprüfung für Sexta zu handhaben und wie der Rechenunterricht in den Klassen Sexta bis Quarta zu gestalten ist, damit dieses Ziel in möglichst vollkommener Weise erreicht wird.“

Die Unterrichtsblätter erscheinen, gleich allen anderen Zeitschriften, zufolge einer Verfügung des Reichskanzlers, in beträchtlich vermindertem Umfange. Wir hoffen, daß diese Maßregel eine vorübergehende ist, und daß die Zeitschrift bald wieder in dem früheren Umfange wird ausgegeben werden können.

Im Namen des Vorstandes: F. Poske.

Die Schriftleitung: K. Schwab.

Zur Vollendung der deutschen Arbeiten der internationalen Unterrichtskommission (IMUK).

Auf dem internationalen mathematischen Kongreß, der zu Rom im April 1908 tagte, hatte die Abteilung für Philosophie, Geschichte und Unterricht auf den Vorschlag des Amerikaners D. E. Smith beschlossen, dem Kongreß den Vorschlag zur Bildung einer internationalen Unterrichtskommission zu unterbreiten, welche die Aufgabe haben sollte, dem nächsten Kongreß, (der 4 Jahre später in Cambridge stattfand), einen Bericht über den Stand des mathematischen Unterrichts in den Kulturländern vorzulegen. Der Vorschlag wurde angenommen. Es wurde ein Ausschuß, bestehend aus F. Klein in Göttingen, Sir George Greenhill in London und H. Fehr in Genf eingesetzt, der alsbald in die vorbereitende Arbeit eintrat. Die Organisation und die allgemeinen Aufgaben der Kommission wurden festgestellt und insbesondere ein Arbeitsplan für die Unterausschüsse geschaffen, die für die einzelnen Länder Berichte über den mathematischen Unterricht liefern sollten, welche die Grundlage zu dem in Cambridge zu erstattenden Kommissionsbericht bilden sollten. Es sollte über den gegenwärtigen Zustand der Organisation und Methode des mathematischen Unterrichts in den Elementarschulen, höheren Schulen, Fachschulen, Seminaren und Hochschulen im weitesten Umfang berichtet werden, daran sollten sich Darstellungen über neuere Bestrebungen auf dem Gesamtgebiet schließen und auch die Beziehungen des mathematischen Unterrichts zur Psychologie und Philosophie, zu den praktischen Anwendungen, zu anderen Fächern, zur Geschichte der Mathematik und zur Ausbildung der Mathematiklehrer behandelt werden.

Es war ein wohldurchdachter, zielbewußter und klarer Plan, mit welchem den Arbeiten der Unterausschüsse die Richtung gewiesen wurde, nicht ohne Untiefen und Klippen durch die Fülle der Fragen, die es zu einer übersichtlichen Gesamtdarstellung zu bringen galt. Man ging frisch ans Werk unter der unermüdlichen Führung und Förderung von F. Klein, der zugleich die Seele des deutschen Unterausschusses wurde. Zwar in Cambridge gelang es noch nicht, einen Abschluß der Arbeiten zu erreichen, die Kommission mußte dort eine Verlängerung ihres Auftrags erbitten bis zu dem nächsten internationalen Kongreß, der 1916 in Stockholm stattfinden sollte. Tatsächlich sind denn auch die Arbeiten des deutschen Ausschusses im vergangenen Jahre fertiggestellt worden und liegen uns nun in einer stattlichen Anzahl von umfangreichen Bänden, als deren Herausgeber F. Klein, K. Treutlein und K. Stäckel zeichneten und um deren buchhändlerische Ausstattung die Verlagshandlung von B. G. Teubner sich verdient gemacht hat, vor uns. Eine gedruckte Uebersicht über das ganze Werk hat den Lesern dieser Zeitschrift bereits vorgelegen, wir bitten es hier einer Durchsicht zu unterziehen.

Schon die geschichtliche Entwicklung Deutschlands und die aus seinem staatlichen Aufbau folgende Vielgestaltigkeit des deutschen Schulwesens hat es erforderlich gemacht, die Berichte der deutschen Unterkommission in einer größeren Anzahl (5) Bänden zu gliedern:

I. Die höheren Schulen in Norddeutschland.
II. Die höheren Schulen in Süd- und Mitteldeutschland.
III. Einzelfragen des höheren mathematischen Unterrichts.
IV. Die Mathematik an den technischen Schulen.
V. Der mathematische Elementarunterricht und die Mathematik an den Lehrerbildungsanstalten.

Davon zerfallen die 3 letzten Bände je in 2 Teile, so daß im ganzen 8 stattliche Bände vorliegen, ein Werk großen gemeinsamen Fleißes mit einem reichen, vielgestaltigen Ergebnis. Vergleicht man damit die Arbeiten andrer Länder, so marschiert Deutschland weitaus an der Spitze. Von England wurden in Cambridge als fertiger Bericht 2 Bände vorgelegt, welche 34 kleine Hefte umfassen, ohne daß eine Gliederung nach dem vorgefaßten Arbeitsplan ersichtlich wäre. Auch Frankreich lieferte bereits damals den fertigen Bericht, der sich in sehr übersichtlicher Weise in 5 Bände gliedert, entsprechend den Elementar-, den höheren, den Hoch-, den technischen und den Mädchenschulen. Die weiteren Fragen, die nach dem Arbeitsplan bearbeitet werden sollten, finden keine gesonderte Behandlung, nur wurde in Cambridge noch ein weiterer Band in Aussicht gestellt, der die Frage der Ausbildung der Physiker behandeln sollte. Der Umfang der Bände ist gering. Auch Oesterreich lieferte nur 12 Hefte von mäßigem Umfang.

In Deutschland dagegen wuchs die Arbeit unter der unermüdlichen Anregung des Vorsitzenden F. Klein und der Mitwirkung des schaffensfreudigen Sekretärs des deutschen Unterausschusses W. Lietzmann zu einem Werk von umfassender Bedeutung heran. Freilich lag in der Breite der Anlage eine Gefahr, daß das Werk zu umfangreich würde und der Uebersichtlichkeit entbehren könnte. Und wenn man das fertige Werk mit dem ursprünglichen Plan vergleicht, so kann nicht geleugnet werden, daß man dieser Gefahr nicht vollständig entgangen ist. Manche Wiederholungen durch verschiedene Verfasser hätten vermieden werden können, vieles ist reichlich in die Breite gediehen, manches ist herangezogen worden, das doch zu weit abliegt, eine schärfere, einer rascheren Orientierung dienende Herausarbeitung der unmittelbar mit dem Unterricht in Beziehung stehenden Fragen wird zuweilen vermißt, oft tritt an die Stelle eines objektiven Berichts die subjektive Meinung des Verfassers von dem Wünschenswerten und Erstrebenswerten. Man hat nicht immer an die Leser gedacht, die kurz und klar über die Fragen unterrichtet sein wollen, die sie angehen. Vielleicht wäre weniger ein Mehr gewesen. Aber all die Ausstände, die ja in dem Umstand begründet sind, daß eine so große Zahl vortrefflicher Kenner des von ihnen bearbeiteten Gebiets zur Mitwirkung gewonnen werden konnten, können nicht hindern, daß wir das Ergebnis einer 9jährigen Arbeit dankbar als eine große Bereicherung unserer Literatur über den mathematischen Unterricht anerkennen, dem kein anderes Land und bei uns kein anderes Fach Aehnliches zur Seite zu setzen hat und dessen geschäftlicher und praktischer Wert bedeutend ist. A. Gutzmer hat mit Recht in seinem Rückblick auf das ganze Unternehmen gesagt, daß wir es hier mit einer Enzyklopädie des gesamten mathematischen Unterrichts in Deutschland zu tun haben, ja mit einer umfassenden Darstellung der Kulturbedeutung der Mathematik, auf die die Reihe der Mitarbeiter stolz sein darf. Und wir Mathematiker können mit Freude auf dieses Werk hinweisen und werden darin einen reichen Born von Belehrung und Anregung finden und einen dauernden Ansporn zum Weiterarbeiten für die rechte Ausgestaltung und Geltung unseres Faches. Und damit das Werk nicht veralte, wird zu erwägen sein, wie man es etwa durch jährliche Berichte fortsetzt. Schon jetzt gehört manche Verordnung und Bestimmung der Geschichte an. Eben erst ist z. B. in Preußen die neue Prüfungsordnung für Oberlehrer erschienen, welche die Frage nach der rechten Ausbildung der Lehrer — die Frage aller Unterrichtsreform — von neuem aufrollt. Vor allem aber könnten solche Fortsetzungen dem sehr wichtigen Zweck dienen, die durch die Arbeiten der IMUK angebahnten Beziehungen der Universität zur höheren Schule und dieser zur Volksschule weiter zu pflegen und zu fördern, Beziehungen die viel lebendiger werden müssen, soll das deutsche Schulwesen eine Einheit im geistigen und pädagogischen Sinne werden.

Neben den fünf obengenannten Bänden der „Abhandlungen“ laufen nun noch die „Berichte und Mitteilungen“ erster und zweiter Folge, auf die ich zunächst noch etwas eingehen möchte. Es war eine vortreffliche Idee, in diesen Heften über den Gang des Unternehmens, die Verhandlungen der Kommission, die wissenschaftlichen Vorträge und Besprechungen auf den Kongressen zu berichten, was in den 12 Heften der ersten Folge in vielfach angenehmster Darstellung geschehen ist, nur hätte man noch weitere „Mitteilungen“ außerhalb des Rahmens der fünfbändigen „Abhandlungen“ vielleicht besser vermieden. So findet sich im 2. Heft ein Aufsatz über die Mathematik in den Mädchenschulen, der wohl durch die neue Ordnung des Mädchenschulwesens (1909) veranlaßt worden war, und daneben im 1. Band der Abhandlungen eine ausführliche Darstellung desselben Gegenstands. Auch das Thema „Mathematiker und Zeichenlehrer“ im 4. Heft findet sich in den Abhandlungen wieder, ähnlich die Mitteilung im 9. Heft. Die Arbeit von Weinreich im 10. Heft ist im Vorwort ausdrücklich als eine Fortsetzung der Arbeit des verstorbenen Schimmack über die Entwicklung der mathematischen Unterrichtsreform bezeichnet, die sich wiederum im 3. Band der „Abhandlungen“ findet. In dieser wird noch einmal ausführlich über die Tätigkeit der IMUK berichtet, obwohl doch dafür die „Berichte“ besonders eingerichtet sind. Nach dem Schlußbericht von Gutzmer (S. 336) sollten die „Mitteilungen“ in Ergänzung der „Abhandlungen“ Einzelfragen des mathematischen Unterrichts behandeln. Es mag ja auch das Bedürfnis empfunden worden sein, aktuelle Fragen gesondert zu behandeln, aber die Uebersichtlichkeit und Zusammenfassung dessen, was zusammengehört, ist dadurch nicht erleichtert worden. Ganz besonders möchte ich dagegen auf die lesenswerten Berichte über die Versammlungen der IMUK und die Verhandlungen der Kongresse mit ihren augenblicklich so viel erörterten Verhandlungsgegenständen hinweisen.

In den „Ber. u. Mitt.“, zweite Folge, hat man eine neue Aufgabe aufgenommen, die gewissermaßen die Probe auf das Exempel darstellt. Denn wenn der gewaltige Apparat der Internationalität aufgeboten wurde, so konnte das doch nur zum Ziel haben, daß auch die Berichte der anderen Länder bekanntgemacht und durch den Vergleich unserer und der außerdeutschen Verhältnisse weitere Anregungen zur Förderung des mathematischen Unterrichts ge-

geben wurden. Zum Studium der Originalberichte würde wohl nur Wenigen die Möglichkeit gegeben sein. Und so verfolgt die zweite Folge der „Ber. u. Mitt.“ die Absicht, das in den IMUK-Abhandlungen des Auslands enthaltene Material für unsere deutschen Verhältnisse zu verarbeiten. Die Probe auf die Ausführung des den Unterausschüssen gegebenen Arbeitsplans hätte nun die sein müssen, daß das Studium der fremden IMUK-Abhandlungen zur Ablegung eines deutschen Berichts hätte genügen müssen. Lietzmann, der Herausgeber der „Ber. u. Mitt.“ muß aber im Einführungswort zur zweiten Folge bekennen, daß ein Versuch, sich aus den IMUK-Abhandlungen ein klares Bild zu machen, in vielen Fällen scheitert. A. Rohrberg, der über das dänische Schulwesen berichtet, hat dann auch durch weitere Studien und vor allem durch persönliche Erfahrungen im Lande das Material der IMUK ergänzt, und G. Wolff, der über England berichtet, muß bedauern, daß die englischen IMUK-Aufsätze ein loses Nebeneinander darstellen, bei dem fast in keinem von der Existenz des anderen Notiz genommen wird. Also die Probe hat versagt, so daß es zweifelhaft erscheinen könnte, ob es notwendig war, das ganze Unternehmen auf eine so breite internationale Basis zu stellen. Herr Klein hat sich darüber bei der Zusammenkunft der IMUK in Brüssel (1910) und wiederum im Einführungswort zum 3. Band geäußert. Er sieht in der internationalen Gestaltung der IMUK einen wesentlichen Ansporn zur Ausführung einer so großen Arbeit, für ihre äußere Gestaltung durch die Gewinnung der Unterstützung der Regierungen, für ihre innere Durchführung durch Erweckung eines edlen Wettstreits zwischen den Ländern. Und dazu komme nun der Gewinn, den alle Länder durch den Vergleich mit anderen für sich erwerben können. In der Tat, hier lag das weiteste Ziel der IMUK. Aber wir hören, daß es nur in sehr unvollkommener Weise für uns erreicht ist, während wir in selbstloser Weise den anderen Nationen eine so umfassende Darstellung unserer Unterrichtsverhältnisse bieten. Um so mehr ist anzuerkennen, daß sich deutsche Gründlichkeit auch hier einen Weg zum Verständnis der fremdländischen Verhältnisse gebahnt hat. Die beiden Hefte der 2. Folge enthalten wertvolles Material und der Leser wird unter anderem auch mit Interesse die überaus einfache und durchsichtige Organisation des dänischen Schulwesens studieren. Natürlich hat infolge des Krieges die Bearbeitung anderer Länder keine Fortsetzung finden können, und wir sehen auch hier mit tiefem Bedauern, wie freventlich alte, schon gefestigte Kulturbeziehungen zwischen den Nationen auf lange Zeiten zerstört sind, die eine Quelle geistigen Verständnisses waren. Denn das ist gerade das Große an der Mathematik, daß sie eine Weltwissenschaft ist, die über die Grenzen nationaler Beschränktheit hinausragt und in einer gemeinsamen Weltsprache allen Gebildeten verständlich werden kann.

Noch erwähne ich, daß die „Ber. u. Mitt.“ in einem 3. Heft der 2. Folge einen Abschluß des gesamten Werks bringen mit einem Gesamtregister, das die Brauchbarkeit der Bände ganz wesentlich erhöht, und dem ich einen Platz auf dem Tisch jedes Amtsgenossen wünsche, damit er ständig einen Führer durch die Enzyklopädie des mathematischen Unterrichts zur Hand hat, die uns das Zusammenwirken so vieler kundiger und fleißiger Mitarbeiter unter der Führung von Klein und Lietzmann geschaffen hat.

Und dann werfen diese beiden Männer am Schluß dieses Heftes noch einmal einen Rückblick auf die geleistete Arbeit und weisen zugleich in bedeutungsvollen Worten in die Zukunft des mathematischen Unterrichts. Worten, denen wir nachdenkliche Leser besonders in den Kreisen wünschen, welche die kommenden Schulreformen zu verwirklichen haben werden.

Und nun die Abhandlungen selbst in ihren 5 Bänden! Gern sähe man die Fülle des Stoffs in eine systematischere Anordnung, die von den Volksschulen bis zu den Hochschulen aufstiege, gebracht. Im großen und ganzen ist das auch erreicht, wobei die 3 ersten Bände wesentlich den höheren Schulen gewidmet sind. Zu bedauern ist indessen, daß die umfangreichen und wertvollen Arbeiten von Lorey über die Universitäten und von Stäckel über die technischen Hochschulen nicht in einem besonderen Band vereinigt sind. Die erstere ist im Band III unter den „Einzelfragen des höheren mathematischen Unterrichts“ untergebracht, unter welchem Titel man sie nicht leicht suchen wird; die letztere im Band IV unter den „technischen Schulen“; so wird man unter den 5 Bänden die Hochschulen zunächst vermissen.

Es kann nicht meine Aufgabe sein, auf die einzelnen Arbeiten kritisch näher einzugehen, soviel Verlockung dazu auch bestände, sie sind ja auch zumeist bei ihrem Erscheinen beurteilt worden. Daß die Bände I und II gesondert erscheinen mußten, liegt in der Vielgestaltigkeit unseres Unterrichtswesens. Aber schon hier muß anerkannt werden, wie wertvoll es ist, daß wir nun über den mathematischen Unterricht so ziemlich aller Bundesstaaten orientiert werden; ist doch die Kenntnis dessen, was außerhalb Preußens darin geleistet wird, im Norden unseres Vaterlandes vielleicht noch weniger verbreitet als dessen, was in Preußen geleistet wird, im Süden.

Mit besonderem Interesse aber erkennt man, wie im Band III die weiteren Beziehungen der Mathematik zu anderen Gebieten zur Darstellung

gelangt sind. Da ist die wertvolle Arbeit von Timerding über die Mathematik in den physikalischen Lehrbüchern, die das Verlangen nach einer weiteren Ausführung besonders des Teils über die Entwicklung des physikalischen Lehrbuchs in mathematischer Hinsicht erweckt. Da ist desselben Verfassers Bericht über die kaufmännischen Aufgaben im mathematischen Unterricht der höheren Schulen, der freilich weniger ein Bericht als eine Darstellung des Nutzens, der Art und der Behandlung dieser Aufgaben und ihrer Bedeutung für das Verständnis des wirtschaftlichen Lebens gibt. Da ist die lehrreiche Arbeit von B. Hoffmann über die mathematische Himmelskunde und niedere Geodäsie, die auch weit über einen trockenen Bericht hinausgeht; da leider über diese so bildende Anwendung der Mathematik nicht allzuviel zu berichten ist, läßt der Verfasser seine eigenen vortrefflichen Gedanken zur Methodik der Astronomie und Geodäsie an die Stelle treten. Da ist von Zühlke die Arbeit über den Unterricht im Linearzeichnen, die über die Schwierigkeiten dieses Faches unterrichtet, die Verschiedenartigkeit der Unterrichtsverteilung in Norddeutschland, Süddeutschland, Oesterreich behandelt und auf die zukünftige Entwicklung sehr richtig in dem Sinn hinweist, wie ihn der Erlaß in Preußen vom 10. 3. 10. angibt: Darstellende Geometrie in engster Verbindung mit der Mathematik, freie Perspektive mit dem Zeichenunterricht. Sie sei jedem Mathematiklehrer, der sich einarbeiten will, zum Studium empfohlen. Da ist, für jüngere Lehrer besonders wertvoll, Schimmacks freilich etwas breit ausgeführter Bericht über die Reformbewegung in der Mathematik. Da ist der warmherzig geschriebene Bericht von M. Gebhardt über die geschichtliche Behandlung im mathematischen Unterricht, in dem eine gewaltige bibliothekarische Arbeit enthalten ist, die viele Gesichtspunkte über den Zusammenhang der Mathematik mit der allgemeinen Geistes- und Kulturgeschichte hervorhebt und die Geschichte der Mathematik zu einer Verbindungsbrücke zwischen den verschiedenen Schulfächern werden läßt. Da ist schließlich Wernickes bedeutende Arbeit über Mathematik und philosophische Propädeutik und Katz' Arbeit über Psychologie und mathematischen Unterricht, die freilich keine rechte Befriedigung erweckt, da sie nicht das heraushebt, was die Psychologie an brauchbaren Ergebnissen dem Lehrer der Mathematik bietet, vielleicht weil die Psychologie und ihre Methoden noch immer ein sehr umstrittenes Gebiet darstellen. Und schließlich die schöne Arbeit von Lorey über das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten, die in diesen Blättern bereits eine ausführliche Besprechung gefunden hat. Welch eine Fülle von wertvollen Anregungen zur Fortentwicklung des mathematischen Unterrichts! Wer dem gegenüber noch den Gedanken einer zukünftigen Verminderung der Stundenzahl für den mathematischen Unterricht hegen sollte, dem dürfte ein Hinweis auf das vorliegende Material vielleicht doch Bedenken erwecken, ob er damit nicht seine eigene Unkenntnis der Bedeutung dieses Faches für Bildung und Kultur dokumentiere.

Neben dem Band IV möchte ich noch besonders auf den letzten Band V hinweisen. Mit Recht betont Herr Klein im Einführungswort, wie wertvoll die Zusammenarbeit von akademisch gebildeten Mathematikern mit Elementarlehrern für die Ueberbrückung der Kluft zwischen Volksschule und höherer Schule sei. In der Tat ist die Kenntnis des Volksschulwesens bei den Lehrern der höheren Schulen viel zu gering, was nicht zum Vorteil der Einheitlichkeit unseres Erziehungswesens ist. Standesvorurteile (auch Vorurteile der Hochschullehrer gegenüber den Lehrern an den höheren Schulen) müssen hier zurücktreten, wo es sich um die große Aufgabe handelt, alle Stufen dieses Bildungswesens zu einer großen deutschen Einheitsschule zu vereinen, einer Einheitsschule nicht der äußerlichen Organisation, die alle Eigenart unterdrückt, sondern einer Einheitsschule in der Gemeinschaft der geistigen Erziehungsarbeit, die ihre Methode und ihren Inhalt aus dem Ziel empfängt, das jeder einzelnen Schule, von der Volksschule bis zur Hochschule, gesteckt ist.

Wem das große Werk der IMUK, das nun vorläufig abgeschlossen ist, dienen kann, mag aus den vorstehenden Zeilen schon hervorgehen. Insbesondere wird es bei der Ausbildung der Lehramtskandidaten von höchstem Nutzen sein. Es dient aber darüber hinaus der Kenntnis aller Stufen und Beziehungen des mathematischen Unterrichts und dem Verständnis sowie der gegenseitigen Berücksichtigung der Vertreter dieses Faches in allen deutschen Schulen. So lange es noch Professoren auf deutschen Hochschulen gibt, die unbekümmert um die Vorarbeit und andererseits die Bedürfnisse der höheren Schulen auf einsamer Forscherhöhe thronen wollen, und sich doch Hochschullehrer nennen, so lange können die Fragen nach dem besten Gymnasialunterricht und nach der besten Ausbildung der Lehrer keine rechte Lösung finden. Um so dankbarer müssen wir einem Manne wie Herrn F. Klein sein, der seit Jahren eine so große aufopferungsvolle Arbeit daran gesetzt hat, die niederen, die technischen und die Hochschulen einzugliedern in den einheitlichen Ring unseres Schulwesens. Mag dieses Verdienst vielleicht weniger ruhmvoll erscheinen als die von ihm geleistete Forscherarbeit, es wird doch davon ein helles Licht ausstrahlen für alle Zeiten auf die Entwicklung des mathematischen Unterrichts und die Verbreitung des mathematischen Interesses in Deutschland.

Maurer.

Volkswirtschaft im Unterricht.

Von A. Schülke (Tilsit).

Wirtschaftliche Fragen sind stets im Unterricht behandelt. In der Mathematik beschränkte man sich allerdings nur auf die Bedürfnisse des Kleinkaufmanns, und jeder höhere Gesichtspunkt fehlte; in der Geschichte und den alten Sprachen dagegen wollte man die Grundlagen der politischen und wirtschaftlichen Bildung geben, und man hat oft betont, daß dazu das Altertum besonders geeignet sei, weil hier alle Begriffe rein hervortreten und weil man durch den politischen Streit der Gegenwart nicht gehindert sei. Dabei blieb aber unbeachtet, daß all diese Fragen zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten auch verschiedene Lösungen erfordern, und daß die Uebertragung der früheren Verhältnisse auf die Gegenwart außerordentlich schwierig ist, weil durch Aufhebung der Sklaverei, durch Fabriken, Eisenbahnen und Welthandel die Verhältnisse ganz wesentlich geändert sind. Es erfolgte daher die Gründung eines Vereins für staatsbürgerliche Erziehung 1909. Dabei wurde aber weniger Belehrung beabsichtigt als ein Einfluß auf Erziehung, Gesinnung und Willen[1]. Verfassungs- und Verwaltungskunde sollten in den Vordergrund treten, und man wollte die staatsbürgerliche Erziehung hauptsächlich in die Geschichtsstunde verlegen; von der Mathematik glaubten die meisten mit Oskar Jäger, daß sie hierzu keinen Beitrag liefern könne[2]. Im Zusammenhang mit diesen Bestrebungen fand im Oktober 1913 der erste geschichtliche und staatswissenschaftliche Fortbildungskursus in Berlin statt, der nach jeder Richtung hin wertvolle Vorträge bot. Aber ehe noch auf diesem Wege ein bemerkbares Ergebnis erreicht war, brach der Weltkrieg aus, und dieser gewaltige Zuchtmeister zeigte unwiderleglich, daß die Verteidigung des Vaterlandes, Ernährung des Volkes, Beschaffung und Verarbeitung der notwendigsten Rohstoffe die unentbehrlichen Grundlagen für das Leben des Volkes sind. Dies wird auch für alle Zukunft so bleiben; keine Völkerverbrüderung, kein Schiedsgericht kann uns diese Sorge abnehmen. Moltke sagte[3] 1891: „Es ist nicht mehr der Ehrgeiz der Fürsten, es sind die Stimmungen der Völker, das Unbehagen über innere Zustände, das Treiben der Parteien, besonders ihrer Wortführer, welche den Frieden gefährden. Die Börse hat in unseren Tagen einen Einfluß gewonnen, welcher die bewaffnete Macht für ihre Interessen ins Feld zu rufen vermag.“ Diese Worte sind durch England, Italien, Rumänien und namentlich durch Amerika so verhängnisvoll bestätigt, daß nur weltfremde Traumseligkeit glauben kann, die menschliche Natur werde sich in absehbarer Zeit vollständig ändern.

Was folgt nun daraus für den Unterricht? Zwar herrscht unter den Mathematikern vielfach die Neigung, sich auf die reine Wissenschaft zu beschränken und Anwendungen möglichst abzulehnen; doch wir würden uns selbst zu immer größerer Einflußlosigkeit verurteilen, wenn wir alle wichtigen und allgemein bildenden Gedanken andern Fächern überlassen. Wir müssen für das Leben vorbereiten und eine Einsicht in die Bedeutung des mathematischen Denkens für die moderne Kultur erwecken; daher dürfen wir an diesen Dingen nicht stillschweigend vorübergehen. Die Wichtigkeit der Volkswirtschaft läßt sich zahlenmäßig erfassen; einen Ueberblick über Zahlenreihen gewinnen und daraus Schlüsse zu ziehen, gehört offenbar auch in das Gebiet der Mathematik. Zugleich wird durch solche Aufgaben eine wichtige und berechtigte Forderung der Lehrpläne: „Sicherheit und Gewandtheit im Rechnen mit bestimmten Zahlen“ erfüllt. Dies Ziel kann bei dem gegenwärtigen Unterricht nur unvollkommen erreicht werden, weil man alle Rechnungen in den oberen Klassen mit Logarithmen ausführt. Die volkswirtschaftlichen Aufgaben aber wird man durch Multiplikation und Division erledigen und bei den großen Zahlen wird der Primaner die Vorzüge des abgekürzten Rechnens kennen lernen.

Bisher ist aber in dieser Richtung noch wenig geschehen. Nur einzelne Rechenbücher, z. B. Thaer-Rouwolf, bringen für die Unterklassen auch Beispiele aus der politischen Arithmetik, und dies ist zwar ein erfreulicher Anfang, aber die Wirkung solcher Einzelheiten kann nicht tief gehen, denn durch die Anordnung nach mathematischen Gesichtspunkten (Beispiele für Multiplikation, gewöhnliche Brüche, Dezimalbrüche usw.) wird der innere Zusammenhang vollständig zerrissen, und isolierte Tatsachen haben keinen bildenden Wert, schwinden auch schnell aus dem Gedächtnis. Für die Mittel- und Oberstufe fehlt es an geeigneten Bearbeitungen, und nach Lötzbeyer[4] hat „auch die zweifellos so segensreiche Reform in bezug auf die Volkswirtschaft versagt. Das einzige Buch, das den Reformgedanken im weitesten Sinne gerecht wird, ist die Aufgabensammlung von Schülke“. Die dritte Auflage dieses Buches, welche die wirtschaftliche Entwickelung der wichtigsten Staaten vor Beginn des Weltkrieges enthält, ist 1917 bei B. G. Teubner erschienen. Während dies Buch aber früher das einzige war, ist während des Krieges der Mangel an Kenntnissen

[1] Direktoren-Vers. Hessen-Nassau 1911, S. 32.

[2] Eine Ausnahme bildet z. B. Neubauer a. a. O., S. 31.

[3] Geschichte des deutsch-französischen Krieges, S 1.

[4] Die Berücksichtigung der politischen Arithmetik im math. Unt. Sitzungsbericht der Berl. Math. Gesellschaft 1914, S. 50.

über die treibenden Kräfte unseres Wirtschaftslebens von sehr vielen Seiten empfunden worden, in Zeitungen und Zeitschriften erschienen zahlreiche Artikel darüber und eine Menge von Kriegsrechenaufgaben (z. B. Hirts Kriegs-Rechenbuch; Hirt, Leipzig) brachten Bearbeitungen für die Schule aus dem unerschöpflichen Material, welches die statistischen Jahrbücher enthalten. Man kann also annehmen, daß jeder Lehrer jetzt mit den Sachverhältnissen vertraut ist. Es muß nur noch eine Einigung darüber geschaffen werden, welche Auswahl aus dem ungeheueren Gebiet zu treffen ist und welche Gedanken besonders wichtig und zugleich von bleibendem, bildendem Wert sind. Ich möchte daher die folgende Auswahl, die man aus den statistischen Zahlen leicht ableiten kann, den Fachgenossen zur Prüfung unterbreiten.

Träger der Volkswirtschaft ist die Bevölkerung, man muß daher zunächst Fläche und Einwohnerzahl besprechen. Da aber 100 000 qkm und 10^6 Einwohner unvorstellbare Zahlen bedeuten, so muß man die verschiedenen Staaten miteinander vergleichen und auch graphische Darstellungen entwerfen, wobei sich dann die erdrückende Uebermacht von England, Rußland und den Vereinigten Staaten von selbst bemerkbar macht. Sodann muß man näher auf Deutschland eingehen und auf den Unterschied in verschiedenen Gegenden, Berufsarten und Zeiten. Der Gesamtzuwachs der Bevölkerung von 1816 an beträgt das 2,7fache; aber die Einwohnerzahl von Berlin ist 10fach, Hamburg 7fach, Westfalen und Rheinland 4fach gewachsen, Ostpreußen nur 2fach, und die Zunahme kommt allein auf die Städte, denn die landwirtschaftliche Bevölkerung hat sogar in den letzten 25 Jahren um 1,5 Millionen abgenommen. In derselben Zeit wuchs die gewerbtreibende Bevölkerung um 10, die kaufmännische um 4 Millionen. Dabei haben die Kleinbetriebe im Verhältnis zur Bevölkerung sich vermindert, die Mittel- und Großbetriebe sich verdreifacht. Also Deutschland lebte vor 100 Jahren fast nur von Landwirtschaft, und die Ackerbau treibende Bevölkerung ist nahezu gleich groß geblieben; der ganze Zuwachs entfällt auf die großen Städte, auf Handel und Gewerbe.

Wichtig ist noch die zeitliche Zunahme. Nach den Befreiungskriegen wuchs die Bevölkerung jährlich durchschnittlich um 1,34 %, dann bis 1860 nur 0,66 %; das Wachstum stieg bis 1870 auf 0,81 %, bis 1880 auf 1,1 %, fiel 1890 auf 0,92 %, und dann beginnt ein plötzliches Wachsen um 1,4 bis 1,5 %. Diese Wendung wird noch verschärft dadurch, daß 1870 bis 1890 etwa 2 Millionen Auswanderer Deutschland verließen. Von da an geht die Auswanderung zurück und es beginnt an Arbeitskräften zu fehlen, und 1913 kamen jährlich 800 000 Wanderarbeiter aus Rußland, Oesterreich und Italien nach Deutschland. Dies Beispiel zeigt besonders deutlich, daß viele Gesetzmäßigkeiten erst bei rechnerischer Bearbeitung der Zahlenreihen hervortreten. Aber wie ist es zu erklären, daß die größte politische Aenderung, die Gründung des Deutschen Reiches 1871 sich in der Bevölkerungsbewegung weniger bemerkbar macht als das Jahr 1890?

Diese Frage gibt Veranlassung, bekannte Dinge in neuen Zusammenhang zu bringen. Friedrich Wilhelm I und Friedrich II haben mittelbar stark auf die Volkswirtschaft eingewirkt; sie schrieben ihren Untertanen vor, welche Pflanzen sie anbauen, welche Fabriken sie anlegen sollten, denn damals mußte das Volk erst zur Arbeit erzogen werden. Dann folgte die durch W. v. Humboldt begründete Lehre, daß der Bürger sich vollkommen frei entwickeln müsse, und daß der Staat nur den Rechtschutz übernehmen darf. Dieser Gedanke kam bei der Stein-Hardenbergschen Gesetzgebung zur Durchführung. Er brachte die Aufhebung der Leibeigenschaft, des Zunftzwanges, führte zur Städteordnung und zum Zollverein, und er führte dem Staate die freiwillige Mitarbeit vieler Kräfte an der Verwaltung zu. Aber allmählich treten auch Uebelstände hervor. Fremde Waren kamen zollfrei nach Deutschland, aber deutsche Waren mußten im Auslande hohe Zölle zahlen; die deutsche Landwirtschaft konnte bei der Ueberschwemmung mit billigem ausländischen Getreide nicht bestehen, und die Gewerbefreiheit führte überall zu schonungsloser Ausbeutung des Arbeiters. Der Staat mußte also, nachdem die wirtschaftlichen Kräfte geweckt und erstarkt waren, suchen, sie planmäßig zusammenzufassen. Es wurde, eingeleitet durch die Kaiserliche Botschaft 1881, Schutz der nationalen Arbeit und der wirtschaftlich Schwachen als Aufgabe des Staates bezeichnet, und durch Schutzzölle für Landwirtschaft und Gewerbe, durch Krankenkassen, Unfall- und Altersversicherung, Gewerbegerichte und Arbeiterschutzgesetzgebung in der Hauptsache bis 1891 durchgeführt. Man wird also diese Fürsorge des Staates als Ursache für das plötzliche Wachstum der Bevölkerung und der Wohlhabenheit ansehen müssen. Noch stärker wurde das Eingreifen des Staates in die Privatwirtschaft seit Beginn des Weltkrieges; Höchstpreise, Beschlagnahme, Enteignung der wichtigsten Lebensmittel und Gebrauchsgegenstände wurden eingeführt, durch Brot-, Fleisch- und Fettkarten wurde für Verteilung gesorgt. Der Schüler erkennt also, daß ganz entgegengesetzte Maßregeln, schrankenlose Freiheit und vollständige Bindung, zu ihrer Zeit berechtigt sind und segensreich wirken.

(Schluß folgt.)

Neue Untersuchungen zur ältesten arabischen Mathematik.

Bericht von H. Wieleitner (Speyer).

Nachdem M. Cantor im III. Bd. seiner *Vorl. ü. Gesch. d. Math.* die allgemeineren Teile der *Algebra* des Muhammad ibn Mûsâ Alchwârazmî[1] besprochen hat, fügt er bei (3. Auflage, Leipzig 1907, S. 728), daß jetzt noch ein die ganze übrige Hälfte des Buches einnehmender Teil komme, der von den „ungemein verwickelten" Bestimmungen über Erbrecht usw. handle und in dem wohl der Verfasser den „Schwerpunkt seiner Aufgabe" erblickt habe. Trotzdem hat Cantor diese ganze zweite Hälfte nicht einmal angesehen, geschweige beurteilt.

Den Grund für diese auffallende Tatsache erkennt man sofort, wenn man auch nur versucht, sich in die englische Uebersetzung dieser Aufgaben einzulesen. Trotz der guten Anmerkungen Rosens sind diese Aufgaben nämlich schwer zugänglich und erfordern ein mehrwöchentliches Studium. Nun hat aber Prof. J. Ruska (Heidelberg) das ganze Werk Alchwarazmis im Original neuerdings studiert und seine sorgfältigen Forschungen in einer großen Abhandlung niedergelegt[2]. Hierüber wollen wir kurz berichten.

I.

Vor allem zeigt sich, daß die beiden kennzeichnenden Wörter, die im Titel vorkommen, nämlich „algabr" und „almuqâbalah"[3], die Ruska mit „Ergänzung" und „Ausgleichung" übersetzt und deren Erklärung „in dem eigentlich theoretischen Teile" des Buches man vermißt hat, an den Aufgaben des zweiten Teiles, beständig implicite erläutert werden. Unter „gabr" versteht Alchwarazmi die Austilgung eines negativen Gleichungsgliedes. Er „ergänzt" z. B. in der Gleichung $x^2 = 40x - 4x^2$ (die natürlich in Worten geschrieben ist und also überhaupt keine „Seiten" hat) das fehlende $4x^2$ und fügt es zu dem einen x^2 dazu, so daß nach unserer Ausdrucksweise $5x^2 = 40x$ wird[4]. Andererseits werden z. B. in der Gleichung $50 + x^2 = 29 + 10x$ die 29 von den 50 abgezogen, so daß entsteht $21 + x^2 = 10x$ und das ist „muqâbalah". Wahrscheinlich schon ums Jahr 1000, sicher aber von Omar Alchajjâm († 1123) wird das Wort „Algebra" schon im allgemeinen Sinne zur Bezeichnung aller zur Lösung einer Gleichung nötigen Rechenverfahren benutzt und das Wort „Algebraiker" in diesem allgemeinen Sinne gebildet.

Seinen eigenen Untersuchungen über die Quellen, aus denen Alchwarazmis Werk zusammenfloß, schickt Ruska eine Uebersicht über die im 19. Jahrhundert darüber geäußerten Ansichten voraus, die zeigt, daß „es kaum eine denkbare Lösung der Quellenfrage gibt, die nicht versucht worden wäre, und keine Ansicht, die nicht durch ein entgegengesetztes Urteil wieder aufgehoben würde." Ruska beschäftigt sich dann vor allem eingehend mit der Terminologie Alchwarazmis, da es sich erweist, daß Rosens Uebersetzung, so gut sie im allgemeinen den Sinn wiedergibt, hierin nicht so konsequent ist, daß aus ihr Schlüsse gezogen werden könnten. Dabei ist in erster Linie von den Erbteilungsaufgaben auszugehen, nicht von den quadratischen Gleichungen des bisher allein in Betracht gezogenen algebraischen Teiles, die eher als eine gelehrte Zutat zu dem vom Verfasser selbst als populär bezeichneten und für praktische Zwecke abgefaßten Lehrbuche angesehen werden können.

Als erster Ausdruck für die Unbekannte tritt hier der Ausdruck *mâl* auf, der im allgemeinen eine Geldsumme, ein Vermögen bedeutet. Für jede Art von Größen als Unbekannte dient aber erst das Wort *schaï'*, das im Arabischen auch in derselben Bedeutung wie *mâl* gebraucht werden kann, von Haus aus aber die allgemeinere Bedeutung von „Ding", „Sache", insbesondere aber, von einem beliebigen Ding, einem „Etwas" hat. Dieses Wort ist es, das als *res* ins Lateinische, als *cosa* ins Italienische überging, welch letzteres Wort zu den Bezeichnungen „Coss" und „Cossisten" führte. Das Wort *mâl* wurde später mit *census* übersetzt, aber es war ein bis in unsere Zeit reichender Irrtum, der manche falsche Beurteilung zur Folge hatte, daß dann *census* immer x^2 bedeuten müsse.

Auch in den quadratischen Gleichungen ist dies nicht unmittelbar der Fall. Dort tritt noch ein weiterer Fachausdruck hinzu, *gidhr*[5], die „Quadratwurzel" im eigentlichen Sinne. Es ist dann *mâl* in der Tat die Bezeichnung des quadratischen Gliedes in unserem Sinne, *gidhr* die des linearen. Aber Alchwarazmi denkt eben nicht genau so, sondern für ihn ist *mâl* eine Zahl und *gidhr* bedeutet nichts anderes als „Wurzel"; denn es ist immer beigesetzt, aus was die Wurzel gezogen werden soll, wenn es nicht selbstverständlich ist. Der Ausdruck *schaï'* kommt daneben noch als Hilfsgröße bei Ableitung des Ansatzes vor und zwar sowohl für *mâl* als für *gidhr*. In der geometrischen Darstellung der Lösung der quadratischen Gleichungen ist *gidhr* dann natürlich die Seite eines Quadrates, *mâl* das Quadrat selbst.

Die Untersuchungen führen zu dem Schlusse, daß hier indische Mathematik mit griechischer zusammengearbeitet ist. Daß Alchwarazmi aber schon den Diophant gekannt haben sollte, ist nicht anzunehmen. Jedenfalls ist es vollkommen verfehlt, *mâl* als „Uebersetzung" von *δύναμις* zu betrachten. Als ganz und gar indisch erweist sich das kurze Kapitel, in welchem Alchwarazmi Geschäftsrechnungen mittels Regeldetri behandelt. Ruska zeigt im einzelnen die Entsprechung der indischen und arabischen Fachausdrücke. Auch dem Kapitel über die Messungen ist in stärkerem Maße indischer Einfluß zugrunde zu legen als das bisher getan wurde. Besonders gilt dies

[1] Wir werden den Verfasser in Zukunft Alchwarazmi nennen, indem wir auch die Längenzeichen weglassen, da eine ganz richtige Umschrift des Arabischen im gewöhnlichen Buchdruck doch unmöglich ist. Der Name bedeutet „der (Mann) aus Chwarazm (= Chiwa)". Die Schreibart Chwarîzm, die schon aus dem lateinischen Mittelalter stammt, ist unrichtig (vgl. J. A. Vullers, Lexicon Pers.-Lat., Bonn 1855, S. 736/37). Das z ist die allgemein übliche Umschrift für das stimmhafte s, welchem Laut es außer im Deutschen und Italienischen ohnehin in allen übrigen Sprachen entspricht. Die *Algebra* Alchwarazmis (verf. um 825 n. Ch.) wurde von Rosen i. J. 1831 arabisch und englisch im Druck veröffentlicht, nachdem schon im Mittelalter lateinische Uebersetzungen des rein algebraischen Teiles angefertigt worden waren.

[2] *Zur ältesten arabischen Algebra und Rechenkunst.* Sitzgsb. d. Heidelberger Ak. d. Wiss., Philos.-hist. Kl., 1917. 2. Abhdlg. 125 Seiten. Der Berichterstatter hat alle Aufgaben vom mathematischen Gesichtspunkt aus nochmals durchgearbeitet und wird seine Ergebnisse, die auch für die Schule fruchtbringend sind, in der Zeitschr. math. nat. Unterr. veröffentlichen.

[3] Das kurze arabische a wird, in Anlehnung an die Aussprache, oft durch e wiedergegeben, daher unser „Algebra". Das g wird in der Regel wie dsch gesprochen. Das q bedeutet einen k-Laut, deren das Arabische zwei besitzt.

[4] Die Darstellungsweisen dieses und des folgenden Verfahrens bei Cantor oder in Tropfkes *Gesch. d. Elementar-Math.* (Leipzig 1902/03) sind etwas zu modern gedacht.

[5] Das dh soll den Laut des stimmhaften englischen th bedeuten.

für die Begriffszusammenstellung „Bogen, Pfeil und Sehne". Die Anwendung der Algebra auf die Lösung der Erbteilungsaufgaben scheint nach allem auch wirklich Alchwarazmis eigenstes Verdienst zu sein, so daß er noch mehr als der Vater der Algebra betrachtet werden darf als dies bisher für wahrscheinlich gehalten wurde. Zuzutrauen scheint ihm eine solch selbständige Leistung wohl zu sein, da Alchwarazmi auch in Astronomie und Geographie, wie ganz neue Forschungen ergeben haben, Eigenartiges geleistet hat.

II.

Was wir hier zusammengestellt haben, ist bei Ruska in verschiedenen von einander getrennten Abschnitten enthalten. Dazwischen sind noch eine Reihe von anderen Dingen behandelt, von denen wir zunächst das über Ziffern und Zahlen bei den Arabern Gesagte hier kurz wiedergeben wollen. Zuerst wird im allgemeinen hervorgehoben, daß die Araber, als sie die persischen und römischen Provinzen zu überfluten begannen, keineswegs solche halbe Wilde waren, wie sie von Cantor noch 1907 nach Quellen aus den Jahren 1810 und 1820 hingestellt wurden. Weiter ist bemerkenswert, daß die Araber sehr lange, mit abnehmender Häufigkeit bis ins 10. Jahrhundert, an den griechischen Zahlzeichen festhielten, die ja auch sich von dem fortlaufenden Text besser unterschieden als die arabischen Buchstabenzahlen. Auch in der Folge und bis heute, werden in fortlaufenden Texten die Zifferzahlen gerne durch die ausgeschriebenen Zahlwörter ersetzt. Was dann sonst über die Entstehung der arabischen Buchstabenziffern im Zusammenhang mit den hebräischen und indischen mitgeteilt wird, kann hier nicht wiedergegeben werden.

Nicht viel allgemein Interessierendes findet sich auch in dem Abschnitt über den Aufbau des Zahlensystems. Destomehr wird sich der Fachmann mit ihm beschäftigen, wegen der Kritik des Textes von Alchwarazmis Rechenbuch, das etwas später entstand als seine Algebra und von dem eine offenbar unvollständige Uebersetzung, oder besser gesagt, Bearbeitung (etwa aus dem 12. Jahrh.) von Boncompagni im Jahre 1857 herausgegeben wurde, die den Titel führt „Algoritmi de numero Indorum".

Leider kann hier auch nicht näher dargelegt werden, wie Ruska sich die Entstehung der rätselhaften Namen *igin, andras, ormis* usw. denkt, die aus dem 12. Jahrhundert als Namen der 9 Ziffern überliefert sind, und zu deren Erklärung schon die gewagtesten Hypothesen aufgestellt wurden. Ruska tritt im Gegensatz zu der Heranziehung aller möglichen und unmöglichen Sprachen aufs bestimmteste dafür ein, daß diese Namen nichts sind als Verstümmelungen der arabischen Namen für die Ziffern. Diese Verstümmelungen erscheinen uns allerdings etwas stark, aber sie sind leicht erklärlich, wenn man den Zustand der alten arabischen Handschriften und den Charakter der arabischen Schrift bedenkt — von der Unwissenheit der Abschreiber noch abgesehen. Noch weit mehr wie in unserer Schrift, wo wir ja auch (im sog. „Deutschen") z. B. u und ü nur durch die über die zwei C-Striche gesetzten Häubchen und Punkte unter sich und von n unterscheiden, sind im Arabischen die einzelnen Buchstaben voneinander nur durch darunter und darüber gesetzte (sog. „diakritische") Punkte unterschieden. Fehlen diese, was in den alten Handschriften sehr oft der Fall ist, o kann z. B. b, t, th (engl.), n und î nicht unterschieden werden, außerdem besteht aber große Aehnlichkeit auch zwischen d, dh, r, z, zwischen f und q usw. Da nun Vokale überhaupt nicht geschrieben werden, kann man sich wohl auch ohne Kenntnis des Arabischen vorstellen, welch schauerlicher Wirrwarr hier entstehen kann, besonders wenn auch noch Doppellesungen, Auslassungen und Verschiebungen vorkommen, so daß die 9 Wörter *igin, andras* usw., gar nicht eindeutig den Zahlen 1, 2, 3 usw. entsprechen. Daß unter den für die erwähnten Namen im Mittelalter verantwortlich gemachten „Chaldäern" überhaupt nur die Araber gemeint sein können, hat Ruska außerdem überzeugend nachgewiesen.

III.

Noch sind ein paar Dinge zu erwähnen, die mit dem bisherigen nur in losem Zusammenhang stehen, aber für die Geschichte der Mathematik ebenfalls von Wichtigkeit sind. Von Alchwarazmi ist noch der Titel einer Schrift überliefert, in welchem die beiden charakteristischen Wörter *gam'* und *tafrîq* vorkommen, deren Sinn man bisher dem des Titels „Liber augmenti et diminutionis" eines mittelalterlichen Buches über die Methode der beiden Fehler gleich gesetzt hatte. Nun hat aber Ruska entscheidend nachgewiesen, daß Alchwarazmis Schrift überhaupt nichts anderes gewesen sein kann als sein hier schon erwähntes Rechenbuch. In diesem Rechenbuch kommt nämlich gleich zu Anfang die Zusammenstellung *aggregatio et dispersio* vor, was eine wörtliche Uebersetzung von *algam' waltafriq* ist. Der Zusammenhang ergibt jedoch, daß die lateinischen Ausdrücke *Addition und Subtraktion* bedeuten. Das entspricht aber durchaus dem Inhalt des Rechenbuches.

In der Geschichte der Mathematik spukt ferner seit Cantor eine „Wortrechnung", die er in dem vorhin erwähnten, von Libri im Jahre 1838 veröffentlichten „Liber augmenti et diminutionis" entdeckt hat. Dort heißt es nämlich z. B. „Et modus regule sermonis eius est . . ." Aber Cantor hat hier nur das „eius" übersehen und die Sache klärt sich sehr komisch auf, indem das einfach bedeutet „die Regel gemäß seiner Angabe". Nach Ruska ist das die Uebersetzung eines stehenden arabischen Ausdrucks.

Nebenbei wird auch noch ausgeführt, daß die Unterscheidung der Brüche in aussprechbare und unaussprechbare lediglich eine sprachliche ist und also für das Rechnen und die Geschichte der Mathematik gar keine Bedeutung hat.

Am Schlusse geht Ruska noch auf die neue Schrift von G. R. Kaye „Indian Mathematics" (Calcutta & Simla 1915) ein, die ihm während der Abfassung und Korrektur der Abhandlung selbst noch nicht zugänglich gewesen war. Kaye stellt die indischen Eigenleistungen, wie schon in früheren Arbeiten, sehr tief und glaubt, daß sie im wesentlichen nur Chinesisches und besonders Griechisches wiedergegeben hätten. Ruska stellt fest, daß dies für die Ergebnisse seiner Arbeit ohne Belang sei. Wenn er nachgewiesen habe, daß der indische Einfluß in der frühen arabischen Mathematik größer war als man in neuerer Zeit annahm, so besage das nur, daß die Araber aus indischen Quellen unmittelbar mehr geschöpft haben als aus griechischen, mögen dann immerhin die indischen Quellen selbst wieder auf griechischen beruhen. Wenn aber Kaye hervorhebt, daß man im Mittelalter unklare Vorstellungen über den Begriff Indien

hatte, so könne sich das nur auf Westeuropa beziehen, nicht auf die Araber und Perser des 9. Jahrhunderts, die sehr wohl gewußt hätten, was zu ihnen aus Indien, was aus Griechenland kam.

Ueber indische Mathematik und die Forschungen von Kaye ist mir vielleicht vergönnt hier noch ein besonderes Wort zu sprechen.

Die Auflösung der kubischen Gleichung für den Fall ganzer rationaler Wurzeln.

Von Prof. Dr. Paul Richert (Berlin).

Gegeben sei die Gleichung

1) $(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-3a_1x^2+3a_2x-a_3=0$,

worin $a<b<c$, so daß $b-a$ und $c-b$ positiv sind. Selbst wenn die Wurzeln sämtlich reell und positiv sind, so sind doch a_1 und a_2 im allgemeinen keine ganzen Zahlen. Ist beispielweise $a=2$, $b=3$ und $c=5$, so ist ja in der Tat

$(x-2)(x-3)(x-5)=x^3-10x^2+31x-30=0$

worin $a_1=\frac{10}{3}$ und $a_2=\frac{31}{3}$ ist. Aber man kann ja auch diesen Schönheitsfehler leicht beseitigen, indem man $x=\frac{y}{3}$ setzt. Unser Beispiel wird dann zu

$$\left(\frac{y}{3}-2\right)\left(\frac{y}{3}-3\right)\left(\frac{y}{3}-5\right)=\frac{y^3}{27}-10\cdot\frac{y^2}{9}+31\cdot\frac{y}{3}-30=0$$

und daraus folgt dann durch Multiplikation mit 27 die neue Gleichung

1a) $(y-6)(y-9)(y-15)=y^3-30x^2+279y-810=0$,

in welcher die Wurzeln durchgängig dreimal so groß sind. Hierin sind nun $a_1=10$, $a_2=93$ und auch die Größe $b_1^2=a_1^2-a_2=100-93=7$, tatsächlich ganze Zahlen.

Setzen wir also voraus, daß auch a_1 und a_2 ganze Zahlen sind, so schreiben wir jetzt $x=a_1+x_1$. Alsdann wird Gleichung (1) zu

$$x_1^2-3b_1^2x_1+a_1^3-3b_1^2a_1-a_3=0,$$

worin also $b_1^2=a_1^2-a_2$ ist, und, wenn $a_3-a_1^3+3b_1^2a_1=2c_3$ gesetzt wird, zu

2) $$x_1^3-3b_1^2x_1-2c_3=0.$$

Wenn hierin endlich $x_1=b_1x_0$ gesetzt wird, so entsteht

3) $$x_0^3-3x_0-2c_0=0,$$

worin, wie ich schon früher auseinandergesetzt habe, $x_0=2\cos\gamma$ ist, wenn $c_0=\cos 3\gamma$ gesetzt wird. Die Gleichung (3) hat aber nur dann drei reelle Wurzeln, wenn $c_0\leqq 1$ ist.

In meiner Programmabhandlung § 39[1] habe ich nun ferner auseinandergesetzt, daß die Wurzeln der Gleichung (2), die ich der Kürze wegen mit a', b' und c' bezeichnen will, so daß wieder $b'-a'$ und $c'-b'$ positiv sind, heißen

4) $$a'=-2b_1\cos(60^0-\gamma)$$

5) $$b'=-2b_1\cos(60+\gamma)$$

6) $$c'=2b_1\cos\gamma.$$

Hierin ist γ ein Winkel, der höchstens 30^0 beträgt.

Lösen wir nun die Klammern in den Gleichungen (4) und (5) auf, so entsteht:

7) $$a'=-2b_1\left(\frac{1}{2}\cos\gamma+\frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\gamma\right)=-b_1\cos\gamma-b_1\sqrt{3}\sin\gamma$$

8) $$b'=-2b_1\left(\frac{1}{2}\cos\gamma-\frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\gamma\right)=-b_1\cos\gamma+b_1\sqrt{3}\sin\gamma$$

[1] „Die ganzen rationalen Funktionen der ersten drei Grade und ihre Kurven. Exponentialreihen höherer Grade". Wisssenschaftl. Beilage zum Jahresbericht der 3. Realschule in Berlin. Ostern 1907. Weidmannsche Buchhandlung in Berlin.

Dagegen bleibt die Gleichung (6) völlig unverändert. Was nun insbesondere diese letztere betrifft, so muß sie ja ebenso wie jene eine rationale ganze Zahl sein. Nun ist aber b_1 im allgemeinen eine Irrationalzahl und zwar eine Quadratwurzel aus einer ganzen Zahl. Daraus folgt, daß der Faktor $\cos\gamma$ ein Bruch sein muß, der diese Irrationalzahl im Nenner hat. Setze ich nun $\cos\gamma=\frac{c_1}{d_1}$, so muß also d_1 den Faktor b_1 im Nenner haben. Da man im allgemeinen auch nicht annehmen kann, daß c' immer eine gerade Zahl ist, so tuen wir gut, dem d_1 auch den Faktor 2 zuzuteilen. Alsdann wird

$$c'=2b_1\cdot\frac{c_1}{d_1}=2b_1\cdot\frac{c_1}{2b_1},$$

worin nun c_1 eine ganze Zahl sein muß.

Nun ist aber, da ja $\cos\gamma$ zwischen $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ und 1 liegen muß, $\frac{1}{2}\sqrt{3}<\frac{c_1}{2b_1}<1$. Folglich ist auch $b_1\sqrt{3}<c_1<2b_1$ und daraus folgt die außerordentlich wichtige Doppelungleichung

$$3b_1^2<c_1^2<4b_1^2,$$

die uns sagt, daß die zwischen $3b_1^2$ und $4b_1^2$ liegende Quadratzahl das Quadrat der dritten Wurzel ist.

Für unser obiges Zahlenbeispiel wird Gleichung (2) zu

$$x_1^3-21x_1-20=0$$

also $c'=2\sqrt{7}\cdot\frac{c_1}{2\sqrt{7}}$. Da aber $3b_1^2<c_1^2<4b_1^2$ ist, so gilt $21<c_1^2<4b_1^2$ und innerhalb dieser Grenzen gibt es nur die einzige Quadratzahl 25; also ist $c'=5$. Ist aber $\cos\gamma=\frac{5}{2\sqrt{7}}$, so ist $\sin\gamma=\sqrt{1-\frac{25}{28}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}$ also nach Gleichung (7) und (8)

$$a'=-\sqrt{7}\cdot\frac{5}{2\sqrt{7}}-\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}=-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=-4$$

und

$$b'=-\sqrt{7}\cdot\frac{5}{2\sqrt{7}}+\frac{\sqrt{3\cdot 7}}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}=-\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=-1.$$

Daraus folgt, weil ja $x=a_1+x_1$ ist, endlich $a=10-4=6$, $b=10-1=9$ und $c=10+5=15$ als Lösung der Gleichung (1a) oder (1).

Unsere Lösung ist hier, wegen der gemachten Voraussetzungen vollkommen eindeutig, da es nur eine Quadratzahl gibt, die zwischen den angegebenen Grenzen liegt. Wenn $3b_1^2$ gleich oder größer als 91 wird, dann ist das nicht immer der Fall. Doch darüber später.

Zur Teilung einer Strecke.

Von Ernst Lampe (Eisenberg S.-A.).

Die Aufgabe, eine Strecke in n gleiche Teile zu teilen, ohne Parallelen zu verwenden, ist schon mehrfach gelöst worden[1]. Zur Ergänzung seien noch einige Lösungen angeführt.

1. Die Konstruktion des n. Teiles einer gegebenen Strecke a kann auf die Aufgabe, die vierte Proportionale zu bestimmen, zurückgeführt werden, wenn man zu a

[1] Vgl. Unterrichtsblätter für Math. u. Naturw. Jahrg. 1904, S. 39 u. Jahrg. 1907, S. 112, sowie Zeitschrift f. d. math. u. naturw. Unterricht Jahrg. 1917, S. 29.

noch eine beliebige Hilfsstrecke t und die Strecke $n \cdot t$ als gegeben hinzunimmt. Aus der Proportion $nt : t = a : x$ folgt $x = \frac{a}{n}$.

Die gewöhnliche Konstruktion der vierten Porportionalen nach dem Strahlensatz führt zu der üblichen n-Teilung der Strecke mittels Parallelen.

2. Will man mit Hilfe des Sekantensatzes den n. Teil der gegebenen Strecke $a = AB$ bestimmen, so trage man von A aus auf AB eine beliebige Strecke $t = AC$ und auf einem Strahl durch A die Strecke $n \cdot t$ bis D ab. Der durch B, C und D gelegte Kreis schneidet AD in E. Es ist $AE = \frac{a}{n}$; denn $AC \cdot AB = AE \cdot AD$, oder $t \cdot a = x \cdot nt$, also $x = \frac{a}{n}$.

3. Ein weiteres Hilfsmittel zur Konstruktion der vierten Proportionalen und damit zur Teilung einer gegebenen Strecke sind die Gleichungen, die zwischen vier Strecken am Dreieck bestehen.

Es gilt z. B. für jedes Dreieck $2r \cdot h_c = a \cdot b$ oder $2r : a = b : h_c$. Soll zu den gegebenen Strecken l, m, n die vierte Proportionale x konstruiert, also $l : m = n : x$ werden, und ist etwa $l > m > n$, so schlage man mit $\frac{l}{2}$ als Radius den Kreis und trage in ihm $m = AC$ und $n = CB$ als Sehnen ein. Das Lot von C auf AB ist die gesuchte vierte Proportionale. Bei anderer Größenanordnung der Strecken l, m, n ändert sich die Konstruktion naturgemäß. Die größte der vier Strecken muß stets dem $2r$ entsprechen.

Soll von der Strecke $BC = a$ der n. Teil bestimmt werden, so mache man sie zur Sehne in einem Kreise mit dem Durchmesser nt $\left(t \text{ beliebig, aber} > \frac{a}{n}\right)$ und trage von C aus die Sehne $t = CA$ in den Kreis ein. Das Lot von C auf AB ist gleich $\frac{a}{n}$.

4. Auch der Satz von der Winkelhalbierenden im Dreieck kann zur Konstruktion des n. Teiles einer gegebenen Strecke a benutzt werden. Man schlage um die Endpunkte A und B von a Kreise mit $(n-1) \cdot t$, bezw. $1t$ als Radius $\left(\frac{a}{n} < t < \frac{a}{n-2}\right)$. Ein Schnittpunkt der Kreise sei K. Die Halbierende des Winkels AKB schneidet AB in C. Dann ist $BC = \frac{1}{n} \cdot AB$.

Wegen der Schwierigkeit der Bestimmung eines passenden t hat die Lösung, besonders für größere n, wenig Wert. Da aber $\frac{a}{n-1}$ im Bereiche der für t möglichen Größen liegt, so kann die Teilung von a in n gleiche Teile ohne weitere Schwierigkeiten ausgeführt werden, wenn die Teilung in $(n-1)$ Teile bekannt ist. (Die Kreise um die Endpunkte der gegebenen Strecke haben a bezw. $\frac{a}{n-1}$ zum Halbmesser; $t = \frac{a}{n-1}$). Diese Zurückführung der n-Teilung einer Strecke auf ihre Teilung in $(n-1)$ Teile benutzt man zweckmäßig, wenn man sich zur Aufgabe setzt, nacheinander alle ganzzahligen Teile einer gegebenen Strecke $AB = a$ zu bestimmen. Man schlägt um die Endpunkte A und B Kreise mit a (Fig. 1). Ihr Schnittpunkt ist S_2. Die Halbierende des Winkels AS_2B schneidet AB in T_2. Es ist $BT_2 = \frac{a}{2}$. Der Kreis um B mit $\frac{a}{2}$ liefert den Punkt S_3, die Halbierende des Winkels AS_3B auf AB den Punkt T_3. Es ist $BT_3 = \frac{a}{3}$. Der Kreis um B mit $\frac{a}{3}$ bringt den Punkt S_4, die Halbierende des Winkels AS_4B schneidet AB in T_4. Es ist $BT_4 = \frac{a}{4}$, u. s. f.

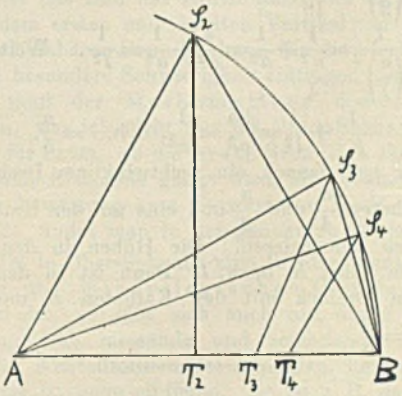


Fig. 1

5. Anknüpfend an die geometrische Darstellung der Gleichung $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ gibt Professor Schacht (Unterrichtsblätter, Jahrg. 1907, S. 112) eine einfache Konstruktion zur Herstellung aller ganzzahligen Teile einer gegebenen Strecke s.

Benutzt man noch die Tatsache, daß sich jede ganze Zahl als Summe von Potenzen von 2 darstellen läßt, so kann man mittels dieser Konstruktion die Bestimmung des n. Teiles einer gegebenen Strecke s auf Halbierungen zurückführen. Es sei z. B. $n = 23$.

Es ist
$$\frac{23}{s} = \frac{16}{s} + \frac{4}{s} + \frac{2}{s} + \frac{1}{s} \text{ oder}$$
$$\frac{1}{s}{\atop 23} = \frac{1}{s}{\atop 16} + \frac{1}{s}{\atop 4} + \frac{1}{s}{\atop 2} + \frac{1}{s}.$$

Man halbiere die gegebene Strecke $s = S1$, die Hälfte wieder, usw. Es ist $S1 = s$, $S2 = \frac{s}{2}$, $S4 = \frac{s}{4}$, $S_{16} = \frac{s}{16}$. (Fig. 2.)

Auf der Senkrechten zu $S1$ durch S errichte man in einem beliebigen Punkte A die Senkrechte $AB = s$. Man verbinde B mit S und A mit 2. Der Schnittpunkt beider Verbindungslinien sei C. Das Lot von C auf AS schneidet AS in D. Die Verbindungslinie von D mit 4 schneidet BS in E, das Lot von E auf AS in F. Die Verbindungslinie von F mit 16 schneidet BS in G, das Lot von G auf AS in H. Es ist $GH = \frac{s}{25}$.

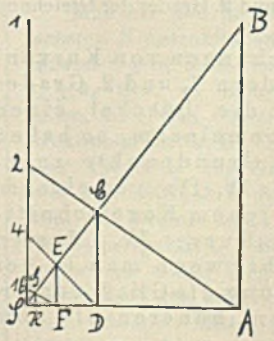


Fig. 2

6. Sind a und b die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks mit der Höhe h, so gilt $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}$. Auch

dieser Satz „von den reziproken Kathetenquadraten“ [2] gestattet eine Zurückführung der n-Teilung auf Halbierungen. Von vornherein können wir uns dann auf ungerade n beschränken. Das Quadrat jeder ungeraden Zahl ist aber von der Form $4m+1$ und läßt sich daher in eine Summe von Potenzen von 4 zerlegen ($1=4^0$).

Dies vorausgeschickt, sei das Verfahren für $n=5$ erörtert. Es ist $n^2=25=16+4+4+1$, und es gilt

$$\frac{1}{\left(\frac{a}{4}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{1}{\frac{a^2}{16}}+\frac{1}{\frac{a^2}{4}}=\frac{16}{a^2}+\frac{4}{a^2}=\frac{1}{K^2} \text{ und}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a}{1}\right)^2}=\frac{1}{\frac{a^2}{4}}+\frac{1}{\frac{a^2}{1}}=\frac{4}{a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{1}{l^2}. \text{ Weiter wird}$$

$$\frac{1}{K^2}+\frac{1}{l^2}=\frac{25}{a^2}=\frac{1}{x^2}, \text{ d. h. } x=\frac{a}{5}.$$

Man hat danach ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten $\frac{a}{4}$ und $\frac{a}{2}$ und eins mit den Katheten $\frac{a}{2}$ und a zu konstruieren. Die Höhen in den beiden Dreiecken seien K bezw. l. Dann ist in dem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten K und l die Höhe $x=\frac{a}{5}$.

[2] Vgl. Unterrichtsblätter für Math. u. Naturw. Jahrg. 1916, S. 54 u. 117, Jahrg. 1917, S. 23.

Krümmung der Kurven eines Büschels in einem Grundpunkte.

Von Jos. Moser (Breslau).

Sind $f=0$ und $\varphi=0$ die Gleichungen zweier Kurven in kartes. Koordinatensystem, so ist $f+k\varphi$ die Gleichung des Büschels, dessen Grundpunkte die Schnittpunkte jener beiden Kurven sind. k ist ein veränderlicher Parameter. Hat einer von den reellen Grundpunkten die Koordinaten x_1, y_1, und verlegen wir den Anfangspunkt des rechtwinkeligen Koordinatensystems in diesen Punkt P_1, so heißt die Gleichung der Tangenten des Büschels für den Punkt P_1

$$x\left(\frac{df}{dx_1}+k\frac{d\varphi}{dx_1}\right)+y\left(\frac{df}{dy_1}+k\frac{d\varphi}{dy_1}\right)=0 \qquad \text{I}$$

Die Gleichung der Normalen lautet

$$x\left(\frac{df}{dy_1}+k\frac{d\varphi}{dy_1}\right)-y\left(\frac{df}{dx_1}+k\frac{d\varphi}{dx_1}\right)=0 \qquad \text{II}$$

Die Gleichung der Nachbarnormalen, die man durch Differenziation der Gleichung II und der Gleichung des Büschels, der wir auch nach der Verschiebung des Koordinatensystems den Ausdruck

$$f+k\varphi=0$$

belassen, heißt

$$0=\begin{vmatrix} \frac{d(f+k\varphi)}{dx_1}, & \frac{d(f+k\varphi)}{dy_1} \\ x\frac{d^2(f+k\varphi)}{dx_1\,dy_1}-y\frac{d^2(f+k\varphi)}{dx_1^2}-\frac{d(f+k\varphi)}{dy_1}, & x\frac{d^2(f+k\varphi)}{dy_1^2}-y\frac{d^2(f+k\varphi)}{dx_1\,dy_1}+\frac{d(f+k\varphi)}{dx_1} \end{vmatrix} \qquad \text{III}$$

Durch Elimination von k aus den Gleichungen II und III ergibt sich die Gleichung der Krümmungsmittelpunkte für alle Kurven des Büschels im Punkte P_1. Sie lautet

$$\begin{vmatrix} x^2\frac{d^2f}{dy_1^2}-2xy\frac{d^2f}{dx_1\,dy_1}+y^2\frac{d^2f}{dx_1^2}, & x\frac{df}{dy_1}-y\frac{df}{dx_1} \\ x^2\frac{d^2\varphi}{dy_1^2}-2xy\frac{d^2\varphi}{dx_1\,dy_1}+y^2\frac{d^2\varphi}{dx_1^2}, & x\frac{d\varphi}{dy_1}-y\frac{d\varphi}{dx_1} \end{vmatrix}+(x^2+y^2)\cdot\begin{vmatrix} \frac{df}{dx_1}, & \frac{df}{dy_1} \\ \frac{d\varphi}{dx_1}, & \frac{d\varphi}{dy_1} \end{vmatrix}=0 \qquad \text{IV}$$

In Polarkoordinaten [$x=\varrho\cos\alpha$, $y=\varrho\sin\alpha$] wird die Gleichung

$$\varrho^3\begin{vmatrix} \cot^2\alpha\frac{d^2f}{dy_1^2}-2\cot\alpha\frac{d^2f}{dx_1\,dy_1}+\frac{d^2f}{dx_1^2}, & \cot\alpha\frac{df}{dy_1}-\frac{df}{dx_1} \\ \cot^2\alpha\frac{d^2\varphi}{dy_1^2}-2\cot\alpha\frac{d^2\varphi}{dx_1\,dy_1}+\frac{d^2\varphi}{dx_1^2}, & \cot\alpha\frac{d\varphi}{dy_1}-\frac{d\varphi}{dx_1} \end{vmatrix}+\varrho^2(1+\cot^2\alpha)^{\frac{3}{2}}\begin{vmatrix} \frac{df}{dx_1}, & \frac{df}{dy_1} \\ \frac{d\varphi}{dx_1}, & \frac{d\varphi}{dy_1} \end{vmatrix}=0 \qquad \text{IVa}$$

Die Kurve ist also vom 3. Grade. Sie hat im Grundpunkte P_1 einen isolierten Punkt, und jede durch den Grundpunkt P_1 gehende Gerade schneidet sie noch in einem reellen Punkte. Da die Derivierten der Funktion $f+k\varphi$, die von einem höheren als dem 2. Grade sind, für $x_1=y_1=0$ zu Null werden, so hängt die Geichung IV nur von den Gliedern 1. und 2. Grades der Gleichung des Büschels ab, das heißt:

Stimmen die Gleichungen von Kurvenbüscheln in den Gliedern 1. und 2. Grades überein und haben die Büschel einen reellen Grundpunkt gemeinsam, so haben sie auch die diesem Grundpunkte zugehörige Kurve 3. Grades IV, (IVa) gemeinsam. Sie ist zugleich die jenem Kegelschnittbüschel zugehörige Kurve IV, dessen Gleichung übrig bleibt, wenn man in der Kurvenbüschelgleichung die Glieder unterdrückt, die von einem höheren als dem 2. Grade sind.

Für ein gegebenes ϱ ist die Gleichung IVa in $\cot\alpha$ vom 6. Grade. Sie liefert also 6, 4, 2, 0 reelle Werte von $\cot\alpha$. Die Werte bedingen aber nur halbsoviel durch P_1 gehende Geraden, weil je 2 Winkel α um π verschieden sind. Es gibt also im Büschel höchstens immer 3 Kurven, die in einem Grundpunkte gleiche Krümmung haben. Oder: Jeder Kreis, dessen Mittelpunkt P_1 ist, schneidet die Kurve IV in 0, 1, 2 oder 3 Punkten.

In IVa ist der Faktor von ϱ^3 für $\cot\alpha$ vom 3. Grade. Setzt man ihn gleich 0, so erhält man aus der Gleichung die 3 Werte von α, für die ϱ unendlich lang wird, die Kurve des Büschels also die Krümmung 0 hat. Es gibt somit wiederum höchstens 3 Kurven, die in P_1 die Krümmung 0 haben.

Sind $f=0$ und $\varphi=0$ Kegelschnitte mit 4 reellen Schnittpunkten, so zerfallen 3 Kegelschnitte in gerade Linien; die genannte Gleichung muß also 3 reelle Werte für $\cot\alpha$ liefern. Sind nur 2 reelle Grundpunkte des Büschels vorhanden, so kann nur ein Wert von $\cot\alpha$ reell sein, da im Büschel nur eine reelle Gerade vorhanden ist.

Verschmelzung von Planimetrie und Stereometrie[1].

I.

Am Schlusse seines beachtenswerten Aufsatzes über vorstehendes Thema in Nr. 7, S. 100, dieses Jahrgangs sagt Herr Schmiedeberg-Bielefeld: „Auf den Gymnasien allerdings, wo die Mathematik in den Tertien auf drei Wochenstunden beschränkt ist, wird es kaum möglich sein, den Unterricht durch eingeflochtene stereometrische Aufgaben lebendiger zu gestalten. Auch dieses Ziel ist am Gymnasium zur Aussichtslosigkeit verurteilt, wenn dort nicht in den Tertien der vierstündige Unterricht hergestellt wird.“ — Jeder Gymnasial-Mathematiker wird die Richtigkeit dieser Aeußerung bestätigen. Ja, man darf weiter gehen und sagen: In dieser ungenügenden Stundenzahl in den Tertien liegt eine Hauptursache für die mangelnde Entwicklung des mathematischen Unterrichts in den Oberklassen. — Herr Schmiedeberg hat mit Recht hervorgehoben, daß es notwendig ist, schon frühzeitig die Entwicklung stereometrischer Anschauung zu fördern, jedenfalls schon auf den Mittelklassen, bevor der streng logische Aufbau erfolgt. Seine recht brauchbaren Vorschläge zur Erreichung dieses Zieles können aber nur auf Realanstalten Verwendung finden, wie er selbst zugibt. Ich möchte nun hier angeben, wie es mir möglich war, nun schon seit längerer Zeit in den Tertien und Sekunden des Gymnasiums propädeutische Stereometrie zu betreiben. Den Erfolg konnte man dann in Prima verspüren, wenn die systematische Stereometrie begonnen wurde; es zeigte sich alsbald, daß die Schüler eine nicht geringe „raumdurchdringende Anschauungskraft“ mitbrachten.

Die Anregung zu der an meinem Gymnasium bestehenden, lehrplanmäßig festgestellten und genehmigten Einrichtung kam aus der Provinz Brandenburg. Als seiner Zeit der selbständige mineralogische Unterricht ganz aus dem Gymnasium verschwand, wurde dort vorgeschlagen, in der Obertertia vor Beginn der Physik eine kurze Zeit hindurch, etwa ein Vierteljahr, Mineralogie zu treiben. Die Zeit wurde dadurch gewonnen, daß die „Naturgeschichte des Menschen“ gekürzt oder zum Teil in die Unter-Tertia verwiesen wurde. Ich folgte diesem Vorschlage und erreichte es, daß die Tertianer vor der Physik eine Anzahl von Mineralien kennen lernten: Steinsalz, Flußspat, Bleiglanz, Granat u. a. Hierdurch wurden zwei Ziele erreicht. Einmal hatte der Schüler Einblick in die drei Naturreiche gewonnen, was für den Beginn der Physik von Wichtigkeit ist. Sodann gab ihm die Betrachtung und das Zeichnen der Kristallgestalten eine prächtige Gelegenheit zur Entwicklung der Raumanschauung. Das Zeichnen von Netzen für Würfel und Oktaëder ist leicht, ebenso der Aufbau von entsprechenden Modellen. Dazu kommt nun, und das ist hier die Hauptsache, das Zeichnen dieser Kristalle in schräger Parallel-Perspektive. Daß solche Zeichnungen, selbst für Rhombendodekaeder, Pyramiden-Würfel und Tetraeder nicht zu schwer für den Tertianer sind, glaube ich in dem Leitfaden der Projektions-Lehre von Müller und Presler gezeigt zu haben[2].

Auch in Unter-Sekunda lassen sich an zwei Stellen stereometrische Konstruktionen, zum Teil auch Messungen einfügen. Zunächst bei Betrachtung der chemischen Eigenschaften der Stoffe, wobei man wiederum einige Mineralien mit ihren Kristallgestalten heranziehen wird; dabei empfiehlt es sich, auch die Keilwinkel mit Hilfe eines Anlege-Goniometers zu messen. Ferner aber bietet sich im Erdkunde-Unterricht dieser Klasse, der die 2. Stufe der mathematischen Erdkunde enthält, eine treffliche Gelegenheit, auch die Kugel im Schrägbilde zu zeichnen. An der Hand eines einfachen Modells entwirft der Schüler das Bild des Horizontalkreises in Verbindung mit dem ersten und zweiten Vertikal; er wird sogar die scheinbaren Sonnenbahnen für die vier Hauptlagen ohne besondere Schwierigkeit eintragen lernen. Natürlich muß der Mathematiker diesen Unterricht haben, was ich nicht nur für Unter-Sekunda, sondern auch für Sexta, wo die erste Grundlage für die mathematische Erdkunde gelegt wird, als notwendig erachte. Eine Anweisung zum Entwurf von Kreis- und Kugelbildern findet man in der genannten Projektionslehre.

Da in Ober-Sekunda eine Wiederholung der chemischen und mineralogischen Grundbegriffe zugelassen ist, so läßt sich auch auf dieser Stufe ohne Zwang eine messende und zeichnende Betrachtung einiger Kristallformen des regulären, hexagonalen und anderer Systeme einfügen. So ist z. B. das Bild eines hexagonalen Rhomboëders eine einfache Aufgabe. Man sieht, daß alle diese Mittel Notbehelfe sind, die sich aus der Notlage des mathematischen Unterrichts am Gymnasium ergeben. Aber man erreicht wenigstens soviel damit, daß der Primaner ohne Schwierigkeit an die systematische Stereometrie herantritt.

Dr. C. H. Müller (Frankfurt a. M.).

II.

Zahlreiche Raumaufgaben, die sich schon in Tertia behandeln lassen, findet man in der Aufgaben-Sammlung von A. Schülke, Leipzig, B. G. Teubner, 3. Aufl. 1917, z. B. § 38, 7—10, § 40, 8—14 usw. Besonders hinweisen möchte ich auf § 50. Die Lehrpläne verlegen zwar Parallelperspektive nach Unter-Sekunda, aber Handwerker, die aus der Volksschule hervorgegangen sind, arbeiten regelmäßig nach Grund- und Aufriß, also kann dieser Begriff auch für unsere Tertianer nicht zu schwierig sein, namentlich wenn man sich auf gerade, regelmäßige Prismen und Pyramiden beschränkt und die Schüler dabei selbst geklebte Körper vor sich haben.

Man hat also in der Geometrie, nachdem die einfachsten Konstruktionen besprochen sind, zwei Wege: entweder geht man durch Hinzunahme von r, ϱ, $a \pm h$, $h_a \pm h_b$ usw. zu immer verwickelteren Dreiecksaufgaben, oder man schließt einfache räumliche Konstruktionen an; z. B. ein n-seitiges regelmäßiges Prisma oder Pyramide aus Grundkante g und Seitenkante s, oder g und Höhe h usw. ($n = 4$, oder 3, oder 6) sowohl in Grund- und Aufriß als auch in schräger Parallelperspektive. Bisher sind die Fachgenossen immer den ersten Weg gegangen; ich möchte empfehlen, auch den zweiten Weg zu prüfen, denn es gibt kein besseres Mittel zur Ausbildung der Raumanschauung als räumliches Zeichnen.

A. Schülke (Tilsit).

---

[1] Vergl. Schmiedeberg, Jahrg. XXIII, S. 100 ff.

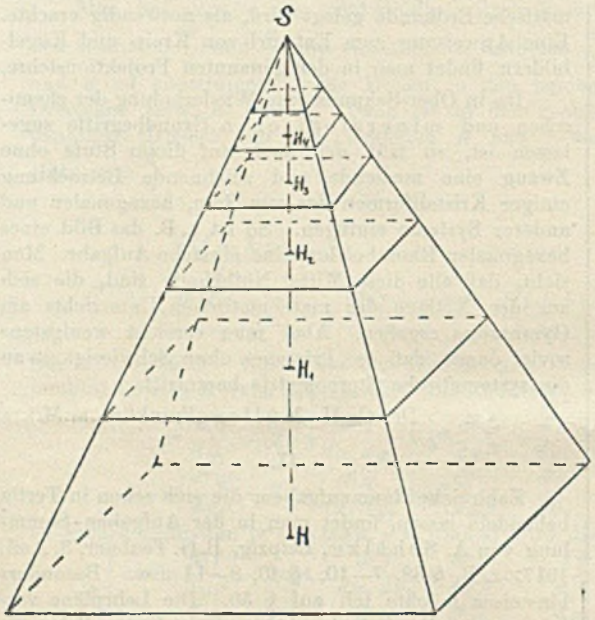
[2] Leipzig-Berlin, Teubner, 1903. Ausgabe A für Realanstalten. Ausgabe B für Gymnasien.

Kleinere Mitteilungen.

Zur elementargeometrischen Integration des Rauminhalts der Pyramiden und Kegel.

Von Arthur Czwalina (Berlin).

Während bisher bei der Integration von Pyramiden und Kegeln in der Schule wohl gelegentlich das Verfahren beliebt war, die Höhe in n gleiche Teile zu zerlegen, scheint man auf ein anderes mögliches Verfahren, das dem früheren gegenüber in elementargeometrischer Hinsicht erhebliche Vorteile darbietet, nicht aufmerksam geworden zu sein. Beim bisher geübten Verfahren bilden die Rauminhalte der Schichten arithmetische Reihen zweiter Ordnung, deren Behandlung auf dem Gymnasium infolge von Zeitmangel oft unterbleiben muß. Man kann die arithmetische Reihe zweiter Ordnung dagegen auf folgende Art vermeiden:

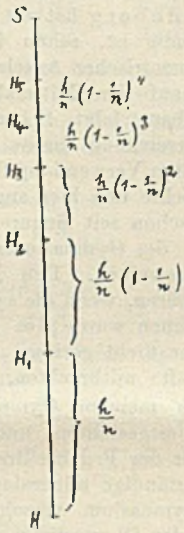


Gegeben sei eine Pyramide von der Grundfläche F und der Höhe $h = SH$. Der n^{te} Teil von SH sei HH_1, der n^{te} Teil von SH_1 sei H_1H_2 u. s. f. Die Reihe der H nähert sich beliebig dem Punkte S. (Daß mit unendlichen n die Folge der H sich S erst im zweiten Grade nähert, verschlägt nichts.) Die Höhe wird auf diese Weise in unendlich viele Abschnitte zerlegt von der Größe $\frac{h}{n}, \frac{h}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right), \frac{h}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2$ u. s. f. Legt man durch die Teilpunkte die zur Grundfläche parallelen Querschnitte, so haben sie die Größe $F\left(1-\frac{1}{n}\right)^2, F\left(1-\frac{1}{n}\right)^4$ u. s. f. Die Volumina der den Pyramidenschichten ein- bezw. umgeschriebenen Prismen stellen sich demnach als unendliche geometrische Reihen mit dem Anfangsglied $\frac{Fh}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2$ bezw. $\frac{Fh}{n}$ und dem Quotienten $\left(1-\frac{1}{n}\right)^3$ dar. Die Summe dieser Prismen ist also bezw. $\frac{Fh}{n}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 \frac{1}{1-\left(1-\frac{1}{n}\right)^3}$ und $\frac{Fh}{n}\frac{1}{1-\left(1-\frac{1}{n}\right)^3}$. Die erste Summe hat den Wert $\frac{Fh}{3}\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 \frac{1}{1-\frac{1}{n}+\frac{1}{3n^2}}$, die zweite $\frac{Fh}{3}\frac{1}{1-\frac{1}{n}+\frac{1}{3n^2}}$. Daraus, daß beide Werte für $n=\infty$ von verschiedenen Seiten nach $\frac{Fh}{3}$ konvergieren, ergibt sich sofort das gewünschte Ergebnis.

Ein Satz von der Ellipse und dem Ellipsoid.

Von Ernst Lampe (Eisenberg S.-A.).

Mit Hilfe des Satzes von den reziproken Kathetenquadraten und seiner Verallgemeinerung[1] kann man den Sätzen[2] von den reziproken Quadraten der aufeinander senkrecht stehenden Halbmesser bei Ellipse und Ellipsoid leicht folgende anschaulichere Form geben.



„Die durch die Endpunkte von zwei aufeinander senkrecht stehenden Halbmessern einer Ellipse gelegten Sehnen sind Tangenten an einen Kreis, dessen Radius gleich dem Lot vom Mittelpunkte auf die Verbindungslinie zweier Scheitel ist."

„Die durch die Endpunkte von drei aufeinander senkrecht stehenden Radien eines Ellipsoids gelegten Ebenen berühren eine Kugel, deren Radius gleich dem Lot vom Mittelpunkte auf die Verbindungsebene dreier Scheitel ist."

Zahlenbeispiele.

Ellipse:

$$a=4,\ b=3,\ r=\frac{12}{5}.$$

Ellipsoid:

$$a=4,\ b=3,\ c=1,\ r=\frac{12}{13}.$$

Zur Unterrichts- und Schulreform.

Ein neuer Angriff auf die Mathematik und die Naturwissenschaften am humanistischen Gymnasium. Im deutschen Philologenblatt vom 17. Oktober 1917 (Nr. 39) hat Direktor Dr. E. Bergmann in Blankenburg a. H. „Gedanken und Vorschläge zur Neugestaltung der ‚Dreifächergruppe' Deutsch, Geschichte und Erdkunde am humanistischen Gymnasium" veröffentlicht. Er lehnt zwar die weitgehenden Vorschläge des Germanistenverbandes ab, findet, daß auch schon innerhalb des bisherigen Lehrplans dem Mittel-Hochdeutschen in O II eine ausreichende Zeit gewidmet werden könne, erklärt aber doch, daß zu einer ruhigen und eindringenden Gestaltung des deutschen Unterrichts die Zeit nicht ausreiche. Er fordert daher für das Deutsche auf allen Stufen, für Geschichte und Erdkunde in mehreren Klassen eine Verstärkung der Lehrstundenzahl. Das Hauptopfer werde die Mathematik bringen müssen, der auf

[1] Unterrichtsblätter 1917, Nr. 1 u. 2, S. 23.

[2] Siehe z. B. Ganter-Rudio, analytische Geometrie. I. Teil, 8. Aufl., S. 102 und II. Teil, 5. Aufl., S. 143.

allen Stufen außer VI je eine Stunde entzogen werden müsse. Für die künftigen Mathematiker könne ja ein Nebenlehrgang eingerichtet werden! Auch den Naturwissenschaften will er in U III bis U II je eine Stunde entziehen, d. h. sie auf eine Stunde zurückführen.

Es genügt an dieser Stelle, unsere Fachkollegen darauf hinzuweisen, welche Gefahren unseren Unterrichtsgebieten drohen, wenn derartige Pläne in weiteren Kreisen der Freunde des humanistischen Gymnasiums, zu denen auch wir uns zählen, Beifall finden sollten. Den größten Schaden würde das Gymnasium selbst haben, wenn solchen Vorschlägen stattgegeben würde. Eine eingehendere Kritik wäre in den „Unterrichtsblättern" nicht am Platze, da sie doch nicht vor die Augen derer käme, für die sie bestimmt wäre, aber die Vertreter unserer Unterrichtsfächer kann ich nicht nachdrücklich genug dazu auffordern, auf der Hut zu sein, und allen solchen anmaßlichen Forderungen, sei es mündlich, sei es in Zeitschriften oder in der Tagespresse, mit Entschiedenheit entgegenzutreten. P.

Von der Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik und Mathematik.

Die Vereinigung, der neben den Göttinger Fachprofessoren hauptsächlich führende Männer der Großindustrie und der Technik angehören, hielt am 16. und 17. November 1917 eine Hauptversammlung in Göttingen ab. Als eingeladene Gäste nahmen daran u. a. teil: Geh. Oberregierungsrat Dr. Norrenberg aus dem Kultusministerium, Geh. Regierungsrat Professor Dr. Gutzmer aus Halle, Oberrealschuldirektor Dr. Lietzmann aus Jena, Professor Dr. Timerding aus Braunschweig als Vorsitzender des deutschen Ausschusses (DAMNU), Geh. Studienrat Professor Dr. Poske als Vorsitzender des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts, sowie mehrere Vertreter der technischen Abteilungen von Heer und Marine.

Am ersten Tage wurden vertrauliche und geschäftliche Verhandlungen geführt, aus denen besonders hervorgehoben werden darf, daß die Vereinigung nach wie vor auf den Bau eines großen mathematischen Instituts an der Universität Göttingen hinarbeitet. An demselben Tage fand eine eingehende Besichtigung der erst vor kurzem eröffneten ersten Abteilung eines Kaiser Wilhelm-Instituts für Aerodynamik unter Führung seines Leiters Professor Prandtl statt. Erwähnt sei, daß hier ein Luftstrom von großen Abmessungen und großer Geschwindigkeit erzeugt wird, dessen Druckwirkung auf Modelle und Teile von Flugfahrzeugen durch eine Reihe sinnreicher Vorrichtungen gemessen wird.

Am zweiten Tage erstatteten die Herren Gutzmer und Lietzmann ausführliche Berichte über eine fünfwöchige Reise, auf der sie teils in der Heimat, zum größten Teil aber im Felde die Bedeutung der Mathematik und Physik für die Kriegsführung studieren konnten. An ihre interessanten, größtenteils vertraulichen Ausführungen schloß sich unter Vorsitz von Geh. Rat Professor Klein eine längere Aussprache über die Folgerungen, die daraus für den Unterricht zu ziehen sind. Ein ausführliches Protokoll über die Aussprache hat die Göttinger Vereinigung sich vorbehalten. Gleich im Beginn machte Herr Geh. Rat Norrenberg die erfreuliche Mitteilung, daß eine Verkürzung des mathematischen Unterrichts an den höheren Schulen von Seiten der Schulverwaltung keinesfalls in Aussicht genommen sei, Herr Timerding wies auf die Notwendigkeit engeren Zusammenhangs zwischen Universität und Schule hin, Herr Poske berichtete über die Leitsätze und die Preisschriften des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts und befürwortete die auch von den beiden Berichterstattern empfohlene Einrichtung länger dauernder Fortbildungskurse für Oberlehrer namentlich auf dem Gebiete der angewandten Mathematik und Physik. Von den militärischen Sachverständigen wurde mehrfach die Notwendigkeit einer besseren mathematisch-naturwissenschaftlichen Ausbildung betont. Den Abschluß der Verhandlung bildete die nachstehende Entschließung, die an den verschiedenen in Betracht kommenden leitenden Stellen in der nächsten Zeit überreicht werden soll und ihre Wirkung sicher nicht verfehlen wird.

Entschließung.

„Aus den Erfahrungen des Weltkrieges ergibt sich die offenkundige Notwendigkeit, für die allgemeine Verbreitung exakt-wissenschaftlicher Kenntnisse und die Einsicht in ihre praktische Verwendbarkeit noch eingehender und umfassender vorzusorgen als bisher. Die Gesamtheit unserer Schulen und sonstigen Unterrichtseinrichtungen — mögen sie Reichsbehörden oder in den einzelnen Bundesstaaten verschiedenen Ministerien unterstellt sein — sollte, je nach ihrem Wirkungsbereiche, zur Erreichung dieses Zieles in verstärktem Maße herangezogen werden. Es ist dabei nicht nur an einen erhöhten Zeitaufwand, soweit ein solcher erforderlich ist, sondern hauptsächlich an zweckmäßige Ausnutzung der jetzt schon vorliegenden Möglichkeiten gedacht. Insbesondere empfiehlt es sich, überall Fortbildungskurse einzurichten, welche die in Betracht kommenden Lehrkräfte mit den Fortschritten von Wissenschaft und Technik und ihrer methodischen Behandlung im Unterricht in lebendiger Verbindung halten.

Daneben stehen die großen Interessen der eigentlichen Fachbildung. Auch die ihnen dienenden Einrichtungen bedürfen des fortgesetzten weiteren Ausbaus und der gesteigerten, wenn auch in sinngemäßer Weise abgestuften, wissenschaftlichen Durchdringung." P.

Mitteilung der Königlichen Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht.

Geologische Spaziergänge in den Osterferien.

Im Auftrage des Herrn Ministers der geistlichen und Unterrichts-Angelegenheiten veranstaltet die Königliche Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht in Berlin während der diesjährigen Osterferien geologische Spaziergänge im Grunewald und in die weitere Umgebung Berlins. Bei diesen Wanderungen soll den mit der geologischen Unterweisung betrauten Lehrern, zunächst an den höheren Schulen für die männliche Jugend der Provinz Brandenburg, insbesondere Groß-Berlins, Anleitung gegeben werden, in welcher Weise Schülerausflüge in die Umgebung des Schulortes für die geologische Belehrung nutzbar gemacht werden können. Die Spaziergänge finden am 4., 5., 6., 8., 9. und 10. April 1918 statt unter Führung der Herren Direktor Fischer, Studienrat Dr. Lindner, Oberlehrer Hucke und Oberlehrer Urbahn. Erster Treffpunkt am 4. April um 9 Uhr vormittags in der Hauptstelle

für den naturwissenschaftlichen Unterricht, Potsdamer Straße 120, im gelben Saal.

Die Meldungen zu den Ausflügen sind bis zum 20. März 1918 mündlich oder schriftlich zu richten an den Leiter der Hauptstelle, Studienrat Hahn, (Sprechstunde Berlin W 35, Potsdamer Straße 120, wochentags mit Ausnahme des Sonnabends von 10 bis 2 Uhr). Für die Teilnahme wird eine Gebühr von 3 M erhoben. Sie ist unter Vorlegung oder Einsendung des Zulassungsscheines an die Geschäftsabteilung der Hauptstelle, Potsdamer Straße 120, zu zahlen.

Persönliche Nachrichten.

Emil Toeplitz zum Gedächtnis.

Von Wilhelm Lorey (Leipzig).

Der am 22. August 1917 verstorbene Mathematiker am Johannis-Gymnasium in Breslau, Professor Dr. Emil Toeplitz, ist den meisten Lesern dieser Zeitschrift als Herausgeber von Kunzes Kalender für das höhere Schulwesen Preußens bekannt. Das große Verdienst, das sich Toeplitz durch die mühevolle Herausgabe um den Oberlehrerstand erworben hat, ist von seinem Direktor Laudien im Deutschen Philologenblatt[1] gewürdigt worden.

Emil Toeplitz ist am 15. Oktober 1852 in Lissa (Provinz Posen) geboren. Sein Vater Julius Toeplitz war dort Oberlehrer am Gymnasium, und zwar auch schon Mathematiker, der in Breslau studiert hatte, als E. E. Kummer dort wirkte. Vom Standpunkte der Vererbungstheorie aus ist es übrigens interessant, zu hören, daß der Großvater von Emil Toeplitz Rechenlehrer war, der die doppelte Buchführung durch ein Lehrbuch[2] in seiner Heimatprovinz Posen in weiteren kaufmännischen Kreisen eingeführt hatte. Dessen Vater hatte auch schon eine rechnerische Tätigkeit auszuüben als Rendant, während der Sohn von Emil Toeplitz, Otto Toeplitz[3], jetzt Professor der Mathematik an der Universität Kiel ist. In einer Privatschule vorbereitet, trat Emil Toeplitz 1864 in die Quinta des Gymnasiums seiner Vaterstadt ein, an dem er Ostern 1872 die Reifeprüfung bestand. Wie er in dem Lebenslaufe zu seiner Dissertation angibt, ist er hauptsächlich durch den mathematischen und physikalischen Unterricht seines Vaters angeregt worden, selbst Mathematik zu studieren. Schon in seinem ersten Semester in Breslau ist Toeplitz Mitglied des mathematisch-physikalischen Seminars geworden. Charakteristisch ist es, daß auch bei ihm wie bei so vielen anderen die normale Vorlesung für Anfänger in Differential- und Integralrechnung fehlt, weil sie zu Beginn seiner Studien nicht gelesen wurde und überhaupt damals in Breslau nur alle zwei Jahre im Winter im Vorlesungsverzeichnis erschien[4]. Daß aber trotz dieses Fehlers in der Organisation damals besonders begabte Studenten der Mathematik eine gediegene mathematische Bildung aus Breslau mitbekamen, die fürs Leben nachwirkte, zeigen so manche Namen ostdeutscher Mathematiker an höheren Schulen. Im sechsten und siebten Semester studierte Toeplitz in Leipzig, und ging im achten Semester nach Breslau zurück, wo er nur noch eine Vorlesung bei Rosanes hörte. Seine Hauptarbeit galt der Dissertation, die durch Rosanes angeregt war[5]. Sie knüpft an eine Arbeit des früh verstorbenen Tübinger Privatdozenten Frahm an, in der dieser auf indirektem Wege gezeigt hatte, daß drei Flächen zweiter Ordnung entweder gar nicht oder auf zweifach unendlich viele Arten als Polaren einer Fläche dritter Ordnung angesehen werden können. Toeplitz lieferte einen direkten algebraischen Beweis und gewinnt damit einen neuen Beweis für den Sylvester-Clebschen Satz von der Darstellbarkeit einer quaternären, kubischen Form als Summe von fünf Quadraten. Der Promotion folgte die Vorbereitung auf die Staatsprüfung, die Toeplitz 1877 mit so guten Erfolge bestand, daß er als Kandidat in das Schellbachsche Seminar in Berlin aufgenommen wurde, was bei der damaligen großen Anzahl mathematischer Kandidaten eine ganz besondere Auszeichnung war[6]. Er blieb in Berlin noch einige Zeit als wissenschaftlicher Hilfslehrer und besuchte gleichzeitig, ohne immatrikuliert zu sein, als Hörer Vorlesungen bei Weierstraß und Kronecker[7]. 1879 wurde er am Johannis-Gymnasium in Breslau fest angestellt, an dem er fortan bis zu seinem Tode wirkte. Sein wissenschaftliches Interesse brachte ihn jetzt in engere Verbindung mit seinem früheren Lehrer Schröter, durch den er als Student schon in die Geometrie im Steinerschen Sinne eingeführt worden war. Mit seinem Studienfreund Vogt zusammen half er Schröter ganz wesentlich bei der Herausgabe von drei Monographien über Raumkurven dritter und vierter Ordnung, was Schröter auch in den Vorreden dankbar anerkennt. Aus der Beschäftigung mit diesen Dingen erwuchs die 1895 erschienene Programmarbeit[8]. Sie knüpft u. a. an die Dissertation des vor einem Jahre verstorbenen Geheimen Schulrates im Dresdener Kultusministerium, Ernst Lange, an, in der dieser, der erste Famulus von F. Klein in Leipzig, schon gewisse Eigenschaften der Wendepunkte der ebenen Kurven dritter Ordnung auf die Raumkurven vierter Ordnung übertragen hatte. Die dritte und letzte mathematische Veröffentlichung von Toeplitz stammt aus dem Jahre 1906 und macht auf einen bisher nicht beachteten Fehler in der Jacobischen Abhandlung über Funktionaldeterminanten[9] aufmerksam. Daneben war er jahrelang als Berichterstatter für das Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik

[1] Deutsches Philologenblatt Nr. 33, 5. Sept. 1917, S. 510 f.

[2] J. Toeplitz, die doppelte und einfache Buchführung, Posen 1845. Ich kenne dieses Buch nicht, finde es aber in der reichhaltigen Literaturübersicht bei G. D. Augsburg, die kaufmännische Buchführung. Bremen 1852, Bd. I, S. 19.

[3] Herrn O. Toeplitz verdanke ich einige biographische Mitteilungen, die ich hier benutzt habe.

[4] Vergl. das ausführliche Verzeichnis der von ihm gehörten Vorlesungen und Uebungen, die er mir für meine IMUK-Abhandlung zur Verfügung gestellt hat. Lorey, Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten seit Anfang des 19. Jahrhunderts. IMUK III, 9, S. 172 ff.

[5] Ueber ein Flächennetz zweiter Ordnung. Dissertation Breslau, 1876. Auch Math. Annalen XI, S. 434—464. Vergl. auch O. Staude, Flächen zweiter Ordnung und ihre Systeme. Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften III 2, Heft 2, S. 249, wo aber in der Anmerkung 552 die Dissertation irrtümlich als Leipziger Dissertation bezeichnet wird.

[6] Schellbach bezeichnet ihn als einen ungewöhnlich kenntnisreichen jungen Mathematiker. „Die Lehrstunden hat er stets, namentlich in den oberen Klassen mit vielem Geschick und wirklichem Lehreifer erteilt .... Er kann schon jetzt als ein pflichttreuer und gewissenhafter junger Lehrer empfohlen werden, denn er versteht, seine Schüler anzuregen und zu fesseln.“ Herrn Geh. Oberregierungsrat Norrenberg bin ich für diesen Auszug aus den Ministerialakten zu Dank verpflichtet.

[7] Toeplitz ist gewiß zu dem recht kleinen Kreis aus der unnatürlich großen Zahl von Hörern dieser Vorlesungen zu zählen, der wirklich einen Gewinn davon hatte. Man vergleiche nur die Bemerkungen Maurers auf S. 71 (1917) dieser Unterrichtsblätter.

[8] Zur Theorie der Wendeberührungspunkte der Raumkurve vierter Ordnung, erster Spezies. Johannis-Gymnasium Breslau, Ostern 1895.

[9] C. G. J. Jacobis Abhandlung: De determinantibus functionalibus. Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Kultur. Mathematische Sektion 1906.

tätig, für das er auf Empfehlung von Adolf Mayer gewonnen war, als dessen Schüler er dann auch die Arbeiten über Variationsrechnung und Differentialgleichungen der Dynamik besprach, und außerdem aus seinem eigenen Forschungsgebiet der Geometrie.

Einen großen Teil seiner Arbeitskraft nahm naturgemäß der Kunze-Kalender ein, an dem er vom ersten Jahrgang an, d. h. seit 1894, tätig war. Er war zu den Arbeiten durch die persönliche Beziehung zu Kunze gekommen, der Direktor seines Vaters in Lissa war. Jener segensreichen statistischen Tätigkeit verdankte Toeplitz auch die Wahl zum Mitglied der statistischen Kommission der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. Diese Kommission untersucht für Mathematiker das Problem, das allgemein für alle studierende Berufe R. Bünger formuliert hat[10]: Die Zukunft zu extrapolieren, d. h. zu Ostern eines jeden Jahres, wenn die Abiturienten die Schule verlassen, annähernd vorauszusagen, wie nach ungefähr sieben bis neun Jahren, d. h. nach Beendigung der Vorbereitungszeit in den einzelnen höheren Berufsarten die Aussichten für die Anstellung sich gestalten.

Elf Jahre hat Toeplitz in ununterbrochener Folge dem Vorstande des Schlesischen Philologenvereins angehört als Kassenwart, ein Ehrenamt, das er, wie es in dem Nachruf des Schlesischen Philologenvereins heißt, zuletzt trotz langer und schmerzender Leiden in geradezu vorbildlicher, mustergültiger Weise versah. Ueber pädagogische Fragen hat sich Toeplitz literarisch nie ausgesprochen, abgesehen von der Doktorthese „Realschule und Gymnasium sind durch eine Bildungsanstalt zu ersetzen". Daß er aber innerlich der neuzeitlichen Reform des mathematischen Unterrichts sehr zugetan war, ist mir aus gelegentlichen Gesprächen mit dem Verstorbenen erinnerlich, und es wird mir durch ein Schreiben des Herrn Geheimrat Laudien bestätigt. Was Toeplitz als Lehrer bedeutet hat, findet der Leser in dem erwähnten Nachruf Laudiens.

* * *

Max Simon. †

Am 15. Januar 1918 ist Professor Dr. Max Simon in Straßburg an den Folgen einer Lungenentzündung gestorben. Was Max Simon für die Gestaltung des mathematischen Unterrichts in Deutschland bedeutet, habe ich versucht in dem in der vorigen Nummer erschienenen Glückwunschartikel zu seinem goldenen Doktorjubiläum auszusprechen. Er hat den Artikel nun nicht mehr lesen können, von seinem Erscheinen aber wenigstens noch brieflich durch mich erfahren. Wie er mir in seinem liebenswürdigen Dankschreiben vom 20. Dezember 1917 berichtete, war er die letzte Zeit damit beschäftigt mit Hilfe eines Hörers, der Arabist ist, eine Geschichte der Mathematik im Mittelalter zu schreiben. Allerdings war, so schreibt er, „meine freie Zeit sehr gering, da fast die ganze Last der Versorgung eines großen Haushalts auf meinen altersschwachen Schultern ruht". In der Geschichte des mathematischen Unterrichtes wird der Name Max Simon unvergeßlich bleiben. W. Lorey (Leipzig).

* * *

Am 13. Januar verstarb Prof. Dr. Albert Richter in Wandsbek (seit 1. 10. 12. in den Ruhestand getreten).

[10] R. Bünger, Die Zukunft unserer Abiturienten. Preuß. Jahrbücher, Bd. 139, Heft 3. Vergl. auch meine IMUK-Abteilung, Staatsprüfung usw., IMUK I, 3, S. 92 ff.

BIBLIOTEKA POLITECHNIKI

Bücher-Besprechungen.

Kerschensteiner, Georg, Deutsche Schulerziehung in Krieg und Frieden. 242 Seiten. Leipzig 1916, B. G. Teubner. geh. M 2.80, geb. M 3.40.

Das Buch enthält 5 Abhandlungen, die durch Vorträge entstanden sind, zu denen K. im Laufe der Kriegszeit aufgefordert worden ist. Sie bringen seine vielfach besprochenen Ideen zur deutschen Schulerziehung, 1. die Frage des Erziehungsziels, 2. die Pflege des Pflichtbewußtseins als die wichtigste formale Seite, 3. die Erziehung zur Staatsgesinnung als die wichtigste materiale Seite der Erziehung, 4. die innere Gestaltung der Schule als Kulturmacht, 5. ihre äußere Organisation in der nationalen „Einheitsschule".

Die Frage der rechten Erziehung der deutschen Jugend wird ja um so lebhafter besprochen werden, je mehr wir uns dem Frieden nähern, der uns gestattet, die Erfahrungen des Krieges in der Neuordnung des Schulwesens zu verwerten; und niemand sollte an diesen Besprechungen mehr interessiert sein als die Lehrerschaft. Für diese bildet daher auch das vorliegende Buch eine wertvolle Lektüre. Ist doch K. getragen von tiefem Verständnis für die psychologischen Grundlagen der Erziehung und von idealer Auffassung ihres Zieles. Dieses Ziel ist ihm der sittliche Charakter. Sollen aber die Schulen nicht bloß Stätten zum Erwerben von geistigen Gütern, sondern Stätten zum rechten Gebrauch derselben sein, so müssen sie zu „Arbeitsschulen" werden. Und psychologisch richtig läßt K. die sittliche Pflicht nicht nur aus dem Sollen, sondern auch aus dem Wollen entstehen, d. h. was mir als Pflicht gepredigt wird, muß ich als Verpflichtung auch fühlen. Die Erziehung muß daher nicht einen starren Pflichtbegriff lehren, sondern an die psychischen Werte anknüpfen, die in dem Schüler vorhanden sind, d. h. seine Anlagen entwickeln. Hier liegt ja unverkennbar ein großer Mangel unserer Schulen, die alles über einen Leisten spannen und viel zu wenig das belebende Moment der Freude am Gelingen verwerten.

Daß K. aber nicht bloß den persönlichen Charakter, sondern den sozialen der selbstlosen Einfügung in die Gemeinschaft bilden will, geht aus seiner Auffassung über die staatsbürgerliche Erziehung hervor, deren Wesen ihm in der Ausbildung zur „Staatsgesinnung" liegt. Nicht durch Belehrung, sondern durch Erziehung zur Dienstbereitschaft kann sie erworben werden, das Mittel dazu ist die Erziehung in einer „Arbeitsgemeinschaft". Daß die Schule aus einer Stätte individuellen Ehrgeizes zu einer Stätte sozialer Hingabe werde, ist für K. die grundlegende Reform.

Die 4. Abhandlung führt K. zur Entwicklung von sechs Lebensformen der Seele, deren systematische Förderung die Schule leisten soll. Die Möglichkeit dazu glaubt er in der neuen Organisation des gesamten Schulwesens der „Einheitsschule" zu finden, die ihm somit mit nichten eine Gleichheitsschule bedeutet, sondern ein reich in die Höhe und Breite („sukzessiv" und „simultan") differenziertes organisches Gebilde. Ob diese Organisation, selbst wenn sie für Stadt und Land durchführbar wäre, den Zweck erreichte, zugleich eine nationale Schul-Einheit zu schaffen und doch jedem das Seine zu geben, ist höchst problematisch. Ich glaube, es gibt ein einfacheres Mittel zur Reform unseres Schul- und Erziehungswesens: man beseitige das Berechtigungswesen und schaffe dadurch Freiheit

für die individuellen Anlagen. Diese fehlt uns jetzt, weil alles durch die Gelehrtenschule hindurch muß, und darin liegt der Grund für so viel Schulnot und -elend. Darüber sehe man des Rezensenten Aufsatz in der Monatsschrift für höhere Schulen 1916, S. 548.

Mr.

* * *

Metzger gen. **Hoesch, Oskar**, Die Fortbildungsfrage im höheren Lehramt. 132 Seiten. Leipzig 1917, Quelle & Meyer. geh. M 2.80.

Wenn man in der Schrift eine klare, einigermaßen erschöpfende Untersuchung über die Notwendigkeit, die Wege und die Ziele der Fortbildung der Oberlehrer erwartet, wird man ziemlich enttäuscht sein. Wer aber das Bekenntnis eines von hochfliegendem Idealismus erfüllten Lehrers lesen und sich von seiner gedankenreichen, überreich mit Zitaten geschmückten Darstellung von Ideen und Problemen zur Weiterbildung des Lehrers anregen lassen will, der wird das Buch nicht ohne Nutzen aus der Hand legen. Daß dabei die Darstellung oft etwas aphoristisch gerät, sich auch manchmal in gar hohen Worten ergeht, liegt in dem stark subjektiven Einschlag des Buches. Es betrachtet die wissenschaftliche und die pädagogische Weiterbildung in deren Auseinandergehen M. mit Recht eine Hauptschwierigkeit unseres Berufes sieht. Gerade für die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer dürfte diese Schwierigkeit in geringerem Maße bestehen, weil hier beides, Wissenschaft und Erziehung, eng zusammenhängen. Die große Mittlerin ist dem Verfasser die philosophische Vertiefung, und auch hier lassen sich in der Mathematik und Naturwissenschaft wertvolle Ausgangspunkte finden. Herausarbeitung der Persönlichkeit des Erziehers, die „Erziehung des Erziehers“ ist ihm das Ziel der Weiterbildung. Aber über der Idee der Persönlichkeit scheint er zu vergessen, daß die einzelne Persönlichkeit auch Eigenart bedeutet und nicht jeder Lehrer zum Philosophen geboren ist, wenn auch jeder die Gewissenspflicht hat, einen tüchtigen Lehrer und Erzieher aus sich zu machen. Gegenüber der oft einseitigen Neigung zur Pflege der Standes- und Beamtenfragen wirkt die ideale Auffassung M.'s vom Lehrerberuf wahrhaft erfrischend. Es ist doch manchmal beschämend zu beobachten, wie wenig manche Oberlehrer an der erdrückenden Fülle von Erziehungsfragen teilnehmen, welche die Gegenwart bewegen. Das Buch wird daher auch mit Nutzen beim Vorbereitungsdienst im Seminar- und Probejahr Verwendung finden, verdient aber eben so sehr das Interesse der älteren Lehrer.

Mr.

* * *

Siebourg, Professor Dr. **M.**, Die innere Weiterbildung unserer höheren Schulen. 72 S. Leipzig 1917, Verlag von Quelle & Meyer. geh. M 1.20.

Aus reicher Erfahrung als Lehrer, Direktor und Schulrat spricht hier in liebenswürdiger Form ein Philologe für die Erhaltung und Weiterentwicklung unseres Schulwesens. Wir hören nichts von neuen Lehrplänen und umstürzenden Reformen, lesen aber manchen guten Gedanken zur Vertiefung und Belebung des Unterrichts. Von diesem ist vorwiegend die Rede, der zur Grundlage die wissenschaftliche Bildung des Lehrers und sein Verständnis für das Leben hat. Vom pädagogischen Wissen hält der Verfasser weniger, „wer's nicht fühlt, der wird's auch nicht erjagen“. Mit dieser konservativen Anschauung wird er den Forderungen von Gegenwart und Zukunft wohl kaum gerecht, die immer mehr die erzieherische Aufgabe der Schulen betonen, für die wissenschaftliche Arbeit nicht die einzige Grundlage bedeutet.

Mr.

* * *

Ruttmann, W. J., Berufswahl, Begabung und Arbeitsleistung in ihren gegenseitigen Beziehungen (B. G. Teubner, „Aus Natur und Geisteswelt“).

Die in dem Titel des Buches angegebenen Gegenstände der Betrachtung gewinnen in schulpolitischer Hinsicht einen besonderen Wert durch die gegenwärtig so viel betonte Notwendigkeit, den Aufstieg der Begabten aus allen Volksschichten zu fördern, und in Sonderheit durch die Bestrebungen nach einer deutschen Einheitsschule, welche diesen Aufstieg am sichersten gewähren soll. Der Wortführer des deutschen Lehrervereins in dieser Frage, J. Tews, glaubt in seinem Buche über die deutsche Einheitsschule (vergl. dazu des Referenten Aufsatz in der Monatsschrift für höh. Schulen 1917, S. 21) versichern zu können, daß in der Einheitsschule jedes Kind seinem natürlichen Berufe entgegenwachse. Und konsequentere Vertreter der Einheitsschule wie er verlangen die Zwangsauslese der Schüler für die höheren Stufen der Einheitsschule auf Grund ihres Begabungsgrades. Das setzt natürlich voraus, daß dieser einwandfrei festgestellt werden könne. Man braucht aber nur ein Buch wie das vorliegende durchzulesen, um zu erkennen, wie unsicher noch die Ergebnisse der natürlichen und der experimentellen Erfahrung sind, wie insbesondere die Begabungserforschung noch nicht über Anfänge hinaus gekommen ist, die unmöglich die Grundlagen zu einer Zwangserziehung in der Einheitsschule bilden können. Man wird das Buch aber überhaupt enttäuscht aus der Hand legen, wenn man von ihm — wie es die ganze, bekannte Sammlung will — eine Einführung in das Gebiet und eine Aufklärung über die feststehenden Errungenschaften erwartet. Statt dessen wird auf dem engen Raum in oft skizzenhafter und keineswegs leicht verständlicher, manchmal unklarer Darstellung, die auch durch ein Uebermaß von Fremdwörtern leidet, eine große Fülle von Stoff geboten, die nur von jemand übersehen werden kann, der sich schon anderweitig mit diesen Fragen beschäftigt hat. Begriffe wie Psychotechnik u. a., die viel gebraucht werden, müßten doch in einem für weitere Kreise berechneten Buche klargestellt werden. Die Menge des Zweifelhaften und Unsicheren müßte gegen die gesicherten Ergebnisse und ihre praktischen Anwendungen zurücktreten. Der Verf. dagegen will nur einen Ueberblick über die drängende Fülle von Beziehungen geben, deren Ausbau er gerade von einer für einen größeren Kreis bestimmten Veröffentlichung erhofft. Mir scheint die Idee der Sammlung „Aus Natur und Geisteswelt“ damit ganz auf den Kopf gestellt, so daß das Buch, das sonst den tüchtigen Kenner der Materie verrät, wohl meist Enttäuschungen bereiten wird, so viel Wertvolles es im Einzelnen auch enthält.

Mr.

* * *

Technische Abende im Zentralinstitut für Erziehung und Unterricht. Heft 1—8. Berlin 1917. E. S. Mittler & Sohn. Preis je 50 Pfg.

Mit diesen Veröffentlichungen soll die Aufmerksamkeit auf die geistige Bedeutung der Technik und des

technischen Schaffens gelenkt werden. Ein verdienstvolles Unternehmen gerade bei dem Zentralinstitut für Erziehung und Unterricht! Ist doch unser Schulwissen noch immer allzu einseitig eingestellt auf die literarisch-ästhetische Seite der Bildung, wird doch noch viel zu sehr das theoretische Wissen der Schule zum Maßstab der „Berechtigung" für die verschiedenen Berufe gemacht, und wird noch immer die Technik viel zu einseitig als Fachwissen hinter die allgemein bildenden Geisteswissenschaften zurückgestellt. Recht lesenswert sind daher auch für den Schulmann, zumal den Vertreter der Mathematik und Naturwissenschaften, diese vortrefflichen kleinen Abhandlungen, aus denen er reiche Anregung gewinnen kann, um seine Schüler auch für die philosophische Seite der Technik zu interessieren in den vielen Fragen, die sich an ihre Entwicklung anknüpfen. Es genügt die Titel zu nennen, um den Reichtum dieser Gedanken zu charakterisieren. Die Bedeutung der Persönlichkeit für die industrielle Entwicklung (Prof. Conrad Matschoß), Maschine und Werkzeug (G. R. Prof. Kammerer und Prof. Dr. Ing. Schlesinger), die Psychologie des Arbeiters und seine Stellung im industriellen Arbeitsprozeß (Prof. A. Wallichs), Handarbeit und Massenerzeugnis (G. R. Dr. Ing. H. Muthesius), über die Beziehungen der künstlerischen und technischen Probleme (Prof. P. Behrens), Werke der Technik im Landschaftsbild (G. R. Prof. W. Franz), Philosophie der Technik (Dr. E. Zschimmer), Technik und Volkserziehung (Th. Bäuerle). Fürwahr eine Fülle der aktuellsten und zugleich bedeutungsvollsten Probleme, die hier von angesehenen Kennern in anregender Weise erörtert sind und Beiträge zu einer Vervollständigung unserer Erziehung bringen, die um so wichtiger sind, als die Jugend der Technik ohnedies großes Interesse entgegenbringt. Diesem Interesse eine Richtung zu einer höheren Auffassung zu geben, welche die Technik im Rahmen der Geisteswissenschaften, der Philosophie, Soziologie u. a. erblickt, ist eine lohnende Aufgabe der Erziehung. Um so anerkennenswerter diese neuzeitliche Auffassung ihrer Aufgabe durch das Zentralinstitut!

Mr.

* * *

Pomaroli, G., Uebungsbuch der darstellenden Geometrie für Realgymnasien. I. und II. Teil. Wien 1916, Franz Deuticke. I. Teil, 77 Seiten mit 25 Tafeln, M 2.50. — II. Teil, 80 Seiten mit 26 Tafeln, M 2.50.

Das vorliegende Buch behandelt den Lehrstoff der darstellenden Geometrie einschließlich Schattenkonstruktionen bis zu den ebenen Schnitten von Kugel und Kreiskegel. Für reichsdeutsche, im besonderen für unsere süddeutschen Verhältnisse bringt das Buch entschieden zu wenig. Doch wird mancher Lehrer gerne ein Hilfsmittel haben, das ihn der Suche nach günstigen Lageverhältnissen enthebt. Ich glaube zwar, daß gelegentlich auch die Andeutuug der Lösung (ohne die durchgeführte Konstruktion) der Benutzung des Buches durch Lehrer förderlicher gewesen wäre und auch Schülern nicht geschadet hätte. Bei der Ellipsenkonstruktion vermisse ich die Krümmungskreise, die zeichnerisch von großer Bedeutung sind. Für die Anfangsgründe der darstellenden Geometrie kann das Buch als reiche Fundgrube von zweckmäßigen Aufgaben empfohlen werden.

E. Beutel (Stuttgart).

* * *

Müller, E., Lehrbuch der darstellenden Geometrie für Technische Hochschulen. 2. Band. 2. Heft. VII, Seite 129 bis 361. Mit 188 Figuren im Text. Leipzig und Berlin 1916, B. G. Teubner. geh. M 8.40.

Das vorliegende Schlußheft behandelt in trefflicher, sehr eingehender Darstellung die schiefe Achsonometrie, die schiefe Projektion und die Perspektive. Die Figuren sind durchweg sauber gezeichnet; die bei den Schattenkonstruktionen angewandte Flächentönung wirkt besser als die sonst übliche Schraffur. Lehrer der darstellenden Geometrie möchte ich auf das II. Kapitel: die schiefe Projektion, hinweisen, die ja auch im Unterricht Verwendung findet; es sei besonders Verfassern von Lehrbüchern für Raumgeometrie zur Beachtung empfohlen.

E. Beutel (Stuttgart).

* * *

Löwenhaupt, V., Der große Krieg in Zahlen. Eine Ergänzung zu den Rechenbüchern. 44 S. Mit 2 Abbildungen. Leipzig 1916, B. G. Teubner.

Der große Krieg, bei dem es um Sein oder Nichtsein unseres Volkes geht, hat in vielen Fächern eine Ergänzung zu den Lehrbüchern als nötig erwiesen. Die vorliegende Sammlung, bei der allerdings nur ganz einfache Aufgaben behandelt sind, sucht diesem Bedürfnis für das Rechnen entgegenzukommen. Sie bringt in den 7 Kapiteln: „Krieg und Volksernährung, Kriegsanleihen, Handel, Kohle und Petroleum, Kriegsfürsorge, Heere und Flotten, Verschiedenes" viele Aufgaben, an welche sich die Schüler sicherlich gerne heranmachen werden. Die Abfassungszeit des Büchleins (Juli 1915) erklärt, daß manche Bemerkung jetzt nicht mehr stimmt, z. B. Seite 22, Zeile 12 von oben. Seite 24, Nr. 74, ist der Wert der „Dresden" mit 21 Mill. Mark falsch angegeben (6.2 Mill.). Auf S. 41 steht in Nr. 129 „9zölliger Kruppstahl". Was soll sich ein Junge darunter vorstellen? Warum diese „Engländerei" in einem deutschen Rechenbuche, wo doch genügend viele Literaturangaben für die durchschlagene Panzerstärke in cm gemessen zur Verfügung stehen (z. B. Weyer, Taschenbuch der Kriegsflotten).

E. Beutel (Stuttgart).

* * *

Fischer, Oberl. F. B., Rechenbuch für höhere Knabenschulen. Mit 36 Figuren im Text. (Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Knabenschulen usw. Herausgeg. von Dr. W. Lietzmann.) 200 S. Leipzig und Berlin 1916, B. G. Teubner. geb. M 2.20.

Das vorliegende Werk steht, wie der Titel zeigt, im engsten Zusammenhang mit der von Lietzmann und Zühlke besorgten Reformausgabe des Bardey. Es bildet aber, seinem Gegenstand entsprechend, der den Rechenunterricht auf den drei unteren Klassen der höheren Lehranstalten umfaßt, ein geschlossenes Ganzes, das unabhängig von dem algebraischen Unterrichtswerk benutzt und beurteilt werden kann.

Für die methodischen Grundsätze, von denen der Verfasser geleitet war, ist auf Band 6 der Norrenbergschen Methodischen Handbücher verwiesen. Für manchen Leser, insbesondere jüngere und weniger erfahrene Lehrer, wäre es vielleicht angenehmer gewesen, wenigstens einige Leitgedanken auch im Vorwort wieder zu finden. Im übrigen ist die beste Einführung in den Standpunkt des Verfassers das Studium des

Gedankengangs und Inhalts der Sammlung selbst, und hier muß man feststellen, daß nicht nur Form und Auswahl der Aufgaben eine erstaunliche Vielseitigkeit aufweisen und überall an die Fragen des praktischen Lebens anknüpfen, sondern auch die methodische Entwicklung der Begriffe durch und durch von wissenschaftlich-pädagogischem Geiste getragen ist. Besonders angenehm ist mir dies bei der Einführung in die Bruchlehre aufgefallen. Den gründlichen, zahlentheoretischen Unterbau vermißt man nur zu oft bei den seminaristisch gebildeten Lehrern, in deren Händen der Anfangsunterricht meist zu liegen pflegt; hier fand ich überraschende Anklänge an den seit mehr als 25 Jahren an der Heidelberger Oberrealschule eingeführten Lehrgang. Man könnte nur noch wünschen, daß dem Seite 90 in Anlehnung an die Faktorenzerlegung eingeführten Potenzbegriff noch mehr und mannigfaltigere Uebungsbeispiele gewidmet wären. Auch zur Einführung einer anderen Gruppe von Aufgaben, die ich noch nirgends gefunden habe, möchte ich bei dieser Gelegenheit Anregung geben: der Vergleichung von Bruchwerten. Beginnt man mit Brüchen von gleichem Nenner oder Zähler, so ergibt sich ihr Größenverhältnis von selbst; Brüche von verschiedenem Zähler und Nenner müssen auf gleiche Nenner (oder Zähler) gebracht werden, um vergleichbar zu sein. Uebungen in diesem Gedankenkreis sind die beste Vorübung für das eigentliche Bruchrechnen. Sie lassen sich bei den Dezimalbrüchen wieder aufnehmen, die ein neues Verfahren zur bequemen Größenvergleichung an die Hand geben.

Unter den der Volkswirtschaft entnommenen Aufgaben vermißt man trotz der im Vorwort etwas aufdringlich zur Schau gestellten vielen Quellen Aufgaben mit großen Zahlen, wie sie aus dem Handelsteil jeder großen Zeitung entnommen werden können, und Aufgaben von der in meinem Bericht über „Amerikanische Kriegsarithmetik" in diesen Blättern (1916 S. 8) angeführten Art. Ich halte eine noch ausgiebigere „Gewöhnung an die Auffassung großer Verhältnisse" für möglich und notwendig und bin überzeugt, daß die Herausgeber des Rechenwerks es durchaus als eine in ihrem Sinne liegende Aufgabe ansehen, durch Vermehrung derartiger Stoffe „zur klaren Auffassung unserer Stellung in der Welt und zu politischem und volkswirtschaftlichem Verständnis zu erziehen". Jedenfalls darf man dem neuen Buche zu dem betretenen Wege herzlich Glück und Erfolg wünschen. Julius Ruska (Heidelberg).

* * *

Rohrberg, Theorie und Praxis des Rechenschiebers. Mathematische Bibliothek. Herausgegeben von W. Lietzmann und A. Witting. Bd. 23. 50 Seiten, mit 2 Fig. im Text. Leipzig und Berlin 1916. B. G. Teubner. kart. M 0.80.

Noch immer gibt es erschreckend viel Mathematiklehrer, die nicht mit dem Rechenschieber umzugehen wissen. Daher hat auch dieses ausgezeichnete Hilfsmittel für die Schule noch lange nicht die Beachtung gefunden, die es verdient. Denn einerseits spart seine Benutzung Geisteskraft, Zeit und Papier — alles Gesichtspunkte, die gegenwärtig sehr wesentlich sind — andererseit birgt die Theorie und der Gebrauch dieses Instrumentes viel mehr und wertvollere Momente zur Schulung des mathematischen Denkens als der schließlich doch rein mechanische Gebrauch der Logarithmentafel. Da man auch endlich sich von der Uebergenauigkeit der sieben- und fünfstelligen Tafeln freizumachen beginnt, wird man doch vielleicht bald zur allgemeinen Einführung des Rechenschiebers schreiten, zumal ja von den verschiedensten Seiten billige Papp- und Holzrechenschieber angeboten werden, die nach meinen bisherigen Erfahrungen ihren Zweck vollständig erfüllen (ich verweise nur auf die Pappschieber von Gebr. Wichmann, Berlin, und vom Polytechnischen Arbeitsinstitut Darmstadt zu M 1.25; ferner auf Müllers Präzisions-Schulrechenstab, der von Niethammer, Frankfurt a. M., zum Preise von M 4.75 hergestellt wird.) Für diejenigen, die einen Einblick in die Theorie und Praxis des Rechenschiebers gewinnen wollen, wird das Bändchen von Rohrberg ein willkommener Führer sein. Leider haben sich einige Versehen eingeschlichen, die bei einer Neuauflage, die dem Bändchen baldigst zu wünschen wäre, beseitigt werden möchten. Seite 15, Zeile 15 von oben, muß es heißen: 7.56 anstatt 7.26; Seite 19, Zeile 19 von unten, 21.7 statt 21.6, und Zeile 5 von unten 0.0989 statt 0.0883; Seite 31, Zeile 13 von unten, fehlt der fünfte Quotient 0.688; Seite 35, Zeile 14 von unten, steht Q anstatt O, und schließlich sind Seite 41, Zeile 18 von oben, die Buchstaben a und b vertauscht.

H. Keller (Chemnitz, Sa.).

* * *

Deutsches Fremdwörterbuch für die gesamte Optik als Ratgeber beim Verdeutschen für Optiker, Augenärzte, Feinmechaniker, Photographen und verwandte Berufe. Herausgegeben vom „Fremdwortausschuß für die Optik"[1]. Berlin W 35, Alexander Ehrlich.

So lautet der Titel eines 36 Seiten füllenden und ABC-gemäß geordneten Verzeichnisses von Fremdwörtern aus der Optik und verwandten Gebieten, das von dem „Fremdwortausschusse für die Optik" herausgegeben ist. Dieser Ausschuß besteht aus einer großen Anzahl — ich zähle 28 — Vertreter bekannter Firmen, wie Carl Zeiß in Jena, Petitpierre in Berlin, Ertel & Sohn, sowie Steinheil Söhne in München, Görz in Friedenau u. a. und hat zu Vorsitzenden den Geh. Medizinalrat Prof. Dr. Greeff und den Syndikus Colze. Die Herausgabe besorgten die Herren Dr. Max Iklé und Dr. Edmund Weiß.

Der Ausschuß verwahrt sich ausdrücklich gegen das planlose und unbedingte Verdeutschen. Vielmehr hält er im allgemeinen jede unsachgemäße Verdeutscherei im nationalen, wissenschaftlichen und volkswirtschaftlichen Interesse für schädlich.

Jedoch eine Anzahl von Beispielen wird am besten erläutern, wie dies gemeint ist. So ersetzt er „Dyschromatopsie", „Glaukom" und „Iris" durch „Farbenblindheit", bezw. „grüner Star" und „Regenbogenhaut", „Rezept" durch „Vorschrift" oder „Verschreibung", „Optik" durch „Lichtkunde". Jedoch tritt er an manche Worte recht vorsichtig heran. So ersetzt er z. B. das Wort „Optik" nicht kurzweg durch „Lichtkunde", sondern gesellt diesem das verbleibende „Optik" bei. Weshalb wohl? Die Antwort hierauf gibt vielleicht das folgende Wort „Optiker", das er gar nicht verdeutscht. Ferner ersetzt er „Chronometer" durch „Feinuhr", das „terrestrische Okular" durch „aufrichtende Linse(nanordnung)"

[1] An den auch, und zwar nach Berlin W 35, Steglitzerstraße 68, Zuschriften und Vorschläge erbeten werden.

und das „astronomische Okular“ durch „nicht aufrichtende Linse(nanordnung)“, das „Konkavglas“ durch „Zerstreuungsglas“, dagegen das „Konvexglas“ durch „Sammelglas“. Die „Laterna magica“ wird zur „Zauberlampe“, die „Immersion“ zur „Zwischenflüssigkeit“ (zwischen Objekt und Objektiv), das „Diaphragma“ zur „Blende“, die „Photometrie“ zur „Helligkeitsmessung“. Ich glaube, kein Schüler der Naturkunde wird etwas dagegen haben, wenn ihm sein Lehrer anstatt des reellen bezw. virtuellen Bildes in Zukunft von einem auffangbaren oder wirklichen bezw. nicht auffangbaren oder unwirklichen Bilde erzählt. Höchstens dürfte es zweifelhaft sein, ob der flirtende Geck ohne weiteres damit einverstanden sein wird, wenn er in Zukunft nicht mehr ein „Monokel“, sondern ein „Einglas“ in sein Aeuglein klemmt.

Viele Worte des Verzeichnisses finden aber nicht nur in der Lichtkunde, sondern auch auf anderen Gebieten des menschlichen Wissens Verwendung. So wird es sicher mit dem Fremdwortausschuß jeder gern begrüßen, wenn er „dessin“ durch „Zeichnung“ oder „Muster“, „détail“ durch „Einzelheit“, „Defekt“ durch „Mangel“ oder „Schaden“ ersetzt sieht; wenn das „Doublé“ zum „Hautgold“, das „Etui“ zum „Behälter“ oder zur „Kapsel“ wird oder wenn eine Unbekannte aus einer Mehrheit von Gleichungen nicht mehr „eliminiert“, sondern „beseitigt“ oder „ausgemerzt“ wird u. s. f.

Mit dem letzten Beispiel sind wir nun schon in das Gebiet der eigentlichen „Mathematik“ hineingeraten, dem ebenfalls eine ganze Reihe von Verdeutschungen angehört. Zwar läßt der Ausschuß die Ellipse, das Ellipsoid, die Hyperbel völlig unangetastet. Aber daneben ersetzt er die „Parabel“ auch durch die „Wurflinie“, den „Rhombus“ läßt er als „Raute“, das „Quadrat“ als „Geviert“, die „Differenz“ als „Unterschied“ auftreten; und auch das Archimedische „Prinzip“ wird sicher nichts von seiner Wichtigkeit einbüßen, wenn es sein ferneres Dasein in der Welt als „Grundsatz“ fristet.

P. Richert (Berlin).

* * *

Meyer, K., Naturlehre (Physik und Chemie) für höhere Mädchenschulen. Zweiter Teil: Chemie. 2. verb. Aufl. mit 101 Abb. Leipzig 1913, Freytag. geb. M 1.50.

Das Buch bietet auf 137 Seiten den durch die Lehrpläne vom 12. 12. 08 vorgeschriebenen Stoff, der im ganzen gut ausgewählt ist. Auch die Darstellung ist klar und kurz, so daß das Buch seinen Zweck sicherlich erfüllen wird. Durchaus zustimmen mußte Ref. den im Vorworte ausgesprochenen Gedanken, daß es sich bei dem Chemieunterrichte an den Lyzeen und den verwandten höheren Lehranstalten für die weibliche Jugend nicht um möglichst weitgehende Stoffdarbietung handeln kann, sondern daß wir hier neben dem Wissen vor allem auch das Können beständig üben müssen. Praktische Uebungen sind darum ebenso notwendig wie an den Realanstalten, wo sie in letzter Zeit mit immer mehr Nachdruck gefordert und in mehr oder weniger großem Umfange durchgeführt werden.

Für die nächste Auflage einige kleine Verbesserungsvorschläge: Zwischen dem Pensum von Klasse III (59 Seiten) und Klasse II (21 Seiten) ist ein zu großer Unterschied im Umfange des Stoffes, der sich mindern ließe, wenn § 18—21 nach Klasse II versetzt würden. Ebenso würde Ref. die seltenen Metalle nicht schon in § 4 behandeln, sondern weiter am Ende (§ 52). Auch ist nicht recht erkennbar, welchen methodischen Zweck es hat, gleich am Anfange der Reihe nach sieben Metalle mehr oder weniger ausführlicher zu besprechen. Cu, Fe, Pb usw. werden doch im III. Teile noch einmal — und dann mit besserem Erfolge — behandelt! Seite 66 wird beim Verbrennen von Eiweiß angegeben: charakteristischer übler Geruch. Das ist nicht bezeichnend genug: verbranntes Eiweiß zeigt „brenzlichen“ Geruch! Seite 79 mußte die Behandlung der Begriffe „Seife“, „Fettsäure“ etwas eingehender erfolgen. — Zum Schlusse möchte Ref. noch anerkennen, daß überall folgerichtig „Kohlendioxyd“ geschrieben ist, und die Kinder nicht erst durch „Kohlensäure“ verwirrt worden sind.

O. Rabes (Halle a. S.).

* * *

Steindorff, U., Kriegstaschenbuch. Ein Handlexikon über den Weltkrieg. 364 S. Mit 5 Karten. Leipzig u. Berlin 1916, B. G. Teubner. geb. M 3.50.

Das alphabetisch geordnete handliche Buch gibt in mehr als 5000 Stichworten Auskunft über alle politischen und wirtschaftlichen Ereignisse des Krieges, über Fachausdrücke, über die führenden Persönlichkeiten im Felde und zu Hause, über die kriegswirtschaftlichen Maßnahmen bei uns, unseren Bundesgenossen und unseren Feinden. Recht ausführlich sind die Artikel über die Kriegsverhältnisse an den Hochschulen, den höheren Schulen und den Volksschulen. Der nach Beendigung des Krieges in Aussicht gestellte Erweiterungsband dürfte wohl ausführlicher über viele technische Dinge, von denen jetzt noch nicht geschrieben werden darf, unterrichten.

Das recht brauchbare Nachschlagebuch muß als sehr willkommen bezeichnet werden.

K. Schwab (Frankfurt a. M.).

* * *

Kriegshefte 1—3. Monatshefte für den naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen. Herausgeg. von B. Schmid. Leipzig 1914/15, Teubner.

Als der Weltkrieg ausbrach, erhielten so manche Dinge auch für die Schule erhöhtes Interesse und forderten ein ausführlicheres und tieferes Eingehen auf Stoffgebiete, die in Friedenszeiten nur wenig behandelt wurden. Belehrungen über die Art und Wirkung der wichtigsten Sprengmittel, über Weite und Höhe der Geschoßbahnen, die Geographie der so verschiedenartigen Kriegsschauplätze, die Brachlegung unseres Außenhandels (Wirtschaftsgeographie), hygienische Maßnahmen im allgemeinen und über die Bekämpfung der Bakterien im besonderen, die Beziehungen der Biologie und selbst der Astronomie zum Kriege — alles das trat plötzlich in das Interessenbereich der Schüler und damit auch der Schule. Um dem Lehrer dafür das nötige Material, das sonst nicht immer leicht zu beschaffen ist, einwandfrei zu geben, veranlaßte der Herausgeber der Monatshefte die Zusammenstellung von Aufsätzen, die alle die obengenannten Gebiete — oftmals von mehreren Autoren und unter verschiedenen Gesichtspunkten zweckentsprechend dargestellt — behandeln und meist mehr als Augenblickswert besitzen.

O. Rabes (Halle a. S.).

* * *

Heering, Dr. W., Leitfaden für den naturgeschichtlichen Unterricht an höheren Lehranstalten. Nach biologischen Gesichtspunkten bearbeitet. Ausgabe B der Leitfäden der Botanik und der Zoologie von P. Wossidlo. Erster und zweiter Teil. Berlin, Weidmann.

Der Leitfaden ist eine durchgreifende Neubearbeitung der seinerzeit so vielverbreiteten und in ihrer Art sehr brauchbaren Bücher von P. Wossidlo, die sich durchaus sehen lassen kann. Nicht rein systematisch und doch auch nirgends ängstlich in Klassenpensen abgeteilt ist das Werk angeordnet, und trotzdem lassen sich nach ihm — mit größter Freiheit für die Lehrenden — die für die einzelnen Klassen der höheren Lehranstalten vorgeschriebenen Stoffe auf die einzelnen Stufen verteilen.

Auch der methodische Aufbau stellt einen recht beachtenswerten Versuch der Stoffgruppierung dar: Der Schüler soll zuerst beobachten lernen (s. Vorw.); darum werden ihm zuerst nur die Pflanzen und Tiere vorgeführt, die er unmittelbar um sich hat und tatsächlich auch beobachten kann — ohne Bilderdienst zu treiben. Nach Besprechung der drei Typen: Roßkastanie, Osterblume, Gartentulpe führt Heering daher die Pflanzen nach Standorten ein, dabei vom Nahen zum Ferneren fortschreitend: angebaute Pflanzen, wildwachsende Pflanzen in der Nähe der menschlichen Wohnsitze, im offenen Gelände, in Hecken und Gebüschen, im Walde, auf feuchtem Boden und im Wasser.

Nun werden durch Vergleichung der besprochenen Pflanzen die morphologischen Kenntnisse über Wurzel, Stengel, Blätter und Blüte zusammengestellt, erweitert und zugleich zu einer ersten Einführung in das System benutzt, von dem im folgenden Abschnitte (Lehrstoff von V bezw. IV) die wichtigsten Familien der Samenpflanzen gebracht werden. Die Tierkunde ist ganz entsprechend angeordnet, was sich überraschend leicht ausführen läßt. Ein Abschnitt „Lebenskunde" bringt Beziehungen zwischen Tier- und Pflanzenwelt, Einfluß des Menschen auf beide, Beispiele für die Abhängigkeit der Pflanzen und Tiere vom Stand- bezw. Wohnorte u. dergl.

Der II. Teil (für die mittleren Klassen) führt vollständiger in das System in absteigender Reihenfolge ein. Der Abschnitt Lebenskunde behandelt den zelligen Aufbau und die Lebenstätigkeiten der Pflanzen, sowie den inneren Bau und das Leben des Menschen.

In Anlage und Ausführung ist der vorliegende Leitfaden einer der ansprechendsten mit, den die neuere biologische Schulliteratur aufweist. Vor allen Dingen bedeutet er in methodischer Hinsicht einen Fortschritt, der zwar nicht durchaus neu ist (Ansätze dazu finden wir auch bei anderen Autoren), aber meines Wissens noch nie so durchgreifend und so geschickt und folgerichtig durchgeführt ist, wie hier. An seinem Werte ändern natürlich die folgenden Ausstellungen, die für die nächste Auflage berechnet sind, nichts.

In Teil I ist die Einleitung, die doch für die Kinder zu lesen bestimmt ist, viel zu abstrakt und meiner Meinung nach nicht gelungen. Ob es da nicht besser ist, die Kinder durch eine Beschreibung gleich mitten in den Stoff hineinzuführen? Auch die Abbildungen dieses Abschnittes halte ich für unangebracht; Randleisten und plakettenähnliche Bilder sind als Schmuck belletristischer Stoffe recht schön, doch eignen sich nicht zur Illustration eines einführenden Abschnittes eines Schulbuches. Sonst sind die Bilder im allgemeinen gut, doch bei weitem nicht gleichwertig. So müßten durch bessere Abbildungen unbedingt ersetzt werden, z. B. Steinmarder (S. 184), Hamster (S. 200), Säbelantilope (S. 288), Elefant (S. 298). Neben der farbigen Hausvogeltafel wäre eine solche unserer häufigsten Singvögel sehr nötig. Im I. Teil fehlt übrigens eine Uebersicht der farbigen Abbildungen am Schlusse des Inhaltsverzeichnisses!

Auch stilistisch muß noch an vielen Stellen nachgebessert werden. Die Darstellung ist nicht selten recht einförmig, auch im Satzbaue langweilig. Z. B. steht in Heft II, S. 130, bei der Beschreibung der Ackerdistel (6 Sätze umfassend) fünfmal „die", einmal „Sie" als Satzanfang, und auf derselben Seite bei der nickenden Distel (5 Sätze) beginnen alle Sätze (mit Ausnahme des ersten) stereotyp mit „Sie" — — Hier handelt es sich um Schüler der mittleren Klassen; diese verstehen auch schon andere als nur ganz einfache Sätze, die durchaus nicht allein das Kennzeichen einer klaren, leichtverständlichen Schreibweise sind.

O. Rabes (Halle a. S.).

* * *

Genelin, Sigbert, Das chemische Praktikum anschließend an den obligaten Unterricht in der anorganischen Chemie, in Form von Eprouvettenversuchen, nebst einer kleinen Anleitung zum Analysieren. VI u. 94 S. Wien 1915, A. Pichlers Witwe & Sohn.

Die Uebungen, welche das chemische Praktikum von Genelin vorsieht, bilden einen systematischen Lehrgang der Chemie, in dem nur auf das rein Eigenschaftliche, aber gar nicht auf das Quantitative Rücksicht genommen wird. An die einzelnen Schülerversuche schließen sich zur Erreichung eines Verständnisses für die beobachteten Vorgänge Fragen an, deren Beantwortung im Kleindruck beigefügt ist. Die Versuche sind mit den allereinfachsten Mitteln auszuführen, sie erfordern zumeist nur Proberöhrchen (auf Deutsch: Eprouvetten!). Einige Versuche sind darunter, die man doch lieber nicht von Schülern ausführen läßt: Darstellung von Wasserstoff aus Wasser und Natriummetall (einer der allerersten Versuche!), Ozondarstellung durch Verreiben von Kaliumpermanganat mit konzentrierter Schwefelsäure, Bereitung von Natriumamalgam, Darstellung von Chlor (auf 6 Arten), Darstellung von Flußsäure. Den Schluß des Büchleins bildet eine kurze Anleitung zur qualitativen Analyse. Ein Anhang über die Konzentration der Reagentien soll anscheinend zu messenden Versuchen überleiten.

R. Winderlich (Oldenburg i. Gr.).

* * *

Marbe, K., Die Rechenkunst der Schimpansin Basso im Frankfurter Zoologischen Garten. Fortschr. d. Psychologie u. ihre Anw. IV. Bd., III. Heft, S. 135—185. 1916.

In den letzten Jahren sind die „denkenden Tiere" in Mode gekommen. Es begann vor etwa 10 Jahren mit dem klugen Hans des Herrn v. Osten, dann kamen die Elberfelder Pferde des Herrn Krall und der Mannheimer Hund Rolf. Diese Dinge wirbelten wie seinerzeit die Deszendenztheorie viel Staub auf und wurden von beiden Seiten sehr unwissenschaftlich behandelt. Unwissenschaftlich: d. h. mit der be-

stimmten Absicht, eine schon im voraus gefaßte Meinung mit Beweisen zu stützen.

Die Schimpansin Basso erhielt durch den Wärter einen längere Zeit dauernden Zahlen- und Rechenunterricht. Dieser befähigte sie scheinbar auch Rechnungen auszuführen, die sie nicht in identischer Weise gelernt hatte. Es sollte also nicht bloß ein automatisches, sondern ein selbständiges Rechnen vorliegen. Marbe hat nun durch eine wirklich psychologische Untersuchungsmethode, die den Sachverhalt, ob er nun so oder so war, unbedingt zuverlässig ergeben mußte, gezeigt, daß Basso nicht einmal die Ziffern kannte (sie ist seit Veröffentlichung der Arbeit eingegangen) sondern lediglich auf die dem Wärter selbst erst durch Marbes Untersuchungen bewußt gewordene Körpereinstellung reagierte. Aehnliches war ja für den klugen Hans schon von Pfungst gezeigt worden. An Krall richtet Marbe am Schluß einen offenen Brief mit der Bitte ihm zu ähnlichen Untersuchungen seine Pferde, sobald dies möglich sei, zur Verfügung zu stellen.

Für uns Lehrer ist dieses Ergebnis ja tröstlich. Denn sich so mit den unintelligentesten Vertretern der Gattung „Homo" herumplacken zu müssen, während Vertreter der Gattung „Equus" uns die Sache so sehr erleichtert hätten, das wäre ein bitterer Gedanke gewesen. Aber ich bin vielleicht auch zu voreilig — Marbes Beweis gilt nur für Basso.

Diese Gelegenheit möchte ich nicht vorübergehen lassen, ohne die Kollegen überhaupt auf die von Marbe herausgegebene junge Zeitschrift hinzuweisen, der die obige Arbeit entstammt und die in gemeinverständlicher Form fast in jeder Nummer etwas enthält, was den Schulmann und auch den Mathematiker aufs nächste angeht. H. Wieleitner (Speyer).

* * *

Wollemann, Prof. Dr. phil. **A.**, Aufgaben aus der Chemie und Mineralogie. I. Teil: Die Aufgaben. II. Teil: Die Auflösungen. 32 bezw. 88 S. Braunschweig 1914, E. Appelhans & Comp.

Das Büchlein führt in einfacher Weise im Anschlusse an Levins Lehrbücher der Chemie in die Stöchiometrie ein und bietet auch bei eingehenderer Berücksichtigung dieses Teils des Chemieunterrichtes eine Fülle von Beispielen zur Auswahl. Die Auflösungen sind alle vollständig ausgerechnet, was bei der so häufigen Wiederholung derselben Art von Aufgaben wohl nicht nötig ist. In 37 Abschnitten werden Aufgaben über die wichtigsten Elemente (anorganische Chemie) behandelt; 115 Aufgaben beziehen sich auf die organische Chemie. Wer nach Rechenaufgaben für seinen Chemieunterricht sucht, findet hier genug des Brauchbaren. O. Rabes (Halle a. S.).

* * *

Müller, A., Theorie der Gezeitenkräfte. Sammlung Vieweg. Tagesfragen aus den Gebieten der Naturw. u. d. Technik. Heft 35. VI u. 81 S. 8⁰. Geh. M 2.80. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn.

Die Theorie der Ursachen, die die Erscheinung der Gezeiten hervorrufen, ist gewiß eine Tagesfrage. Auch in Schulzeitschriften wurde in den letzten Jahren öfters darauf hingewiesen, daß die üblichen Darstellungen völlig unzulänglich seien. Dies gilt nicht nur für Schulbücher, sondern auch für grundlegende Werke, wie Günthers Geophysik, Thomson und Taits Theoretische Physik, Voigts Elementare Mechanik u. a. Der Verfasser gibt nun nicht nur richtige Darstellungen von verschiedenen Gesichtspunkten aus, sondern zeigt auch die Fehler auf, die gewöhnlich gemacht werden[1]. Der Absicht, die Schrift in weiten Kreisen wirksam zu machen, kommt die Fähigkeit des Verfassers entgegen, sorgfältig zu disponieren und sehr klar darzustellen. Dennoch bezweifle ich, ob dieser Zweck erreicht werden wird. Für die Schulmathematiker, auf die es doch wohl hauptsächlich ankommt, hätte es sich weniger darum gehandelt, das Mathematische elementar zu halten, als die Voraussetzungen aus der allgemeinen theoretischen Mechanik zu verringern. „Bekannte Methoden" (S. 18) nutzen dem Leser nichts, wenn sie ihm selbst nicht bekannt sind. Das dürfte für mehrere wichtige Stellen des Buches zutreffen. Uebrigens wird sich im allgemeinen ergeben, daß eine einigermaßen plausible Erklärung für die meisten Schulen zu schwierig ist. H. Wieleitner (Speyer).

* * *

Crantz, J., Analytische Geometrie der Ebene zum Selbstunterricht. Aus Natur und Geisteswelt, Nr. 504. Mit 55 Fig. im Text. V u. 93 S. Leipzig 1915, B. G. Teubner. geb. M 1.25.

Das Bändchen eignet sich gut zur Einführung in die analytische Geometrie der Ebene. In neun Abschnitten werden die Elemente und die Kegelschnitte, letztere auch in zusammenfassender Darstellung behandelt. Auf die allgemeine Gleichung zweiten Grads wird nicht mehr eingegangen. Einige Einzelheiten mögen noch angeführt werden. Seite 21 mutet die m. W. nirgends sonst übliche Schreibweise „tng" statt tang oder tg merkwürdig an. Bei den Kegelschnitten fehlt die häufig notwendige Form der Gleichung einer Tangente parallel einer gegebenen Richtung. In Fig. 49 sind sichtbare und unsichtbare Stellen nicht gleichmäßig behandelt. Die Hyperbel in Fig. 40 ist nicht ganz richtig, die in Fig. 54 vollständig falsch gezeichnet. (Es lassen sich unschwer Gerade finden, welche die Kurve in drei Punkten schneiden.) Diese drei Figuren sollten in einer neuen Auflage verbessert werden. Trotzdem möchte ich das Büchlein für Anfänger bestens empfehlen. E. Beutel (Stuttgart).

* * *

Giebel, K., Anfertigung mathematischer Modelle. Mathematische Bibliothek. Herausgegeben von Lietzmann und Witting. XVI. Mit 42 Fig. im Text und 3 Tafeln. 52 S. Leipzig 1915, B. G. Teubner. kart. M —.80.

Ein sehr hübsches Bändchen, das sowohl Lehrern wie Schülern große Freude machen wird. Besonders in der Raumgeometrie wird man auch in Oberklassen beim Unterricht auf geeignete Modelle nur ungern verzichten. So hat sich der Verfasser ein Verdienst erworben, daß er für eine größere Reihe von Modellen, vom einfachen Freihandmodell bis zum schwierigen Schaumodell, genaue Anleitung zu ihrer Herstellung gegeben hat. Die beigefügten Abbildungen und Tafeln erleichtern dies. Dankenswert ist besonders der letzte Abschnitt, der von der Beschaffenheit und der Behandlung der verwendbaren Stoffe handelt. Auch dem in diesen Dingen nicht ganz Unerfahrenen wird hier manches Wissenswerte, vielleicht auch Neue mitgeteilt. So kann das hübsch ausgestattete Büchlein warm empfohlen werden. E. Beutel (Stuttgart).

[1] Schulmänner hätten hier wohl gewünscht, daß der Verfasser auch auf die Darstellung in dem in aller Händen befindlichen Buch von Grimsehl eingegangen wäre.

Luksch, A., Lehrbuch der anorganischen Chemie für die VI. Klasse der Realgymnasien. Mit 36 Abbildungen im Text und einer Spektraltafel. 126 S. Wien 1914, F. Tempsky. geb. K 2.—.

Luksch, A., Lehrbuch der organischen Chemie für die VI. Klasse der Realschulen und VII. Klasse der Realgymnasien. Mit 25 Abbildungen im Text. 144 S. Wien 1915, F. Tempsky. geb. K 2.20.

Der anorganische Teil des Lehrbuches von Luksch stellt „die Gesetze und Theorien der Chemie" an den Anfang und setzt damit schon ziemlich weitgehende chemische Kenntnisse voraus. Die anschließende, zusammenfassende Mitteilung über „Chemische Operationen und Behelfe" scheint danach nicht am richtigen Platze zu sein, denn wer den schwierigen ersten Abschnitt verstehen kann, muß notwendig über die einfachen chemischen Arbeitsweisen unterrichtet sein. Bevor der Hauptteil des Buches, die Betrachtung der Grundstoffe und ihrer Verbindungen in systematischer Anordnung beginnt, wird noch über das periodische System der Elemente berichtet, obgleich ein Verständnis dafür erst allmählich erarbeitet werden kann. Lenards Untersuchungen über die Absorption der Kathodenstrahlen, von denen hierbei die Rede ist, gehören wohl nicht in den Rahmen eines Schulbuches. Die Darstellung des eigentlichen Lehrstoffes ist von gedrängter Kürze. Der Verfasser hat sich bei der Aufzählung von Verbindungen eine wohlberechtigte Beschränkung auferlegt. Weniger erfreulich ist es, daß auch die Zahl der angegebenen Versuche sehr beschränkt ist. Die Arbeit erweist sich als ein Lernbuch, nicht als ein Lehrbuch.

Das gilt erst recht vom organischen Teil. Hier ist der Verfasser so sehr in die Breite gegangen, daß füglich bezweifelt werden muß, ob ein normales Schülerhirn den gebotenen Stoff zu fassen vermag. Versuche finden sich wenig, und es ist fraglich, ob wenigstens die beschriebenen wirklich ausgeführt worden sind, denn sie sind z. T. von knifflicher Art und nicht für die Schule geeignet — z. B. der Nachweis von Blausäure auf Seite 92. Die angegebene Dampfdichtebestimmung der Essigsäure ist unzweckmäßig, denn die Dampfdichte dieser Säure wird erst oberhalb 250° normal, bei niedrigerer Temperatur, namentlich in der Nähe des Siedepunktes, ist sie weit höher. Es ist nicht angängig, eine so wichtige Sache wie die Bestimmung der Dampfdichte an einem falschen Beispiel zu erläutern. R. Winderlich (Oldenburg i. Gr.).

* * *

Rüdorff, Fr., Grundriß der Mineralogie und Geologie für den Unterricht an höheren Lehranstalten. Mit zahlreichen Holzschnitten und einer geologischen Uebersichtskarte von Mittel-Europa. Neunte, umgearbeitete Auflage. 120 S. Berlin 1915, H. W. Müller. M 1.50, geb. M 1.80.

Der neue Bearbeiter von Rüdorffs Mineralogie ist der systematischen Anordnung und rein beschreibenden Darbietung des Lehrstoffes treu geblieben; er hat sich mit zahlreichen Aenderungen und zwar Verbesserungen innerhalb der einzelnen Abschnitte begnügt. Es ergab sich das Festhalten am Altbewährten, wohl aus den Bedürfnissen der meisten Lehranstalten, an denen man bei der geringen Stundenzahl keine Zeit zu einer eingehenden methodischen Durchnahme glaubt finden zu können. Bei dem Reichtum des gebotenen Stoffes läßt sich das Buch überall gut verwenden, auch bei methodischer Eingliederung der Mineralogie und Geologie in den chemisch-biologischen Unterricht wird es in der Hand der Schüler zu Wiederholungen gute Dienste leisten.

R. Winderlich (Oldenburg i. Gr.).

* * *

Stieler, Georg, Oberlehrer am Königl. Lehrerseminar in Leipzig, Geländezeichnen für die deutsche Jungmannschaft. I. Teil. 81 Seiten mit 95 Abb. Leipzig 1916, Dürr. Steif geh. M 1.25.

Der Abschnitt I des Büchleins legt überzeugend die Wichtigkeit des Geländezeichnens im Krieg und für die Wehrfähigkeit der Jungmannschaft dar, nach Aeußerungen von höheren Offizieren und anderen Kriegsteilnehmern und nach behördlichen Erlassen.

Abschnitt II bespricht die Erziehung zum Ziel-Scharfsehen und einfache Hilfsvorrichtungen dazu, zum Kurzbericht und zum Zeichnen. Die Zeichnungen werden unterschieden nach ihrer Vollständigkeit, nach den psychologischen Unterlagen: Anschauung, Gedächtnis, Vorstellungsvermögen, Diktat, nach der Projektionsart: Grundriß, gewöhnliche Perspektive, und nach der gebrauchten Zeit.

Abschnitt III bringt auf 40 Seiten einen ausführlichen Bildungsgang namentlich im Geländezeichnen, mit zahlreichen Beispielen aus Leipzigs Umgebung, also einem rechten Schlachtengelände. Auf engem Raum hat der Verf. in vorbildlich knapper Ausdrucksweise eine Fülle von Ratschlägen niedergelegt. Viele Beispiele sind nach den bei Abschnitt II angegebenen Gesichtspunkten mehrfach dargestellt.

Abschnitt IV handelt ebenso mannigfaltig vom Bestimmen von Entfernungen und Höhen durch Messen, Schätzen, Visieren und Berechnen.

Die meisten der Zeichnungen stammen von Schülern des Verf., einige von ungeübten Soldaten. Am Schluß sind 16 Nummern Literatur angegeben. Die Ausstattung des Werkchens ist mustergiltig.

Es wird nicht nur jedem zeichnerisch einigermaßen befähigten Leiter von Jugendwehrübungen, sondern außerdem jedem Lehrer der Mathematik und der Erdkunde reichste Anregung bieten und vielen unserer Feldgrauen eine willkommene Gabe sein. Der II. Teil, „Vom Gelände zur Generalstabskarte", wird sich genauer den besonderen militärischen Vorschriften und Ausdrucksmitteln anpassen.

H. Keller (Chemnitz, Sa.).

Verzeichnis der zur Besprechung eingegangenen Bücher.

NB. Die Verpflichtung zu einer Besprechung von unaufgefordert eingehenden Werken kann nicht übernommen werden; auch liegt es nicht in der Möglichkeit, solche zurückzusenden.

Neumann, L., Das deutsche Gymnasium und die Erdkunde. Kriegsforderungen an die höh. Schulen. Karlsruhe 1917, Braun. M 2.—.

Offe, H., Politische Weltkunde. Ein Beitrag zur Volksbildung. Mit Vorwort von Dr. Paul Rohrbach. Leipzig 1917, Tauchnitz. M 2.50.

Reinhardt, W. und Mannheimer, N., Geometrie und Arithmetik zum Gebrauch in der Obersekunda der Studienanstalten. Ausgabe B. (für Studienanstalten), IV. Teil. 2. Aufl. Mit Figuren. Frankfurt a. M., 1917, Diesterweg. geb. M 3.80.

Steininger, Grundzüge der mathematischen Geographie zum Gebrauche an Gymnasien und Realgymnasien. Kempten, Kösel. geb. M 2.—.

Sturm, A., Geschichte der Mathematik bis zum Ausgange des 18. Jahrhunderts. Mit 7 Fig. 3. Aufl. (Sammlung Göschen.) Leipzig 1917, Göschen. geb. M 1.—.

Abschluß dieser Nummer am 28. März 1918.