Jahrgang XXIV. 1918. No. 7 u. 8.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Begründet unter Mitwirkung von **Bernhard Schwalbe** und **Friedrich Pietzker**, von diesem geleitet bis 1909, zurzeit herausgegeben von Professor **Karl Schwab**, Oberlehrer an der Klinger-Oberrealschule in Frankfurt am Main unter Mitwirkung von Dr. **August Maurer**, Direktor des Kgl. Realgymnasiums in Wiesbaden.

Verlag von Otto Salle in Berlin W. 57.

Redaktion: Alle Mitteilungen und Sendungen werden an Prof. K. Schwab, Frankfurt am Main, Günthersburgallee 33, erbeten.
Verein: Anmeldungen und Beitragszahlungen für den Verein (5 Mk. Jahresbeitrag) sind an den Schatzmeister, Professor Presler in Hannover, Königswortherstraße 47, zu richten.

Verlag: Der Bezugspreis für den Jahrgang von 8 Nummern ist 4 Mk. pränum., für einzelne Nummern 60 Pf. Die Vereinsmitglieder erhalten die Zeitschrift kostenlos; frühere Jahrgänge sind durch den Verlag bez. eine Buchhandlung zu beziehen.
Anzeigen kosten 25 Pf. für die 3-gesp. Nonpar.-Zeile; bei Aufgabe halber od. ganzer Seiten, sowie bei Wiederholungen Ermäßigung. — Beilagegebühren nach Uebereinkunft.

Vereins-Angelegenheiten.

Unser Kassenführer hat bei der Gewerbebank in Hannover ein Scheckkonto eröffnet. Wir ersuchen unsere Mitglieder, die ihnen zugehenden Zahlkarten, jedoch erst vom 1. Januar 1919 ab, zur Entrichtung des dann fälligen Jahresbeitrags zu benutzen.

Nach dem Kriege stehen unserem Verein, angesichts der unausbleiblichen Reformen im Schulwesen, große und wichtige Aufgaben bevor. Wir bitten unsere Mitglieder, dem Verein treu zu bleiben und namentlich unter den jüngeren Fachgenossen neue Mitglieder zu werben.

Schriftleitung und Verlag werden bemüht sein, nach Eintritt besserer Verhältnisse die Unterrichtsblätter wieder in dem alten Umfang und unter Befolgung der früher ausgesprochenen Grundsätze erscheinen zu lassen.

Im Namen des Vorstandes:
F. Poske.

Geologie und Schule

Von Studienrat Dr. Fritz Gräntz.

Wie die wissenschaftliche Geologie aus den praktischen Bedürfnissen des Bergbaus erwachsen ist, so sind es zunächst praktische Erfahrungen und Forderungen gewesen, die auf eine Aufnahme gewisser Elemente der noch jugendlichen Wissenschaft in den Unterrichtsplan der Schule, zumal der höheren Schule, hingedrängt haben. Noch immer muß der geologische Fachmann häufig genug mit ansehen, wie Bohrungen und Schürfungen auf Kohle oder Erz unter geologischen Bodenverhältnissen angestellt werden, die dem mit den Elementen Vertrauten solche Versuche von vornherein als aussichtslos oder unwirtschaftlich erscheinen lassen. Mancher enttäuschende Abbauversuch in der Lettenkohle des Keupers wäre durch eine nähere Bekanntschaft mit diesem Formationsglied verhindert, mancher vergebliche Zeit- und Geldaufwand bei Grund- und Quellwasserbohrungen vermieden worden, wenn einfache geologische Vorkenntnisse über die durch den Schichtenbau bestimmte Verteilung des unterirdischen Gewässers vorhanden gewesen wären, sowie die Fähigkeit, diese Kenntnisse auf ein gegebenes Gebiet anzuwenden. Die aus solchen und verwandten Erfahrungen hergeleiteten Ansprüche an den Schulunterricht sind dann durch die Notwendigkeiten des Krieges gestützt und verstärkt worden. Die mühseligen, in den Boden eindringenden Stellungskämpfe haben, besonders in den Schichten des nordöstlichen Frankreichs, eine umfangreiche Kriegsgeologie geschaffen oder doch auf den Plan gerufen. Der Krieger, der schon über geologisches Wissen und praktisches Verständnis verfügte, war im Vorteil vor anderen und konnte zur Kriegführung Wertvolles beitragen: es galt, wasserfreie und wasserführende Schichten rasch zu unterscheiden, Brunnen zu erbohren, die Anlage der Gräben und Unterstände, der Stollen und Minengänge, der Leitungen und Bahnen dem Schichtenbau und den Gesteinsarten des Bodens anzupassen, Bau- und Pflastersteine, Sand und Kies zu beschaffen, kurz, die technischen Arbeiten geologisch zu leiten und zu unterstützen. Die durch den Kriegsverlauf gesteigerte Bedeutung des vaterländischen Bodens und seiner Schätze trat hinzu, und so ist es natürlich, daß gerade in dieser Notzeit das Verlangen nach geologischer Unterweisung durch die Schulen dringlicher wurde.

Gleichwohl darf dieser Drang allein nicht genügen, um eine Erweiterung des Unterrichtsstoffes der höheren Schule durchzusetzen. Ist es schon, für sich betrachtet, immer eine mißliche Sache, Lehrpläne, die zu ihrer gesunden Auswirkung eines gewissen Maßes ruhiger Stetigkeit bedürfen, allzurasch den Forderungen einer ungestüm wechselnden Gegenwart anzupassen, so ist dies erst recht mißlich, wenn es sich um Forderungen rein praktischer Art handelt. Was würde aus einem Schulorganismus, der auch nur den wichtigsten Ansprüchen des vielgestaltig praktischen Lebens allen gerecht werden wollte, so wohlbegründet jeder einzelne sein mag! Der Gesamtheit seiner Zöglinge, einer weitgespannten Welt der verschiedensten Anlagen dienend, wird der Organismus der Schule, sofern er nicht zur Fachschule werden will, Neues nur dann aufnehmen dürfen, wenn sich mit seinem äußeren Nutzwert ein unzweifelhaft geistiger Bildungswert verbindet, der die Bildungswerte der anderen Fächer ergänzt oder mit ihnen verschmilzt. Ein solcher Bildungswert ist aber der Geologie eigen, nur hat ihn die Jugend der Wissenschaft noch nicht überall in das allgemeine Licht gehoben, dessen sich ihre älteren natur- und geisteswissenschaftlichen Genossinnen, zum Teil schon längst, erfreuen.

Worin liegt dieser Anteil der Geologie an der Geistesbildung? Geologische Forschung und Betrachtung erziehen zu einem Verständnis des heimatlichen Bodens, auf den sie sich zuerst und zumeist richten werden, seiner Eigenart, seiner Schätze und seiner Formen und stellen jede Heimatkunde auf eine dauerhafte Grundlage. Die Geologie deckt eine der wichtigsten Bedingungen des Wirtschaftslebens auf. Untrennbar von Anschauung, Beobachtung, Selbstforschung, denkender und urteilender Verknüpfung des natürlich Vorgefundenen, weitet sie als echte Naturwissenschaft ihre Kreise von der heimatlichen Enge über Länder und Erdteile, die kleineren Zusammenhänge in größere einreihend. Als Erdgeschichte aber lehrt sie, daß alle natürlichen Erscheinungen etwas Gewordenes sind und daß für ihr Verständnis der Entwicklungsgang nicht minder bedeutungsvoll ist als das Gegenwartsbild. Sie zeigt, daß Steine und Berge, Gebirge und Meere, Pflanzen und Tiere so gut eine Geschichte haben wie Menschen und Völker, und daß im Strome einer unaufhörlichen Verwandlung das gegenwärtige Oberflächenbild der Erde auch dort, wo es am starrsten erscheint, nur ein Augenblicksbild ist, an dessen Umgestaltung jede Sekunde, jeder Regentropfen, jede Pflanzenwurzel, jeder Windhauch, jede Temperaturschwankung arbeitet. In dieser „genetischen“ Erforschung der Erdrinde wird die Geologie zu einer Vorstufe der Völkergeschichte, die über diesen gewordenen und sich wandelnden Boden schreitet und die mit ihr durch die Zwischenstufe der menschlichen Urgeschichte verbunden ist. Sie enthüllt, nicht nur in den auf- und absteigenden Entwicklungslinien längst ausgestorbener Lebewesen, sondern auch in den leblosen Bildungen einstiger Erdoberflächen dieselben Gesetzmäßigkeiten des Werdens und Vergehens, von denen auch die heutigen Bestandteile der Bodenfläche beherrscht werden. Sie lernt, auch darin der Menschheitsgeschichte vergleichbar, mit wachsender Reife klarer erkennen, daß neben umwälzenden Katastrophen, die sie lange als die allein mächtigen Hebel der Erdgestaltung zu begreifen glaubte, gerade die kleinsten und unscheinbarsten Bewegungen und Kräfte es sind, die in unablässiger Tätigkeit gewaltige Wirkungen heraufbeschwören. In jedem, der sich mit Geologie befaßt, muß sich diese für die Entwicklung der Wissenschaft bahnbrechend gewordene Erkenntnis der Bedeutung des Kleinsten wiederholen. Der jeweilige Augenblickszustand der Vergangenheit oder der Gegenwart wird als Ergebnis eines Kampfes sich widerstrebender äußerer und innerer Erdvorgänge erkannt, die freilich noch nicht durchaus zu überblicken sind. Dabei können die gleichen

Wirkungsformen im kleinsten wie im größten Maßstabe auftreten, auch darin die einheitliche Gesetzmäßigkeit der Natur offenbarend: ein Regenrinnsal, das sich in den abschüssigen lockeren Wegboden eingräbt, vermag die Formenfolge einer alten Talbildung hervorzuzaubern; die Erdpyramiden Südtirols wachsen vor unseren Augen aus einem mit Steinchen besäten Sand- oder Lehmboden heraus, den ein Gewitterguß trifft; das Handstück eines Gesteins kann Faltungen oder Verwerfungen von derselben Form aufweisen, wie sie der Gelehrte mühsam aus dem ganzen Bau eines Kettengebirges entziffert. Und wie die räumlichen, so klaffen, ihnen entsprechend, die zeitlichen Maße weit auseinander. Ein Erosionstal kann Jahrtausende brauchen, um die Gestalt zu erlangen, deren verkleinertes Abbild der Regenbach in wenigen Stunden schafft. Gewaltige Gesteinsschichten, deren langsame Entstehung wir abschätzen zu können glauben, rufen den Gedanken an Jahrmillionen wach. Die Grenzenlosigkeit der Zeit, vor der alle künstlich errichteten rückwärtigen Schranken fallen mußten, in der auch die geringen, fast übersehenen Kräfte eine herrschende Rolle zugewiesen erhielten, gehört zu den ernstesten, aber auch befreiendsten Erlebnissen der jungen Geologie, sowie sie jeden Schüler der Wissenschaft, gleich den Räumen und Zeiten des Astronomen, von neuem ergreift. Allerdings ist es ihr noch nicht einwandfrei gelungen, die Zeiträume, in denen sie forscht, wirklich zu messen, wie es die Völkergeschichte mit ihren viel kleineren Räumen tut. Sie muß sich mit einem Früher und Später, Jünger und Aelter und im übrigen mit der Freiheit begnügen, aus einem unerschöpflich scheinenden Zeitbrunnen nach Bedarf zu schöpfen. Wohl sind im einzelnen genug Versuche einer absoluten Zeitbestimmung angestellt worden, aber diese Rechnungen sind, offenbar infolge der vielen, allenthalben fließenden Fehlerquellen, meist so verschieden ausgefallen, daß von zuverlässigen Zahlen oder auch nur Näherungswerten noch kaum gesprochen werden kann.

Es versteht sich für den Schulmann von selbst, daß die Schule, die es mit werdenden Geistern zu tun hat, an ein wirkliches Ausschöpfen dieser geologischen Bildungswerte nicht denken kann. Aber sie kann sie, indem sie Augen und Geist öffnet, zugleich mit einer runden Summe von Kenntnissen und Fähigkeiten nahe bringen, sie kann den älteren und unter ihnen besonders den reiferen Schülern den Keim eigenen Denk- und Bildungswillens einpflanzen, sowie sie dem künftigen Geologen, Bergmann, Landwirt, Ingenieur oder auch Krieger zwar nicht ein fertiges geologisches Rüstzeug — das würde ihrem Wesen und der ihr zur Verfügung stehenden Zeit widersprechen —, aber doch ein gewisses Vermögen, sich in der geologischen Praxis bald zurechtzufinden, mit auf den Weg geben kann. Sie kann vorbereiten, auf das Leben wie auf die Bildungsreife. Es fragt sich, auf welchem Wege die Schule das am besten erreichen wird. Soll sie die Geologie als ein selbständiges Unterrichtsfach ihrem Plane einfügen oder soll sie den geologischen Lehr- und Bildungsstoff auf schon vorhandene, ihm innerlich verwandte Fächer verteilen? Der bekannte Erlaß des preußischen Kultusministers vom Dezember 1917 über die Förderung des geologischen Unterrichts an den höheren Schulen schlägt den zweiten Weg ein. Er ist wohl als ein mit dem Zeitmangel sich abfindender Notbehelf gedacht, und manche Fachgeologen, die für den ersten Weg eintraten, werden enttäuscht sein. Mir scheint hier dagegen aus der Not eine Tugend geworden zu sein, ein innerer Gewinn für die Schule, soweit sie nicht schon, was vielfach geschah, aus eigenem Antrieb in diesem Sinne arbeitete. Ich weiß mich in dieser Meinung nicht nur mit vielen Geographen, Biologen und Chemikern eins, sondern auch mit hervorragenden Geologen, so mit S t e i n m a n n, dem Bonner Gelehrten, der schon vor Jahren einer Einflechtung des geologischen Stoffes in den naturwissenschaftlichen und erdkundlichen Unterricht das Wort geredet hat. Auch ich halte eine solche Einflechtung und Durchdringung für das Natürliche und Zweckmäßige. Der Schule fehlt nicht nur die Möglichkeit, sondern auch die Pflicht, die strenge Fächerung der wissenschaftlichen Forschung, die in Wahrheit doch eine Arbeitsteilung aus äußeren zwingenden Gründen ist, überall nachzuahmen. Sie darf vielmehr über jede Gelegenheit froh sein, das künstlich Getrennte wieder vereinigen zu dürfen, dem ungespaltenen Knabengeist vor allem die Natur als unbestreitbare Einheit entgegenzubringen. Wie sich auf einem Sammel- und Beobachtungsausflug Pflanze, Tier und Stein gut miteinander vertragen, so darf auch eine naturkundliche Stunde einmal mit gutem Gewissen Naturkunde sein und nicht bloß Botanik oder Zoologie oder Mineralogie oder Geologie. Der chemische Unterricht kann nur gewinnen, wenn er auf Geologisches übergreift, und die Geographie kann eines geologischen Unterbaus garnicht entraten. Nicht scharfe Scheidung und Grenzsetzung entspricht dem Sinne der Jugenderziehung, sondern ein lebensvolles Zueinanderstreben da, wo es möglich ist. Es ist die Natur selbst, die hier zu ihrem Rechte kommen will. Ist es nicht auch anziehend zu beobachten, wie verwandte Wissenschaften fast stets von gemeinsamem Jugendweg abbiegen und sich in Forschung, Zielsetzung und Methode trennen, um dann doch wieder zuletzt zu ihrem Heile in den wirklich großen Gelehrten zusammenzutreffen? Was die Schulgeologie dabei, gewiß zum Bedauern manches ihrer Vertreter, an äußerlich sichtbarer Selbständigkeit verliert, das gewinnt sie an naturhafter Vereinigung mit ihren Nachbargebieten. Die Trennung kommt früh genug.

Indem der botanisch-zoologische Unterricht der Unter- und Mittelstufe schon durch seinen Gang auf die auffälligsten und verbreitetsten Formen vorzeitlicher Tiere und Pflanzen hingelenkt wird, übermittelt er, am eindrucksvollsten durch selbstgesammelte Versteinerungen und Abdrücke, die ersten palaeontologischen Kenntnisse. Indem er, ohne sich auf schwierige Einzelheiten einzulassen, einiges über die erdgeschichtliche Bedeutung dieser Formen mitteilt, dient er geologischer Erkenntnis. Neben den lebenden Elefanten stellt sich frühzeitig das eiszeitliche Mammut, von dessen einstiger Verbreitung und von dessen Einbettung im Bodeneis der sibirischen Tundra schon der kleine Schüler etwas hören will. Bei der Behandlung der Reptilien vermittelt der fliegende Drache leicht die erste Bekanntschaft mit den riesigen Flugsauriern der Vorzeit, und in einigen seiner Vertreter steigt das Sauriergeschlecht des Erdmittelalters aus seinen Steingräbern. Wie reich an Anknüpfungsmöglichkeiten dieser Art ist die „Naturgeschichte" der wirbellosen Tiere! Welche Menge gesteinsbildender Arten und Gruppen taucht schon vor Tertianeraugen auf! Die Foraminiferen leiten zur Kreide über, die Radiolarien zum Radiolarienschlamm, Muscheln und Korallen zu Kalkschichten und Kalkriffen versc.wundener Meere, Armfüßler und Seelilien zu B achiopoden- und Crinoidenschichten, der Tintenfisch zu den Belemniten, das seltsam schöne Schiffsboot zu seinen Urverwandten, den Ammoniten, und ihrem geologischen Wert. Daß auch lebende Tierformen in schulgeologischen Beziehungen stehen, zeigen die australischen Beuteltiere, deren nicht ohne einen Hinweis auf Vergangenheit und Schicksal ihres Erdteils gedacht werden kann, oder der Regenwurm und sein Anteil an der Bildung der Ackererde. Kaum weniger reich an solchen Gelegenheiten ist die Pflanzenkunde, vornehmlich die der Sporenpflanzen. Die Gefäßkryptogamen können nicht behandelt werden, ohne daß aus den Sümpfen und Mooren der Steinkohlenzeit die Schachtelhalmdickichte, die Farnwälder, die Wälder der Schuppen- und Siegelbäume wieder aufwachsen. Ob dabei schon wissenschaftliche Namen genannt werden, ist gleichgültig, nicht gleichgültig ist aber, ob hier schon einiges über die Entstehung der Kohlenflöze gesagt wird oder nicht. Die Diatomeen fordern einen ersten Hinweis auf Kieselerde und Kieselguhr. Genug der Beispiele! In vielen Fällen müssen die örtlichen Verhältnisse des Schulortes den Ausschlag geben. Wer im Gebiete fossilienreicher palaeozoischer Schichten unterrichtet, wird bei der Besprechung der Krebse die Trilobiten nicht übergehen, die anderswo vielleicht erst bei einem späteren systematischen Ueberblick ihre Stelle finden. Volkskundliches aller Art greift belebend und verbindend mit ein. Welcher Lehrer, der dazu in der glücklichen Lage ist, wird es unterlassen, mit seinen Schülern „Bonifaziuspfennige" zu sammeln, die Stielglieder von Muschelkalk-Encriniten, oder „Sonnensteine", wie hier und da im Schwäbischen die jurassischen Ammoniten genannt werden, oder „Donnerkeile", „Teufelsfinger", „Gespensterkerzen" und wie die Belemniten sonst noch heißen, oder „Schlangenzungen", Haifischzähne des Tertiärs? Und wenn er ihnen von dem uralten Meeresleben erzählt, dessen geheimnisvolle Spuren sie in der Hand halten, wird mancher Knabe das Erstaunen nacherleben, das die Wissenschaft ergriff, als sie die vermeintlichen „Naturspiele", die „Stein- und Mergelgeburten" als greifbare Reste oder Steinkerne einst lebendiger Wesen verstehen lernte.

Ein unentbehrlicher Teil geologischer Unterweisung fällt der Chemie und der mit ihr verbundenen Mineralogie zu, die ihm allerdings nur dort gerecht werden können, wo ihnen die Oberklassen geöffnet sind. Kann die Chemie schon im vorbereitenden Lehrgang der Untersekunda bei der Behandlung einzelner Stoffe, der Luft, des Wassers, des Kohlenstoffs, der Kohlensäure, des Schwefels, des Steinsalzes, der Erze, verschiedener Karbonate und Silikate auf erdgeschichtliche Tatsachen und Vorgänge eingehen, so erweitert sich diese Möglichkeit auf der Oberstufe ganz beträchtlich. Hier gehören neben den gesteinsbildenden Mineralien und verbreiteten Gesteinen so grundlegende Erscheinungen in ihr Bereich, wie die Wirkungen des Wassers und der Lösungen, die chemische Verwitterung, die Entstehung der Kohlenlager, des Petroleums, des Salpeters, der Steinsalz- und Kalisalzlager, der Erzgänge. Karbonate und Nitrate, Kieselsäure und Silikate müssen in ihrer geologischen Bedeutung von ihr gewürdigt werden. Daß auch die Physik der Schulgeologie dienen kann, beweist die Regelation des Eises und ihr Anteil an der Gletscherbewegung.

In engster Verwandtschaft lebt die Geologie mit der Geographie. Sind doch die Fragen, die sich die allgemeine Geologie zu beantworten sucht, zugleich Fragen der allgemeinen physischen Erdkunde. So weit geht die Uebereinstimmung zum Teil, daß große Geologen als Bahnbrecher der Geographie, hervorragende Geographen als Förderer der Geologie zu gelten haben. Nur durch die Wahl des Gesichtspunktes unterscheiden sich oft beide: der Geologe untersucht vom zeitlich-geschichtlichen Gesichtspunkte aus, von den beobachteten Veränderungen auf Vorgänge und Zustände der Vergangenheit schließend, der Geograph vom räumlichen, die gegenwärtigen Zustände und Veränderungen in einen ursächlichen

Zusammenhang mit den anderen Erscheinungen auf der Erdoberfläche bringend. Wo aber selbst der Forschung ein scharfer Trennungsschnitt verwehrt ist, darf ihn die Schule erst recht nicht versuchen wollen. Es ist ein Vorzug des erdkundlichen Unterrichts, daß er es wagen darf, schon in seinen Anfangsgründen, ausgehend von heimatlichen Beobachtungen, die gesetzmäßig gestaltenden und umgestaltenden Wirkungsweisen der Erdkräfte zu zeigen, vom Elementaren zum Schwierigeren fortschreitend, immer mit der zunehmenden Aufnahme- und Denkfähigkeit des Schülers Schritt haltend. Dazu gehören vor allen Dingen die Wirkungen des fallenden und fließenden Wassers, die schon der Sextaner nach seinem Vermögen bei Regengüssen, an den ihm bekannten Quellen, Bächen und Flüssen der Heimat zu beobachten hat, und die ihn dann durch alle Klassen bis zur Prima begleiten müssen. Dazu gehören die einfachsten Bodenformen der Umgebung, denen sich bei der ersten Behandlung des deutschen Landes auf der Unterstufe einige Wirkungen der Gletscher im Alpenland, die abtragende, forttragende und aufschüttende Tätigkeit des Windes im Binnenlande und an der Dünenküste, das Nötigste über Lage, Art und Bedeutung der deutschen Bodenschätze, sowie die allerwichtigsten Gesteine zugesellen, von denen einige, wie Granit, Basalt, Kalkstein, Sandstein, Schiefer schon dem Quintaner in guten Handstücken oder, wo es angeht, noch besser in der Natur selbst zu zeigen sind. Mit den länderkundlichen Kreisen erweitern sich sodann die geologischen, wobei auf das Frühere ergänzend zurückzugreifen ist. Die Geographie der europäischen Länder verlangt elementare Hinweise auf Vulkanismus und Gebirgsbildung, auf Karsterscheinungen und fremde Bodenschätze, auf Schwemmlandküsten und ähnliches, wobei natürlich, wie in jedem Unterricht, das rechte Maßhalten zum Gesetz wird. Bei den außereuropäischen Erdteilen wird weiteres über Gebirgsbildung und Vulkanismus erforderlich; immer mehr vulkanische Berge und Inseln türmen sich empor, die Koralleninseln geben dem Schüler neue Fragen auf, in Syrien und in Ostafrika begegnet er den ersten großen Grabenbrüchen, im Stillen Ozean einem gewaltigen Senkungsfeld, auf Neuseeland und im Felsengebirge Nordamerikas fremdartigen Geysiren, wie er sie schon von Island her kennt. Ueberall aber trifft er die zerstörenden und aufbauenden Wirkungen des Wassers an. Eine einflußreiche Stellung kommt der zweiten Durchnahme Deutschlands auf der Mittelstufe zu. Sie muß, um ein geologisches Verständnis der Oberflächenformen vorzubereiten, ein wenig bei dem Zusammenhang dieser Formen und der Bodenreichtümer mit der Geschichte des Bodens verweilen, bei der Entstehung der deutschen Gebirge, bei großen Einbrüchen und Talbildungen, bei der Umgestaltung des norddeutschen Flachlandes und der oberdeutschen Hochebene durch die Eiszeit, bei dem Kampfe zwischen Meer und Küste. Sie wird dabei die historische Geologie nicht ganz entbehren können und bereits etwas aus der Formationslehre, wenn auch nur als schlichten Rahmen, geben. Die Erfahrung lehrt, daß es dem Tertianer willkommen ist. Er lernt vielleicht zum erstenmale eine geologische Karte kennen, eine erste Ahnung ungeheurer erdgeschichtlicher Zeiträume geht ihm auf. Wie dann in Untersekunda eine zusammenfassende Wiederholung Europas unter Betonung der wirtschaftlichen Verhältnisse das geologische Verständnis weiterführen kann, liegt auf der Hand.

Den erwünschten Erfolg darf die Schulgeologie aber nur dort erwarten, wo sie, nicht nur in der Chemie, sondern auch in der Erdkunde, zu größeren Schülern sprechen kann. Das war und ist bisher nur im erdkundlichen Oberklassenunterricht der Oberrealschule möglich. Hier kann endlich das über die Geographiestunden der Unter- und Mittelstufe weithin Verstreute und oft Versprengte in einer allgemeinen physischen Erdkunde einigermaßen systematisch zusammengefaßt, erweitert und vertieft und damit, wie sich aus der Gleichartigkeit der Stoffe ergibt, auch der geologischen Bildung dienstbar gemacht werden. Bietet die Behandlung der Luft- und Wasserhülle in der zerstörenden und neuschaffenden Tätigkeit des Meeres, in der Schichtenbildung, in der Entstehung der Quellen, in den Erosionswirkungen des fließenden Wassers, in der Gletschererosion, in der Bildung der Seen reichlichen Stoff, so häuft sich dieser, in jeder Lehrstunde nach einer glücklichen Auswahl gebieterisch verlangend, sobald sich der Unterricht der Gesteinshülle zuwendet und von ihrer Umgestaltung durch innere und äußere, „endogene“ und „exogene“ Kräfte zu handeln hat, von säkularen Hebungen und Senkungen, von Verwerfungen und Faltungen, von vulkanischen Erscheinungen und Erdbeben, von Verwitterung und Denudation. Dabei tritt nun aber eine Gefahr auf, die in der Länderkunde der tieferen Stufen, wo von einer zusammenhängenden allgemeinen Behandlung solcher Dinge noch nicht die Rede sein kann, viel geringer ist, die Gefahr nämlich, über dem Geologischen das Geographische zu vernachlässigen oder aus dem Auge zu verlieren, nur Geologie anstelle physischer Erdkunde zu treiben. Der Lehrer empfindet eine doppelte Schwierigkeit: er soll eine Ablösung der Fächer voneinander oder gar eine Uebertragung unfruchtbarer Grenzstreitigkeiten in die einheitliche Welt der Schule vermeiden, er soll sich aber zugleich immer der tieferen Unterschiede bewußt bleiben, um das geographische Steuer fest in der Hand zu behalten. Der geographische Gesichtspunkt muß dem geologischen übergeordnet bleiben. Liegt für den Geologen der Wert des Einzelvorganges in seiner Beziehung auf die Vergangenheit, die sich ihm in der räumlichen Tiefe der Erdrinde verkörpert hat, so liegt er für den Geographen in dem Gegenwartszustand der Oberfläche, der durch diesen Vorgang geschaffen wird, der mit anderen Gegenwartszuständen und Vorgängen in räumliche Wechselwirkung tritt, und der ohne vorausgegangene Vorgänge und Zustände nicht zu verstehen ist. So wird dem Geographen die Geologie zu einer Grundlage, ohne die er nicht arbeiten kann, deren Elemente aber erst durch seine Arbeit geographisch werden. Es ist ein Irrtum, wenn manche Geologen und andere Naturwissenschaftler meinen, auf der Oberstufe den Geographen durch den Geologen ersetzen zu können, ein größerer Irrtum, in der Geologie die Krönung des geographischen Lehrgebäudes der Schule zu erblicken. Die Geologie ist Grundlage, eine Krönung bildet die Geographie des Menschen. Es wäre aber auch falsch, der Geographie etwa ihre naturwissenschaftlichen Bestandteile abnehmen und auf die entsprechenden naturwissenschaftlichen Fächer verteilen zu wollen, damit sich die Erdkunde nun ganz den Ländern und Völkern widmen könne. Eine solche Verteilung der Glieder, wie sie die Geologie innerhalb des Bildungsorganismus der Schule verträgt, würde die Wesenseigenart der Erdkunde vergewaltigen.

Hier muß einer immer nachdrücklicher gewordenen Forderung der Schulgeographie von neuem gedacht werden. Sie verlangt nicht nur geographisch vorgebildete Lehrkräfte — ein Verlangen, das die geologische Vorbildung mit einschließt —, sie verlangt vor allem, bis an das Ende der Schulzeit durchgeführt zu werden, nicht einstündig wie jetzt an der Oberrealschule, sondern mit zwei vollen Wochenstunden. Nur dann wird dieses vielseitig umfassende, einheitliche Fach seinen Aufgaben gerecht werden, damit aber auch einer geologischen Bildung, wie sie Schule und Leben brauchen. Dann wird die Erdkunde auch daran denken können, auf geologischer Grundlage, aus dem zusammengesetzten Bau des Bodens heraus, ein „geomorphologisches“ Verständnis für die einfacheren vaterländischen Landschaftsformen zu entwickeln, das Werden, Reifen und Hinschwinden vertrauter Tal- und Berggestalten zu zeigen und in einer unmittelbaren Betrachtung der Heimatlandschaft den Kreis zu schließen, wo ihn der Primaner als Sextaner begonnen hat. Sie wird, je nach Ort und Gelegenheit, hier die Verwitterungsformen von Buntsandsteinfelsen zugleich geologisch wie geographisch betrachten, dort den stufenweisen Aufbau der deutschen Juralandschaften, ihrer mächtigen Schichtenmasse und ihrer ungeschichteten Korallenriffe und Kalkschwammfelsen gleicherweise aus den Vorgängen der Vorzeit wie der Gegenwart deuten. Sie wird längstgeschwundene erdgeschichtliche Oberflächenbilder einfacherer Art mit Gegenwartslandschaften vergleichen können, etwa die Wüstenlandschaft der Buntsandsteinzeit mit den roten Sicheldünen des inneren Asiens, sie wird Bodenformen der norddeutschen Ebene mit den Erscheinungen in heute noch vergletscherten Gebieten in Verbindung setzen, dem Zusammenhange der Erzgänge mit vulkanischen und gebirgsbildenden Kräften und Bewegungen älterer und ältester Zeiten nachgehen oder den Gegensatz waldiger Buntsandsteinhöhen und wein- und fruchtreicher Muschelkalkplatten geologisch-geographisch erklären. Wo es möglich ist, wird sie den Schülern die Erscheinungen des Kontakt- und des Druckmetamorphismus, besonders die praktisch bedeutenden, und ihre geographischen und wirtschaftlichen Folgen aufschließen oder an der Gleichartigkeit des geologischen Baues den einstigen Zusammenhang heute getrennter Landmassen erläutern. Sie wird keine Ueberwucherung gelehrten Stoffes dulden, auch deshalb nicht, weil sie für ihre übrigen Aufgaben wirtschaftsgeographischer, anthropogeographischer, länderkundlicher oder politisch geographischer Art Zeit behalten muß; ihre Kunst wird darin bestehen, im rechten Augenblick das Rechte und Wesentliche herauszugreifen und soviel wie möglich die Natur selbst reden zu lassen. Hat so die Erdkunde unserer Schulen Zeit zum ruhigen Atmen gefunden, dann darf sie sich gelegentlich wohl auch einmal eine Erholungsstunde gönnen und vielleicht, das Landschaftliche bis ins Menschliche hinein verfolgend, Bauwerk und Siedlungsart mit ihren geologischen Voraussetzungen verknüpfen, von den Schieferdörfern des Thüringer- und Frankenwaldes bis zu den dunklen Basaltmauern der Vogelsbergstädtchen, dem verwitterten Schiefergefüge mittelrheinischer Burgen und den feinen und aufgeschlossenen Formen und Farben rheinischer Sandsteindome und -schlösser.

Die grundsätzliche Ueberordnung des Geographischen schließt eine gewisse Bewegungsfreiheit nicht aus. Das Unterrichten ist ja keine Prinzipienreiterei. Eine geologisch gegründete, nicht mehr so wie heute eingeengte Erdkunde bedarf auf der Oberstufe natürlich eines kurzen, aber das Wesentliche enthaltenden Abrisses der „historischen“ Geologie, der Formationslehre, von dem meiner Meinung nach ein Ueberblick über etwas so Ungeographisches wie die wichtigsten palaeontologischen Tatsachen nicht zu trennen ist, den manche Geographen bekanntlich ablehnen. Es wird auch hier darauf ankommen, aus der verwirrenden Fülle nur das für die Erarbeitung eines Weltbildes Wertvolle herauszuheben. Dazu gehört dieses oder jenes Leitfossil, das gezeigt werden will, die zeitliche Abhängigkeit der großen gebirgsbildenden und vulkanischen Bewegungen von bestimmten Abschnitten der Erdgeschichte, die ausschlaggebende Bedeutung des Tertiärs für das heutige Erdbild, die ersten Andeutungen und Spuren des vorgeschichtlichen Menschen. Was an Palaeontologischem geboten wird, muß so beschaffen sein, daß die Schüler nicht nur den geologischen Nutzwert der Leitfossilien, sondern auch die Formenentwicklung vom Niederen zum Höheren, das Aufblühen, Herrschen, Entarten und Aussterben ganzer Tier- und Pflanzenstämme, wie etwa der Ammoniten, erkennen und in manchen noch lebenden Formen letzte Nachzügler eines glorreichen Ahnengeschlechtes erblicken können.

Ich muß noch eines gewichtigen Einwandes gedenken, der wiederholt, meist von geographischer Seite, gegen eine Verpflanzung der Geologie in den Schulunterricht erhoben worden ist. Er entspringt dem hypothetischen Charakter weiter Gebiete der Wissenschaft, der sich aus ihrem jugendlichen Alter und aus den natürlichen Schwierigkeiten ihrer Forschung herleitet. Es wimmelt in der Erdgeschichte von Theorien und ungelösten Problemen, viel mehr als die meisten Schulbücher ahnen lassen. Nun ist es klar, daß auf der Unter- und Mittelstufe Zweifelhaftes keinen Platz haben, daß der Unterricht dort nicht über Tatsächliches hinausgehen darf. Wie steht es aber in den erdkundlichen Stunden der Oberklassen, besonders der Primen? Auch da wird sich die allgemeine, mit der Geologie verwachsene physische Erdkunde, ihrem naturwissenschaftlichen Wesen getreu vom Beobachteten ausgehend, ein festes Gerüst von Tatsächlichem und Bewiesenem, dessen wissenschaftlicher Umfang in den letzten Jahrzehnten ja gewaltig zugenommen hat, wahren müssen. Lehnte sie aber daneben alles Fragliche schroff ab, so würde sie sich, wie eine einfache Ueberlegung zeigt, oft des bedeutungsvollsten Stoffes und zugleich eines ganz eigenartigen Bildungsmittels berauben. Warum sollen wissenschaftlich gerichteten und auf die Weltfragen brennenden Primanern solche gelegentliche erste Blicke auf den Wogengang der Forschung, auf das Leben der Wissenschaft verwehrt sein? Alles Werdende zieht an, ungelöste Fragen lehren Bescheidung und reizen doch zugleich zu geistig kritischer Mitarbeit; schon manchmal hat der Keim einer späteren Entdeckung in der ersten Problemstellung der Schule gelegen. Vorsicht und Beschränkung ist natürlich gerade hier geboten. Man wird geologische Erörterungen zweckmäßig nicht von so offenen Fragen ausgehen lassen, wie sie Entstehung und Urzustand unseres Planeten stellen. Aber einmal wollen Kant und Laplace doch genannt sein, und dann können die neueren Gegenströmungen gegen ihre Theorien nicht wohl verschwiegen werden. Ich glaube nicht mit Lehmann, daß die Streitfragen über Gletschererosion durchaus beiseite bleiben müssen. Wie fruchtbar kann eine erdkundliche Stunde über Gletschererosion, in der sich Gründe und Gegengründe gegenübertreten, gemacht werden! Ich sehe auch nicht ein, weshalb man bei einer Betrachtung des Diluviums die Meinungsverschiedenheiten bedeutender Gelehrten über die Zahl der Eiszeiten und Zwischeneiszeiten aus bloßer Furcht vor dem Hypothetischen übergehen soll. Gebirgsfaltung kann nicht besprochen werden, ohne daß neben der alten Schrumpfungstheorie die Tatsache anderer Erklärungsversuche wenigstens erwähnt wird, Vulkanismus nicht, ohne daß die Ungewißheit über den Sitz der vulkanischen Kräfte und die sich entgegenstehenden Anschauungen der Forscher knapp und deutlich zur Sprache kommen, wobei gewiß auch ganz allgemein der uns unbekannte Zustand des Erdinnern mit manchem Für und Wider herangezogen wird. Vieles wird auch hier von der Lage des Schulortes abhängen. So werden in einer erzgebirgischen Anstalt sicherlich die Fragen nach der Entstehung des Gneises, nach Lakkolithen und Kontakthöfen aufgeworfen werden, während einer norddeutschen Schule glaziale Fragen näher liegen. Endlich erscheint es mir empfehlenswert, einsichtigere Schüler bei guter Gelegenheit auf die überaus zahlreichen Fehlerquellen aufmerksam zu machen, die noch fast jedem geologischen Zeitberechnungsversuch zum Mißlingen brachten.

Ich bin mir bewußt, in dieser Skizze, der es um Bildungsfragen zu tun ist, das eigentlich Methodische nur gestreift zu haben. Ueber methodische Einzelheiten des Geologieunterrichts, über seine hauptsächlichen Hilfsmittel, über Schulausflüge und Selbsttätigkeit des Schülers, Kartenlesen und Zeichnen, Reliefs und Modelle, Experimente, Wandschmuck und Schulsammlungen liegen viele treffliche Ratschläge von Fachmännern vor. Auch für sie mag gelten, was für jedes Arbeitsfeld lebendiger Persönlichkeiten gilt: im Notwendigen Einigkeit, in allem übrigen Freiheit!

Das neue „Musterverzeichnis von Einrichtungen und Lehrmitteln für den physikalischen Unterricht" der Königl. Preußischen Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht.[1]

Bericht von Studienrat Dr. Maey, Remscheid.

Bei der Begründung der Königl. Preußischen Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht im September 1914 wurde ihr von der Unterrichtsverwaltung unter andern Aufgaben auch die der Erteilung von Ratschlägen bei der

[1] Im Verlage von Quelle & Meyer, Leipzig; geb. M 3.

Neueinrichtung naturwissenschaftlicher Lehrzimmer und Sammlungen, sowie der Aufstellung von Normalverzeichnissen naturwissenschaftlicher Unterrichtsmittel vorgezeichnet. Die Wichtigkeit dieser Aufgabe ist schon lange erkannt und an ihrer Erfüllung seit Jahrzehnten auch in andern Ländern gearbeitet. Einen geschichtlichen Ueberblick darüber aus dem Jahre 1894 von dem um die Förderung des physikalischen Unterrichts so verdienten Dr. K. Noack finden wir in der Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht, [2] und ich will daher nur aus der weiteren Entwickelung dieser Bestrebungen hervorheben, daß er selbst dort ein Normalverzeichnis von 172 Nrn. zusammengestellt hat. So wertvoll nun auch die Mitteilung eines solchen nach den reichen Erfahrungen eines angesehenen Fachmannes sein mag, es wird im allgemeinen nicht die Vielseitigkeit aufweisen, die dafür wünschenswert ist. Daher sah es denn auch unser Verein bald nach seiner Gründung (1891) als eine seiner ersten Aufgaben an, ein solches Normalverzeichnis aufzustellen. Ueber die Vorarbeiten dazu finden wir einen Bericht von Dir. Schwalbe im ersten Jahrgang dieser Blätter [3] und das fertige Normalverzeichnis mit einleitenden Bemerkungen von unserm ersten Vorsitzenden Prof. F. Pietzker im II. Jahrgang. [4] Seine größere Reichhaltigkeit zeigt sich schon äußerlich in den 276 Nrn.

Was damals der Verein in diesem Verzeichnis geschaffen hat, hat seine praktische Anerkennung schon lange dadurch gefunden, daß es in den Preislisten mehrerer angesehener Lehrmittelhandlungen (Max Kohl, Leipzig und E. Leybolds Nachf., Cöln) den empfohlenen Zusammenstellungen zu Grunde gelegt wurde. Jetzt hat es auch die amtliche Anerkennung gefunden, indem es gleichsam in dem Musterverzeichnis eine zeitgemäß vermehrte und verbesserte Neuauflage gefunden hat.

Geht nun schon aus den eben gemachten Angaben hervor, daß der Inhalt eines solchen Musterverzeichnisses sicher je nach dem Verfasser, der Zeit und besonders auch nach der Schulgattung, auf die es berechnet ist, eine recht verschiedene Abgrenzung erhalten muß, so kann doch sein Wert nicht genug hervorgehoben werden. Wer je eine physikalische Lehrsammlung an einer neu einzurichtenden Schule ganz neu zu beschaffen hat, wird trotz Jahre langer eigener Erfahrung gern nach einem Musterverzeichnis als Anhalt greifen, das die Entscheidung in manchen zweifelhaften Fällen erleichtert. Es wäre doch wahrlich eine Arbeitsvergeudung, wenn jeder Lehrer, dem solch eine Aufgabe zufällt, die ganze Arbeit der Zusammenstellung mit allen Prüfungen und Entscheidungen von Grund auf neu machen sollte. Außerdem dürfen Anträge auf Aufschaffungen, die sich auf das Musterverzeichnis stützen, eine erhöhte Geltung beanspruchen und um so eher Annahme finden.

Wenn es freilich lange Zeit gedauert hat, bis die Anerkennung des Normalverzeichnisses sich durchgesetzt hat, so liegt dem wohl die Abneigung der Fachgenossen zu Grunde, es als verbindlich gelten zu lassen. Jeder Verwalter einer physikalischen Sammlung hat das Bedürfnis. diese nach seinen eigenen Erfahrungen auszugestalten. Einem behördlichen Zwang aber soll das neue Musterverzeichnis ebensowenig dienen wie die bisherigen Normalverzeichnisse. Es soll nicht als Vorgesetzter die Handlungsfreiheit des Verwalters einengen, sondern nur als Berater ihm zur Seite stehen, und als solcher kann es auch selbst an Schulen mit gut ausgestatteten Sammlungen bei Neuanschaffungen gute Dienste leisten. In dieser Absicht ist auch das neue Musterverzeichnis ausdrücklich für alle Fachgenossen herausgegeben. Es ist wie die früheren als Entwurf aufzufassen, für dessen weitere Vervollkommnung die Mitarbeit aller am physikalischen Unterricht beteiligten Lehrer erbeten wird. Daher hält es auch diese Zeitschrift für ihre Aufgabe, auf dieses Musterverzeichnis mit allem Nachdruck aufmerksam zu machen.

Der Ausschuß, der die Zusammenstellung besorgt hat, bestand aus den Herren Professor Dr. F. Bremer, Prof. R. Heyne, Oberlehrer W. Kisse, Prof. W. Masche, Prof. Dr. F. Poske, Prof. Dr. R. Schenck, Prof. Dr. O. Schlesinger und Dr. W. Volkmann. Er hat sich dafür entschieden, fürs erste nur den Entwurf für eine Schulgattung, und zwar die Oberrealschule zu liefern. Das Verzeichnis soll also für das am weitesten gesteckte Lehrziel der höheren Schulen genügen. Während in den bisherigen Verzeichnissen die Einrichtung und die Geräte zum allgemeinen Gebrauch in etwa 20 Nummern abgetan wurden, umfassen im neuen Musterverzeichnis Bau und innere Einrichtung in zwei besonderen Hauptabschnitten 17 Seiten mit eingehender Beschreibung und bildlichen Darstellungen und endlich die allgemeine Ausstattung im III. Hauptabschnitt auf weiteren 16 Seiten 142 Nr. An Räumen gehören danach zu einer Musterausstattung ein Physiksaal, ein Vorbereitungsraum, ein Sammlungsraum, ein Uebungsraum für Schüler, ein Arbeitszimmer für Lehrer, eine Werkstatt und eine Dunkelkammer. Nur die wenigsten Anstalten dürften wohl über eine so vollständige Ausstattung mit Räumen für den Physikunterricht verfügen. Verlangte doch das Normalverzeichnis als notwendig nur ein Sammlungszimmer in un-

[2] VII. Jahrg. 1894. S. 217.
[3] I. Jahrg. 1895. S. 71.
[4] II. Jahrg. 1896 S. 24.

mittelbarer Verbindung mit dem Lehrzimmer und führte ein Arbeitszimmer nur als wünschenswert auf. Daß aber für jeden jener sieben Räume ein Bedürfnis vorliegt, ist dort eingehend begründet. Wenn z. B. die Werkstatt mit dem Vorbereitungszimmer vereinigt ist, so leiden die hier aufgestellten Lehrmittel zu sehr unter Staub, ebenso auch die in dem meist benachbarten Sammlungsraum, Ein besonderer Arbeitsraum für die Lehrer fehlt wohl fast überall. Gewöhnlich muß der Lehrer für seine Studien mit irgend einer Ecke sich begnügen, sehr zum Schaden seiner Arbeit sowohl wie auch der übrigen Einrichtungen. Es zeigt sich bei den meisten Schulen, daß man beim Bau eine derartige Entwickelung der Bedürfnisse des Physikunterrichts nicht geahnt hat. Das einmal gemachte Versäumnis läßt sich aber ohne bauliche Erweiterungen nie wieder gut machen, während jeder Mangel an besonderen Lehrmitteln allmählich beseitigt werden kann. Daß aber gerade in der Anlage der Räume leicht etwas versäumt wird, ist sehr naheliegend. Hat der Physiklehrer, der bei dem Neubau die Pläne zu begutachten hat, nicht gerade besonderen Belang für Photographie, so unterbleibt wohl die Anlage einer Dunkelkammer, während sein Nachfolger oder schon seine Amtsgenossen auch von den andern Fächern sie sehr entbehren. Oder hat der Begutachter noch keine Neigung, Schülerübungen abzuhalten, so verzichtet er auf den Raum dafür, und so ist die Entwickelung des Unterrichts in dieser Richtung hin auf unabsehbare Zeit lahm gelegt, auch wenn nach ihm oder neben ihm andere Amtsgenossen mit allem Eifer dafür eintreten möchten. Daher ist eine Uebersicht über die Bedürfnisse an Räumen gerade als besonders notwendig zu begrüßen.

Auch der Ausstattung der Werkstatt mit Werkzeugen und Werkstoffen sind sehr eingehende Uebersichten gewidmet. Die Wichtigkeit, daß letztere in genügender Auswahl bereit liegen, wird meist unterschätzt. Ich halte es für notwendig, daß diese auch in einer besonderen Liste jedes Sammlungsverzeichnisses aufgeführt werden, während sie meistens als Nebensachen dort garnicht Erwähnung finden. Ein neu hinzu kommender Lehrer kann dann überhaupt nicht herausfinden, was schon vorhanden ist, da die Werkstoffe meist in Schubladen, Regalen und Kasten versteckt liegen. Grimsehl[5] sagt über die Wichtigkeit einer Werkstatt: „In der Tat halte ich die Werkstatt für notwendiger als jeden Apparat. Ich würde, wenn ich die Neueinrichtung von physikalischen Unterrichtsräumen wieder einmal und zwar mit sehr beschränkten Mitteln vorzunehmen hätte, mein erstes Geld für die Werkstatt ausgeben.“ Daneben aber möchte ich doch auch mit gleichem Nachdruck auf das hinweisen, was Noack in dem Vorwort[6] zu seinem Normalverzeichnis über die Tätigkeit des Physiklehrers in der Werkstatt sagt. Er hält es bei dem großen Umfang anderer Aufgaben und Pflichten im allgemeinen schlechterdings für ausgeschlossen und auch nicht für wünschenswert, daß der Selbstanfertigung von Apparaten ein allzu breiter Spielraum eingeräumt wird. Es soll also diesem aus einer noch so guten Ausstattung der Werkstatt nicht die Pflicht erwachsen, nun allerlei einfache Lehrmittel selbst zu bauen, auch wenn sie in der Werkstatt bestellbar sind. Daneben aber tritt immer der Bedarf an allerlei Hilfsvorrichtungen und Ausbesserungen auf, die ohne vielseitige Ausstattung der Werkstatt nicht zu erreichen sind. Wollte man da sich in allen Fällen an einen Handwerker wenden, so würde diese Heranziehung oft mehr Arbeit machen als die Selbsthilfe. Nur die Hilfe des Schreiners — und einen solchen gibt es doch an jedem Ort — wird nach meiner Erfahrung am bestem in weitem Maße herangezogen. Daher verzichte ich auch darauf, größere Stücke verschiedener Hölzer auf Vorrat zu halten. Liegt irgend ein Bedarf vor, so fertigt ein benachbarter Schreiner aus der im einzelnen Falle passenden Holzart, das Brett oder Gestell im allgemeinen sauberer gehobelt und besser gefugt an, als dieses einem Lehrer möglich ist. Aehnliches gilt auch von Schlosserarbeiten. Das macht dann wohl Hobelbank und Drehbank meist entbehrlich, aber nicht die meisten andern Sachen für Holz- und Metallarbeiten, da der Handwerker meist nur den Rohbau liefern wird, an dem noch weitere Einrichtungen zu treffen sind.

Außer der Werkstatt ist im III. Hauptabschnitt auch die übrige allgemeine Ausstattung mit Stellzeug, Verbindungen, Heizgeräten, Lichtwaren, elektrischem Bedarf, Glassachen, Geräten aus Porzellan und Ton, Blechsachen, Holzwaren, Meßgeräte, Zeichengeräte, Geräte für Arbeiten mit Quecksilber, Reinigungszeug und Allerlei mit dankenswerter Ausführlichkeit behandelt; nur eine Handbücherei vermisse ich.

Nach den von Grimsehl[7] gemachten Vorschlägen würde diese so reichhaltig ausfallen, wie an den meisten Anstalten kaum die physikalische Abteilung der Lehrerbücherei ist. Sollte aber die Unterbringung dieser in den Räumen der physikalischen Sammlung nicht angängig sein, so ist doch wenigstens eine kleine besonders dem Handgebrauch dienende Bücherei hier unentbehrlich. Zu dieser rechne ich:

---

[5] Didaktik und Methodik der Physik, München 1911. S. 45. Abschnitt 20.

[6] Zeitschr. für phys. u. chem. Unt. VII. Jahrg. 1894. S. 220.

[7] Didaktik und Methodik. S. 50.

1. Weinhold: Physikalische Demonstrationen (5. Aufl.)
2. Fr. C. G. Müller: Technik des physikalischen Unterrichts; oder Lehmann-Frick: Physikalische Technik,
3. F. Kohlrausch: Lehrbuch oder Leitfaden der praktischen Physik,
4. H. Hahn: Handbuch oder Leitfaden für physikalische Schülerübungen,
5. Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht,
6. Landolt und Börnstein: Physikalisch-chemische Tabellen,
7. Logarithmentafel, vierstellige mit physikalischen Tabellen, z. B. von Dr. A. Schülke (Teubner) oder Dr. F. G. Gauß (Halle a. S., Strien),
8. eine Reihe von Preislisten angesehener Lehrmittelhandlungen,
9. ein Zugangs- und ein Sachverzeichnis,
10. eine Sammlung graphischer Darstellungen,
11. eine Sammlung von Umrissen technischer Anlagen,
12. eine Sammlung von Versuchsentwürfen.

Während die Nrn. 1 bis 11 keiner besonderen Empfehlung bedürfen, möchte ich doch zu Nr. 12 noch einiges bemerken. Ich verstehe darunter nicht nur eine Sammlung von Gebrauchsanweisungen zu den einzelnen Vorrichtungen, sondern vor allem auch eine solche von Plänen über deren Zusammenstellung. Für diese kommen an jeder Stelle oft mehrere aus der Sammlung in Betracht, eine aber ist die beste. Eine solche Musterzusammenstellung erfordert mannigfaches Ausprobieren, und jeder Physiker pflegt sich für künftige Fälle seine Anmerkungen zu machen, aber meist nur für sich. Um diese für die Sammlung nutzbar zu machen, sollten sie auf besonderen haltbaren Blättern, am besten Karten oder Papptafeln, mit einem Plan der Zusammenstellung niedergelegt werden. Während nun die Gebrauchsanweisungen der einzelnen Vorrichtungen bei diesen aufbewahrt werden können, dürften die Pläne über Zusammenstellungen bei keiner Vorrichtung einen sicheren Platz finden und daher eine Kartensammlung erfordern. Als Muster eines solchen Planes möchte ich nur auf Fig. 1 in dem Aufsatz: Bemerkungen zu dem Versuche über die Vereinigung der Spektralfarben von Dr. K. Rosenberg[8] hinweisen. In einem solchen Plan sind dann noch alle Stücke mit ihrer Nummer im Sachverzeichnis kenntlich zu machen und die Abmessungen der Aufstellung einzutragen.

Eine fertige Plansammlung spart dem Verwalter der Sammlung und auch seinen Amtsgenossen sicher viel Arbeit. Der erstere hat freilich anfangs die Mehrarbeit, seine Bemerkungen auf für andere verständlich auszuarbeiten. Dann aber ist er der Mühe überhoben, den Amtsgenossen bei jeder Aufstellung behilflich zu sein; diese finden sich an der Hand der Pläne schnell selbständig zurecht, die Vorrichtungen werden sogleich sachgemäß aufgestellt, ein unnützes Probieren fällt weg, sie werden geschont, und dieses alles kommt dann wiederum der Verwaltung der Sammlung zu gut.

Ueber solche Kartenregister in physikalischen Sammlungen liegen wohl noch wenig Erfahrungen vor. Auch Grimsehl,[9] der sie empfiehlt, hatte sie bei den Versuchsplänen noch nicht zur Anwendung gebracht. In der von mir verwalteten Sammlung sind zwar eine größere Zahl von Gebrauchsanweisungen und eine Reihe von Versuchsplänen ausgearbeitet; aber noch nicht in einheitlicher Form und z. T. noch als Entwürfe. Der Krieg hat auch hier die weitere Förderung gehindert. Aber diese Bedenken betreffen ja nur die Form der Sammlung, über den Nutzen der Versuchspläne kann kein Zweifel bestehen.

Der IV. Hauptabschnitt führt die Lehrmittel für die einzelnen Gebiete der Physik auf, soweit sie dem Vorführungsunterricht dienen. Solche, die insbesondere bei Schülerübungen zu gebrauchen sind, sind einer späteren Zusammenstellung vorbehalten. Jeder seiner Teile enthält zuerst die allgemein als notwendig angesehenen Vorrichtungen und in einer zweiten Reihe unter „Wünschenswert“ solche, die nur von einzelnen Mitgliedern des Ausschusses empfohlen sind. Eine solche Teilung war auch schon in dem Normalverzeichnis von 1896 durchgeführt. Sie ist zweifellos das beste Mittel, im Ausschuß eine Einigung herbeizuführen, ferner dem Sammlungsverwalter einen gewissen Spielraum schon vorzuzeichnen und so das Musterverzeichnis nicht als verbindliche Vorschrift, sondern als beratendes Hilfsmittel zu kennzeichnen.

Im alten Normalverzeichnis entfielen auf die notwendigen Vorrichtungen nur 132 Nrn., auf die wünschenswerten 144 Nrn., im Musterverzeichnis aber auf erstere 242 Nrn. und auf die zweite Gruppe 126 Nrn. Berücksichtigt man noch, daß unter den 132 Nrn. des Normalverzeichnisses noch 18 Nrn. für den allgemeinen Gebrauch enthalten sind, die im Musterverzeichnis in den Abschnitten I—III ausführlicher behandelt sind, so bemerken wir in der Liste der notwendigen Vorrichtungen eine Steigerung der Ansprüche etwa auf das Doppelte. Das ist bei der zunehmenden Bedeutung von Physik und Technik für das heutige wirtschaftliche Leben nicht verwunderlich. Es war demgegenüber auch eine gewissenhafte Beschränkung auf das wirklich Nutzbringende am Platze, und daß sie geübt ist,

[8] Zeitschr. für d. phys. u. chem. Unt. XXX. Jahrg. 1917. S. 217.

[9] Didaktik und Methodik, S. 49.

zeigt sich darin, daß auch einige Nrn. des Normalverzeichnisses ausgeschieden wurden. Wir finden z. B. im Musterverzeichnis nicht mehr den Potenzflaschenzug und die Lane'sche Maßflasche. Wenn ich aber auch Fernsprecher und Fernhörer vermisse, so habe ich doch den Eindruck, daß hier ein Versehen vorliegt. Es kann nun nicht meine Aufgabe sein, hier in eine Kritik der Einzelheiten mich einzulassen. Dabei würde ich der fruchtbaren Arbeit des Ausschußes erfahrener Physiker, die in 34 Sitzungen ihre Auswahl getroffen haben, nicht gerecht. Wenn aber andererseits der Ausschuß alle Fachgenossen auffordert, unsere Erfahrungen zu weiterer Vervollkommnung des Musterverzeichnisses der Hauptstelle mitzuteilen, so möge dieser Anregung nach eingehender Prüfung in jedem einzelnen Falle auch fleißig Folge geleistet werden. Ich will im Folgenden nur die Gesichtspunkte hervorheben, nach denen eine Prüfung im Einzelnen zu erfolgen hätte und diese auf einzelne Beispiele anwenden. Dazu möchte ich folgende Forderungen aufstellen, denen die Vorrichtungen, soweit sie im Unterricht vorgeführt werden, entsprechen sollen.

Die Rücksicht auf den Schüler verlangt,

1. daß jede möglichst einfach ist,
2. daß sie so groß ist, daß jeder normalsichtige Schüler sie auch von einem entfernten Sitzplatze des Lehrzimmers gut beobachten kann.

Die Rücksicht auf den Staat oder die Gemeinde, welche die Schule unterhält, verlangt,

3. daß jede Vorrichtung möglichst billig und
4. recht vielseitig verwendbar ist.

Endlich erfordert die Rücksicht auf den Lehrer,

5. daß sie dauerhaft und
6. möglichst gebrauchsfertig ist.

Diese Forderungen klingen ja fast selbstverständlich, die Schwierigkeit ihrer Erfüllung liegt darin, daß sie sich z. T. widersprechen; hier ist die Hauptaufgabe der Prüfung einen Ausgleich zu finden. Sodann möchte ich noch hervorheben, daß sie auch nicht für die Vorrichtungen für Schülerübungen in gleichem Maße gelten. So würden z. B. die Forderungen 2 u. 4 für diesen Zweck einen ganz andern Maßstab bedingen.

Der ersten Forderung liegt die Absicht zu Grunde, dem Schüler nicht nur das unmittelbare Verständnis der Vorrichtung zu erleichtern, sondern ihm durch ihre Einfachheit auch die Anregung zu geben, zu Hause selbständig Versuche nachzumachen. Wenn z. B. unter IV. A. a. 1 eine Wage mit zwei Wagschalen an langem und eine an kurzem Bügel gefordert wird, so erscheint mir diese letztere überflüssig. Denn sie ist leicht durch eine Ueberbrückung der einen Schale an langem Bügel mit einem auf zwei Klötzen ruhenden Brett oder ein besonders zugepasstes Bänkchen zu ersetzen. Eine Wage mit zwei gewöhnlichen Schalen hat mancher Schüler zu Hause, und er kann daher auch mit einer solchen die Wägung im Wasser leicht nachmachen. Die Benutzung der Schale mit kurzem Bügel, die er nicht hat, kann ihn nur davon abschrecken. Mit Rücksicht auf die dritte Forderung scheint mir Folgendes beachtenswert. Wir finden auf S. 56 unter Nr. 49 als wünschenswert G r i m s e h l s Apparat zur Bestimmung des Arbeitswerts der Wärmeeinheit. Dieser kostet nach Friedenspreis M 70. Eine Röhre nach Whiting aber nur M 4.50, 2 kg Bleischrot dazu M 1.50, 3 Spunde M 0.45. Das Thermometer ist auch sonst vorhanden. Mit diesen einfachen Mitteln kann bei einiger Umsicht der Arbeitswert mit überraschend guter Genauigkeit (1 %
Fehler) ermittelt werden.

Der 6. Forderung endlich entspricht die auf S. 58 Nr. 30 als wünschenswert aufgeführte Influenzmaschine nach Holtz ohne Selbsterregung zu wenig. Es ist mir als junger Lehrer nicht nur an einer Anstalt begegnet, daß mir der Verwalter erklärte, die H o l t z sche Influenzmaschine ginge nicht. Durch sorgfältige Reinigung gelang es mir dann doch, sie in Betrieb zu setzen und prächtige Funken zu erzielen, aber wieviel Arbeitszeit geht dabei jedesmal verloren! Diese Schwierigkeit fällt doch bei den Maschinen mit Selbsterregung fort. Auch mit der Wasserpresse habe ich die gleiche Erfahrung gemacht. Wenn man sie alle Jahre einmal gebrauchen will, so ist der Kolben meist undicht und es kostet eine außerordentliche Arbeit, sie instand zu setzen. Ich begnüge mich an meiner jetzigen Schule mit einem Modell aus Glas zum Preise von M 3.

Mit der gesamten Technik befindet sich auch die des physikalischen Unterrichts noch in regster Entwickelung und daher steht auch eine fortgesetzte Vervollkommnung des Musterverzeichnisses noch zu erwarten.

Bei der Herausgabe des Musterverzeichnisses hat der Ausschuß nebenher noch eine besonders zu begrüßende Tat vollbracht. Er hat in weitgehendem Maße die fremdsprachlichen Ausdrücke verdeutscht. In der letzten Nummer dieser Blätter macht uns Geh. Rat Dr. P o s k e mit den auch auf diesem Gebiet der Fachsprache einsetzenden Bestrebungen bekannt. Seine Bedenken sind zweifellos in jedem einzelnen Falle von Verdeutschung zu berücksichtigen, aber im ganzen sollten sie uns nicht diesen Bestrebungen abgeneigt machen. Gesetzliche Verordnungen zur Verdeutschung wissenschaftlicher Ausdrücke halte auch ich für eine Uebertreibung, aber Musterverzeichnisse von Verdeutschungen könnten wohl amtlich empfohlen werden und würden für die Sprache der Wissenschaft so segenreich wirken, wie es das hier behandelte Musterverzeichnis für den Unterricht sicher sein wird. Leider vermissen wir gerade bei hochverdienten Vertretern der Wissenschaften vielfach die so erwünschte Anteilnahme an diesen Bestrebungen. Das mag sich aus der Gewöhnung an die fremden Fachausdrücke erklären. Forscher sind ja auch meist durch ihre Wissenschaft so in Anspruch genommen, daß sie für Aeußerlichkeiten wenig Zeit finden. Wir Lehrer aber haben die Aufgabe, die Wissenschaft dem Volke nahe zu bringen und dazu gehört auch eine volkstümliche Sprache, nicht eine solche die mit allen möglichen, und z. T. ganz unnötigen Fremdwörtern sich einen möglichst gelehrten Anstrich gibt. Wir wollen keinen Gegensatz zwischen Wissenschaft und Schule auf dem Gebiete der Sprache schaffen, sondern durch die Schule auch die Sprache der Wissenschaft verdeutschen, soweit es für diese möglich und zum Verständnis für weitere Volkskreise nötig ist. Da bietet uns das Musterverzeichnis schon treffliche Beispiele, fürs erste seinen Namen; die früheren hießen Normalverzeichnisse. Sicherlich war dieses kein glücklich gewählter Name, wie so vielfach gerade bei Fremdwörtern. Normal waren sie weder in Bezug auf den durchschnittlich tatsächlichen Bestand, noch konnten sie ihrem Wesen nach als beratende Vorschläge eine Norm sein. Wie treffend kennzeichnet dagegen das Wort Musterverzeichnis dessen Zweck und Inhalt! Ich kann hier nicht alle sonst angewandten Verdeutschungen durchgehen, aber einige besonders angenehm auffallende möchte ich doch hervorheben. Das Wort Apparat ist fast durchweg mit Vorrichtung übersetzt, aber an einigen Stellen doch ohne Nötigung stehen geblieben. Sollte damit vielleicht zum Ausdruck kommen, daß das Wort Apparat nicht verworfen werden soll, da es als eingedeutscht zu betrachten ist? Das Wort „—meter“ in den Zusammensetzungen hat in der wissenschaftlichen Ausdrucksweise die ganz besondere Bedeutung der Meßvorrichtung. Wie wenig folgerichtig aber bisweilen solche Bildungen sind, zeigt uns das Wort Dasymeter. Wer aber hat damit je die Dichte der Luft gemessen? Recht glücklich gewählt erscheint mir die Verdeutschung „Auftriebwage“. Das Pyknometer dient zwar genaueren Messungen, zeigt aber diese nicht selbst an, sondern dieses tut erst die Wage. Daher ist es auch als verfehlte Wortbildung zu verwerfen. Das Dichtefläschchen ist jedenfalls durchaus treffend gebildet. Das Aräometer gehört freilich in die Gattung „—meter“, ich glaube aber, daß das Wort Senkwage berufen ist ein wirklich volkstümlicher Ersatz zu werden, den auch die Wissenschaft gebrauchen kann ohne Schaden für die weitere Entwickelung wissenschaftlicher Benennungen.

Daß die Verdeutschungen vielfach zur Klärung der behandelten Begriffe führen, zeigt u. a. auch der Ersatz des Wortes Resonanz. Dieses umfasst freilich eine ganze Fülle von Erscheinungen nicht nur aus der Schallehre als Gattungsbegriff. Dieses durch ein einziges deutsches Wort aus der Schallehre zu ersetzen. kann leicht mißverständlich sein. Aber je nach seinem besonderen Sinn kann es durch Mittönen, Mitschwingen oder auch durch Einstimmung ersetzt werden. Mit diesem letzteren Wort lassen sich auch die Beiwörter „erzwungene“ und „vorherige“ leicht verständlich verbinden, was für Resonanz nicht in gleichem Maße gilt.

Daß auch der Unterricht in der Physik durch den Gebrauch guter Verdeutschungen erleichtert wird, kann ich aus eigener Erfahrung bestätigen, und ich möchte daher auch bei dieser Gelegenheit alle Fachgenossen bitten, der Verdeutschung unnötiger fremder Fachausdrücke ihre besondere Aufmerksamkeit zuzuwenden.

Ueber Primzahlen von der Form $p = 6q + 1$.

Von A. Flechsenhaar, z. Z. im Felde.

In seinen Vorlesungen über Zahlentheorie hat Lejeune Dirichlet die Gleichung $p = x^2 + 3y^2$ behandelt. Ohne Benutzung der Theorie der quadratischen Formen soll im nachfolgenden dieselbe Gleichung untersucht werden im Anschluß an die entsprechende Lösung der Gleichung $p = x^2 + y^2$ in der Enzyklopädie der Elementar-Mathematik von Weber und Wellstein.

I.

Ist $p = 6q + 1$ eine Primzahl, so läßt sich stets die Gleichung

$$u^2 + 3v^2 = pn \tag{1}$$

herstellen, bei der u, v, n ganze rationale teilerfremde Zahlen sind. Dies folgt ohne weiteres aus der Tatsache, daß für jede Primzahl $p = 6q + 1$, niemals aber für eine Zahl $p = 6q - 1$, die Gleichung

$$z^2 \equiv -3 \,(\mathrm{mod}\, p) \text{ oder } z^2 + 3 \cdot 1^2 = pn \tag{2}$$

lösbar ist. Es soll zunächst gezeigt werden, wie sich aus (1) durch Umwandlung die Gleichung ergibt

$$u'^2 + 3v'^2 = p. \tag{3}$$

Zu diesem Zweck wird gesetzt

$$\left.\begin{aligned} u &= pa \pm u_1 \\ v &= pb \pm v_1 \end{aligned}\right\}, \text{ wo } u_1 < \frac{p}{2}, v_1 < \frac{p}{2} \text{ ist.} \tag{4}$$

Dann ist

$$u^2 + 3v^2 = p^2(a^2 + 3b^2) + 2p(\pm a u_1 \pm 3 b v_1) + u_1^2 + 3v_1^2. \tag{5}$$

Mit Rücksicht auf (1) muß daher

$$u_1^2 + 3v_1^2 = p n_1 \tag{6}$$

sein, wo $n_1 < p$ ist entsprechend der Einschränkung bei (4).

Setzt man jetzt

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= n_1 a_1 + \alpha \\ v_1 &= n_1 b_1 + \beta \end{aligned}\right\}, \text{ wo } |\alpha| \leqq \frac{n_1}{2}, \ |\beta| \leqq \frac{n_1}{2} \text{ ist,} \tag{7}$$

so wird

$$u_1^2 + 3v_1^2 = n_1^2(a_1^2 + 3b_1^2) + 2n_1(a_1\alpha + 3b_1\beta) + \alpha^2 + 3\beta^2$$

oder mit Rücksicht auf (6)

$$\alpha^2 + 3\beta^2 = n_1 \cdot n_2. \tag{8}$$

Nun kann aber der Fall $\alpha = \beta = 0$ ausgeschlossen werden, da dann nach (7) u_1 und v_1 durch n_1 und ferner nach (6) $p n_1$ durch n_1^2 teilbar wäre; d. h. es müßte $n_1 = 1$ werden, da p Primzahl und $n_1 < p$ ist. Dann wäre (6) schon die gesuchte Gleichung von der Form (3). Ebenso ist der Fall $\alpha = \beta = \frac{n}{2}$ auszuschalten, da dann nach (7) $u_1^2 + 3 v_1^2 = k n_1^2$ wäre, also nach (6) $k n_1^2 = p n_1$; das führt aber zu demselben Schluß. Somit ist nach der Einschränkung von (7)

$$\alpha^2 + 3\beta^2 = n_1 n_2 < n_1^2 \text{ oder } n_2 < n_1.$$

Da nach (7) $\alpha = u_1 - n_1 a_1$; $\beta = v_1 - n_1 b_1$ ist, wird

(9) $$\alpha u_1 + 3\beta v_1 = u_1^2 + 3 v_1^2 - n_1 (a_1 u_1 + 3 b_1 v_1) = \pm n_1 \cdot u_2$$

$$\alpha v_1 - \beta u_1 = n_1 (b_1 u_1 - a_1 v_1) = \pm n_1 \cdot v_2.$$

Durch Quadrieren und Addieren folgt hieraus

$$n_1^2 (u_2^2 + 3 v_2^2) = (\alpha u_1 + 3\beta v_1)^2 + 3(\alpha v_1 - \beta u_1)^2 = (\alpha^2 + 3\beta^2)(u_1^2 + 3 v_1^2).$$

Werden aus (6) und (8) die entsprechenden Werte eingesetzt, so wird

(10) $$u_2^2 + 3 v_2^2 = p n_2.$$

Aus (6) ist also eine Gleichung (10) gefunden, bei der p einen kleineren Faktor hat. Ist $n_2 > 1$, so kann durch Fortsetzung dieses Verfahrens der Faktor bis auf 1 erniedrigt werden, so daß damit (3) gelöst ist.

B e i s p i e l: Es sei $p = 163$; aus der Kongruenz $117^2 \equiv -3 \pmod{163}$ folgt die Gleichung $117^2 + 3 \cdot 1^2 = 163 \cdot 84$. Es ist also

$u = 117 = 163 \cdot 1 - 46$; $v = 1 = 163 \cdot 0 + 1$,
also $u_1 = 46$; $v_1 = 1$.
$u_1^2 + 3 v_1^2 = 163 \cdot 13$, also $n_1 = 13$.
$u_1 = 46 = 13 \cdot 4 - 6$; $v_1 = 1 = 13 \cdot 0 + 1$,
also $\alpha = -6$ $\beta = 1$.
$\alpha \cdot u_1 + 3\beta v_1 = 13(-21)$; $\alpha v_1 - \beta u_1 = 13(-4)$;
also $u_2 = 21$, $v_2 = 4$.
$u_2^2 + 3 v_2^2 = 163 \cdot 3$, also $n_2 = 3$.
$u_2 = 21 = 3 \cdot 7$; $v_2 = 4 = 3 \cdot 1 + 1$; $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = +1$.
$\alpha_1 u_2 + 3\beta_1 v_2 = 12 = 3 \cdot 4$.
$\alpha_1 v_2 - \beta_1 u_2 = -21 = 3 \cdot (-7)$, also $u_3 = 4$, $v_3 = 7$,
somit $4^2 + 3 \cdot 7^2 = 163$.

Damit ist die gesuchte Gleichung gefunden.

II.

Es soll nun bewiesen werden, daß für eine Primzahl $p = 6q + 1$ Gleichung (3) nur auf eine einzige Art lösbar ist. Zu diesem Zweck wird gezeigt, daß eine ungerade Zahl P, die auf zweifache Art in der Form (3) darstellbar ist, eine zusammengesetzte Zahl ist. Es sei

(11) $$P = u_1^2 + 3 v_1^2 = u_2^2 + 3 v_2^2.$$

Für $u_1 < u_2$, also $v_1 > v_2$ ist, wenn δ den größten gemeinschaftlichen Teiler von $u_2 - u_1$ und $v_1 - v_2$ darstellt,

(12) $$u_2 = u_1 + \delta \alpha; \quad v_1 = v_2 + \delta \beta.$$

Dabei sind α und β ganze positive teilerfremde Zahlen. Aus (11) und (12) folgt

$$(u_1 + \delta\alpha)^2 + 3 v_2^2 = u_1^2 + 3(v_2 + \delta\beta)^2 \text{ oder}$$
$$2 u_1 \alpha + \delta\alpha^2 = 6 v_2 \beta + 3\delta\beta^2.$$

Beide Seiten dieser Gleichung müssen durch $3\alpha\beta$ teilbar sein, also ist

(13) $$\alpha(2u_1 + \delta\alpha) = 3\beta(2 v_2 + \delta\beta) = 3\alpha\beta\gamma \text{ oder}$$

(14) $$2u_1 = 3\beta\gamma - \delta\alpha; \; 2v_2 = \alpha\gamma - \delta\beta; \; 2u_2 = 3\beta\gamma + \delta\alpha.$$

Hieraus ergibt sich

$$4(u_2^2 + 3 v_2^2) = 9\beta^2\gamma^2 + 6\alpha\beta\gamma\delta + \delta^2\alpha^2 + 3\alpha^2\gamma^2 - 6\alpha\beta\gamma\delta + 3\delta^2\beta^2 \text{ oder}$$

(15) $$P = u_2^2 + 3 v_2^2 = \frac{1}{4}(\alpha^2 + 3\beta^2)(\delta^2 + 3\gamma^2).$$

Sind nun u_1 und u_2 gerade und daher v_1 und v_2 ungerade, so ist nach (12) δ gerade und nach (14) auch γ gerade; also ist $\frac{\delta^2 + 3\gamma^2}{4}$ eine ganze Zahl größer als 1, ebenso ist $\alpha^2 + 3\beta^2 > 1$; somit ist P eine zusammengesetzte Zahl. Ganz ebenso liegen die Verhältnisse, wenn u_1 und u_2 ungerade, v_1 und v_2 gerade sind. Sind schließlich u_1 und v_2 gerade, u_2 und v_1 ungerade, so sind $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ungerade und daher sowohl $\alpha^2 + 3\beta^2$ als auch $\delta^2 + 3\gamma^2$ durch 4 teilbar; dann wäre aber nach (15) P keine ungerade Zahl. Ist also eine ungerade Zahl in doppelter Weise in der Form (3) darstellbar, so ist sie eine zusammengesetzte Zahl; bei den beiden Darstellungen ist entweder jedesmal u' gerade und v' ungerade oder umgekehrt.

Ist α durch 3 teilbar, also $\alpha = 3\varepsilon$, so lautet Gleichung (13):

(13a) $$3\varepsilon(2u_1 + \delta \cdot 3\varepsilon) = 3\beta(2v_2 + \delta\beta) = 3\varepsilon\beta\gamma_1.$$

Hieraus ergibt sich

(15a) $$P = u_2^2 + 3 v_2^2 = \frac{1}{4}(\beta^2 + 3\varepsilon^2)(\gamma_1^2 + 3\delta^2).$$

Die weiteren Ueberlegungen sind die gleichen.

Umgekehrt gilt auch der Satz, daß eine zusammengesetzte Zahl $P = p_1 \cdot p_2$ in doppelter Weise in der Form $P = U^2 + 3V^2$ darstellbar ist, wenn die Faktoren p_1 und p_2 die Form haben

$$p_1 = u_1^2 + 3 v_1^2; \quad p_2 = u_2^2 + 3 v_2^2$$

und alle Zahlen u_1, u_2, v_1, v_2 von Null verschieden sind. Es sei

(16) $$U_1 = 3 v_1 v_2 + u_1 u_2 \qquad \pm V_1 = v_2 u_1 - v_1 u_2$$
$$\pm U_2 = 3 v_1 v_2 - u_1 u_2 \qquad V_2 = v_2 u_1 - v_1 u_2$$

Dann zeigt eine einfache Rechnung die Richtigkeit folgender Gleichung:

$$U_1^2 + 3V_1^2 = U_2^2 + 3V_2^2 = (u_1^2 + 3v_1^2)(u_2^2 + 3v_2^2) = p_1 \cdot p_2, \text{ also}$$

(17) $$P = U_1^2 + 3V_1^2 = U_2^2 + 3V_2^2.$$

Daß die beiden Darstellungen (17) wirklich verschieden sind, läßt sich leicht zeigen. Denn $U_1 = U_2$, $V_1 = V_2$ hätte zur Folge, daß eine der vier Zahlen u_1, u_2, v_1, v_2 Null wäre. Dagegen kann sehr wohl eine der beiden Darstellungen (17) uneigentlich werden, nämlich wenn $U_2 = 0$ oder $U_1 = 0$ wird, d. h. wenn P ein Quadrat oder ein dreifaches Quadrat ist ($p_1 = p_2$ oder $p_1 = \varrho^2 p_2$). Der Fall $U_2^2 = 3V_1^2$ und $U_1^2 = 3V_2^2$ kommt nicht in Frage, da bei rationalen Zahlen nie ein einfaches Quadrat gleich einem dreifachen Quadrat sein kann.

Ist ferner $P = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \ldots$ eine zusammengesetzte Zahl und

$$P = U^2 + 3V^2,$$

so ist auch jeder Faktor p_i von P in der Form

$$p_i = u_i^2 + 3 v_i^2$$

darstellbar. Diese Darstellung ist nach dem Verfahren unter I leicht zu finden, wenn $p_i = p$, $\frac{P}{p_i} = n$ gesetzt wird. Daher kann P auch nie Primfaktoren von der Form $6q - 1$ enthalten.

III.

In enger Beziehung steht Gleichung (3) mit der Gleichung

(18) $$p = x^2 + xy + y^2 \text{ bezw.}$$

(19) $$\begin{cases} p = (x+y)^2 - (x+y)x + x^2 \\ p = (x+y)^2 - (x+y)y + y^2 \end{cases}$$

Hat (18) bezw. (19) eine Lösung $x_1 = b$; $y_1 = c$, so genügen auch die Werte $x_2 = a$, $y_2 = -b$ und $x_3 = a$; $y_3 = -c$, wo $a = b + c$ ist. Die drei Wertepaare, die im Grunde nur eine Lösung darstellen, werden in der Form

$$p = [a;\, b, c] \tag{20}$$

geschrieben, womit ausgedrückt werden soll, daß die Gleichungen bestehen:

$$p = a^2 - ab + b^2 = a^2 - ac + c^2 = b^2 + bc + c^2, \tag{21}$$
$$\text{wo } a = b + c \text{ ist.}$$

Aus (18) können leicht folgende drei Gleichungen abgelesen werden:

$$\begin{cases} 4p = (x-y)^2 + 3(x+y)^2 \\ 4p = (x + 2y)^2 + 3x^2 \\ 4p = (2x + y)^2 + 3y^2. \end{cases} \tag{22}$$

Da bei ungeradem p mindestens eine der Zahlen x, y ungerade ist, so ist von den 3 Gleichungen (22) stets eine, aber auch nur eine, durch 4 teilbar.

Für ungerades x und y ist sowohl $\frac{x+y}{2}$ als auch $\frac{x-y}{2}$ ganzzahlig, also

$$p = \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \text{ ganzzahlig.} \tag{23}$$

Ist x gerade und y ungerade, so wird

$$p = \left(\frac{x}{2} + y\right)^2 + 3\left(\frac{x}{2}\right)^2 \text{ ganzzahlig.} \tag{24}$$

Die Beziehungen zwischen (3) und (20) sind mit Hilfe von (23):

$$\begin{cases} u' = \frac{x-y}{2}; & x = v' + u' \\ v' = \frac{x+y}{2}; & y = v' - u' \end{cases} \tag{25}$$

Mit Hilfe von (24) wird

$$\begin{cases} u' = \frac{x}{2} + y; & x = 2v' \\ v' = \frac{x}{2}; & y = u' - v' \end{cases} \tag{26}$$

Welche der beiden Beziehungen (25) und (26) bei der Umrechnung von (3) in (18) und umgekehrt zu benutzen ist, ist leicht zu ersehen. Da aus jeder Lösung von (18) eine Lösung von (3) gefunden werden kann, kann (18) nicht mehr Lösungen haben als (3) und umgekehrt. Also hat (18) für Primzahlen $p = 6q + 1$ stets eine Lösung.

Gleichung (16) zeigt, wie aus $p_1 = u_1^2 + 3v_1^2$ und $p_2 = u_2^2 + 3v_2^2$ die beiden entsprechenden Lösungen für $P = p_1 \cdot p_2$ gefunden werden. Hiernach lassen sich auch leicht aus $p_1 = [a_1;\, b_1, c_1]$ und $p_2 = [a_2;\, b_2, c_2]$ die beiden Darstellungen

$$\begin{cases} P = p_1 p_2 = [b_1 b_2 + c_1 c_2 + b_1 c_2; \\ \qquad\qquad b_1 b_2 + c_1 c_2 + c_1 b_2, b_1 c_2 - c_1 b_2] \text{ und} \\ P = p_1 p_2 = [b_1 c_2 + c_1 b_2 + b_1 b_2; \\ \qquad\qquad b_1 c_2 + c_1 b_2 + c_1 c_2;\, b_1 b_2 - c_1 c_2] \end{cases} \tag{27}$$

finden. Im besonderen ist für $p_1 = p_2$,

$$P = p_1^2 = (3v_1^2 + u_1^2)^2 + 3 \cdot 0 = (3v_1^2 - u_1^2)^2 + 3 \cdot (2u_1 v_1)^2, \tag{28}$$

d. h. nur eine Darstellung ist eigentlich. Entsprechend wird

$$\begin{cases} P = p_1^2 = [b_1^2 + c_1^2 + b_1 c_1;\, b_1^2 + c_1^2 + b_1 c_1, 0] \\ \qquad = p_1^2 + p_1 \cdot 0 + 0^2 = p_1^2 - p_1^2 + p_1^2 \text{ und} \\ P = p_1^2 = [a_1^2 - c_1^2;\, a_1^2 - b_1^2,\, b_1^2 - c_1^2] \\ \qquad = (a_1^2 - c_1^2)^2 - (a_1^2 - c_1^2)(b_1^2 - c_1^2) \\ \qquad + (b_1^2 - c_1^2)^2 = \ldots\ldots \end{cases} \tag{29}$$

Auch hier ist nur eine Darstellung eigentlich.

Wie man die verschiedenen Darstellungen findet, wenn P mehr als zwei Faktoren hat, von denen jeder in der Form (3) bezw. (18) dargestellt ist, ist hiernach leicht einzusehen. Dagegen ist es mir nicht geglückt, einen elementaren Beweis dafür zu finden, daß die Zahl der Lösungen $2^{\mu - 1}$ ist, wenn P sich aus μ verschiedenen Faktoren von der Form $6q + 1$ zusammensetzt.

Erwähnt mag werden, daß sich aus (18) noch eine dritte interessante Darstellung ergibt, nämlich

$$p = \frac{1}{2}\left[x^2 + y^2 + (x+y)^2\right], \tag{30}$$

d. h. jede Primzahl von der Form $p = 6q + 1$ ist auf eine Art als halbe Summe der Quadrate dreier Zahlen darstellbar, von denen die größte gleich der Summe der beiden kleineren ist.

Unter den Zahlen, die der Gleichung (2) genügen, nimmt die Zahl 3 eine besondere Stelle ein. (3) hat hierfür die Gestalt

$$p = 3 = 0^2 + 3 \cdot 1^2,$$

(20) nimmt die Form an

$$p = 3 = [2;\, 1, 1] = 1^2 + 1 \cdot 1 + 1^2 = 2^2 - 2 \cdot 1 + 1^2;$$

es ist also $b = c$. Die beiden Gleichungen (27) lauten für $p_2 = 3$, also $b_2 = c_2 = 1$

$$3p_1 = [a_1 + b_1;\, a_1 + c_1,\, b_1 - c_1].$$

Entsprechend ergibt sich mit Hilfe von (16) für $p_2 = 3$; $u_2 = 0$, $v_2 = 1$

$$3p_1 = (3v_1)^2 + 3 \cdot u_1^2.$$

Schließlich liefert (30) in diesem Falle

$$3 = \frac{1}{2}\left[2^2 + 1^2 + 1^2\right].$$

IV.

In I wurde gezeigt, wie aus einer Lösung von (2) eine solche von (3) und damit auch von (18) gefunden werden kann. Wird die Lösung von (2) nicht aus einer Tabelle entnommen, so führt ein einfaches Probieren rascher zum Ziel, wenn die nachfolgende Einschränkung bei der Auswahl der Zahlen beachtet wird.

Nach (18) ist $(x+y)^2 = p + xy$, also $x + y > \sqrt{p}$ ferner ist nach

$$(22)\quad (x+y)^2 = \frac{4p}{3} - \frac{1}{3}(x-y)^2, \text{ also } x + y < \sqrt{\frac{4p}{3}}.$$

Also ist

$$\sqrt{p} < x + y < \sqrt{\frac{4p}{3}}. \tag{31}$$

Es kommen also für $x + y$ nur höchstens $0{,}155\sqrt{p}$ Zahlen in Frage. Unter diesen werden diejenigen ausgesucht, die die erste Gleichung von (22) befriedigen, so daß also

$$x - y = \sqrt{4p - 3(x+y)^2} \tag{22a}$$

eine ganze rationale Zahl wird.

Beispiele:

1. $p = 493$; $23 \leqq (x+y) \leqq 25$.

Keiner der drei in Frage kommenden Werte 23, 24, 28 liefert einen rationalen Wert von $x - y$ in (22a). Also ist 493, das die Form $6q + 1$ hat, keine Primzahl, sondern eine zusammengesetzte Zahl mit Faktoren $6q - 1$.

2. $p = 1009$; $32 \leqq x + y \leqq 36$.

Von den 5 Zahlen ergibt nur $x + y = 35$ einen rationalen Wert für $x - y$, nämlich $x - y = 19$; also ist $x = 27$, $y = 8$ und daher

$$1009 = [35;\, 27, 8] = 35^2 - 35 \cdot 27 + 27^2 = 35^2 - 35 \cdot 8 + 8^2 = 27^2 + 27 \cdot 8 + 8^2.$$

Also wird nach (26) die Gleichung (3) die Form annehmen

$$1009 = (4 + 27)^2 + 3 \cdot 4^2 = 31^2 + 3 \cdot 4^2.$$

3. $p = 91$; $10 \leqq x + y \leqq 11$.

Für $x + y = 10$ wird nach (22a) $x - y = 8$, für $x + y = 11$ wird $x - y = 1$; also ergeben sich die beiden Lösungen

$$91 = [10;\ 9,\ 1] = 4^2 + 3 \cdot 5^2 \text{ und}$$
$$91 = [11;\ 6,\ 5] = 8^2 + 3 \cdot 3^2.$$

Ist p und damit die Zahl der für $x + y$ in Frage kommenden Werte sehr groß, so ist es ratsam, mit der Methode der Exkludenten zu arbeiten (Weber und Wellstein § 72, 5).

Ist nämlich (22)

$$(x - y)^2 + 3\,(x + y)^2 = 4\,p$$

und wird β als quadratischer Nichtrest einer beliebigen Zahl e gewählt, so ist jeder Wert $x + y$, der der Kongruenz

(32) $$\beta + 3\,(x + y)^2 \equiv 4\,p \pmod e$$

genügt, auszuschalten.

Beispiele:

4. $p = 2^{17} - 1 = 131\,071$; $363 \leqq x + y \leqq 418$.

Um nicht die Probe für sämtliche 56 Zahlen durchführen zu müssen, wird z. B. $e = 5$ gesetzt; Nichtreste sind 2 und 3. Dann hat (32) entweder die Form

$$2 + 3\,(x + y)^2 \equiv 4 \cdot 131\,071 \equiv 4 \pmod 5 \text{ oder}$$
$$3 + 3\,(x + y)^2 \equiv 4 \pmod 5.$$

Die erste Gleichung wird befriedigt durch

$$x + y = 5\,n + 2 \text{ und } x + y = 5\,n + 3.$$

Also fallen von den 56 Zahlen die 23 weg, die als Einerziffer eine 2, 3, 7, 8 haben; es bleiben also noch 33 Zahlen.

Der Exkludent $e = 7$ hat die Nichtreste 3, 5, 6; da $131\,071 \equiv 3 \pmod 7$ ist, hat 32 die Form

$$\beta + 3\,(x + y)^2 \equiv 12 \equiv 5 \pmod 7$$

$\beta = 5$ liefert $x + y = 7\,n$

$\beta = 6$ liefert $x + y = 7\,n + 3$ oder $x + y = 7\,n + 4$.

Somit fallen noch die Werte von $x + y$ fort, die eine der Formen $7\,n$, $7\,n + 3$, $7\,n + 4$ haben.

Entsprechend kommen durch $e = 11$ die Werte von der Form $11\,n$, $11\,n + 1$, $11\,n + 3$, $11\,n + 8$, $11\,n + 10$ in Wegfall; ferner durch $e = 13$ die Werte $13\,n$, $13\,n \pm 2$, $13\,n \pm 3$, $13\,n \pm 4$.

Somit bleiben nur noch die sechs Zahlen 365, 369, 370, 376, 391, 411.

Mit diesen Zahlen wird jetzt am praktischsten der Versuch durchgeführt.

Würde man noch die Exkludenten $e = 17$ und 19 wählen, so blieben nur noch die zwei Zahlen 365 und 376; die letztere fällt auch noch weg, wenn $e = 23$ benutzt wird. Es bleibt also nur noch

$x + y = 365$ und somit $x - y = \sqrt{4\,p - 3\,(x + y)^2} = 353$, also

$$x = 359,\ y = 6;\ u' = 362,\ v' = 3.$$

Die Zahl

$p = 2^{17} - 1 = 132071 = 362^2 + 3 \cdot 3^2 = [365;\ 359,\ 6]$ ist also eine Primzahl, da sie nur eine Zerlegung zuläßt.

5. $p = 606\,409$; $779 \leqq x + y \leqq 499$.

Für den Exkludenten $e = 5$ sind die quadratischen Nichtreste $\beta_1 = 2$, $\beta_2 = 3$; der letztere liefert aus (32)

$$3 + 3 \cdot (x + y)^2 \equiv 1 \pmod 5,$$

d. h. die Zahlen $x + y = 5\,n + 1$ und $5\,n + 4$ sind auszuschalten, also alle Zahlen, die in der Einerstelle eine 1, 4, 6, 9 haben, d. h. es bleiben statt 121 Zahlen nur noch $121 - 49 = 72$ Zahlen zu untersuchen. Werden entsprechend die Exkludenten 7, 11, 13, 17, 19 benutzt, so bleiben noch für $x + y$ die 7 Werte 785, 788, 827, 848, 862, 865, 867. Die Anwendung auf (22) zeigt, daß nur $x + y = 848$ und $x + y = 867$ in Frage kommen. Sie liefern

1. $p = 547^2 + 3 \cdot 320^2 = [867;\ 640,\ 227]$ und
2. $p = 259^2 + 3 \cdot 424^2 = [848;\ 683,\ 165]$.

Demnach ist $p = 609\,409$ das Produkt zweier Primzahlen von der Form $6\,q + 1$.

Die Zerlegung in Faktoren erfolgt entweder mit Hilfe der Gleichungen (16) oder (12) bis (15) bezw. (15a). Letztere liefern

$$\alpha\,\delta = 288,\ \beta\,\delta = 104, \text{ also } \delta = 8,\ \beta = 13,\ \alpha = 3\,\varepsilon = 36;$$
$$\gamma_1 = 62;$$

also ist

$$p_1 = \beta^2 + 3\,\varepsilon^2 = 13^2 + 3 \cdot 12^2 = 601 = [25;\ 24,\ 1],$$
$$p_2 = \frac{\gamma^2 + 3\,\delta^2}{4} = 31^2 + 3 \cdot 4^2 = 1009 = [35;\ 27,\ 8].$$

Es liegt nahe, die Lösungen (20) der Gleichung (18) mit den Wurzeln einer kubischen Gleichung zu bringen. Die kubische Gleichung mit den Wurzeln a, b, c hat die Form

$$(z + a)\,(z - c)\,(z - b) = z^3 - z\,(b^2 + b\,c + c^2) + a\,b\,c = 0,$$

oder da $b^2 + b\,c + c^2 = p$ ist

(32) $$z^3 - z\,p + a\,b\,c = 0.$$

Aus p und den zugehörigen Werten a, b, c von (20) ergibt sich also sofort die kubische reduzierte Gleichung (32) mit den drei relativ primen Wurzeln $- a, b, c$ und umgekehrt. Die Diskriminante dieser Gleichung ist

$$D = [(a + b)\,(a + c)\,(b - c)]^2,$$

wobei von Interesse ist, daß

$$3\,p = [a + b;\ a + c,\ b - c]$$

ist. Die kubische Gleichung

$$z^3 - \varrho\,z \pm \tau = 0,\ \varrho \text{ teilerfremd } \tau,$$

hat also nur dann drei rationale ganze Wurzeln, wenn ϱ nur Primfaktoren von der Form $6\,q + 1$ und 3 hat und τ das Produkt der Lösungen a, b, c von $a = [a;\ b,\ c]$ ist. Die Verhältnisse sind auch dann leicht zu überschauen, wenn ϱ und τ einen gemeinsamen Faktor haben, wobei $\varrho = \varrho_1\,b^2$, $\tau = \tau_1 \cdot b^3$ sein muß.

Tabelle für die Lösungen von Gleichung (3) und (20) für einige Primzahlen und zusammengesetzte Zahlen.

p	$a;\ b, c$	u, v	P	$a;\ b, c$	u, v
3	2; 1, 1	0, 1	3 · 7	5; 4, 1	3, 2
7	3; 2, 1	2, 1	3 · 13	7; 5, 2	6, 1
13	4; 3, 1	1, 2	3 · 19	8; 7, 1	3, 4
19	5; 3, 2	4, 1	3 · 31	11; 7, 4	9, 2
31	6; 5, 1	2, 3	3 · 37	11; 10, 1	6, 5
37	7; 4, 3	5, 2	3 · 43	13; 8, 5	9, 4
43	7; 6, 1	4, 3	3 · 61	14; 13, 1	6, 7
61	9; 5, 4	7, 2	3 · 67	16; 11, 5	3, 8
67	9; 7, 2	8, 1	—	—	—
73	9; 8, 1	5, 4	7 · 13	10; 9, 1	4, 5
79	10; 7, 3	2, 5		11; 6, 5	8, 3
97	11; 8, 3	7, 4	7 · 19	12; 11, 1	5, 6
103	11; 9, 2	10, 1		13; 9, 4	11, 2
109	12; 7, 5	1, 6	7 · 31	16; 13, 3	5, 8
127	13; 7, 6	10, 3		17; 9, 8	13, 4
139	13; 10, 3	8, 5	13 · 19	17; 14, 3	10, 7
151	14; 9, 5	2, 7		18; 11, 7	2, 9
157	13; 12, 1	7, 6	—	—	—
163	14; 11, 3	4, 7	3 · 7 · 13	17; 16, 1	9, 8
181	15; 11, 4	13, 2		19; 11, 8	15, 4
193	16, 9, 7	1, 8	—	—	—
199	15; 13, 2	14, 1	7 · 13 · 19	43; 40, 3	23, 20
				45; 37, 8	41, 4
				47; 32, 15	31, 16
				48; 25, 23	1, 24

Das Flakschießen[1].

Von Dr. E. Magin (z. Z. Flakschule Konstantinopel).

Der vorliegende Aufsatz behandelt das Schießen nach Luftzielen (Flugzeugen) vom idealen Standpunkt aus, d. h. unter der Annahme, daß die Geschoßbahn eine Parabel ist.

In Figur 1 ist O die Geschützstellung, $OX =$ Mün-

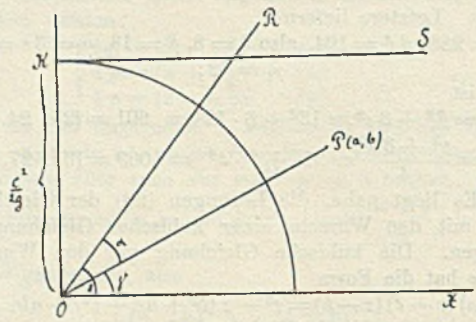

Fig. 1.

dungshorizontale (X Achse), $P(ab) =$ Luftziel, $OP =$ Visierlinie. $\sphericalangle\, XOP = \gamma =$ Geländewinkel, $OP =$ Zielentfernung, $OR =$ Richtung der Rohrachse-Abschußrichtung, $\sphericalangle\, XOR = \varepsilon =$ Erhöhungswinkel, $\sphericalangle\, POR =$ Aufsatzwinkel. Anfangsgeschwindigkeit des Geschosses $= c$, Endbeschleunigung $= g$. Die Gleichung der zu einem Erhöhungswinkel ε gehörigen Schußparabel ist dann:

$$y = x \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{g}{2} \frac{x^2}{c^2 \cos^2 \varepsilon}.$$

Hieraus bestimmen sich die Koordinaten ξ, η des Parabelbrennpunktes:

$$\xi = \frac{c^2}{2g} \sin(2\varepsilon), \quad \eta = -\frac{c^2}{2g} \cos(2\varepsilon),$$

d. h. die Brennpunkte aller zu einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit c gehörigen Parabeln mit ver-

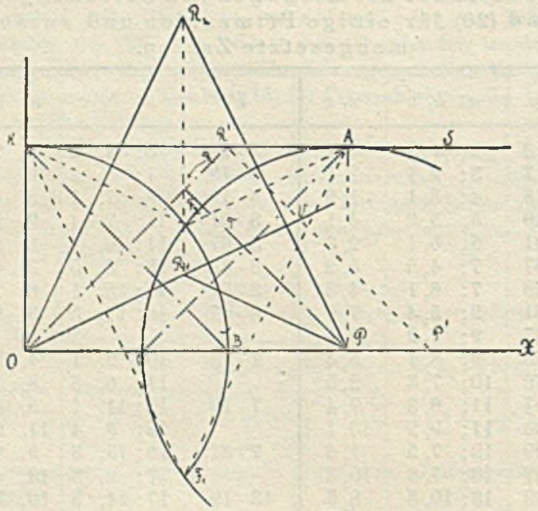

Fig. 2.

änderlichem Erhöhungswinkel ε liegen auf dem Kreise O mit dem Radius $\frac{c^2}{2g}$ (= größter Schußhöhe bei $\varepsilon = 90^0$). Dabei ist $KS \parallel OX$ für alle Parabeln gemeinsame Leitlinie. Die Benutzung dieses Zusammenhanges macht die Konstruktion der Schußelemente sehr einfach.

[1] „Flak" ist die Abkürzung für Flugzeugabwehrkanone.

Es sei (Fig. 2) P zunächst ein Punkt des Mündungshorizontes OX. Die durch P gehenden Parabeln sollen festgelegt werden. Da KS für die Parabeln Leitlinie ist und deren Brennpunkte auf dem Kreise $O\left(\frac{c^2}{2g}\right)$ liegen, findet man diese Brennpunkte F_1 und F_2 als Schnittpunkte der Kreise $O\left(\frac{c^2}{2g}\right)$ und $P(PA)$, wobei $PA \perp KS$. Aus den Gleichungen für ξ und η geht weiter hervor, daß $OR_1 \perp KF_1$ und $OR_2 \perp KF_2$ die Abschußrichtungen für die beiden Parabeln sind. Die Figur zeigt sofort, daß OR_1 und OR_2 zu OR ($\perp KB$, $OR =$ Winkelhalbierenden von $\sphericalangle\, KOP$) symmetrisch liegen. Aus Parabeleigenschaften ergibt sich weiter, daß $PR_1 \perp AF_1$ und $PR_2 \perp AF_2$ Tangenten in P für die beiden durch P gehenden Parabeln sind (Aufschlagrichtungen). PR_1 und PR_2 sind symmetrisch zu PT ($\perp AC$ und $\perp OR$). Hieraus folgt, daß: $\sphericalangle\, OR_1P = \sphericalangle\, OR_2P$ ist, d. h. der Winkel zwischen Aufschlag- und Abschußrichtung der ersten Parabel ist gleich dem der zweiten. Ersichtlich ist, daß der äußerste auf OX vom Geschütz O erreichbare Zielpunkt P der Punkt P' ist, für welchen F_1 und F_2 in B zusammenfallen. $OP' = 2 \times OB = \frac{c^2}{g} =$ größte

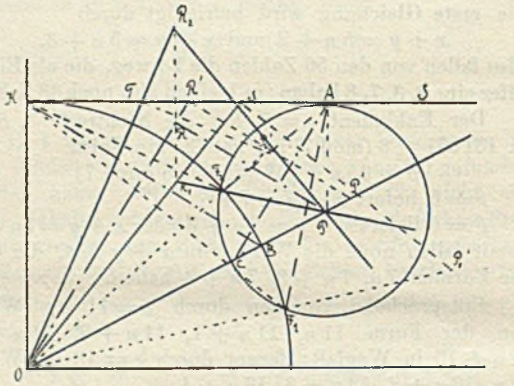

Fig. 3.

Schußweite. OR_1 und OR_2 fallen dann in die Richtung OR, PR_1 und PR_2 in eine durch P' gehende Gerade $R'P' \perp OR$ zusammen. R fällt in R' auf KS.

Die für einen Punkt des Mündungshorizontes natürlich sehr einfach erscheinenden Verhältnisse lassen sich für einen beliebigen Punkt P der Ebene in genau entsprechender Weise darstellen. In Figur 3 ist P der von O aus zu treffende Punkt. Wie oben sind die Brennpunkte F_1 und F_2 der beiden durch P gehenden Schußparabeln die Schnittpunkte der Kreise $O\left(\frac{c^2}{2g}\right)$ und $P(PA)$, $OR_1 \perp KF_1$ und $OR_2 \perp KF_2$ sind die Abschußrichtungen, also $\sphericalangle\, R_1OP$ und $\sphericalangle\, R_2OP$ die Aufsatzwinkel. Die zu OR_1 gehörige Parabel ist ein Flachschuß, die zu OR_2 gehörige ein Steilschuß[2], $PR_1 \perp AF_1$ und $PR_2 \perp AF_2$ sind die Richtungen, mit denen die Parabeln durch das Ziel P gehen. OR_1 und OR_2 liegen symmetrisch zu OR ($\perp KB$, $OR =$ Winkelhalbierende des $\sphericalangle\, KOP$), PR_1 und PR_2 liegen symmetrisch zu PR ($\perp AC$). Da $AC \perp KB$, ist $PR \perp OR$. Wieder ist $\sphericalangle\, OR_2P = \sphericalangle\, SR_1P$. Aus geo-

[2] Beim praktischen Schießen wird nur der Flachbahnschuß verwendet.

metrisch leicht erkennbaren Gründen (Aehnlichkeit der Vierecke OR_2PR_1 und KF_1AF_2) liegen RR_1R_2 in einer Geraden $\perp KS$.

Rückt das Ziel P in Richtung OP aufwärts, so fallen in der Grenze die Punkte F_1 und F_2 in B zusammen, OR_1 und OR_2 fallen in OR zusammen. R fällt also in R' auf KS. Dieser Grenzfall P' des Punktes P kann demnach gefunden werden, indem man $R'P' \perp OR'$ zieht und mit OP zum Schnitt bringt. Die beiden durch P' gehenden Parabeln fallen in eine zusammen. P' ist der äußerste auf OP erreichbare Zielpunkt.

Aus der angegebenen Konstruktion des Punktes P' geht hervor, daß diese Grenzpunkte für veränderliche Richtung OP auf einer Parabel H liegen, für welche O Brennpunkt, KS Scheiteltangente ist. Dies kann auch so gedeutet werden, daß die Schar sämtlicher Schußparabeln als Umhüllungskurve diese Parabel H besitzt. Es ist leicht ersichtlich, daß man diese Parabel H dadurch erzielen könnte, daß vom Punkte K mit der Abschußrichtung KS und der Anfangsgeschwindigkeit C geschossen wird.

Hat man also in Figur 4 diese Parabel H gezeichnet und schießt in der Richtung OR, so erhält man den Punkt P', in welchem die Geschoßbahn die Kurve H berührt, indem man $\sphericalangle ROP' = \sphericalangle KOR$ macht. Ebenso erhält man in Figur 3 die Punkte P_1'

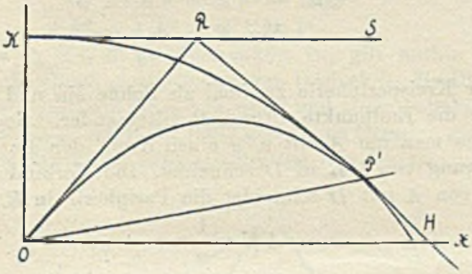

Fig. 4.

und P_2', in denen die in den Richtungen OR_1 und OR_2 aufsteigenden Schußparabeln die Kurve H berühren, indem man in S und T auf OS und OT Lote errichtet und mit OF_1 und OF_2 zum Schnitt bringt.

Der Raum, innerhalb dessen der Flieger vom Flakgeschütz getroffen werden kann, ist also ein Paraboloid mit OR als Rotationsachse, der Parabel H als Profilkurve. Flakgeschütze können aus praktischen Rücksichten nicht bis zu einem Erhöhungswinkel von 90^0 schießen. Sie haben einen toten Winkel. Ist also für ein Geschütz der maximale Erhöhungswinkel $\varepsilon = ROX$ (Figur 4), so findet man den vom Geschütz bestreichbaren Raum, indem man die zu OR gehörige Schußparabel mit ihrem Berührungspunkt P' konstruiert. Die zwischen OP' und $P'H$ liegende Fläche gibt das Feld an, in welchem der Flieger vom Geschütz erreichbar ist.

Flugzeuge können bei ihren großen Eigengeschwindigkeiten nicht wie ruhende Ziele beschossen werden. Man muß nach der Höhe und nach der Seite „vorhalten". Eine einfache Konstruktion ist hier nicht möglich, aber einige Bemerkungen sind vielleicht angebracht. In Figur 5 soll sich der Flieger längs der Parallelen h auf das Geschütz zu bewegen. Der Punkt P' (Abschußrichtung OR') ist der äußerste auf der Parallelen h erreichbare Zielpunkt. Er wird hier vom absteigenden Parabelast getroffen. Während aber das Geschoß den Flugweg von O bis P' zurücklegt, hat sich der Flieger nach Q begeben (Abschußrichtung Oq, wenn nur Flachbahnschüsse zugelassen werden). Man hat also um den in P' anvisierten Flieger zu treffen, die Flugbahn zu senken. Befindet sich dagegen der Flieger in P_1 (Abschußrichtung OR'), so hat man, weil der Flieger vom aufsteigenden Ast

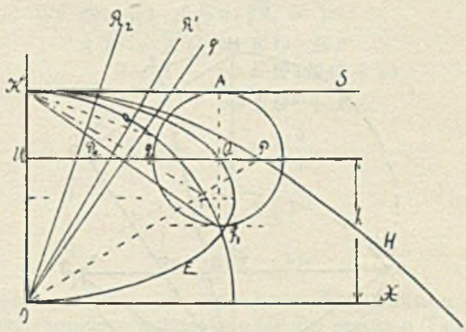

Fig. 5.

erreicht wird, die Flugbahn nach OR_2 zu heben. Es ist klar, daß sobald der Flieger den Punkt Q, in welchem die Schußparabel mit ihrem Scheitel die Parallele h berührt, überschritten hat, die Flugbahn gehoben, vorher die Flugbahn gesenkt werden muß.

Der Punkt Q ist nach den oben angegebenen Zusammenhängen leicht auffindbar. Die Aufschlagrichtung soll $// OX$ sein, AF_1 also $\perp OX$. Man hat also im Abstande AQ zu der Parallelen h eine Parallele zu ziehen und findet F_1 und damit Q. Zugleich zeigt diese Konstruktion, daß die Scheitel Q aller Schußparabeln auf einer Ellipse liegen mit KO als kleiner Achse, $2 \times KO$ als großer Achse. Befindet sich ein kommender Flieger im Gebiet zwischen der Parabel H und der Ellipse E, so ist, wenn nur Flachbahnschüsse verwendet werden, das „Vorhalten" durch Senken der Flugbahn zu bewerkstelligen, innerhalb der Ellipse E durch Heben der Geschoßbahn.

Konstruktion der mittleren Proportionale zwischen zwei Strecken ohne Benutzung senkrechter Linien.

Von Direktor O. Schneider (Dortmund).

Die Strecken seien a und b (Fig. 1). Von dem beliebigen Punkt A eines beliebigen Kreises trage man a zweimal als Sehne ein — AB und AC — und trage

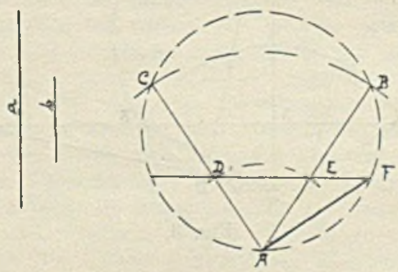

Fig. 1.

auf diesen Sehnen von A aus b ab, bis D bezw. E. Die Verbindungslinie von D und E schneidet in ihrer Verlängerung die Peripherie in F. AF ist die gewünschte mittlere Proportionale.

Der Beweis ergibt sich aus dem folgenden Satz:

Zieht man von einem beliebigen Punkt der Kreisperipherie zwei gleiche Sehnen und verbindet ihre Endpunkte miteinander, so sind die Rechtecke aus allen von jenem Punkt aus gezogenen Sehnen und ihrem dem Punkt benachbarten Abschnitt einander gleich und zwar gleich dem Quadrat einer der beiden gleichen Sehnen.

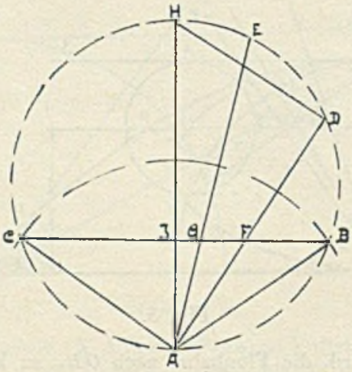

Fig. 2.

Vor: $AB = AC$

Beh.: $AD \cdot AF = AE \cdot AG = \overline{AB}^2$

Bew.: Zum Beweise ziehe man den Durchmesser AH und verbinde H mit D, dann ist $\triangle AHD \sim AFJ$, und es verhält sich:

$$AH : AD = AF : AJ$$

$$AH \cdot AJ = AD \cdot AF$$

Ebenso läßt sich beweisen, daß

$$AH \cdot AJ = AE \cdot AG, \text{ also}$$

$$AD \cdot AF = AE \cdot AG.$$

Ohne weiteres folgt hieraus, daß auch

$$AD \cdot AF = AB \cdot AB = \overline{AB}^2$$

ist. — Der Satz gilt auch für den Fall, daß die beliebigen Sehnen AD und AE die Gerade CB erst in ihrer Verlängerung schneiden.

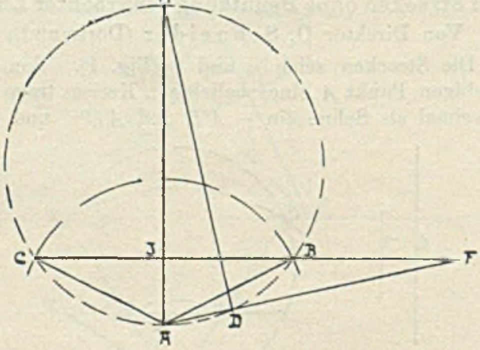

Fig. 3.

Beh.: $\overline{AB}^2 = AD \cdot AF.$

Beweis: Man ziehe den Durchmesser AH und verbinde H mit D, dann ist

$$\triangle AHD \sim AFJ$$

$$AH : AD = AF : AJ \cdot$$

$$AH \cdot AJ = AD \cdot AF$$

Es ist aber auch

$$AH \cdot AJ = \overline{AB}^2.$$

$$\overline{AB}^2 = AD \cdot AF$$

Während die von F an den Kreis gelegte Tangente die mittlere Proportionale zwischen der ganzen Sekante FA und ihrem äußeren Abschnitt FD ist, ist die Sehne AB die mittlere Proportionale zwischen der ganzen Sekante FA und ihrem inneren Abschnitt AD.

Mit Hilfe des Satzes läßt sich in einfacher Weise die Aufgabe lösen: Eine Strecke in eine beliebige Anzahl gleicher Teile zu teilen ohne Anwendung paralleler Geraden.

Auflösung:

Man trage die Strecke a von dem beliebigen Punkt

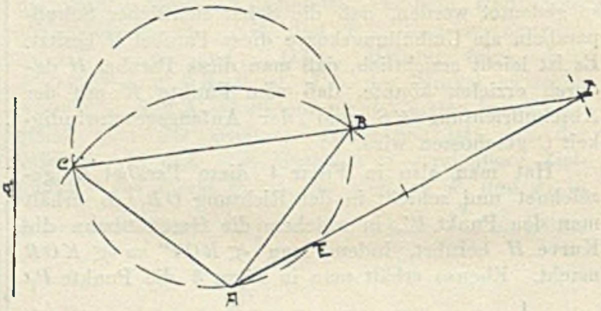

Fig. 4.

A der Kreisperipherie zweimal als Sehne ein und verbinde die Endpunkte C und B miteinander. Sodann schlage man um A mit $n \cdot a$ einen Kreis, der die Verlängerung von CB in D schneidet. Die Verbindungslinie von A mit D schneidet die Peripherie in E.

$$AE = \frac{1}{n}\, a.$$

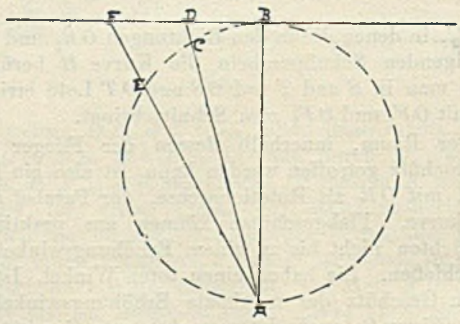

Fig. 5.

Sind die von A aus gezogenen gleichen Sehnen Durchmesser, so fallen sie zusammen und die Verbindungslinie ihrer Endpunkte wird zur Tangente. Der Durchmesser ist in diesem Falle die mittlere Proportionale zwischen jeder von seinem Endpunkt A nach der Tangente gezogenen Sekante und ihrem inneren Abschnitt.

$$\overline{AB}^2 = AD \cdot AC = AF \cdot AE.$$

Zum Beweise verbinde man B mit C. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ABD und ABC folgt die Richtigkeit der Behauptung.

Folgerungen aus dem in vorstehendem Artikel bewiesenen Kreissatze.

Von Direktor O. Schneider (Dortmund).

In der Figur 1 ist

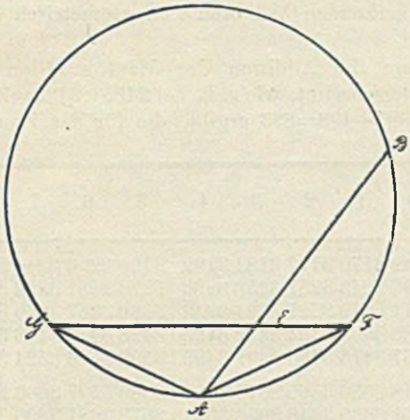

Fig. 1.

$$\begin{aligned} AF &= AG, \\ GE \cdot EF &= AE \cdot EB \\ &= AE \cdot (AB - AE) \\ &= AE \cdot AB - \overline{AE}^2 \\ GE \cdot EF &= \overline{AF}^2 - \overline{AE}^2 \\ \overline{AF}^2 - \overline{AE}^2 &= GE \cdot EF. \end{aligned}$$

Da $\triangle\, AGF$ gleichschenklig ist, gilt mithin der Satz: „In einem gleichschenkligen Dreieck ist die Differenz der Quadrate eines Schenkels und einer beliebigen von der Spitze nach der Basis gezogenen Geraden gleich dem Rechteck aus den Abschnitten der Basis.“

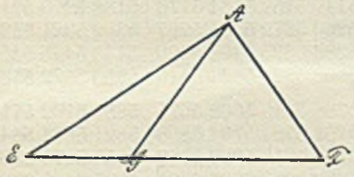

Fig. 2.

Dieser Satz gilt selbstverständlich auch für den Fall, daß AE außerhalb des gleichschenkligen Dreiecks liegt.

$\overline{AE}^2 - \overline{AG}^2 = EG \cdot EF.$ (Figur 2).

Aus dieser Gleichung folgt:

$$EF = \frac{\overline{AE}^2 - \overline{AG}^2}{EG}.$$

Die Konstruktion von EF ist leicht ausführbar.

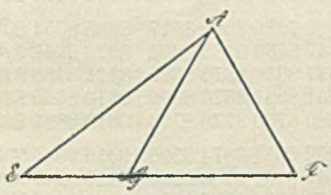

Fig. 3.

Kenne ich aber EF, so ist $GF = EF - EG$ Der Punkt A liegt auf der Mittelsenkrechten von GF. Man hat mithin, wenn von einem Dreieck (EGA) eine Seite (EG) und die Differenz der Quadrate der beiden anderen Seiten $(\overline{EA}^2 - \overline{AG}^2)$ bekannt sind, einen geometrischen Ort für den dritten Eckpunkt (A). Hieraus ergibt sich eine Gruppe von Dreieckskonstruktionen, deren Lösung, soviel ich weiß, noch nicht bekannt ist.

Beispiele: Ein Dreieck zu konstruieren aus: c, $b^2 - a^2$, $\measuredangle\, a$ oder c, $b^2 - a^2$, $h\,c$ usw.

Ist $\triangle\, AGF$ gleichseitig (Figur 3), jede Seite $= 1$ und die Strecke $AE = \sqrt{2}$, so ist:

$$\begin{aligned} \overline{AE}^2 - \overline{AG}^2 &= EG \cdot EF \\ 2 - 1 \quad &= EG\,(EG + 1) \\ 1 \quad &= \overline{EG}^2 + EG \\ EG &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}} \\ &= -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{5} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1). \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich eine neue Konstruktion der Seite des regulären Zehnecks oder der stetigen Teilung einer Strecke.

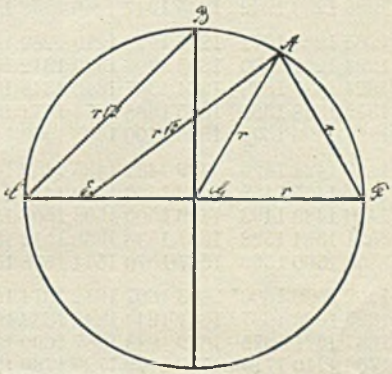

Fig. 4.

In Figur 4 ist $\triangle\, AGF$ gleichseitig,

$$AE = BC = \sqrt{2}\,(r = 1), \quad EG = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1).$$

Der Gebrauch der Antilogarithmentafel.

Von Dr. Alois Lanner (Innsbruck).

Im Gegensatz zur Verwendung der Logarithmentafel mit ihrer dem angestrebten Genauigkeitsgrade angepaßten Zahl von Mantissenziffern, sind die Antilogarithmentafeln dort vorzuziehen, wo sehr viele Multiplikationen und Divisionen ziffernmäßig nur auf drei bis vier Stellen rasch und sicher ausgeführt werden sollen, wie es bei den ohne Präzisionsanforderungen angestellten Messungen größerer Materialbestände oder bei der Verarbeitung von Massenbeobachtungen und statistischen Verrechnungen oft genug vorkommt. Es handelt sich daher im folgenden nicht um theoretische Betrachtungen, sondern nur um die Mitteilung eines Verfahrens, wie der genannte Zweck am leichtesten erreicht wird.

Der nicht zu unterschätzende Wert des Verfahrens liegt in der Möglichkeit, sozusagen mit einem Blick auf die Tafel, ohne auch nur ein Blatt umzuschlagen, nach einigen einfachen Kopfrechnungen sofort das Ergebnis hinschreiben zu können. Wie bequem das mit Hilfe der beifolgenden Antilogarithmentafel geschehen kann, wird aus den vorgelegten Beispielen ersichtlich werden.

Für die ausführlich berechnete Multiplikation 1262×1368 = 1726/416 finden wir die Numeruswerte in der Tabelle genau vor und für ihre Mantissen am linken Rande die beiden ersten Ziffern und in der obersten Zeile die dritte Ziffer. Ihre Summe gibt 101+136=237, die dem Numerus 1726 entspricht, welcher mit den vier höchsten Stellen des Produktes tatsächlich übereinstimmt. Dieses Ergebnis finden wir sogar mechanisch, wenn wir eine zweite Tafel derselben Art auf die erste so legen, daß ihr Numerus 1000 auf den einen Faktor 1262 fällt. Dann deckt sich der andere Faktor 1368 mit dem Numerus des Produktes 1726. Die Faktoren sind somit so angeordnet, daß ihre vom 1000 ausgehenden Vektoren sich geometrisch addieren lassen.

Wenn die Addition der Mantissen den rechten Rand überschreitet, wie z. B. bei 2483×3148=7816/484, wo sie 395+498=893 ergibt, die für das Produkt die

Log (mant.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Log (mant.)
00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	99
01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	98
02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	97
03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	96
04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	95
05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	94
06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	93
07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	92
08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	91
09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	90
10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	89
11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	88
12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	87
13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	86
14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	85
15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	84
16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	83
17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	82
18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	81
19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	80
20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	79
21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	78
22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	77
23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	76
24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	75
25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	74
26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	73
27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	72
28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	71
29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	70
30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	69
31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	68
32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	67
33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	66
34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	65
35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	64
36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	63
37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	62
38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	61
39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	60
40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	59
41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	58
42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	57
43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	56
44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	55
45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	54
46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	53
47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	52
48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	51
49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	50
Log (mant.)	0	9	8	7	6	5	4	2	2	1	Log (mant.)

Log (mant.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Log (mant.)
50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	49
51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	48
52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	47
53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	46
54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	45
55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	44
56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	43
57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	42
58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	41
59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	40
60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	39
61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	38
62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	37
63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	36
64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	35
65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	34
66	4571	5581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	33
67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	32
68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	31
69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	30
70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	29
71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	28
72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	27
73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	26
74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	25
75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	24
76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	23
77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	22
78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	21
79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	20
80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	19
81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	18
82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	17
83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	16
84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	15
85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	14
86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	13
87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	12
88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	11
89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	10
90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	09
91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	08
92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	07
93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	06
94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	05
95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	04
96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	03
97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	02
98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	01
99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	00
Log (mant.)	0	9	8	7	6	5	4	3	2	1	Log (mant.)

Ziffernfolge 7816 liefert, so führt jeder Zehner der Kolonnen in die nächste Zeile ein und in dieser werden die Einheiten weitergezählt.

Wenn die Addition der Mantissen eine Summe gibt, welche über die unterste Zeile hinausgreift, so springt für die Fortsetzung die oberste Zeile ein. Für die Multiplikation $9311 \times 6982 = 6500/9402$ gibt die Summe der Mantissen $969 + 844 = 1813$, von der wir nur 813 zu verwenden brauchen, um für das Produkt die durch Korrektur ermittelte Ziffernfolge 6501 zu finden. Der Stellenwert der obersten Rangziffer wird am besten aus den höchstgestellten Ziffern der Faktoren ermittelt.

Dieses Ergebnis erreichen wir noch einfacher, wenn wir bei hohen Ziffern die Zählung mit den Mantissenwerten von unten mit 00 beginnen und die Kolonnen so numerieren, daß sie sich oben und unten zu 10 ergänzen. Dann entspricht 9311 der Mantisse 031 und 6982 der Wert 156 und ihre Summe liefert 187, zu der wieder der Numerus 6501 gehört.

Wir wollen jetzt den Fall erörtern, daß die Faktoren nicht genau in der Tafel zu finden sind.

Die ausführliche Multiplikation liefert das Ergebnis $3187 \times 4241 = 1351/6067$, während die nächstniedrigeren, in der Tafel enthaltenen Zahlen zum Produkt $3184 \times 4236 = 1348/7424$ führen und mit Hilfe der Mantissen 503 und 627 das aus der Summe (1) 130 berechnete Produkt 1349 ergibt. Bedeuten a und b die der Tafel entnommenen nächstkleineren Numeruswerte und d und f die Differenzen zu den gesuchten Zahlen, so folgt aus $(a+d)(b+f) = ab + bd + af + df$, daß ab allein um $bd + af + df$ zu klein ist. Der Wert df kommt im Vergleich zu $af + bd$ nicht mehr in Betracht. Den Korrekturwert dieser Summe ermitteln wir in sehr einfacher Weise dadurch, daß wir die höchste Stelle jedes Faktors mit der Differenz des anderen multiplizieren und zur gleichwertigen Stelle des Produktes addieren. Wir bilden daher $(3187 - 3184) \times 4 + (4241 - 4236) \times 3 = 3 \times 4 + 5 \times 3 = 12 + 15 = 27$, das mit 30 als Korrektur in Rechnung gebracht $1349 + 3 = 1352$ liefert und mit dem auf vier Stellen nicht korrigierten Wert von 1351/6067 übereinstimmt, so daß der Fehler immerhin kleiner als 1 bleibt.

Von der Behandlung der Division wollen wir der Kürze wegen absehen und nur noch darauf verweisen, daß man für Zwischenwerte auch einfach die auf drei Stellen korrigierten Werte benützen kann, wenn eine größere Genauigkeit nicht angestrebt wird.

Das Quadrieren fassen wir als Multiplikation gleicher Faktoren auf und brauchen daher lediglich die Mantisse zu verdoppeln.

So finden wir für $1387^2 = 1923/769$ mit Hilfe der Mantisse $142 \times 2 = 284$ die Ziffernfolge des Numerus 1923 bei der allerdings, wie auch sonst oft, die Korrektur nicht zur Geltung kommt. Beim Wurzelziehen ist zu beachten, daß jede Mantisse auch noch um 1 vermehrte Charakteristik haben kann. So gelangen wir von der Mantisse $284 : 2$ durch 142 nicht nur zur Zahl 1387, sondern von $1 \cdot 284 : 2 = 642$ auch zum Numerus 4385, für welchen $4385^2 = 1922/8225$. Diese verschiedenen Ergebnisse hängen natürlich mit der Gruppenbildung beim gewöhnlichen Radizieren zusammen, je nachdem wir den Dezimalpunkt verstellen.

In diesem Sinne verwertet bringt der Gebrauch der Antilogarithmentafel vielerlei durch Uebung noch mehr zur Geltung kommende Vorteile mit sich, die mehrfach an den Gebrauch des Rechenschiebers erinnern, ihn aber an Genauigkeit und Zuverlässigkeit doch noch übertreffen, da die vierte Stelle bis auf zwei Einheiten genau gefunden wird. Für die Schule wäre das Verfahren insofern empfehlenswert als dabei Uebung im Kopfrechnen in Verbindung mit der Benützung von Tabellen gefördert wird.

Anmerkung: Die volle Brauchbarkeit erreicht die Tafel erst dann, wenn beide aus Raumersparnis nebeneinander gedruckte Hälften unmittelbar untereinander folgen, so daß zwischen den Zeilen 49 und 50 nur derselbe schmale Zwischenraum bleibt wie zwischen 39 und 40.

Schallgeschwindigkeit in Gasen, Schwebungen und Habersche Grubenpfeife.

Von Dr. Erich Günther (Dresden).

Bläst man eine Lippenpfeife nicht mit Luft, sondern mit einem andern Gas, etwa mit Leuchtgas oder Kohlensäure an, so ändert sich ihre Tonhöhe; die Schwingungszahlen verhalten sich wie die Schallgeschwindigkeiten in den betreffenden Gasen. Zur Vorführung des Versuches verwende ich eine käufliche, kleine Vogelpfeife, d. i. eine Lippenpfeife aus dünnem, vernickeltem Messingblech von 8 cm Länge und 0,8 cm Durchmesser, die durch einen verschiebbaren kleinen Kolben als gedeckte Pfeife mit veränderlicher Tonhöhe wirkt. (Vergl. Abb.). Auf den Kolben habe ich eine Millimeterskala aufgeritzt, so daß die eigentliche Pfeifenlänge von $1 \div 6$ cm bequem abgelesen werden kann. Die Töne der Pfeife liegen in der dreigestrichenen Oktave. Diese Pfeife wird durch einen Gummischlauch mit dem Reduzierventil einer Kohlensäurebombe oder mit einem möglichst weiten Hahn der Leuchtgasleitung verbunden. Vorher ist durch Anblasen mit dem Munde der Ton der Pfeife in Luft etwa a''' festgelegt worden. Verwendet man nun Kohlensäure zum Anblasen, so sinkt die Tonhöhe beträchtlich, der Ton liegt etwa zwischen f''' und fis'''; bläst man mit Leuchtgas an, so steigt der Ton zum d''''. Benutzt man einen langen Gummischlauch, so vernimmt man zunächst, solange noch Luft im Schlauch vorhanden ist, den ursprünglichen Ton, bis dann plötzlich beim Eintreten des anderen Gases der Ton nach oben oder unten umspringt. Bei größeren Pfeifen genügt der Druck der Leuchtgasleitung im allgemeinen nicht, die Pfeife zum Tönen zu bringen. Man muß dann den Versuch mit Kohlensäure allein vorführen; dabei sinkt nach Oeffnen des Ventiles der Ton kontinuierlich, solange sich noch Luft in der Pfeife befindet, bis die Tonhöhe konstant wird, sobald die Pfeife mit reiner Kohlensäure gefüllt ist.

Da bei gleicher Tonhöhe die Schallgeschwindigkeiten in verschiedenen Gasen sich wie die Wellenlängen und diese wieder wie die Pfeifenlängen verhalten, so ergibt sich eine einfache Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der Schallgeschwindigkeiten in verschiedenen Gasen. Die wissenschaftliche Auswertung dieser Methode geschah durch Wertheim, Dulong und Masson (Vergl. Chwolson, Lehrbuch der Physik, Bd. II, S. 85, [1904]). Zur Ausführung des Versuches verwende ich eine zweite Pfeife, die der oben beschriebenen durchaus gleicht. Die eine wird mit Leuchtgas betrieben; ihre Länge sei l_1. Die zweite wird mit dem Munde angeblasen; ihre Tonhöhe wird durch Verschieben des kleinen Kolbens sorgfältig auf die andere eingestimmt; sie habe dabei die Länge l_2. Das Verhältnis $l_1 : l_2$ ergibt dann sofort das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in Leuchtgas und Luft. Als Beispiel sei eine kleine Versuchsreihe angeführt; die zugehörigen Werte von l_1 und l_2 stehen übereinander:

Leuchtgas:	l_1	5,0	4,0	3,0	2,0	cm
Luft:	l_2	3,50	2,85	2,15	1,35	cm
	$l_1 : l_2$	1,43	1,40	1,40	1,48	

Ein genauer Versuch mit der Kundtschen Röhre ergab $l_1 : l_2 = 1{,}44$.

Der Versuch empfiehlt sich im Unterricht durch seine bequeme Ausführbarkeit; er dürfte auch im Schülerpraktikum zu verwenden sein. Anspruch auf große Genauigkeit erhebt er natürlich nicht; zu bedenken ist vor allem, daß die Länge der Pfeife merklich kleiner ist, als der vierte Teil der Wellenlänge des Tones in dem betreffenden Gase.

Bläst man die Pfeife mit Luft an, der eine geringe Menge von Leuchtgas oder Kohlensäure zugesetzt ist, so ändert sich die Tonhöhe nur wenig. Bläst man aber gleichzeitig eine gleichlange Pfeife mit reiner Luft an, so treten wegen des geringen Unterschieds der Tonhöhen deutlich vernehmbare, kräftige Schwebungen auf. Diese Erscheinung wird in der von Prof. Haber, dem Leiter des Kaiser Wilhelm-Instituts für physikalische Chemie in Berlin-Dahlem, konstruierten Grubenpfeife zur Warnung der Bergleute vor der Gefahr der schlagenden Wetter in Kohlenbergwerken verwendet. Dabei wird von zwei gleichartigen Pfeifen die eine mit reiner Luft, die andere mit Grubenluft angeblasen. Ist die Grubenluft rein, so geben beide Pfeifen denselben Ton. Ist sie aber durch Anwesenheit von Grubengasen soweit verschlechtert, daß Explosionsgefahr besteht, so treten die charakteristischen Schwebungen auf und wirken als rettendes Warnungssignal. Dieses schöne Beispiel der praktischen Anwendung der Schwebungen möchte im Unterricht über Akustik nicht übergangen werden. Die Ausführung des Versuches gelingt mit den erwähnten kleinen Pfeifen nicht, da hier schon geringe Zusätze eines anderen Gases die Tonhöhe so stark verändern, daß die Zahl der Schwebungen zu groß wird, als daß sie noch gut wahrgenommen werden könnten. Deshalb habe ich mir für diesen Versuch zwei ganz gleichartige, offene Lippenpfeifen von 43 cm Länge und 4 cm Weite aus Zinkblech herstellen lassen, die sehr leicht ansprechen. Zum genauen Einstimmen auf dieselbe Tonhöhe sind beide Pfeifen am oberen Ende mit einem kurzen Aufsatzrohr versehen, das mit Reibung auf der Pfeife verschoben werden kann und eine Verlängerung der Pfeife um etwa 5 cm gestattet. Die Verlängerung kann an einer Millimeterskala abgelesen werden, die auf der Pfeife aufgeritzt ist. Die Pfeifen geben als Grundton das eingestrichene *f*, bei vollständiger Verlängerung das um einen Halbton tiefer liegende *e*. Beide Pfeifen werden nun gleichmäßig und dauernd mit einem kräftigen Wasserstrahlgebläse angeblasen und sorgfältig auf gleiche Tonhöhe eingestimmt. Dann wird in den Anblaseschlitz der einen eine kapillar ausgezogene Glasröhre eingeführt, die durch einen Gummischlauch mit der Kohlensäurebombe oder dem Gashahn verbunden ist. Läßt man nun in diese Pfeife, während beide kräftig tönen, durch das Glasrohr einen schwachen Strom von Leuchtgas oder Kohlensäure eintreten, so vernimmt man sofort deutlich das Auftreten energischer Schwebungen. Die Zahl der Schwebungen läßt sich leicht durch passende Regulierung des Gasstromes verändern und für einige Zeit konstant machen, so daß man sie bequem zählen und die Zahl der Schwebungen in der Sekunde mit der Stoppuhr feststellen kann. Eine einfache Berechnung ergibt, daß im vorliegenden Falle bei einem Gehalt der mit Kohlensäure vermischten Luft von 1, 2, 3 . . . 10% an Kohlensäure in der Sekunde fast genau 1, 2, 3 . . . 10 Schwebungen auftreten. Hat man kein konstant wirkendes Gebläse, sondern nur etwa einen stoßweise arbeitenden Blasebalg zur Verfügung, so sind die Schwebungen ebenso deutlich wahrzunehmen, nur schwankt ihre Zahl wegen des wechselnden Prozentgehaltes an Zusatzgas ziemlich stark.

Nebenbei können die beiden Pfeifen bei Benutzung des Abstimmschiebers zur Demonstration der Schwebungen bei wenig verschiedener Pfeifenlänge benutzt werden. Natürlich werden dann beide Pfeifen mit reiner Luft angeblasen. Auch die Beziehung zwischen der Längendifferenz der Pfeifen und der Anzahl der Schwebungen in der Sekunde läßt sich einigermaßen nachweisen. Die beschriebenen Pfeifen geben bei einem Längenunterschied von 0,5 cm etwa 4,5, bei einer Differenz von 1 cm etwa 8,8 Schwebungen in der Sekunde, was mit der Rechnung gut übereinstimmt. Die Pfeifen wurden von Hoforgelbauer Gebr. Jemlich in Dresden bezogen.

Zur Unterricht- und Schulreform.

Mehrfach ist in letzter Zeit der Wert des mathematischen Unterrichts für die formal-logische Geistesschulung von Vertretern anderer Unterrichtsfächer so hoch eingeschätzt worden, daß sie diesen Teil der Ausbildung ganz allein der Mathematik zuweisen wollen. Das geschieht zunächst von germanistischer Seite im Kampf gegen die alten Sprachen. So sagt Sprengel (Des deutschen Unterrichts Kampf um sein Recht. Berlin. Salle 1917. S. 55) über Denkübungen zur logischen Schulung: „Vor allem aber leistet die Mathematik auf diesem Gebiet unendlich mehr und Nützlicheres als die lateinische Grammatik, die man für diesen Zweck füglich entbehren kann“. Zweitens wird die Mathematik in derselben Weise von denjenigen Neusprachlern an Oberrealschulen empfohlen, welche eine Einschränkung des Grammatikunterrichts wünschen. So schreibt Riemann (Zeitschrift für lateinlose höhere Schulen 1918. Heft 4. S. 91): „Mathematik als rein logische und Naturwissenschaften als angewandt logische streng formale Disziplinen gewährleisten in ihrem hoch entwickelten Betrieb auf den Oberrealschulen schon an und für sich eine ausreichende logisch-formale Bildung und erfordern im Interesse allseitiger Erziehung eine möglichst weitgehende Einschränkung des logisch formalen Grammatikunterrichts“.

Wir sehen aus solchen Äußerungen bestätigt, daß die Mathematik in der Vorstellung der Nicht-mathematiker immer noch nur von der rein formalen Seite gesehen wird. Ja, sogar der stärkste Ausdruck dieser Auffassung tritt wieder hervor, wenn Kesseler (Zeitschrift für lateinlose höhere Schulen 1918. Heft 3 S. 70) schreibt: „Aber mögen immerhin die Kenntnisse auf mathematisch-naturwissenschaftlichem Gebiet später vergessen werden, die Schulung, die Bildung, die durch den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht vermittelt worden sind, bleiben". Wir werden zugeben müssen, daß bei einer sehr großen Zahl von Schülern tatsächlich später alle mathematischen Kenntnisse verschwinden und im günstigen Falle die Erinnerung an tüchtige Denkarbeit zurückbleibt, deren geistbildende Kraft man zwar schätzt, aber für deren weitere Uebung man keine Gelegenheit hat. Zwar teilt die Mathematik das Los des Vergessenwerdens mit vielem andern Schulwissen; aber zu den in anderen Unterrichtsstunden gewonnenen Kenntnissen pflegt sich doch oft wieder irgend eine Brücke im späteren Leben herzustellen. Für die Mathematik kommt das kaum vor; sie bleibt beziehungslos und wird von der Mehrzahl der Gebildeten als beziehungslos zu dem übrigen Besitz ihres geistigen Lebens angesehen. Das kann nur anders werden, wenn der mathematische Unterricht nicht nur der formalen Schulung dient, sondern in den Anwendungen die Beziehungen zu den Vorgängen des täglichen Lebens pflegt. Erst ganz vereinzelt findet man auch diese Seite des mathematischen Unterrichts von Vertretern anderer Unterrichtsfächer hervorgehoben z. B. von Siebourg (die innere Weiterbildung unserer höheren Schulen. Quelle & Meyer, 1917. S. 35): „Wie wird die manchen so wenig anmutende Mathematik freudige Mitarbeit erwecken, wenn sie so sich mit Dingen verbindet, von denen tagtäglich die Zeitungen erfüllt sind und für die gerade die Jugend ein leidenschaftliches Interesse hegt."

W. Sch.

* * *

Die in vorstehender Zusammenstellung erwähnte notwendige Reform des mathematischen Unterrichts behandelt eingehender Prof. Dr. Timerding in seiner Schrift: „Der mathematische Unterricht an den höheren Knabenschulen nach dem Kriege." (Schriften des deutschen Ausschusses für den mathematischen Unterricht. II. Folge. Heft 4).

Ausgehend von den „Grundsätzlichen Aeußerungen der Göttinger Vereinigung" (s. Unter.-Blätter XXIV, S. 15) und des „Deutschen Ausschusses für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" (s. Unter.-Blätter XXIII, S. 39 ff.) erhebt Timerding zunächst die Forderung den mathematischen Unterricht an den Lehrerseminaren ganz besonders zu betonen, weil die Zöglinge dieser Anstalten berufen sind die erzieherische Wirkung des mathematischen Unterrichts, „nämlich die Schulung des folgerichtigen Denkens, die Ausbildung der räumlichen Anschauung und die Entwicklung des Zahlen- und Größensinnes durch ihr Lehramt unter das Volk zu tragen, und jede Herabminderung in Umfang und Gründlichkeit des mathematischen Unterrichts am Lehrerseminar sofort seine Wirkung auch in der Volkserziehung ausüben würde".

Damit der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht, dessen hohe Bedeutung für unser ganzes kulturelles Leben sich gerade im Weltkriege in so hervorragender Weise gezeigt hat, seinen erzieherischen Einfluß wirklich ausüben kann, ist es unbedingt erforderlich in diesem Unterricht „gerade den Gedanken der Anwendungen ganz besonders zu betonen, damit dem Schüler von Anfang an zum Bewußtsein dringt, wozu er diese Fächer nötig hat, und damit ihm unmittelbar die Fähigkeit mitgeteilt wird, sich ihrer beiden an ihn herantretenden praktischen Aufgaben in der rechten Weise zu bedienen, aber auch, damit er überhaupt an Mathematik und Naturwissenschaften kennen lernt, wie logisches Denken und methodische Verwertung der Erfahrung vereint zur Erkenntnis und Unterwerfung der Wirklichkeit führen".

Timerding hebt ferner hervor, daß die allgemein erzieherische Seite des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts nicht etwa wie die alten Sprachen nur für eine besondere Klasse unseres Volkes in Betracht kommt, sondern daß sie, geformt und gesondert je nach den besonderen Lehrzielen, für alle Kreise der Bevölkerung und für alle Stufen der Erziehung von Wert ist.

Was nun die höheren Schulen anbetrifft, so sollte man erwarten, daß bei den vielen Reformvorschlägen für sie die stärkere Betonung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer im Sinne einer gesunden Wirklichkeitserziehung entschieden zur Geltung käme. Das ist aber nicht der Fall, im Gegenteil sind diese Fächer kaum je in einer größeren Gefahr gewesen, zurückgedrängt zu werden wie gerade jetzt; man braucht nur an das Beispiel Badens zu erinnern (s. Unter.-Blätter XXIII, S. 24). Als Gründe für diese auffallende Stellungsnahme macht man geltend, daß nach dem Kriege mehr als bisher die erzieherische Aufgabe bei der Schulbildung in den Vordergrund treten müsse und daß deshalb die sogenannten Gesinnungsfächer zu betonen seien. Der Mathematik wird der Einfluß auf die Bildung der Gesinnung abgesprochen und daher müsse sie zugunsten anderer, dafür geeigneterer Fächer zurücktreten. Demgegenüber macht Timerding geltend, daß nicht das Fach an sich den gesinnungsbildenden Einfluß ausübt, sondern die Art, wie es behandelt wird und daß der mathematische Unterricht sehr wohl so erteilt werden könne, daß er auch auf die allgemeine Welt- und Lebensanschauung einwirke. Zu diesem Zwecke ist es nötig, den mathematischen Unterricht auf die Ausbildung der zur Erfassung der Wirklichkeit unentbehrlichen mathematischen Grundfähigkeiten, des logischen Denkens, der Raumanschauung und des Größensinns noch mehr als bisher einzustellen. Um dies zu erreichen ist, wie im einzeln nachgewiesen wird, viel Zeit und Mühe erforderlich und es kann daher von einer Herabminderung der Stundenzahl keine Rede sein; es ist im Gegenteil zu einer so gründlichen Erteilung des mathematischen Unterrichts mehr Zeit erforderlich als bisher.

„So erklären sich denn auch die von dem deutschen Ausschuß in seinen grundsätzlichen Aeußerungen erhobenen bescheidenen Forderungen zur Aenderung des Stundenausmaßes für den mathematischen Unterricht, Erhöhung der mathematischen Stundenzahl in der Tertia der preußischen humanistischen Gymnasien von drei auf vier und Vermehrung der Mathematikstunden in den Klassen O II bis O I der realistischen Anstalten um eine Stunde, um das bisher mit zwei Stunden wahlfreie Linearzeichnen mit dem mathematischen Unterricht organisch verschmelzen zu können.

Jede Frage der Unterrichtsreform ist vor allen Dingen auch eine Lehrerfrage, und das gilt in besonderem Maße auch von der Mathematik. Daher empfiehlt die Göttinger Vereinigung überall Fortbildungskurse einzurichten, um die Lehrer mit den Fortschritten von Wissenschaft und Technik und ihrer methodischen Behandlung im Unterricht in lebendiger Verbindung zu halten. Timerding macht zu der Frage der Lehrerfortbildung für den mathematischen Unterricht eine Reihe beachtungswerter Vorschläge und weist auch auf die Wichtigkeit lebhafterer Anteilnahme der Hochschullehrer hin.

Die gleiche Frage der Fortbildung der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften behandelt auch Geh. Studienrat Direktor Dr. Maurer in der Monatsschrift für höhere Schulen (1918, S. 321 ff) in einem Aufsatze: „Ueber die Ausbildung und Fortbildung im höheren Lehramt, insbesondere bei den Lehrern der Mathematik und Naturwissenschaften“ und kommt zu der Forderung der Einrichtung von Fortbildungskursen von mittlerer Dauer, einer Mittelform zwischen den bisher vielerorts veranstalteten Ferienkursen und dem auf der Tagung unseres Vereins in München (1910) geforderten und für Göttingen bei Ausbruch des Krieges geplanten Studiensemester. Schw.

Persönliche Nachrichten.

Emil Lampe †.

Am 4. September entschlief sanft an einem Herzschlage auf der Heimreise aus Pyrmont, wo er seit Mitte Juli zur Erholung weilte, der ordentliche Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Berlin, Geh. Reg.-Rat D. Dr. Emil Lampe, Dr.-Ing. ehrenhalber, im 78. Jahre eines bis zum letzten Augenblicke arbeitsreichen Lebens.

Emil Lampe, der vor seiner Berufung an die Hochschule Gymnasiallehrer in Berlin (1865—1889) war, ist den Lesern der Unterrichtsblätter wohl vornehmlich durch die „Jahrbücher über die Fortschritte der Mathematik“ bekannt. Außerdem war er seit 1900 Mitherausgeber des „Archivs für Mathematik und Physik“. Neben der Professur an der Technischen Hochschule bekleidete er seit 1874 als Nachfolger Kummers das Amt eines Lehrers an der Kriegsakademie. Zudem prüfte Professor Lampe in der reinen Mathematik an der Universität Berlin.

Der Direktor der Oberrealschule in Jena, Dr. W. Lietzmann, und der Direktor der Öffentlichen Handelslehranstalt in Leipzig, Professor Dr. W. Lorey, wurden zu Mitgliedern der mathematischen Sektion der Leopoldinisch-Carolinisch-Deutschen Akademie der Naturforscher gewählt.

Der Unterzeichnete bittet ergebenst um Mitteilung von Erfahrungen oder von Literatur über Anlagen und Betrieb von Schulsternwarten und -Wetterwarten.

Professor Dr. Grosse, Bremen, Freihafen 1.
Meteorologisches Observatorium.

Plan für den Lehrgang über kriegswirtschaftliche Sammelgüter und Ersatzstoffe

am 7. und 8. Oktober 1918.

Verzeichnis der Vorträge.

1. Kriegswirtschaftlicher Sammeldienst und naturwissenschaftlicher Unterricht. Vortragender: Professor Dr. Schoenichen.
2. Die Bedeutung der tropischen Landwirtschaft für das deutsche Wirtschaftsleben vor Ausbruch des Weltkrieges. Vortragender: Professor Dr. Warburg.
3. Ersatzmetalle, ihre Anwendung und wirtschaftliche Bedeutung für die Industrie. Vortragender: Professor Dr. Kessner.
4. Die heimischen Hilfsquellen der Kriegsfettwirtschaft. Vortragender: Vorbehalten.
5. Die Verwertung der Knochen in der Kriegswirtschaft. Vortragender: Vorbehalten.
6. Ersatz-Faserstoffe aus der heimischen Pflanzenwelt. Vortragender: Dr. Ulbrich.
7. Wildfrüchte und Wildgemüse. Vortragender: Professor Dr. Diels.
8. Der Kautschuk und seine Ersatzstoffe. Vortragender: Dr. Busse.
9. Die Industrie der Faserstoffe mit besonderer Berücksichtigung der Ersatz-Faserstoffe. Vortragender: Geh. Regierungsrat Glafey.
10. Technische Aufgaben des Sammelwesens Vortragender: Dr. Plohn.

Verzeichnis der zur Besprechung eingegangenen Bücher.

NB. Die Verpflichtung zu einer Besprechung von unaufgefordert eingehenden Werken kann nicht übernommen werden; auch liegt es nicht in der Möglichkeit, solche zurückzusenden.

Graber-Altschul, Werner, Leitfaden der Körperlehre und Tierkunde. 8. Aufl. Mit 552 Abb. und 14 Farbendrucktafeln. Leipzig 1917, Freytag. geb. Kr. 5.20.

Herbst, R., Die Schrift der linken Hand. Leipzig 1917, Vieweg. M 2.—.

Hessenberg, G., Ebene und sphärische Trigonometrie. 3. neubearb. Aufl. Mit 59 Fig. (Sammlung Göschen 99.) Leipzig 1917, Göschen. geb. M 1.—.

Hinselmann, E., Unveränderlichkeit oder Veränderlichkeit der Lage der Erdachse? Mit 12 Abb. u. 2 Taf. Hannover 1917, Schaper.

Karny, H., Tabellen zur Bestimmung einheimischer Insekten. III. Schmetterlinge. Mit 52 Abb. Wien 1915, A. Pichler's Wwe. geb. M 3.—.

Kewitsch, G., Fünfstellige Logarithmen für den Schulgebrauch. 6. Aufl. Leipzig 1916, O. R. Reisland. M 1.50.
— Vierstellige Logarithmen für den Schulgebrauch. Leipzig 1896, O. R. Reisland. M 0.80.

Kühn, A., Anleitung zu tierphysiologischen Grundversuchen. Mit 74 Abb. Leipzig 1917, Quelle & Meyer.

Lecher, E., Lehrbuch der Physik für Mediziner. 2. verb. Aufl. Mit 515 Abb. Leipzig 1917, Teubner. M 8.80.

Lübsen, H. B., Lehrbuch der Arithmetik und Algebra zum Selbstunterricht. Neu bearbeitet von Prof. Dr. H. Donadt. 28. Aufl. Leipzig 1917, Brandstetter. M 4.30.

Merz, K., Zur Erkenntnistheorie über Raum und Zahl aus Historischem der Steinerschen Fläche. Chur 1917, Schuler. M 1.30.

Meyer, E., Vom pädagogischen Lebenswege. Leipzig 1917, Quelle & Meyer. M 1.50.

Migula, Rost- und Brandpilze. Mit 10 Tafeln. Handbücher für die praktische naturwissenschaftliche Arbeit. Band XIII. Stuttgart 1917, Franckh'sche Verlagshandlung, Geschäftsstelle des Mikrokosmos. geb. M 3.80.

Molisch, H., Pflanzenphysiologie. Mit 63 Abb. (Aus Natur und Geisteswelt 569.) Leipzig 1917, Teubner. geb. M 1.50.

Neuendorff, R., Praktische Mathematik. 2. verb. Aufl. Mit 29 Fig. (Aus Natur und Geisteswelt 341.) Leipzig 1917, Teubner. geb. M 1.50.

Pfau, J., Erste Einführung in die Dreiecksrechenlehre. Mit mehr. Abb. u. 106 Fig. Wien 1917, Pichler's Wwe. Kr. 3.60.

Rabes, O., Hinaus ins Freie. Leipzig 1917, Quelle & Meyer. geb. M 3.20.

Rotth, A., Grundlagen der Elektrotechnik. 2. Aufl. Mit 74 Abb. (Aus Natur und Geisteswelt 391.) Leipzig 1917, Teubner. M 1.50.

Schoenichen, W., Unsere Volksernährung. Leipzig 1917, Quelle & Meyer. M 2.20.

Schülke, A., Aufgabensammlung aus der reinen und angewandten Mathematik. I. Teil. 3. Aufl. Mit 14 Fig. Leipzig 1917, Teubner. geb. M 2.60.

Schulz, P. F. F., Häusliche Blumenpflege. 2. Aufl. (Naturwissenschaftl. Bibliothek für Jugend und Volk.) Leipzig, Quelle & Meyer. geb. M 1.80.

Schulze, F. A., Große Physiker. 2. Aufl. Mit 6 Bildnissen. (Aus Natur und Geisteswelt 324.) Leipzig 1917, Teubner. geb. M 1.50.

Serret-Schäffers, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. 1. Band: Differentialrechnung. 6. u. 7. Aufl. Mit 70 Fig. Leipzig 1915, Teubner. M 13.—.

Thurn, H., Die Funkentelegraphie. 4. Aufl. Mit 51 Abb. (Aus Natur und Geisteswelt 167.) Leipzig 1917, Teubner. geb. M 1.50.

Abschluß dieser Nummer am 10. Dezember 1918.