

Julian ZIELIŃSKI

Adam LIDWIN

## DYNAMIKA KRUSZARKI REZONANSOWEJ Z UKŁADEM ROBOCZYM O DWÓCH STOPNIACH SWOBODY

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono koncepcję i główne założenia do projektu napędu kruszarki wibracyjnej rezonansowej. Konieczność obniżenia energochłonności stanowi przesłankę do poszukiwań nowych rozwiązań konstrukcyjnych kruszarek, w których proces kruszenia odbywałby się głównie przez uderzenie. Oddziaływanie mechaniczne ma charakter impulsowy, jeśli stosunek czasu trwania impulsu do okresu odpowiadającego podstawowej częstotliwości drgań swobodnych układu jest mniejszy od 0,1. Warunek ten jest możliwy do spełnienia w przypadku zastosowania organu roboczego w postaci układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody.

Przeanalizowano pole możliwych charakterystyk dynamicznych układu mechanicznego w celu uzyskania wartości amplitud przemieszczeń oraz sił kruszenia zbliżonych do wielkości spotykanych w klasycznych kruszarkach szczękowych.

Zakładając, że siła oddziaływania bijaka kruszarki na rozdrobniony surowiec ma rozkład trójkątny, wyznaczono maksymalną siłę kruszenia pojawiającą się w chwili kontaktu. Siła ta wynosi  $F_{\max} = 245 \text{ kN}$ .

## 1. Wstęp

Rozdrabnianie kopalin ma na celu mechaniczne przetworzenie urobku do postaci granulatu o możliwie jednorodnych cechach geometrycznych ziaren i jest jednym z pierwszych spośród licznych zabiegów zwanych ogólnie wzbogacaniem surowców mineralnych. W krajowym przemyśle górniczym a także w przemyśle materiałów budowlanych zabieg ten, w większości przypadków, jest realizowany przy użyciu kruszarek szczękowych, w których okresowy ruch organu roboczego wymuszany jest kinematycznie. Biorąc pod uwagę aspekt reologiczny rozdrabniania w kruszarkach szczękowych, uważa się [1], że proces ten przebiega przede wszystkim przez zgniatanie i ścieranie nადawy, natomiast w mniejszym stopniu przez dystorsję pierwotnego scalenia warstw w bryle surowca i ich kruche pękanie pod wpływem uderzenia. Ujemną konsekwencją rozdrabniania przez zgniatanie i ścieranie są znaczne wydatki energetyczne na pokonanie technologicznych oporów ruchu maszyny, oporów tarcia (szczególnie w parach kinematycznych mechanizmu bezpośredniego napędu organu roboczego kruszarki) oraz podwyższone opory technolo-

giczne w przypadku surowców nadmiernie wilgotnych. Konieczność obniżenia energochłonności stanowi przesłankę poszukiwania nowych rozwiązań konstrukcyjnych kruszarek, biorąc za podstawę rozważań inżynierskich korzystne w tym przypadku własności mechaniczne surowców mineralnych, jak żupliwość i względnie niską odporność na kruche pękanie pod wpływem uderzenia.

Można wyróżnić dwie światowe tendencje:

- kruszarki odrzutowe (głównie USA),
- kruszarki wibracyjne (kraje europejskie).

Niniejsza praca dotyczy nowego rozwiązania konstrukcyjnego kruszarki wibracyjnej i nie obejmuje zagadnień i zjawisk fizycznych zachodzących w procesie rozdrabniania.

## 2. Podstawowe założenia do projektu napędu kruszarki i opis jej działania

Głównym założeniem do projektu napędu kruszarki wibracyjnej rezonansowej jest realizacja procesu technologicznego rozdrabniania kopalin przez uderzenie. Oznacza to, że oddziaływanie mechaniczne elementu roboczego na strumień rozdrobnionego surowca winno mieć charakter okresowo powtarzalnych impulsów o żądanej amplitudzie wynikającej z oporu kruszenia.

Jako estymatory impulsu siły przyjmuje się:

- $f(t)$  - funkcja aproksymująca przebieg czasowy impulsu,  
 $\tau$  - czas trwania impulsu,  
 $P_{maks}$  - amplituda impulsu.

Oddziaływanie mechaniczne ma charakter impulsu, jeśli spełniony jest warunek:

$$\frac{\tau}{T} \leq \mu \quad (2.1)$$

gdzie:

- $T$  - okres odpowiadający podstawowej częstotliwości drgań swobodnych układu,  
 $\mu$  - liczba, której wartość wyznacza się doświadczalnie.

Przy założonym działaniu maszyny liczba  $\mu$  winna mieć wartość bliską  $\mu = 0,1 [2]$ . Spełnienie tego warunku w układzie o jednym stopniu swobody pociąga za sobą konieczność doboru częstości roboczej wymuszenia znacznie wybiegającej poza obszar strefy rezonansu takiego układu, co jest sprzeczne z drugim założeniem o rezonansowym reżimie pracy kruszarki. Zastosowanie organu roboczego w postaci układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody pracującego w strefie rezonansowej wyższej częstości pozwala na spełnienie warunku (2.1).

### 2.1. Założenie do projektu napędu kruszarki

- Organ roboczy w postaci układu mechanicznego o dwóch stopniach swobody.
- Pojedynczy element roboczy bezpośredniego oddziaływania na strumień rozdrabnianego surowca (bijak).
- Impuls siły kruszenia spełnia warunek,

$$\frac{\tau}{T} \approx 0,1$$

- linicowe więzy sprężyste w postaci sprężyn śrubowych,
- wymuszenie przy użyciu bezwładnościowego generatora drgań.
- grawitacyjny sposób transmisji surowca w obszarze kruszarki ze wspomaganiem mechanicznym w komorze zasypowej.

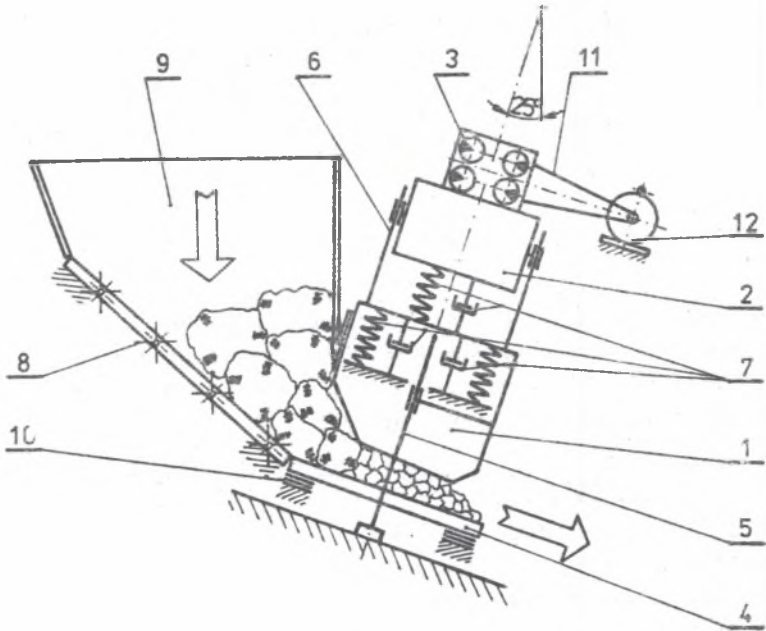
### 2.2. Opis działania kruszarki

Strumień surowca z taśmociągu zostaje skierowany do komory zasypowej, gdzie pod działaniem siły ciężkości i mechanizmu wspomagającego, złożonego z wałków z osadzonymi na nich krążkami kolczastymi, przemieszcza się w strefę organu roboczego. Bijak o odpowiednim kształcie powierzchni uderzenia rozбивa wstępnie kęsy, tuż po przekroczeniu przez nadawę strefy gardzieli kruszarki. Dalszy ciąg rozdrabniania przebiega przez okresowe uderzanie bijaka w strumień surowca na nieruchomym stole o odpowiednio dobranym położeniu zależnym od wymagań dotyczących wymiarów ziaren granulat. Wysyp granulatu wprost na taśmociąg odprowadzający go na miejsce magazynowania.

### 2.3. Schemat postaci konstrukcyjnej proponowanej kruszarki wibracyjnej

Schemat postaci konstrukcyjnej kruszarki przedstawiono na rys. 2.1., gdzie:

- 1 - element roboczy,
- 2 - masa wspomagająca,
- 3 - bezwładnościowy generator drgań,
- 4 - oporowa płyta robocza,
- 5 - prowadnice elementu roboczego,
- 6 - prowadnice masy wspomagającej,
- 7 - więzy sprężyste,
- 8 - mechanizm wspomagający ruch strumienia surowca,
- 9 - komora zasypowa,
- 10 - podkładki regulujące szczelinę roboczą,
- 11 - przekładnia pasowa,
- 12 - silnik.



Rys. 2.1. Schemat postaci konstrukcyjnej kruszarki  
 Fig. 2.1. Diagram of the form of the crusher design

### 3. Dynamika organu roboczego z uwzględnieniem oporów tłumienia

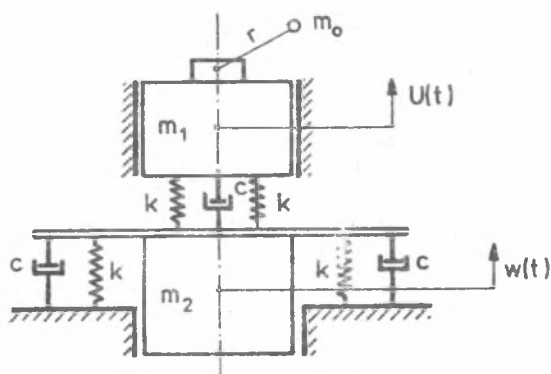
Jakościowe i ilościowe oszacowanie oporów tłumienia, jedynie na drodze analizy proponowanej postaci konstrukcyjnej obiektu, wymagałoby przyjęcia spektakularnych założeń dotyczących:

- wielkości odkształceń więzów (duże, małe),
- rodzaju tarcia w prowadnicach: mas układu (suche, półpłynne) itp.,
- oporów tarcia wewnętrznego w materiale więzów odkształcalnych (histereza),
- wpływu zapylenia itp..

Na ogół każdy układ rzeczywisty cechuje więcej niż jedna odmiana tłumienia, a jego intensywność zmienia się zależnie od warunków, jak np. częstotliwości zabiegów konstrukcyjnych, wieku maszyny i innych czynników będących poza kontrolą konstruktora. Dlatego identyfikację praktycznych związków między zmiennymi dynamicznymi i kinematycznymi w przypadku oporów tłumienia - związków niezbędnych do analizy ruchu układu mechanicznego - można przeprowadzić wyłącznie na podstawie badań doświadczalnych na obiekcie rzeczywistym w warunkach eksploatacji przemysłowej.

Biorąc powyższe pod uwagę, wszystkie odmiany tłumienia występujące w układzie zastąpiono tłumikiem wiskotycznym o wartości współczynnika tłumienia  $c = 0,1-0,2$  tłumienia krytycznego [3].

Model fizyczny organu roboczego pokazano na rys. 3.1.



Rys. 3.1 Model fizyczny organu roboczego z tłumieniem wiskotycznym

Fig. 3.1 Physical model of the working means with viscous damping

#### Założenia:

- układ liniowo-sprężysty,
- elementy sprężyste są nieważkie,
- iloraz mas  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{4}{3}$ ,
- masy są idealnie sztywne,
- wymuszenie drgań przy użyciu generatora bezwładnościowego.

Siła wymuszająca:

$$P(t) = \text{Im} [P_0(p) e^{ipt}] , \quad (3.1)$$

gdzie:

$$P_0(p) = m_0 r p^2$$

- $m_0$  - masa niewyważona,
- $r$  - promień niewyważenia,
- $p$  - częstość kołowa generatora.

$$A_1 = \sqrt{\frac{P_0(p) [(12k-4mp^2)^2 + (9cp)^2]}{(4m^2p^4 - 20kmp^2 + 12k^2 - 6c^2p^2)^2 + (18cpk - 13cmp^3)^2}} \quad (3.7)$$

$$A_2 = \sqrt{\frac{9P_0^2(p)(4k^2 + c^2p^2)}{(4m^2p^4 - 20kmp^2 + 12k^2 - 6c^2p^2)^2 + (18cpk - 13cmp^3)^2}} \quad (3.8)$$

Kąty przesunięcia fazowego:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{bc' - ad}{ac' + bd}, \quad (3.9)$$

gdzie:

$$a = 12k - 4mp^2,$$

$$b = 9cp,$$

$$c' = 4m^2p^4 - 20kmp^2 + 12k^2 - 6c^2p^2,$$

$$d = 18cpk - 13cmp^3.$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{b_1c_1 - a_1d_1}{a_1c_1 + b_1d_1}, \quad (3.10)$$

gdzie:

$$a_1 = 6k$$

$$b_1 = 3cp$$

$$c_1 = c'$$

$$d_1 = d$$

Równania ruchu ustalonego dla częstości roboczej  $p_r$  mas  $m_1$  i  $m_2$  układu mają postać:

$$u(t) = A_1 \Big|_{p=p_r} \sin(p_r t + \varphi_1), \quad (3.11)$$

$$w(t) = A_2 \Big|_{p=p_r} \sin(p_r t + \varphi_2). \quad (3.12)$$

#### 4. Dobór ilościowych charakterystyk dynamicznych układu napędowego kruszarki

Korzystając z założeń przedstawionych w rozdziale 2 i 3 przeanalizowano pole charakterystyk dynamicznych układu napędowego kruszarki ( $m, k, c, p_r$ ), przyjmując pole powierzchni roboczej bijaka  $S \cong 1 \text{ [m}^2\text{]}$  i amplitudę ruchu drgającego masy  $m_2$  (bijaka)  $A_2 = 0,02 - 0,03 \text{ [m]}$ .

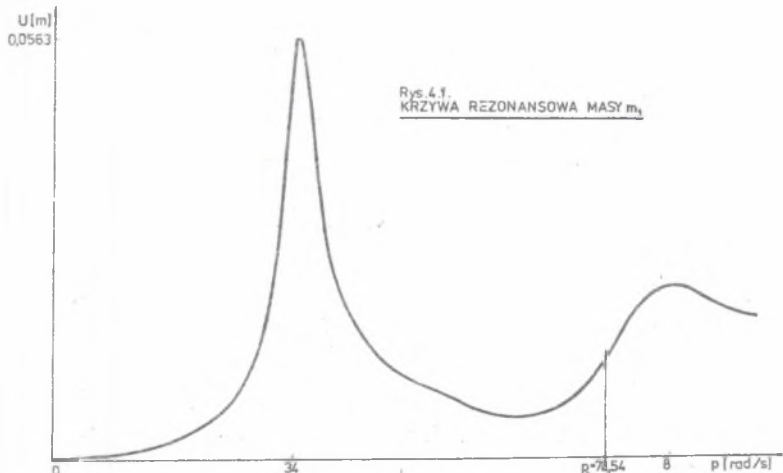
W wyniku analizy krzywych rezonansowych drgań mas  $m_1$  i  $m_2$  a także na podstawie warunku 2.1. wybrano następujące wartości charakterystyk dynamicznych:

$$m = 1200 \text{ [kg]}, \quad k = 2 \cdot 10^6 \text{ [N/m]},$$

$$c = 8000 \text{ [Ns/m]}, \quad (10\% \text{ tłumienia krytycznego}),$$

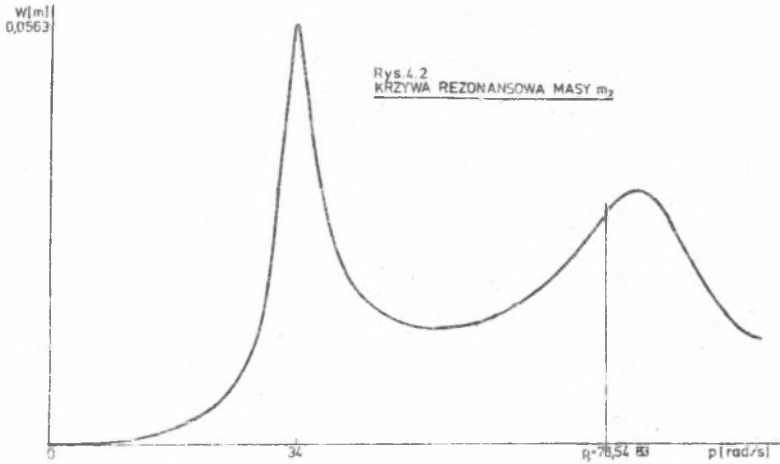
$$m_0 = 80 \text{ [kg]}, \quad r = 0,16 \text{ [m]}, \quad p_r = 78,54 \text{ [rad/s]} \quad (p_r = 0,927 p_2)$$

Krzywe rezonansowe ruchu drgającego mas  $m_1$  i  $m_2$  przedstawiono na rysunkach 4.1. i 4.2., a wielkości amplitud i kątów przesunięcia fazowego dla częstości  $p_r$  zestawiono w tabelicy 4.1.



Rys. 4.1 Krzywa rezonansowa masy  $m_1$

Fig. 4.1 Resonance curve of the mass  $m_1$

Rys. 4.2 Krzywa rezonansowa masy  $m_2$ Fig. 4.2 Resonance curve of the mass  $m_2$ 

Tablica 4.1

Częstość robocza $\omega_r$ [rad/s]	Amplituda $A_1$ [m]	Amplituda $A_2$ [m]	Kąt przesunięcia fazowego $\varphi_1$ [rad]	Kąt przesunięcia fazowego $\varphi_2$ [rad]
78,54	0,01295	0,01953	1,472144	- 0,724166

### 5. Maksymalna siła kruszenia

Badania realizowane na Politechnice Śląskiej [4] na egzemplarzu kruszarki szczękowej pracującej w KWK "Śląsk" pozwoliły na doświadczalne określenie siły kruszenia węgla i kamienia.

Maksymalne siły kruszenia nie przekraczają 150 [kN] dla węgla i 320 [kN] dla kamienia.

W przypadku analizowanej kruszarki wibracyjnej oddziaływanie mechaniczne elementu roboczego kruszarki o masie  $m_2$  na strumień rozdrabnianego surowca ma charakter okresowo powtarzalnych impulsów o intensywności rozkładu w czasie  $P_r^*$ :



$$P_r^* = m_2 \Delta v_2 \delta(t), \quad (5.1)$$

gdzie:

$\Delta v_2$  - spadek prędkości bijaka wywołany siłą  $P_r$ ,

$\delta(t)$  - funkcja Diraca.

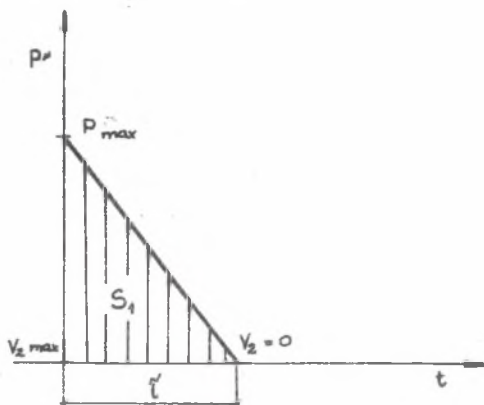
Maksymalną siłę kruszenia można wyznaczyć dla  $\Delta v_2 = v_2 \max$  (spadek maksymalnej prędkości do zera)

$$P_{\max}^* = m_2 v_2 \max \delta(t), \quad (5.2)$$

Całkując równanie (5.2) otrzymuje się:

$$S_1 = m_2 v_2 \max \quad (5.2a)$$

Przybliżony obraz geometryczny funkcji  $P(t)$  przedstawiono na rys. 5.1.



Rys. 5.1 Obraz geometryczny impulsu  $S_1$   
Fig. 5.1 Geometrical figure of the impulse  $S_1$

Z rys. 5.1. wynika, że wartość impulsu  $S_1$  wyniesie:

$$S_1 = \frac{1}{2} P_{\max} \cdot \tau \quad (5.3)$$

Максимальная прędkość masy  $m_2$ :

$$v_{2 \max} = P_r A_2 \quad (5.4)$$

W granicznym przypadku czas trwania impulsu  $\tau$  jest równy czwartej części okresu funkcji  $w(\tau)$  (3.12).

Максимальная сила kruszenia wyrazi się zatem wzorem:

$$P_{\max} = 4 m_2 A_2 P_r^2 / \tau \quad (5.5)$$

i dla analizowanej kruszarki wynosi  $P_{\max} = 245,42$  [kN] .

#### G. LITERATURA

- [1] Grach I.: Podstawowe problemy w procesach rozdrobnienia minerałów, IOHB, Warszawa 1963.
- [2] Praca zbiorowa: Sprawocznik po dynamice sooruzenij, Stroizdat, Moskwa 1972.
- [3] Praca zbiorowa: Poradnik inzyniera mechanika, t.1, WNT, Warszawa 1968.
- [4] Zieliński J. i inni: Numeryczna analiza dynamiczna nowych rozwiązań kruszarek szczękowych, Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej, Gliwice 1981-85 (praca naukowo-badawcza).

#### ДИНАМИКА РЕЗОНАНСНОЙ ВИБРАЦИОННОЙ ДРОБИЛКИ С РАБОЧЕЙ СИСТЕМОЙ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

##### Резюме

В статье представлены концепции и главные основания проекта привода резонансной дробилки. Необходимость понижения энергоемкости представляет собой предпосылку поиска новых конструкционных решений дробилок, в которых процесс дробления происходит через удар. Механическое взаимодействие имеет импульсный характер, когда соотношение времени действия импульса до периода отвечающего основной частоте свободных колебаний системы является меньше чем 0,1. Это условие возможно в случае когда принимается рабочий орган в виде механической системы с двумя степенями свободы.

Сделан анализ возможных динамических характеристик механической системы с целью получения значений амплитуды перемещений а тоже сил дробления приблизительно равных величинам встречающихся в классических щековых дробилках. Принимая, что сила взаимодействия ударника дробилки на раздробленное сырье имеет треугольное распределение, определена максимальная сила дробления возникающая во время контакта. Эта сила равна  $P_{\max} = 245 \text{ кН}$ .

#### DYNAMICS OF A RESONANT CRUSHER WITH WORKING SYSTEM OF TWO DEGREES OF FREEDOM

#### S u m m a r y

The idea and principal foundations of the resonant vibration crusher drive design have been presented in the paper. Necessity of reducing the energy consumption makes circumstance for searching for new constructional solutions of the crushers in which crushing would occur mainly through the impact. Mechanical reaction in of the impulse nature if the impulse duration to the period corresponding with fundamental frequency of the system free vibration in lower than 0.1.

This condition is possible to be fulfilled in case of using the working organ in the form of mechanical system with two degrees of freedom. A field of possible dynamic characteristics of the mechanical system has been analysed in order to obtain the displacement amplitude values and crushing forces close to the quantities met in typical jaw crushers. Assuming that the force of the crusher hammer reaction onto disintegrated raw material has triangular decomposition the maximum crushing force appearing at the moment of contact has been determined. This force amounts to  $P_{\max} = 245 \text{ kN}$ .