

Seria: MECHANIKA z. 91

Nr kol. 1026

## XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM

"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"

13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON

"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"

25-28.04.1989 ZAKOPANE

Jerzy CABAŃSKI

Wydział Mechaniczny  
ATR BydgoszczMATEMATYCZNY MODEL W PROJEKTOWANIU TŁUMIKÓW  
DYNAMICZNYCH W WIBROZAGĘSZCZARCE

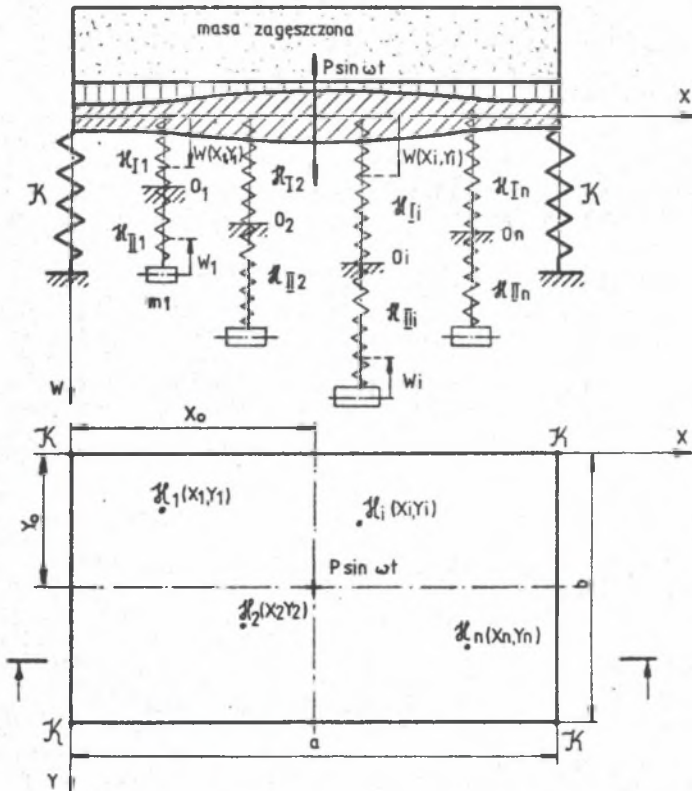
Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę rozwiązywania problemu dynamicznego tłumienia drgań giętnych. Obiektem tłumienia jest konstrukcyjnie niejednorodna płyta, będąca głównym elementem wibrozagęszczarki. Macierz dynamicznego tłumienia sformułowano za pomocą próbnych podpór sprężystych. Po uzyskaniu odpowiedniego poziomu drgań wyznaczono, dla każdego dynamicznego eliminatora drgań, sztywność, masę i amplitudę.

1. Wprowadzenie

W urządzeniach technicznych wymagane jest najczęściej tylko częściowe eliminowanie drgań. Polega ono na zmniejszeniu amplitudy drgań lub nawet jej powiększeniu w pewnych fragmentach urządzenia.

W niektórych procesach technologicznych wykorzystuje się zjawisko wibracji. Dotyczy to między innymi zagęszczania masy. Urządzeniem służącym do zagęszczania masy jest wibrozagęszczarka. Głównym elementem wibrozagęszczarki jest konstrukcyjnie niejednorodna płyta podparta na sprężystych podporach /rys.1/. Na płycie posadowiona jest forma wypełniona zagęszczaną masą. Wibracje płyty, wraz z wypełnioną formą, realizuje się za pomocą wibratora bezwładnościowego umiejscowionego w środku płyty /rys.1/. Dla prawidłowego przebiegu procesu technologicznego są tylko użyteczne poprzeczne wibracje płyty jako bryły nieodkształcalnej. Jednak, pomimo zastosowania konstrukcyjnie niejednorodnej płyty o wysokich walorach wytrzymałościowych, występuje zjawisko drgań giętnych płyty. W celu wyeliminowania szkodliwych drgań giętnych zastosowano dynamiczne eliminatory drgań /rys.1/. Sztywność więzi sprężystej  $K_i$  dynamicznego eliminatora drgań rozdzielono fikcyjnie węzłem drgań  $O_i$  (tj. nieruchomym punktem na więzi sprężystej powstałym na skutek przeciwnieźnego poruszania się masy eliminatora i punktu material-

nego płyty związanej z górnym końcem więzi sprężystej) na sztywność więzi sprężystej  $\mathcal{K}_{Ii}$  i sztywność więzi sprężystej  $\mathcal{K}_{IIi}$ . Więzy sprężyste o sztywnościach  $\mathcal{K}_{Ii}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) potraktowano jako tzw. próbne podpory sprężyste. W ten sposób globalny układ mechaniczny został rozdzielony na układ podstawowy o zmniejszonej ilości stopni swobody przeszytniony próbnymi podporami sprężystymi i zespół układów o jednym stopniu swobody o parametrach  $m_i$  i  $\mathcal{K}_{IIi}$ . Zastosowana tu metoda opisana jest szczegółowo w pracy [2].



Rys.1. Schemat wibrozagęszczarki  
Fig.1. Scheme of a vibrothickener

## 2. Matematyczny model problemu

Zjawisko wymuszonych drgań ustalonych niejednorodnej płyty, z dołączonymi do niej dynamicznymi eliminatorami drgań i podpartej na sprężystych podporach /rys.1/ jest opisane następującym układem sprzężonych równań różniczkowych:

$$\begin{aligned} & \nabla^2(D\nabla^2W) - (1-\nu)L(D,W) + K \sum_{j=1}^4 W \delta(x-x_j)(y-y_j) + \\ & - \omega^2 \mu W - \omega^2 \sum_{i=1}^n m_i w_i \delta(x-x_i)(y-y_i) = P \delta(x-x_0)(y-y_0) \quad /1/ \\ & \omega^2 m_i w_i - \mu_i [w_i - W(x_i, y_i)] = 0, \quad i=1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

gdzie oznaczono:

- $\nabla^2$  - operator Laplace'a,
- $L(D,W)$  - operator różniczkowy [1],
- $D=D(x,y)$  - sztywność zginania płyty,
- $W=W(x,y)$  - amplituda drgań poprzecznych płyty,
- $\mu=\mu(x,y)$  - masa przypadająca na jednostkę powierzchni płyty,
- $P$  - amplituda siły wymuszającej,
- $\omega$  - częstość siły wymuszającej,
- $K$  - sztywność podpór sprężystych,
- $\mu_i$  - sztywność więzi i-tego eliminatora,
- $w_i$  - amplituda drgań i-tego eliminatora,
- $m_i$  - masa i-tego eliminatora,
- $\nu$  - liczba Poissona,
- $\delta$  - dystrybucja Diraca.

Stosując metodę opisaną w pracy [2], otrzymano rozprężone równanie różniczkowe opisujące drgania płyty, podpartej dodatkowo na tzw. próbnym podporach sprężystych o sztywnościach  $\mu_{ii}$  /rys.1/, a mianowicie:

$$\begin{aligned} & \nabla^2(D\nabla^2W) - (1-\nu)L(D,W) + K \sum_{j=1}^4 W \delta(x-x_j)(y-y_j) + \quad /2/ \\ & - \omega^2 \mu W + \sum_{i=1}^n \mu_{ii} W \delta(x-x_i)(y-y_i) = P \delta(x-x_0)(y-y_0) \end{aligned}$$

oraz rozprężony układ równań opisujących drgania swobodne mas na sprężystych więziach  $\mu_{ii}$  /rys.1/, tj.:

$$\omega^2 m_i = \mu_{ii}, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad /3/$$

Uwzględniono również zależność wynikającą z bezwzględnej równości dynamicznych sił sprężystych w więzi sprężystej  $\mu_{ii}$  i  $\mu_{ii}$ , tj.:

$$W(x_i, y_i) \mu_{ii} = -w_i \mu_{ii} \quad /4/$$

oraz wzór określający całkowitą sztywność więzi sprężystej eliminatora, tzn.:

$$k_i = \frac{k_{1i} k_{2i}}{k_{1i} + k_{2i}}$$

/5/

Stosując metodę [1], tj. skończoną transformację oraz szereg Fouriera, otrzymuje się rozwiązanie równania różniczkowego /2/. Sztywność  $k_i$ ; podór sprężystych dobiera się tak, by osiągnąć wymagany poziom amplitudy drgań płyty. Parametry dynamicznych eliminatorów ustala się  $k_i$  za pomocą wzorów /3/, /4/, i /5/.

#### LITERATURA

- [1] J. CABAŃSKI: Modelowanie prostokątnej płyty niejednorodnej ze względu na funkcyjne amplitudy ugięcia poprzecznych drgań wymuszonych płyty. Zbiór referatów XXV Sympozjonu "Modelowanie w Mechanice", Gliwice - Kudowa 1986.
- [2] J. CABAŃSKI: Analiza wyznaczania dynamicznego tłumienia wibracji mechanicznych. VIII Sympozjum Techniki Wibracyjnej i Wibroakustyki, Kraków 1987.

#### MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC DAMPERS DESIGN IN VIBROTHICKENER

#### S u m m a r y

In this paper the method of solution of transverse vibrations dynamical damping problem is presented. Damping object is the constructional heterogeneous plate. In this method finite transformation and Fourier series is applied. Dynamic damping matrix with the help of stiffness of experimental elastic supports is formulated. Obtaining suitable vibration level - to each dynamic eliminator - stiffness, mass and amplitude is calculated.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ПРОЕКТИРОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ДЕМПФЕРОВ В ВИБРОГУСТИТЕЛЕ

#### Р е з ю м е

В работе представлено метод решения проблемы динамического гашения гибких колебаний. Объект гашения это неоднородная плита - главный элемент виброгустителя. В методе решения проблемы применено операцию конечной трансформации и ряд Фурье. Матрицу динамического гашения сформулировано при помощи испытательных упругих упоров. После получения соответствующего уровня колебаний назначено для каждого динамического элиминатора жёсткость, массу и амплитуды.

Recenzent: dr inż. L. Kaliński

Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.