ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: MECHANIKA z. 91 Nr kol. 1026

XIII MIĘDZYNARODOWE KOLOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"

13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"

25-28.04.1989 ZAKOPANE

Andrzej T. CHWIEJ

Instytut Maszyn i Urządzeń Rolniczych
Politechnika Warszawska
Ośrodek w Płocku

GRAFY WIĄZAŃ W MODELOWANIU SPRAWNOŚCI ENERGETYCZNEJ UKŁADÓW MECHANICZNYCH

Streszczenie. W niniejszym referacie zaprezentowano metodykę budowy modelu matematycznego układu fizycznego w przypadku nieznanej relacji pomiędzy siłą dyssypacyjną a odpowiadającym jej przemieszczeniem uogólnionym, zaś efekt rozpraszania energii zdefiniowany jest poprzez współczynnik sprawności energetycznej. Postępowanie oparto na metodzie grafów wiązań wprowadzając dwa nowe typy węzłów, będące poszerzeniami pojęć transformatora i gyratora.

1. Wprowadzenie

Pierwotna popularność grafów wiązań związana jest z ich przydatnością do celów modelowania dynamiki układów mechanicznych, w których występują hybrydowe układy przenoszenia mocy, a szczególnie napęd hydrauliczny. O ile bowiem metody klasyczne wymagają tu dużego doświadczenia, a ponadto są bardzo pracochłonne, to grafy wiązań, jako modele tego typu układów, dzięki swej względnej prostocie, a nade wszystko dzięki operowaniu pojęciami, do których inżynier jest przyzwyczajony (typu: "źródło energii", "transformator energii", "rozpraszanie energii" etc.), udowodniły tu swą przydatność. Jednak w swej klasycznej postaci, zdefiniowanej przez R. Roseberga i D. Karnopa ([1]), uniemożliwiają one bezpośrednie zinterpretowanie tak naturalnego dla inżyniera mechanika pojęcia, jak "sprawność energetyczna". Z założenia bowiem graf wiązań stanowi podmodel strukturalny modelu fizycznego danego obiektu. Wymaga zatem jawnego zdefiniowania mechanizmu rozpraszania energii. Z kolei w bardzo wielu przypadkach można wprawdzie model ten określić, lecz uciążliwość identyfikacji jego parametrów przesądza o jego niepraktyczności. Częstokroć nieznany jest bliżej nawet mechanizm rozpraszania. W wielu przypadkach, przy dobrze znanym modelu fizycznym, jego bezpośrednie wykorzystanie jest nierealne ze względu na złożoność obliczeniową.

Przykładem tego typu zagadnienia jest rozpraszanie energii w zazębieniu przekładni zębatej. Znane są wprawdzie dosyć dokładne modele cząstkowe, ale są one zbyt skomplikowane dla zastosowań praktycznych. Zwyczajowo w tego typu przypadkach fakt występowania sił dyssypacyjnych sygnalizowany jest poprzez podanie sprawności energetycznej układu. Z doświadczenia inżynierskiego wiadomo przy tym, że w bardzo wielu przypadkach nawet tak uproszczone modele opisują rzeczywistość z zadowalającą dokładnością. Ponieważ klasyczna teoria grafów wiązań nie uwzględnia tego typu podejścia (siły dyssypacyne muszą być podane w postaci jawnej), celowe wydaje się uzupełnienie jej o elementy umożliwiające wykorzystanie takiego podejścia (chociażby ze względu na nawyki inżynierskie).

2. Elementarne zależności opisujące sprawność energetyczną

Jak już wspomniano wcześniej, w bardzo wielu przypadkach technicznych, do opisu rozpraszania energii wykorzystywane jest inżynierskie przybliżenie polegające na określeniu sprawności energetycznej procesu (bądź też łańcucha kinematycznego). Model strukturalny takiego podejścia, wykorzystujący formalizm grafów wiązań, przedstawiony został na rys. 1. Odpowiadające mu relacje matematyczne przyjmują postać (1):

$$N_A = N_P + \Delta N \tag{1}$$

$$N_A = {}^P\eta \cdot N_P \quad \Leftarrow \quad |N_P| > |N_A| \tag{2}$$

$$N_P = {}^A\eta \cdot N_A \quad \Leftarrow \quad |N_A| > |N_P| \tag{3}$$

gdzie: "ΔN" – moc rozpraszana, "N_A" i "N_P" – strumienie mocy w gałęziach "A" i "P", "$^x\eta$" – współczynnik sprawności energetycznej.

Rys. 1. a) – Model strukturalny sprawności energetycznej jako opisu dyssypacji energii, b) – Pseudotransformator jako graf modelujący sprawność energetyczną. "S" – węzeł odpowiadający sumatorowi (węzłowi typu "1" lub "0") modelujący bilansowanie enrgii, "R" – węzeł modelujący rozpraszanie energii, "A" i "P" – indeksy różnicujące strumienie energii przed ("A") i za ("P") sumatorem, przy przyjęciu kierunku przepływu zgodnego z półstrzałkami (energia dyssypowana jest traktowana jako usuwana z układu).

Relacje (2) i (3) przedstawić można w postaci symbolicznej (4):

$$N_j = {}^i\mu \cdot N_i \qquad i = A,\ P; \quad j \neq i \tag{4}$$

gdzie "$^i\mu$" jest zdefiniowane poprzez (5):

$$
{}^{i}\mu = \begin{cases} {}^{A}\eta & \Leftarrow \quad i = A, \quad |N_A| > |N_B| \\ 1/{}^{A}\eta & \Leftarrow \quad i = P, \quad |N_A| > |N_P| \\ {}^{P}\eta & \Leftarrow \quad i = P, \quad |N_P| > |N_B| \\ 1/{}^{P}\eta & \Leftarrow \quad i = A, \quad |N_P| > |N_A| \end{cases} \tag{5}
$$

W powyższych wzorach celowo rozróżniono współczynniki sprawności w zależności od kierunku przepływu energii. Przypadki takie występują na tyle często, iż pominięcie ich jest niewskazane. Jako przykład można tu wymienić przekładnię ślimakową, w której sprawność dla mocy płynącej w kierunku od ślimaka do ślimacznicy jest bardzo niska, a niekiedy nawet równa zeru (przekładnia samohamowna). Symboliczne rozróżnienie następuje poprzez indeks (lewy, górny), który odpowiada sprzężeniu modelującemu tu większy strumień mocy.

Należy przy tym zwrócić uwagę, że we wzorze (5), w relacjach nierównościowych, występują wartości bezwzględne obu strumieni mocy (wejściowej i wyjściowej), przy możliwej do określenia a priori tylko wartości strumienia odpowiadającego indeksowi "i". W celu wyeliminowania drugiej spośród nich zauważmy najpierw, iż strumień mocy traconej jest z definicji większy od zera. Ponadto, jeśli sprawność jest większa od zera, to kierunki przepływu energii w obu gałęziach ("A" i "P") muszą być jednakowe (dla sprawności zerowej moc wyjściowa jest równa zeru, a więc kierunku nie można tu określić; jest to jednak przypadek osobliwy, tu nie analizowany).

Ponownie wykorzystując wzór (1) po przeniesieniu "N_P" na lewą stronę uzyskuje się (6):

$$
N_A - N_P = \Delta N > 0 \tag{6}
$$

Rezultatem kolejnego przeniesieniu "N_P" na stronę prawą jest nierówność (7):

$$
N_A > N_P \tag{7}
$$

Zakładając, że "N_P" jest większe od zera (a więc i "N_A" jest większe od zera), nierówność (7) daje sprowadzić się do postaci (8):

$$
|N_A| > |N_P| \quad \Leftrightarrow \quad N_i > 0 \qquad i = A, P \tag{8}
$$

Jeśli z kolei przyjąć, iż "N_A" jest mniejsze od zera (tzn. kierunek przepływu energii jest niezgodny z założonym), to po pomnożeniu obu stron nierówności (7) przez "-1" i po wyznaczeniu modułów obu stron otrzymuje się (9):

$$
|N_P| > |N_A| \quad \Leftrightarrow \quad N_i < 0 \qquad i = A, P \tag{9}
$$

Tak więc definicję (5) sprowadzić można do postaci (10):

$$
{}^{i}\mu = \begin{cases} {}^{A}\eta & \Leftarrow \quad i = A, \quad N_i > 0 \\ 1/{}^{A}\eta & \Leftarrow \quad i = P, \quad N_i > 0 \\ {}^{P}\eta & \Leftarrow \quad i = P, \quad N_i < 0 \\ 1/{}^{P}\eta & \Leftarrow \quad i = A, \quad N_i < 0 \end{cases} \tag{10}
$$

Moc rozpraszaną można przy wyznaczyć korzystając ze wzoru (11) analogicznego do (4):

$$
\begin{aligned} \Delta N &= |N_i - N_j| = |N_i - {}^{i}\mu \cdot N_i| = |N_i \cdot (1 - {}^{i}\mu)| = \\ &= (1 - {}^{i}\mu) \cdot |N_i| = (1 - {}^{i}\mu) \cdot \mathrm{sign}(N_i) \cdot N_i \\ &\equiv {}^{i}\theta \cdot N_i \qquad\qquad i = A, P;\ i \neq j \end{aligned} \tag{11}
$$

gdzie współczynnik strat "${}^{i}\theta$" definiowany jest za pomocą (12):

$$
{}^{i}\theta = \begin{cases} (1 - {}^{A}\eta) & \Leftarrow \quad i = A, \quad N_i > 0 \\ -(1 - {}^{A}\eta)/{}^{A}\eta & \Leftarrow \quad i = P, \quad N_i > 0 \\ -(1 - {}^{P}\eta) & \Leftarrow \quad i = P, \quad N_i < 0 \\ (1 - {}^{P}\eta)/{}^{P}\eta & \Leftarrow \quad i = A, \quad N_i < 0 \end{cases} \tag{12}
$$

3. Pseudotransformator jako węzeł modelujący sprawność energetyczną

Jeśli przyjąć, że rozpraszanie energii, definiowane jako sprawność, objawia się w postaci zmiany tylko jednej z dualnych (względem mocy lokalnej) wielkości (przepływu lub wytężenia), to równanie (4) można przedstawić w równoważnej postaci (13):

$$
\begin{cases} x_j = {}^{i}\mu \cdot x_i \\ y_i = 1 \cdot y_j \end{cases} \tag{13}
$$

gdzie "x" i "y" spełniają relację (14), tzn., w zależności od charakteru ropraszania energii (przy stałym wytężeniu, bądź przepływie) odpowiadają zmiennej wytężeniowej bądź przepływowej:

$$
x_i \cdot y_i = N_i \tag{14}
$$

$$\begin{cases} x_j = \mu \cdot x_i \\ y_i = \mu \cdot y_j \end{cases} \tag{15}$$

Charakter relacji (13) jest bardzo podobny do relacji (15) opisującej przepływ energii przez zwykły węzeł TF (transformator). Oba bowiem przypadki można zapisać we wspólnej postaci (16). Z tego też powodu, a także uwzględniając omówione w rozdziale 5 właściwości analogiczne do klasycznego węzła TF, nowo zdefiniowany węzeł nazwano pseudotransformatorem. Nadano mu przy tym oznaczenie TR.

$$\begin{cases} x_j = {}^{i}\eta_x \cdot x_i \\ y_i = {}^{j}\eta_y \cdot y_j \end{cases} \tag{16}$$

Jeśli przyjąć, że (16) odpowiada relacji (13), to "${}^{i}\eta_z$" definiowane jest poprzez (17a), zaś dla relacji (15) - poprzez (17b):

$$\begin{cases} {}^{i}\eta_x = {}^{i}\mu \\ {}^{j}\eta_y = 1 \end{cases} \tag{17a}$$

$$\begin{cases} {}^{i}\eta_x = \mu \\ {}^{j}\eta_y = \mu \end{cases} \tag{17b}$$

4. Pseudogyrator

Węzłem o podobnych do transformatora własnościach jest gyrator (GY). Równania opisujące go można przedstawić w postaci (19). Można przy tym potraktować transformastor jako efekt kontakancji dwu gyratorów:

$$\begin{cases} x_j = \mu \cdot y_i \\ x_i = \mu \cdot y_j \end{cases} \tag{18}$$

Przez analogię do pseudotransformatora (TR) można zatem wprowadzić węzeł nie zachowujący tożsamościowo energii o właściwościach odpowiadających gyratorowi - pseudogyrator (GR). Odpowiadające mu relacje przyjmą postać ogólną (18a). Wprawdzie nie jest znana jego bezpośrednia, fizyczna interpretacja, jednak opierając się na wnioskach płynących z rozdziału 5, celowość zdefiniowania go raczej nie ulega dyskusji.

$$\begin{cases} x_j = {}^{i}\eta_y \cdot y_i \\ x_i = {}^{j}\eta_y \cdot y_j \end{cases} \qquad (19)$$

5. Operacje przekształcające na grafie zawierającym węzły TR i GR

Jedną z istotniejszych cech grafów wiązań, jako narzędzia budowy modeli matematycznych, jest sformalizowanie kilku kategorii operacji przekształcających. Za najważniejszą spośród nich można uznać redukcje i agregacje węzłów umożliwiające podejście zstępujące przy modelowaniu, a więc przejście od modeli ogólnych do szczegółowych. Inną, dosyć ważną, kategorią operacji jest przenoszenie węzłów transformujących (TF i GY) przez sumatory (1 i 0).

Formalne podobieństwa pomiędzy węzłami TF i GY a TR i GR ograniczają się jednak tylko do pierwszych dwu klas przekształceń, tzn. do redukcji węzłów i ich agregacji. Tak więc, jeśli ich sprzężenia przenoszą moc zerową, to węzły te wraz ze sprzężeniami mogą zostać usunięte z grafu. Z kolei dwa sąsiednie węzły typów TR oraz TF, lub dwa sąsiednie węzły typu GR oraz GY mogą zostać zastąpione pojedynczym węzłem typu TR. Podobnie, dopuszczalne jest zastąpienie dwu sąsiadujących ze sobą węzłów TR lub TF i GR lub GY jednym węzłem GR. Ten ostatni typ agregacji jest jedynym znanym źródłem generowania pseudogyratorów. Dopuszczalna jest także agregacja węzłów TR i GR ze źródłami energii (SE, SF) i odbiornikami energii (R, C, I).

W przeciwieństwie do węzłów TF i GY, przenoszenie węzłów TR i GR przez sumatory jest dopuszczalne jedynie w przypadku węzłów dwusprzężeniowych. Z uwagi na możliwość popełnienia błędu należy zwrócić szczególną uwagę na definicję współczynnika "${}^{i}\mu$".

LITERATURA

[1] R. Rosenberg, D. Karnop, Introduction to Physical System Dynamics, McGraw-Hill, New York 1983.

ГРАФЫ СВЯЗЕЙ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Р е з ю м е. В работе представлен способ строения математической физической системы в случае неизвестной зависимости между диссипативной силой а отвечающим ей обобщённым перемещениям, при чём эффект рассеивания энергии формулируется посредством энергетического коэффициента полезного действия.

BOUND GRAPHS IN MECHANICAL SYSTEMS ENERGY EFFICIENCY MODELLING

S u m m a r y. The paper deals with methods of getting mathematical model of physical system in case of unknown energy dissipation relationships. While the ratio of the lost power were given as energy efficiency, the bound traphs have been used. There were two new node types (simmilar to transformer and gyrator) modelling dissipation introduced.

Recenzent: prof. dr hab. inż. J. Wojnarowski

Wpłynęło do Redakcji 21.XII.1988 r.