ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: MECHANIKA z. 91 Nr kol. 1026

XIII MIĘDZYNARODOWE KOLOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"

13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"

25-28.04 ZAKOPANE

Andrzej HARLECKI
Iwona ADAMIEC-WÓJCIK

Instytut Mechaniczno-Konstrukcyjny
Politechnika Łódzka, Filia w Bielsku-Białej

DYNAMIKA WYBRANEGO MECHANIZMU DŹWIGNIOWEGO Z UWZGLĘDNIENIEM TARCIA W WĘZŁACH

Streszczenie. W pracy omówiono sposób modelowania ruchu wybranego mechanizmu dźwigniowego przy uwzględnieniu podatności członów oraz tarcia w węzłach.

1. Wprowadzenie

Nowoczesna technika w coraz szerszym zakresie preferuje stosowanie konstrukcji o zminimalizowanym ciężarze. Wynikiem tej tendencji jest m.in. coraz powszechniejsze stosowanie mechanizmów z lżejszymi, podatnymi członami. Stąd też powstała potrzeba opracowania modeli, uwzględniających podatność tych członów, np. przy wykorzystaniu metody sztywnych bądź odkształcalnych elementów skończonych.

Tarcie w węzłach mechanizmów dźwigniowych może mieć znaczny wpływ na równomierność ruchu ich członów. Zagadnienie to może być bardzo istotne, jeśli się zważy, że analizowany mechanizm jest np. odpowiednikiem napędzanego przez siłownik manipulatora robota, w przypadku którego konieczność zapewnienia odpowiedniej dokładności tzw. pozycjonowania stanowi zasadniczy problem.

2. Przyjęty model mechanizmu dźwigniowego.

W pracy rozważono prosty mechanizm dźwigniowy, którego człony zostały połączone sztywnymi węzłami obrotowymi (rys 1). Mechanizm jest zbudowany z siłownika (podukład 1), napędzającego człon o dużej podatności (podukład 2). Uwzględniono możliwość wystąpienia tarcia we wszystkich węzłach, przy czym rozważono zarówno fazę względnego ruchu członów, jak i fazę lokalnej statycznej równowagi w węzłach, przy równoczesnym dopuszczeniu możliwości ruchu mechanizmu. W przyjętym modelu nie rozważa się tłumienia, podatności węzłów ani luzu w węzłach, jednakże uproszczenia te mogą być stosunkowo łatwo wyeliminowane.

2.1. Podukład 1

Podukład ten jest zbudowany z dwu sztywnych elementów skończonych (SES) , połączonych elementem sprężystym (ES) o sprężystości wzdłużnej c, będącej sumaryczną sprężystością płynu siłownika tłoczonego przez pompę oraz tłoczyska. Jako m_0 określono zmienną masę pierwszego SES, modelującego cylinder wraz z płynem. Zmienne jest również położenie jego środka masy, określone odległością r_0. Drugi SES modeluje tłoczysko o niezmiennej w czasie masie $m_1^{(1)}$.

Jako współrzędne uogólnione, opisujące ruch siłownika, przyjęto:

$x^{(1)}, y^{(1)}$ – współrzędne wybranego punktu siłownika w nieruchomym układzie Oxy,

δ – kąt nachylenia osi siłownika do osi odciętych tego układu współrzędnych,

ξ – odległość środka masy SES, modelującego tłoczysko, od początku siłownika.

Wymuszenie kinetyczne ,realizowane przez siłownik, jest wyrażone w postaci funkcji czasu l_0, stanowiącej przemieszczenie jednego z końców ES.

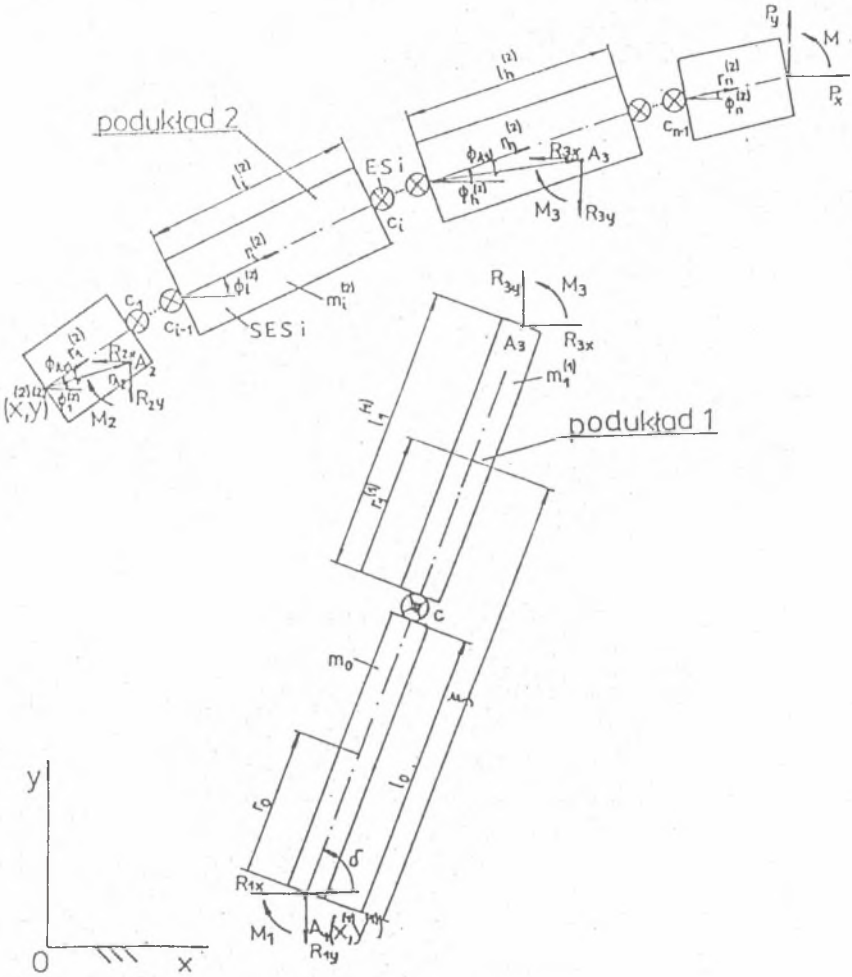
2.2. Podukład 2

Podukład ten stanowi belka o określonej podatności giętnej, podzielona na dowolną liczbę n SES.

Jako współrzędne uogólnione układu SES, określone zgodnie z modelem Kawai [1], zmodyfikowanym przez Wojciecha w pracy [2] przyjęto:

$x^{(2)}, y^{(2)}$ – współrzędne wybranego punktu wysięgnika w układzie Oxy,

$\varphi_1^{(2)} \ldots \varphi_n^{(2)}$ – kąty nachylenia poszczególnych SES do osi odciętych tego układu.



Rys.1.Model mechanizmu dźwigniowego

Fig.1.Model of link mechanism

3. Równania ruchu mechanizmu

Równania ruchu mechanizmu można napisać po uprzednim sformułowaniu równań ruchu podukładów oraz określeniu równań więzów geometrycznych. Równania ruchu podukładów wyprowadzono w oparciu o równania Lagrange'a II rodzaju, co wymagało wcześniejszego określenia energii kinetycznej podukładów T, energii potencjalnej V_s ich odkształceń sprężystych oraz energii potencjalnej V_p sił ciężkości tych podukładów.

Równania ruchu dowolnego podukładu, którego ruch opisuje $\dot{m}$ współrzędnych, opisano wzorem Lagrange'a:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} + \frac{\partial V}{\partial q_s} = Q_s \qquad s = 1,\dots,m \tag{1}$$

Równania różniczkowe ruchu podukładów przyjęto w formie macierzowej:

$$\mathbb{A}\ddot{\underset{\sim}{q}} + \mathbb{B}\dot{\underset{\sim}{q}} = \underset{\sim}{H} + \underset{\sim}{F} \tag{2}$$

Postać wektora $\underset{\sim}{F}$ zależy od stanu ruchu w poszczególnych węzłach:

$$\underset{\sim}{F} = \mathbb{D}_A \underset{\sim}{R}_A + \bar{\mathbb{D}}_A \underset{\sim}{M} \tag{3}$$

gdzie : $\mathbb{D}_A = [\ \mathbb{D}\ \bar{\mathbb{D}}\ ]$,

$\underset{\sim}{R}_A = [\ \underset{\sim}{R}\ \underset{\sim}{T}\ ]^T$,

$\underset{\sim}{R} = [\ R_{1x}\ R_{1y}\ R_{2x}\ R_{2y}\ R_{3x}\ R_{3y}\ ]^T$,

$\underset{\sim}{T}$ – wektor momentów tarcia nierozwiniętego,

$\underset{\sim}{T} = [\ T_1\ T_2\ T_3\ ]^T$,

$\underset{\sim}{M}$ – wektor momentów tarcia rozwiniętego,

$\underset{\sim}{M} = [\ M_1\ M_2\ M_3\ ]^T$.

3.1. Stan lokalnej równowagi statycznej we wszystkich węzłach

W stanie tym w węzłach istnieje tarcie nierozwinięte, wobec czego: $\bar{\mathbb{D}}_A = 0$.

Składowe wektora $\underset{\sim}{R}$ stanowią, niezależnie od stanu ruchu w poszczególnych węzłach, dodatkowe (oprócz współrzędnych uogólnionych) niewiadome. Aby je wyznaczyć, skorzystano z tzw. równań więzów geometrycznych, po ich dwukrotnym zróżniczkowaniu:

$$\mathbb{D}^T \ddot{\underset{\sim}{q}} + \mathbb{B}_w \dot{\underset{\sim}{q}} = 0 \qquad (4)$$

Składowe wektora $\underset{\sim}{T}$ stanowią, w przypadku lokalnej równowagi statycznej w węzłach, dodatkowe niewiadome. Aby je wyznaczyć, skorzystano z trzech dalszych równań więzów geometrycznych, słusznych w fazie równowagi statycznej :

$$\delta = \text{const}$$
$$\varphi_1^{(2)} = \text{const} \qquad (5)$$
$$\delta = \varphi_h^{(2)} + \text{const.}$$

Równania te po dwukrotnym zróżniczkowaniu przyjęły postać:

$$\bar{\mathbb{D}}^T \ddot{\underset{\sim}{q}} = 0 \qquad (6)$$

Wykorzystując równania (2), (4)' i (6)' sformułowano równania ruchu mechanizmu :

$$\mathbb{A}^* \ddot{\underset{\sim}{q}} + \mathbb{B}^* \dot{\underset{\sim}{q}} = \underset{\sim}{H}^* + \underset{\sim}{F}^* \qquad (7)$$

3.2. Stan ruchu względnego we wszystkich węzłach

W stanie tym we wszystkich węzłach istnieje tarcie rozwinięte, zatem elementy wektora $\underset{\sim}{M}$ można określić z zależności:

$$M_1 = \text{sign}\dot{\delta}\, h_1 \sqrt{R_{1x}^2 + R_{1y}^2}$$

$$M_2 = \text{sign}\dot{\varphi}_1^{(2)} h_2 \sqrt{R_{2x}^2 + R_{2y}^2} \qquad (8)$$

$$M_3 = \text{sign}(\dot{\varphi}_h^{(2)} - \dot{\delta})\, h_3 \sqrt{R_{3x}^2 + R_{3y}^2}$$

gdzie: h_1, h_2, h_3 – promienie kół tarcia w węzłach, będące m.in. funkcjami współczynników tarcia kinetycznego.

Ponadto w stanie tym $\mathbb{D}_A = [\mathbb{D}\ \mathbb{O}]$ oraz $\bar{\mathbb{D}}_A = \bar{\mathbb{D}}$, zaś jako nieaktualne zostają pominięte trzy ostatnie równania więzów.

3.3. Stan pośredni

W tym przypadku w niektórych węzłach mechanizmu występuje stan ruchu względnego, a w pozostałych stan lokalnej równowagi statycznej. Wówczas należy wyzerować odpowiednie kolumny w macierzach $\bar{\mathbb{D}}$ i $\bar{\mathbb{D}}_A$ oraz pominąć odpowiednie równania z grupy trzech ostatnich równań więzów geometrycznych.

LITERATURA

[1] Kawai T.: Some considerations of the finite element method. International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol.16, 1980.

[2] Wojciech S.: Dynamika płaskich mechanizmów dźwigniowych z uwzględnieniem podatności ogniw oraz tarcia i luzów w węzłach. ZN Politechniki Łódzkiej, Rozprawy Naukowe Z.66, 1984.

DYNAMICS OF CHOICE LINK MECHANISM WITH REGARD TO FRICTION IN JOINTS

S u m m a r y

In the paper modelling of motion of choice link mechanism with flexible links and friction in joints is considered.

ДИНАМИКА ИЗБРАННОГО РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА С УЧЕТЕНИЕМ ТРЕНИЯ В УЗЛАХ

Р е з ю м е

В работе представлено моделирование движения избранного рычажного механизма с учтением податливости звеней и трения в узлах.

Recenzent: doc. dr inż. T. Młynarski

Wpłynęło do Redakcji 20.XII.1988 r.