ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: MECHANIKA z. 91 Nr kol. 1026

XIII MIĘDZYNARODOWE KOLOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"

13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"

25-28.04.1989 ZAKOPANE

Andrzej KOSIOR

Instytut Podstaw Budowy Maszyn
Politechnika Warszawska

BADANIE WPŁYWU PARAMETRÓW MODELI ZAWIERAJĄCYCH ZESTAW BELEK NA TŁUMIENIE DRGAŃ UKŁADU Z TARCIEM KONSTRUKCYJNYM

Streszczenie. W pracy porównano własności tłumiące drgania układu zawierającego model połączenia zestawu dwóch belek, z układem zawierającym model połączenia zestawu trzech belek. Przy uwzględnieniu tarcia konstrukcyjnego wyznaczono zależności opisujące siły sprężysto-tłumiące dla zestawu dwóch i zestawu trzech belek poddanych zginaniu, w postaci pętli histerezy. Wyznaczono dekrement tłumienia drgań tych układów, w funkcji amplitudy drgań.

1. Wprowadzenie

Jednym z naturalnych rodzajów rozpraszania energii i tłumienia drgań jest tłumienie drgań w tzw. połączeniach nierozłącznych, jak połączenia nitowe, śrubowe itp., zwane tarciem konstrukcyjnym [1, 2, 3].

Badania zagadnień tarcia konstrukcyjnego odnoszą się do uproszczonych fizycznych modeli połączeń i przeprowadza się je przy założeniach:

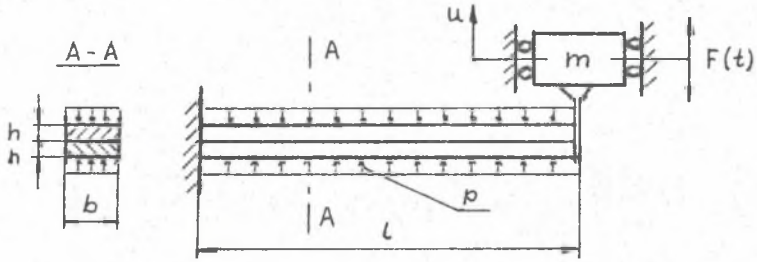
- materiał elementów połączenia jest doskonale sprężysty (prawo Hooke'a),
- intensywność sił tarcia na powierzchni wzajemnego poślizgu elementów łączonych opisuje się prawem Coulomba.

Pomimo przyjęcia założeń upraszczających, przy analizie układów z tarciem konstrukcyjnym uzyskano szereg wyników potwierdzonych doświadczalnie [1].

Jednym z modeli połączeń tzw. nierozłącznych jest model zestawu belek dociśniętych do siebie stałym naciskiem jednostkowym, poddany obciążeniu zginającemu.

2. Układ zawierający zestaw dwóch belek

Na rys. 1 przedstawiono model fizyczny układu dynamicznego zawierającego zestaw dwóch belek.



Rys. 1. Model fizyczny układu z zestawem dwóch belek

Obciążenie zewnętrzne F(t) oddziałuje na ciało o masie m, powodując zginanie zestawu belek i powstawanie jednostkowych sił tarcia q pomiędzy belkami zaciśniętymi stałym dociskiem jednostkowym p. Dla zakresu obciążenia zewnętrznego F(t), przy którym jednostkowe siły tarcia są mniejsze od granicznej wartości jednostkowych sił tarcia rozwiniętego q_o, tzn. dla:

$$q < q_o \tag{1}$$

obydwie belki zginają się bez poślizgu względnego. Przy wzroście obciążenia zewnętrznego F(t) do wartości, przy której jednostkowe siły tarcia q osiągną wartość q_o, tzn. dla:

$$q = q_o = p\mu b \tag{2}$$

gdzie: p - docisk jednostkowy, μ - współczynnik tarcia, b - szerokość zestawu belek,

nastąpi poślizg belek po sobie jednocześnie na całej długości połączenia.

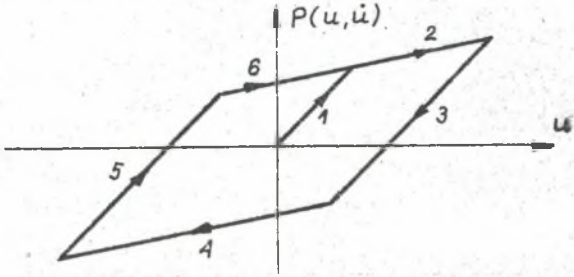
Zależność obciążenie-przemieszczenie, przedstawiająca sprężysto-tarciowe własności połączenia, została nazwana histerezą konstrukcyjną. W pracy [1] wyznaczono pętlę histerezy dla zestawu dwóch belek poddanych zginaniu, w postaci $u = u(P)$. W celu zbudowania modelu matematycznego układu przedstawionego na rys. 1 w postaci:

$$m\ddot{u} + P(u,\dot{u}) = F(t) \tag{3}$$

gdzie: m - masa ciała, $P(u,\dot{u})$ - siła opisująca własności sprę-

żysto-tłumiące zestawu belek, F(t) - obciążenie zewnętrzne, u - przemieszczenie,
dokonano przekształcenia zależności opisujących pętlę histerezy z postaci u = u(P) do postaci P(u,u̇).

Rys. 2 przedstawia pętlę histerezy połączenia zestawu dwóch belek.



Rys. 2. Histereza konstrukcyjna zestawu dwóch belek

Zależności opisujące pętlę histerezy w postaci P(u,u̇) dla zestawu belek, w punkcie odległym o l od miejsca zamocowania belek do układu odniesienia, tzn. w miejscu połączenia z ciałem o masie m - rys. 1 - mają postać:

- etap 1

$$P(u,\dot{u}) = k_1 u \tag{4}$$

dla zakresu przemieszczeń

$$0 \leqslant u \leqslant u_1^x \tag{5}$$

- etap 2

$$P(u,\dot{u}) = k_1 [\beta u + (1-\beta) u_1^x] \tag{6}$$

dla zakresu przemieszczeń

$$u_1^x \leqslant u \leqslant u_N \tag{7}$$

- etapy 3 i 5

$$P(u,\dot{u}) = k_1 [u - (1-\beta)(u_1^x \operatorname{sgn} \dot{u} + u_N)] \tag{8}$$

dla zakresu przemieszczeń

$$u_N \operatorname{sgn} \dot{u} \leqslant u \operatorname{sgn} \dot{u} \leqslant (u_N \operatorname{sgn} \dot{u} + 2u_1^x) \tag{9}$$

- etapy 4 i 6

$$P(u,\dot{u}) = k_1 [\beta u + (1-\beta) u_1^x \operatorname{sgn} \dot{u}] \tag{10}$$

dla zakresu przemieszczeń

$$(u_N \operatorname{sgn} \dot{u} + 2u_1^x) \leqslant u \operatorname{sgn} \dot{u} \leqslant u_{N+1} \operatorname{sgn} \dot{u} \tag{11}$$

gdzie: u_N, u_{N+1} - kolejne amplitudy przemieszczenia

$$u_1^x = \frac{4}{3}\frac{q_0 h}{k_1} \; ; \; k_1 = \frac{24EI}{l^3} \; ; \; k_2 = \frac{6\,EI}{l^3} \; ; \; \beta = \frac{k_2}{k_1} \tag{12}$$

l - długość zestawu belek, h - wysokość jednej belki, k_1 - współczynnik sztywności zestawu dwu belek zginanych bez poślizgu względnego, k_2 - współczynnik sztywności zestawu dwu belek zginanych podczas ślizgania się belek po sobie, β - współczynnik sztywności, I - geometryczny moment bezwładności jednej belki, E - moduł Younga, u_1^x - przemieszczenie końca belek, przy którym zaczyna się poślizg belek po sobie, q_0 - jednostkowa siła tarcia. Dla przedstawienia intensywności tłumienia drgań układu pokazanego na rys. 1, rozpatrzono jego drgania swobodne opisane równaniem:

$$m\ddot{u} + P(u,\dot{u}) = 0 \tag{13}$$

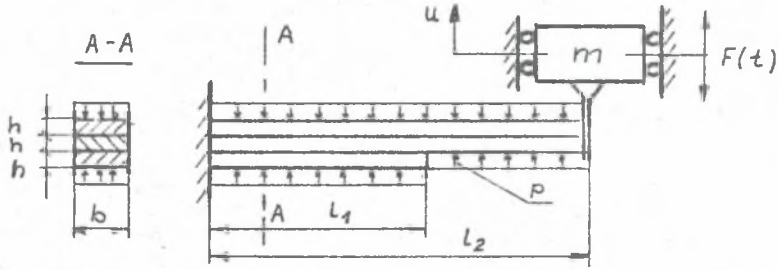
i wyznaczono dekrement tłumienia drgań z zależności:

$$\delta = 1 - \left|\frac{u_{N+1}}{u_N}\right| \tag{14}$$

gdzie: $\left|\frac{u_{N+1}}{u_N}\right|$ - jest stosunkiem kolejnych amplitud drgań odległych od siebie o pół okresu.

3. Układ zawierający zestaw trzech belek

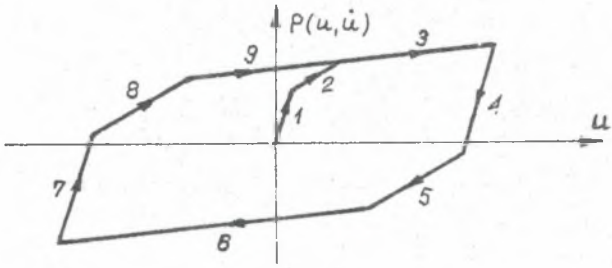
Na rys. 3 przedstawiono model fizyczny układu dynamicznego zawierającego zestaw trzech belek o niejednakowej długości.



Rys. 3. Model fizyczny układu z zestawem trzech belek

W pracy [1] została wyznaczona histereza konstrukcyjna dla zestawu trzech i pięciu belek o jednakowej długości w postaci u = u(P). W pracy [2] wyznaczono histerezę konstrukcyjną dla zestawu pięciu belek, o skokowo zmniejszającej się długości dolnych belek. Postępując podobnie jak w pracach [1,2], wyznaczono zależność obciążenia w funkcji przemieszczenia w poszczególnych etapach ruchu. Zależności te w postaci uogólnionej przedstawiono w pracy [4]. Otrzymana pętla histerezy ma kształt ośmioboku jak na rys. 4.

Dla oceny intensywności tłumienia drgań układu przedstawionego na rys. 3, rozpatrzono jego drgania swobodne. Wyznaczono dekrement tłumienia drgań.

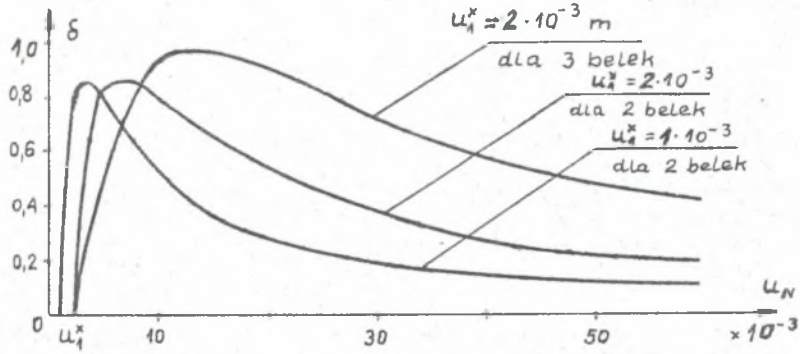


Rys. 4. Histereza konstrukcyjna dla zestawu trzech belek

4. Wyniki obliczeń dekrementu tłumienia i wnioski

Na rys. 5 przedstawiono dekrement tłumienia drgań układu zawierającego zestaw dwóch belek w funkcji amplitudy. Zmiana wartości jednostkowej siły tarcia, np. poprzez zmianę docisku jednostkowego p, powoduje zmianę odkształcenia u_1^x według zależności (12).

Dwukrotny wzrost wartości odkształcenia z wartości $u_1^x = 1 \cdot 10^{-3}$ m do wartości $u_1^x = 2 \cdot 10^{-3}$ m spowodował, że wzrosła intensywność tłumienia drgań dla amplitud $u_N > 5 \cdot 10^{-3}$ m. Maksymalna wartość dekrementu tłumienia w obydwu przypadkach jest taka sama i wynosi ~ 0,85 dla amplitud $u_N \cong 4\, u_1^x$.



Rys. 5. Dekrement tłumienia drgań układów z zestawem dwóch i trzech belek

Na rys. 5 przedstawiono także dekrement tłumienia drgań układu zawierającego zestaw trzech belek w funkcji amplitudy. Maksymalna wartość dekrementu tłumienia dla tego układu występuje dla amplitud $u_N \cong 7u_1^x$ i wynosi ~ 0,96 i jest większa od maksymalnej wartości dla układu zawierającego zestaw dwu belek. Większa jest intensywność tłumienia drgań dla $u_N > 4u_1^x$. Z porównania własności tłumiących układu zawierającego zestaw dwu

belek z układem zawierającym zestaw trzech belek wynika, że prawie w całym zakresie amplitud zestaw trzech belek lepiej tłumi drgania.

LITERATURA

[1] H.G. KALININ i inni: Konstrukcjonnoje dempfirowanije w niepodwiżnych sojedinienijach, Riga, 1960.

[2] H.G. KALININ: Konstrukcjonnoje dempfirowanije w mnogosłojnoj balkie pieremennogo sieczenija. Woprosy dinamiki i procznosti VIII, Riga, 1962.

[3] Z. OSIŃSKI: Tłumienie drgań mechanicznych, PWN, Warszawa, 1979.

[4] A. KOSIOR: Drgania układu z resorem o zmiennej długości piór przy wymuszeniu przypadkowym. Materiały II Konferencji "Metody i środki projektowania automatycznego", Warszawa 1979.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ СОДЕРЖАЮЩИХ СОСТАВ БАЛОК НА ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМА С КОНСТРУКЦОННЫМ ТРЕНИЕМ

Р е з ю м е

В работе сравнено собственности демпфирования колебаний система содержающево моделъ соединиения состава двух балок и система содержающево моделъ соединиениа состава трех балок. Определено зависимости сил упруго-демпфирующих для состава двух и состава трех балок при поперечном изгибе,в виде петли гистерезиса. Определено декремент демпфированиа колебаний этих системов в функции амплитуды колебания.

INVESTIGATION OF INFLUENCE OF PARAMETERS OF THE MODEL WHICH IS CONCISTED OF A SET OF BEAMS ON DAMPING OF VIBRATIONS OF THE SYSTEM WITH STRUCTURAL FRICTION

S u m m a r y

In this work properties of damping vibrations two-beam model of system were compared with three-beam model of system. Taking structural friction into account dependences were determined, describing as a histeresis loop elasto-damping forces for two--beam model and three-beam model during the bending. On the ground of those results the decrement of damping vibrations was determined.

Recenzent: doc. dr hab. inż. E. Świtoński

Wpłynęło do Redakcji 29.XII.1988 r.