ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: MECHANIKA z. 91 Nr kol. 1026

XIII MIĘDZYNARODOWE KOLOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"

13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"

25-28.04.1989 ZAKOPANE

Marian OSTWALD

Instytut Mechaniki Stosowanej
Politechnika Poznańska

OPTYMALIZACJA TRÓJWARSTWOWEJ POWŁOKI WALCOWEJ PODDANEJ OBCIĄŻENIOM ZŁOŻONYM Z UWZGLĘDNIENIEM ZMIENNEJ CHARAKTERYSTYKI WYPEŁNIACZA

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki optymalizacji trójwarstwowej powłoki walcowej poddanej obciążeniom złożonym. Jako funkcję celu przyjęto masę powłoki, najważniejszymi ograniczeniami są stateczność powłoki i warunki wytrzymałościowe. W modelu powłoki uwzględniono zmienne własności wypełniacza. Wyniki obliczeń przedstawiono w formie tablic.

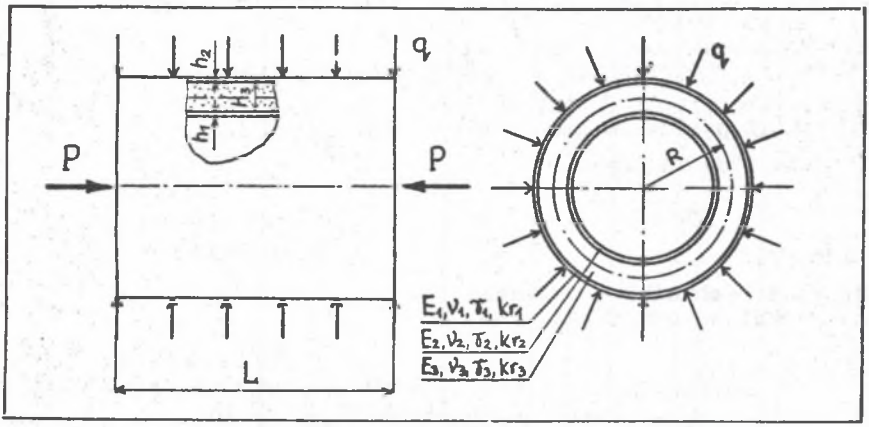
1. Wprowadzenie

Cienkościenne konstrukcje powłokowe znajdują szerokie zastosowanie w różnych dziedzinach techniki. Najbardziej spektakularnym obszarem zastosowań jest przemysł lotniczy i kosmiczny. Konstrukcje powłokowe są także szeroko stosowane w przemyśle chemicznym oraz w budowie maszyn. Szerokie zastosowanie powłok wynika z faktu, że charakteryzują się one bardzo korzystnym stosunkiem przenoszonego obciążenia do ciężaru własnego. Stosunek ten jest szczególnie korzystny dla konstrukcji trójwarstwowych [4]. Zastosowanie do określania wymiarów powłoki metod programowania matematycznego zwiększa korzyści wynikające ze stosowania konstrukcji powłokowych.

2. Funkcja celu i warunki ograniczające

Najczęściej stosowanym kryterium optymalizacyjnym jest masa powłoki. Kryterium to wynika głównie z przeznaczenia projektowanej konstrukcji. Kryterium temu można przypisać także pewien sens ekonomiczny wynikający z kosztów wytworzenia. Masę powłoki (rys. 1) określa następująca zależność:

$$G = 2\pi R L (h_1 \gamma_1 + h_2 \gamma_2 + h_3 \gamma_3) \rightarrow \text{minimum.} \qquad (1)$$



Rys. 1. Model trójwarstwowej powłoki walcowej.
Fig. 1. Model of sandwich cylindrical shell.

Zmiennymi decyzyjnymi są h_1, h_2 i h_3. Warunki ograniczające to:

1° Cienkościenna konstrukcja powłokowa charakteryzuje się bardzo dużą podatnością na utratę stateczności. Z kolei obciążenia krytyczne zależą od dokładności wykonania powłoki (od tzw. imperfekcji). Podstawowym warunkiem ograniczającym jest więc warunek zachowania stateczności projektowanej powłoki:

$$q_{sc\ kr\ dop} (P) \geq q , \quad P, q \text{ - obciążenie zewnętrzne.} \qquad (2)$$

2° Następnym pod względem ważności ograniczeniem są warunki wytrzymałościowe dla poszczególnych warstw:

$$\sigma_i (P, q) \leq kr_i , \quad i = 1, 2, 3. \qquad (3)$$

3° Dla praktycznego zastosowania otrzymanych wyników optymalizacji przyjęto założenie o zgodności grubości warstw nośnych z wymaganiami Polskich Norm.

4° Ze względów technologicznych założono, że grubość warstwy wypełniającej będzie zmieniała się z dokładnością do 1 mm.

5° Związki opisujące stateczność powłoki mają ograniczony zakres zastosowania. Z tego względu należy założyć, że $R/h \geq 20$.

3. Model trójwarstwowej powłoki walcowej

Trójwarstwowa powłoka walcowa (rys. 1) składa się z dwóch cienkich warstw nośnych o grubościach h_1 i h_2, przedzielonych warstwą wypełniającą o grubości h_3. Własności mechaniczne wypełniacza są znacznie niższe niż warstw nośnych. Powłoka obciążona

jest osiową siłą P oraz równomiernym ciśnieniem q działającym na boczną powierzchnię powłoki. Górne obciążenie krytyczne dla jednoczesnego działania P i q oblicza się za pomocą zależności [1]:

$$q_{sc\,kr}(P) = -\frac{\pi^2 B^* H h^3}{\gamma^2 L^4}\left[(1+\gamma^2)^2(K_1 + L_2K_2) + (1+\gamma^2)K_3 L_1 - \frac{H L_2}{\pi^2} + \frac{P L^2}{2\pi R h^2 B}\right]. \tag{4}$$

Znaczenie poszczególnych współczynników przedstawiono w [3]. Dopuszczalne obciążenie krytyczne uwzględnia imperfekcje oraz pewien zapas bezpieczeństwa:

$$q_{sc\,kr\,dop}(P) = q_{sc\,kr}(P)\cdot\frac{\eta}{\alpha}, \tag{5}$$

gdzie:

$$\eta = 1 - 0{,}901\left[1 - \exp\left(-1/16\sqrt{\frac{R}{e}}\right)\right], \quad e = \sqrt[3]{1{,}5\, h_1 h_3^2},$$

- współczynnik redukcyjny uwzględniający imperfekcje; przyjęto $\eta = 0{,}555$,

$\alpha = 1{,}25$ - współczynnik bezpieczeństwa.

W trakcie obliczeń górne obciążenie krytyczne było minimalizowane ze względu na parametr γ, opisujący kształt powierzchni powłoki w chwili utraty stateczności.

Naprężenia w poszczególnych warstwach powłoki określono za pomocą zależności przedstawionych w pracach [2] i [3]. Dla obciążenia złożonego zastosowano hipotezę energetyczną.

W przyjętym w niniejszej pracy modelu powłoki zastosowano tzw. wypełniacz lekki, wykonany z piankowego tworzywa sztucznego. W oparciu o wyniki badań [5] określone zostały własności mechaniczne pianki, a mianowicie moduł Younga i dopuszczalne naprężenia na ściskanie i rozciąganie w zależności od gęstości.

4. Obliczenia numeryczne

Zadanie optymalizacji rozwiązano za pomocą metody systematycznego przeszukiwania. Obliczenia zrealizowano za pomocą kompilatora QuickBASIC na komputerze IBM AT.

Do obliczeń numerycznych przyjęto promień powłoki R = 1 m, jej długość L = 1 m. Warstwy nośne wykonane są z duralu PA6 o następujących własnościach: $E = 7{,}06\cdot10^4$ MPa, $\nu = 0{,}33$, $\gamma = 2780$ kg/m^3, kr = 0,75 Re = 195 MPa. Własności mechaniczne wypełniacza przedstawiono w tablicy 1.

Tablica 1.

γ [kg m^3]	100	200	300	400	500
E_s [MPa]	17,5	45	125	255	405
σ_r [MPa]	-	1,45	2,30	3,30	4,30
σ_s [MPa]	0,80	2,25	4,60	7,70	12,15

σ_r - wytrzymałość na rozciąganie, σ_s - na ściskanie.

5. Wyniki obliczeń numerycznych i wnioski

Optymalne parametry trójwarstwowej powłoki walcowej obciążonej siłą P przedstawiono w tablicy 2. W tablicy 3 przedstawiono wyniki obliczeń dla powłoki obciążonej ciśnieniem q, a w tablicy 4 optymalne parametry powłoki dla kilku kombinacji obciążenia złożonego P + q. Oprócz optymalnych grubości warstw, zgodnych z ograniczeniami numer 3 i 4, w tablicach podano wartości dopuszczalnych górnych obciążeń krytycznych, naprężeń normalnych w poszczególnych warstwach oraz wartości funkcji celu (masy powłoki). Oprócz tego podano wartość parametru n, przedstawiającego liczbę fal w kierunku obwodowym powstających w momencie utraty stateczności (parametr ten występuje we współczynniku γ, względem którego przeprowadzano minimalizację obciążenia krytycznego). W ostatnich kolumnach podano aktywny warunek ograniczający, decydujący o optymalnych parametrach konstrukcji. Przyjęto, że S oznacza warunek statecznościowy, natomiast W - warunek wytrzymałościowy.

Tablica 2.
Optymalne parametry trójwarstwowej powłoki walcowej przy osiowym ściskaniu.

P [MN]	γ [kg/m^3]	Optymalne grubości [mm] h_1	h_2	h_3	P_{krdop} [MN]	n	Naprężenia [MPa] $\sigma_{1,2}$	σ_3	Masa min. [kg]	Aktywne ograniczenie
0,5	100	0,2	0,3	6	0,5453	7	158,6	0,4	12,504	W
	200	0,2	0,3	5	0,5121	7	158,1	0,1	15,017	S
	300	0,3	0,3	4	0,5394	8	131,1	0,2	18,020	S
	400	0,3	0,3	4	0,5524	8	129,5	0,5	20,533	S
	500	0,3	0,3	4	0,5602	8	127,7	0,7	23,047	S
1,0	100	0,4	0,5	7	1,0317	7	176,4	0,4	20,119	S
	200	0,4	0,5	6	1,0723	7	176,0	0,1	23,260	S
	300	0,4	0,5	6	1,1687	7	174,7	0,3	27,030	S
	400	0,4	0,5	5	1,0138	7	173,3	0,6	28,287	S
	500	0,4	0,5	5	1,0231	7	173,4	1,0	31,428	S

Najważniejsze wnioski wypływające z przedstawionych w niniejszej pracy wyników, jak również z wcześniejszych prac autora, są następujące:

- Decydujące znaczenie w optymalnym projektowaniu cienkościennych konstrukcji powłokowych posiada warunek stateczności powłoki.
- Gęstość wypełniacza posiada wpływ przede wszystkim na jego grubość. Zmniejszanie masy właściwej pianki tworzącej warstwę wypełniającą prowadzi do znacznego zwiększenia jej grubości, powodując naruszenie ograniczenia nr 5, o dopuszczalnej wartości stosunku R/h . Wpływ gęstości pianki na grubości warstw nośnych jest stosunkowo niewielki.
- Pominięcie w obliczeniach ograniczenia nr 3 o zgodności grubości warstw nośnych z wymaganiami Polskich Norm umożliwia otrzymanie rozwiązania ścisłego, dającego mniejszą masę konstrukcji. Różnice między rozwiązaniem ścisłym a rozwiązaniem przedstawionym w tablicach wynoszą max. 8,8% dla ściskania i 3,8% dla ciśnienia.

Tablica 3.

Optymalne parametry trójwarstwowej powłoki walcowej przy ciśnieniu zewnętrznym.

q [MPa]	γ [kg/m^3]	Optymalne grubości [mm] h_1	h_2	h_3	q_{krdop} [MPa]	n	Naprężenia [MPa] $\sigma_{1,2}$	σ_3	Masa min. [kg]	Aktywne ograniczenie
0,10	100	0.3	0,3	29	0,1038	9	167,1	0,0	28,702	W
	200	0,3	0,3	20	0,1063	7	164,9	0,1	35,613	W
	300	0,3	0,3	17	0,1065	7	160,1	0,3	42,535	S
	400	0,3	0,3	16	0,1055	7	153,3	0,6	50,693	S
	500	0,3	0,3	16	0,1102	6	145,8	0,8	60,716	S
0,20	100	0,5	0,6	50	0,2001	25	184,4	0,1	50,630	W
	200	0,5	0,6	25	0,2029	8	181,6	0,1	50,630	S
	300	0,5	0,6	19	0,2090	7	178,2	0,3	55,028	S
	400	0,5	0,6	17	0,2023	6	173,8	0,6	61,940	S
	500	0,5	0,6	17	0,2125	6	168,5	1,0	72,621	S

Tablica 4.

Optymalne parametry trójwarstwowej powłoki walcowej przy obciążeniu złożonym.

q [MPa]	P [MN]	γ [kg/m^3]	Optymalne grubości [mm] h_1	h_2	h_3	$q_{sckr\,dop}$ [MPa]	n	Naprężenia [MPa] σ_1	σ_3	Masa min. [kg]	Aktywne ograniczenie
0,10	0,5	100	0,3	0,4	44	0,1012	6	130,7	0,0	39,873	S
		200	0,2	0,3	37	0,1020	5	177,0	0,1	55,229	S
		300	0,4	0,4	23	0,1049	5	109,8	0,2	57,328	S
		400	0,4	0,4	22	0,1124	5	104,9	0,4	69,266	S
		500	0,4	0,4	21	0,1103	5	104,3	0,6	79,947	S
0,10	1,0	100	0,8	0,8	50	0,1022	6	86.7	0,0	59,364	S
		200	0,7	0,7	29	0,1031	5	98,4	0,1	60,897	S
		300	0,7	0,7	22	0,1013	5	96,9	0,2	65,923	S
		400	0,8	0,8	18	0,1041	5	83,8	0,3	73,187	S
		500	0,8	0,8	18	0,1208	5	81,9	0,5	84,496	S
0,20	0,5	100	0,5	0,5	60	0,2015	7	177,4	0,0	55,166	W
		200	0,6	0,6	31	0,2005	6	145,4	0,1	59,916	S
		300	0,5	0,5	26	0,2038	5	169,1	0,3	66,476	S
		400	0,5	0,5	24	0,2047	5	162,6	0,6	77,786	S
		500	0,5	0,5	23	0,2042	5	156,0	0,9	89,724	S
0,20	1,0	100	0,7	0,7	73	0,2030	6	132,6	0,0	70,321	S
		200	0,7	0,7	38	0,2095	6	130,3	0,1	72,206	S
		300	0,7	0,7	28	0,2176	5	127,6	0,2	77,233	S
		400	0,8	0,8	23	0,2220	5	1097	0,4	85,753	S
		500	0,8	0,8	22	0,2235	5	106,9	0,6	97,063	S

LITERATURA:

[1] Marian Ostwald: Nieliniowe zagadnienie stateczności trójwarstwowej powłoki walcowej przy obciążeniach złożonych. Rozprawy Inżynierskie, 29, 2, 165-198, 1981.
[2] Marian Ostwald: Dobór optymalnych grubości wartsw trójwarstwowej powłoki walcowej poddanej ściskaniu. Archiwum Budowy Maszyn, tom XXXIII, 1986, z. 3, str. 311-320.
[3] Marian Ostwald: Optimum weight design of sandwich cylindrical shells subjected to external pressure. Archiwum Budowy Maszyn, tom XXXVI, 1989, z.1.
[4] Marian Ostwald: Optimum weight design of sandwich cylindrical shells under combined loads. (W przygotowaniu).
[5] А. Я. Александров, М. П. Наумова: Оптимальные параметры трехслойных пластин и пологих оболочек с заполнителем из неармированного и армированного пенопласта при сжатии. Расчеты элементов авиационных конструкций. Трехслойные панели и оболочки. Выпуск 3, Из-во Машиностроение, Москва 1965.

OPTIMIZATION OF SANDWICH CYLINDRICAL SHELL SUBJECTED TO COMBINED LOADS WITH VARIABLE CHARACTERISTIC OF THE CORE

S u m m a r y

In the paper results of optimization of thin - walled sandwich cylindrical shells under combined loads are presented. Weight of the shell is taken as the objective function, stability and streght conditions as the basic constraints were taken. Variable mechanical properties of the core were taken into account. The results of numerical analysis are presented in the form of tables.

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАПОЛНИТЕЛЯ

Р е з ю м е

В работе представлено результаты оптимизаций трехслойной цилиндрической оболочки при сжатии и внешном давлении. В качестве целовой функций принято вес оболочки, как главные ограничения принято условие устойчивости оболочки и условия прочности для каждово из слоев. В модели оболочки предположено переменные механические свойства заполнителя. Результаты численных расчетов представлено в виде таблиц.

Recenzent: doc. dr hab. inż. E. Świtoński
Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.