

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM
 "MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"
 13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
 "MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"
 25-28.04.1989 ZAKOPANE

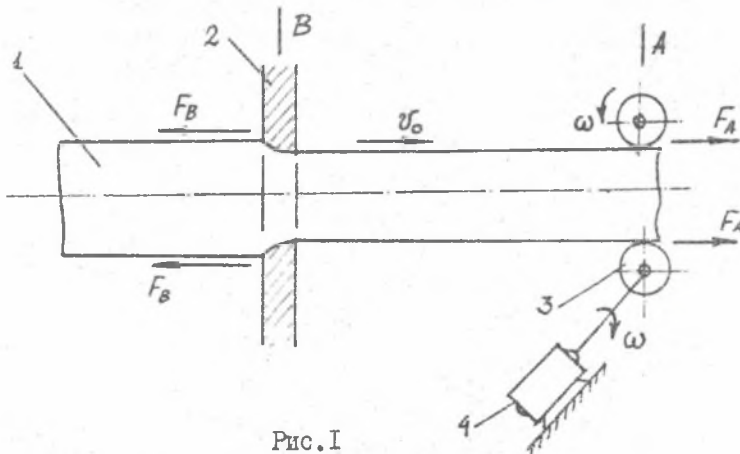
Григорий ПАНОВКО

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова АН СССР

О ВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАНИЙ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ТИПА
 ПРОТЯГИВАНИЯ

Резюме. Показано, что в системах типа протягивания при возникновении сил некулонова трения возможно возбуждение колебаний различной природы. В одном случае эти колебания могут быть объяснены периодической сменой устойчивых состояний системы, а в другом - возникновением автоколебаний. Указаны пути подавления колебаний в обоих случаях.

В современных технологических процессах широко распространены различные устройства и системы типа протягивания. К ним относятся системы волочения и протяжки проволоки, калибрования заготовок, вытягивания слитка из кристаллизатора установок непрерывной разливки металлов, ленто- и нитепротяжные механизмы и многие другие.



На рис.1 представлена типовая схема протягивания: обрабатываемая заготовка I протягивается через калибровочное отверстие матрицы 2 с помощью механизма вытягивания, включающего тянущие ролики 3 и электродвигатель 4. На заготовку со стороны тянущих роликов и со стороны матрицы действуют силы трения F_A (тянущая сила) и F_B (сила сопротивления), определяющие движение заготовки с некоторой средней скоростью $v_c = \text{const}$.

При определенных условиях в рассматриваемой системе могут возникнуть колебания, которые, как правило, вредно сказываются на течение процесса и на качество получаемой заготовки [1].

Для анализа рассматриваемой системы воспользуемся следующими модельными представлениями. Примем, что на обрабатываемую заготовку (стержень) действуют только продольные силы F_A и F_B , причем в виду малости протяженности зоны контакта роликов и матрицы со стержнем эти силы будем считать сосредоточенными в сечениях А и В. В реальных условиях характеристика сил трения обычно содержит падающий участок при малых скоростях скольжения (рис.2) и вполне удовлетворительно аппроксимируется неполным кубическим полиномом:

$$\begin{aligned} F_A(v_A) &= N_A (f_{A0} - f_{A1} v_A + f_{A3} v_A^3), \\ F_B(v_B) &= N_B (f_{B0} - f_{B1} v_B + f_{B3} v_B^3), \end{aligned} \quad (1)$$

где N_A и N_B - нормальное давление на стержень со тянущих роликов матрицы; f_{A0} , f_{A1} , f_{A3} , f_{B0} , f_{B1} , f_{B3} - постоянные коэффициенты.

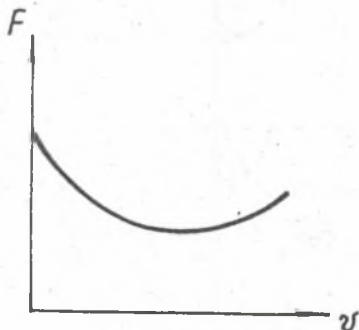


Рис.2

В номинальном режиме движения скорости проскальзывания:

$$v_A = \omega r - v_0, \quad v_B = v_0, \quad (2)$$

где v_0 - скорость стержня, ω - угловая скорость роликов, r - радиус ролика.

В общем случае угловая скорость роликов определяется динамической характеристикой привода. Однако в этой статье для упрощения анализа примем $\omega = \text{const}$.

Переходя к описанию упругих свойств системы прежде всего отметим, что стержень, ролики и матрица считаются податливыми в радиальном направлении. В продольном направлении стержень может считаться либо абсолютно твердым, либо упругим телом (см. рис. 3).

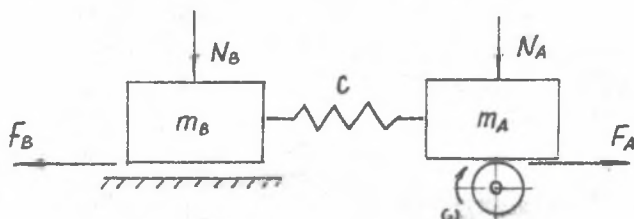


Рис. 3

В номинальном режиме движение стержня происходит с постоянной скоростью v_0 , одинаковой для всех сечений стержня. Эта скорость определяется характеристикой сил трения F_A и F_B , а также угловой скоростью тянущих роликов ω . Поскольку в равномерном движении ускорение стержня отсутствует, то силы F_A и F_B взаимно уравновешены. В силу нелинейности характеристик трения заданной угловой скорости будет соответствовать несколько значений скорости v_0 . При этом возникает задача исследования устойчивости соответствующих стационарных режимов. Из условия равенства сил трения F_A и F_B с учетом (2) получим следующее уравнение относительно скорости v_0 :

$$v_0^3 (\alpha \tilde{f}_{B3} + \tilde{f}_{A3}) - v_0^2 (3 \tilde{f}_{A3} \omega \varepsilon) - v_0 (\alpha \tilde{f}_{B1} + \tilde{f}_{A1} - 3 \tilde{f}_{A3} (\omega \varepsilon)^2) + \alpha - 1 - \tilde{f}_{A1} \omega \varepsilon - \tilde{f}_{A3} (\omega \varepsilon)^3 = 0, \quad (3)$$

$$\text{где: } \tilde{f}_{A1} = \frac{f_{A1}}{f_{A0}}, \quad \tilde{f}_{A3} = \frac{f_{A3}}{f_{A0}}, \quad \tilde{f}_{B1} = \frac{f_{B1}}{f_{B0}}, \quad \tilde{f}_{B3} = \frac{f_{B3}}{f_{B0}}, \quad \alpha = \frac{N_B f_{B0}}{N_A f_{A0}}.$$

Решение этого уравнения дает для v_0 три корня, причем физический смысл имеют только вещественные положительные корни. Каждому из этих корней соответствует устойчивый или неустойчивый режим движения стержня. В случае неустойчивого режима изменение скорости носит монотонный или немонотонный характер.

Для получения условия устойчивости рассматривается возмущенное движение стержня; откуда следует:

$$-3v_0^2 (\tilde{f}_{A3} + \tilde{f}_{B3} \alpha) + 6\tilde{f}_{A3} \omega \varepsilon v_0 + \tilde{f}_{A1} + \alpha \tilde{f}_{B1} - 3\tilde{f}_{A3} (\omega \varepsilon) < 0, \quad (4)$$

в противном случае движение неустойчиво.

Отметим, что при заданных значениях коэффициентов сил трения F_A и F_B и скоростей ωz и v_0 условие (4) может быть реализовано при соответствующем значении параметра α , то есть путем изменения поджатия тянущих роликов.

Вместе с тем, если скорость v_0 стержня лежит на падающей ветви характеристики трения, то в системе возможно возбуждение колебаний не автоколебательной природы.

Чтобы установить причину этих колебаний в случае, когда стержень считается абсолютно твердым телом, рассмотрим графическое решение уравнения равенства сил трения F_A и F_B . С этой целью для определения постоянной скорости стержня воспользуемся построениями на рис.4. Здесь по оси абсцисс отложены различные значения

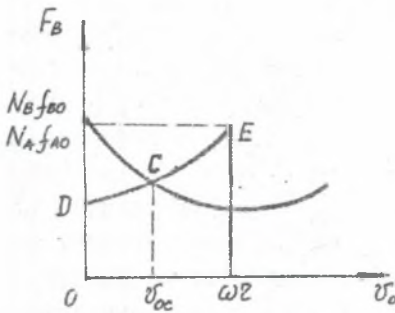


Рис.4

скорости v_0 , а по оси ординат — силы трения F_A и F_B . При этом кривая F_A построена с учетом того что для силы трения F_A относительная скорость определяется разностью $\omega z - v_0$, причем

$dF_A/d(\omega z - v_0) < 0$. Здесь видно, что искомая скорость $v_0 = v_{0c}$ определяется как единственный положительный корень уравнения (3).

Построение на рис.4 несколько изменится, если считать, что значение

скорости проскальзывания v_A

лежит на восходящей ветви характеристики трения $F_A(v_A)$; при этом могут выявиться три вещественных корня $v_0 = v_0^*$, и потребуется обсуждение каждого решения. Однако этот случай соответствует большим скоростям проскальзывания v_A , что не реализуется в практических условиях.

Можно убедиться, что скорости v_{0c} соответствует неустойчивое движение. В самом деле, если внести малое возмущение δv_{0c} , то согласно рис.4 разность сил $\delta F = F_A - F_B$ будет направлена в ту же сторону, что и возмущение δv_{0c} . Следовательно, скорость стержня будет стремиться к нулю, либо к значению ωz .

Таким образом, установившемуся состоянию соответствуют точки D и E. Точка D соответствует покою стержня, когда сила F_A

меньше предельной силы F_{A0} , а точке E — движение со скоростью $v_0 = \omega z$, то есть, когда отсутствует проскальзывание роликов. Оба эти состояния устойчивы в малом и разделены неустойчивым состоянием, соответствующим точке C.

Если в системе имеются источники периодического возмущения (например, непостоянство угловой скорости тянущих роликов, их геометрическое несовершенство и т.п.), то изменение скорости стержня приобретает регулярный характер. Отметим, что, чем скорость ωz меньше, тем точки D, C, E ближе друг к другу и для возбуждения колебаний требуется меньшее возмущение.

С увеличением прижатия роликов N_A , то есть, при относительно малых α кривая F_A , не меняя своей формы, будет смещаться вверх, а абсцисса точки C стремиться к нулю. При достаточно большом прижатии, когда $F_A(\omega z) \gg F_{B0}$ кривые вообще не будут пересекаться (рис.5) и единственное установившееся состояние соответствует точке E.

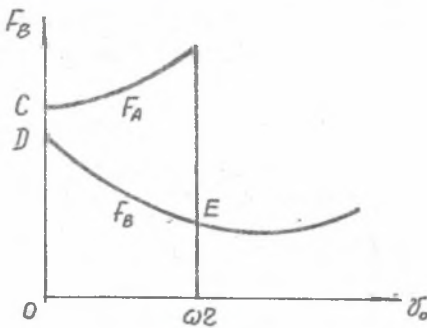


Рис.5

В этом случае движение стержня со скоростью $v_0 = \omega z$ полностью устойчивое и колебания невозможны. Отсюда следование для параметра α , при котором колебания отсутствуют:

$$\alpha \leq \frac{1}{1 - \tilde{f}_{A1}\omega z + \tilde{f}_{A3}(\omega z)^3} \quad (5)$$

Таким образом, при вытягивании абсолютно твердого

стержня возможно возникновение колебаний скорости, которые связаны со сменой устойчивых состояний покоя и движения.

Вновь вернемся к рассмотрению схемы на рис.3. Обозначим x_A , x_B — координаты масс m_A и m_B соответственно, c — жесткость упругой связи. Тогда, предполагая, что средняя скорость системы больше амплитуды скорости колебаний любой из масс, запишем дифференциальные уравнения движения:

$$\begin{cases} m_A \ddot{x}_A + c(x_A - x_B) = N_A f_{A0} (1 - \tilde{f}_{A1}(\omega z - \dot{x}_A) + \tilde{f}_{A3}(\omega z - \dot{x}_A)^3) \\ m_B \ddot{x}_B + c(x_B - x_A) = -N_B f_{B0} (1 - \tilde{f}_{B1}\dot{x}_B + \tilde{f}_{B3}\dot{x}_B^3) \end{cases} \quad (6)$$

Решение уравнений (6) будем искать в виде:

$$\dot{x}_A = \dot{x}_0(t) + \dot{x}_1(\omega t), \quad \dot{x}_B = \dot{y}_0(t) + \dot{y}_1(\omega t), \quad (7)$$

где \dot{x}_0 , \dot{y}_0 — медленные составляющие полных скоростей \dot{x}_A и \dot{x}_B , \dot{x}_1 и \dot{y}_1 — быстрые $2\pi/\omega$ — периодические (колебательные) составляющие.

Очевидно, что $\dot{x}_0(t) = \dot{y}_0(t) - v_0$, причем $x_0(t) = y_0 + \Delta$, где Δ — осредненная деформация упругой связи.

С учетом последних выражений уравнения (6) запишутся в виде:

$$\begin{cases} m_A \ddot{x} + c(x_1 - y_1) + c\Delta = N_A f_{A0} [1 - \bar{f}_{A1}(\omega\tau - v_0 - \dot{x}_1) + \\ \quad + \bar{f}_{A3}(\omega\tau - v_0 - \dot{x}_1)^3] \\ m_B \ddot{y} + c(y_1 - x_1) - c\Delta = -N_B f_{B0} [1 - \bar{f}_{B1}(v_0 + \dot{y}_1) + \bar{f}_{B3}(v_0 + \dot{y}_1)^3]. \end{cases} \quad (8)$$

Решения полученной системы дифференциальных уравнений строятся в гармоническом приближении. Тогда для относительной скорости вытягивания v_0 получим уравнение:

$$\begin{aligned} v_0^3 (\alpha \bar{f}_{B3} + \bar{f}_{A3}) - v_0^2 (3\bar{f}_{A3} \omega\tau) - v_0 (\alpha \bar{f}_{B1} + \bar{f}_{A1} - 3\bar{f}_{A3}(\omega\tau)^2 - \\ - \frac{3}{2} \rho^2 (\bar{f}_{A3} A_1^2 + \bar{f}_{B3} A_2^2)) - 1 - \bar{f}_{A1} \omega\tau + \alpha - \bar{f}_{A3} \omega\tau ((\omega\tau)^2 + \frac{3}{2} (\rho A_1)^2) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Это уравнение отличается от уравнения (3) для скорости v_0 номинального режима движения стержня наличием слагаемых, зависящих от амплитуд a_1 , b_1 , a_2 , b_2 . Неизвестные амплитуды $A_1 = a_1^2 + b_1^2$ и $A_2 = a_2^2 + b_2^2$ определяются из совместного решения уравнений для быстрых движений. Тогда окончательно амплитуды:

$$A_1^2 = \frac{4}{\rho^2} \left[\frac{\bar{f}_{A1}}{3\bar{f}_{A3}} - (\omega\tau - v_0)^2 \right], \quad A_2^2 = \frac{4}{\rho^2} \left[\frac{\bar{f}_{B1}}{3\bar{f}_{B3}} - v_0^2 \right]. \quad (10)$$

С учетом (10) уравнение относительно скорости принимает вид:

$$\begin{aligned} 5(\bar{f}_{A3} + \alpha \bar{f}_{B3}) v_0^4 - 15 \bar{f}_{A3} \omega\tau v_0^3 - (\bar{f}_{A1} + \alpha \bar{f}_{B1} - \\ - 15 \bar{f}_{A3} (\omega\tau)^2) v_0^2 + 1 - \alpha + \bar{f}_{A1} \omega\tau - 5 \bar{f}_{A3} (\omega\tau)^3 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Как и ранее, при анализе номинального режима движения, здесь принимается во внимание только один вещественный положительный корень уравнения (11).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] БИДЕРМАН В. Л. Прикладная теория механических колебаний. М., Высшая школа, 1972г., 416 с.

O WZBUDZENIU DRGAŃ W SYSTEMIE TECHNOLOGICZNYCH TYPU PRZECIĄGACZY

S t r e s z c z e n i e

Pokazano, że w systemach przeciągaczy przy powstawaniu sił tarcia różnych od coulombowskiego możliwe jest wzbudzenie drgań różnego rodzaju. W jednym przypadku te drgania można tłumaczyć okresową zmianą stabilnych parametrów układu, a w innym - powstaniem drgań samowzbudnych. Przedstawiono sposoby zmniejszenia drgań w obu przypadkach.

ON VIBRATION EXCITATION IN PULL-TYPE TECHNOLOGICAL SYSTEMS

S u m m a r y

It is shown that in pull-type systems different kinds of vibrations occur during friction. They can be explained either by periodical change of stable parameters of the system or by self excited vibrations. Methods of decreasing these vibrations in both cases are presented.

Recenzent: prof. dr hab. inż. J. Wojnarowski

Wpłynęło do Redakcji 6.II.1989 r.