

Bernard DRZEŻLA

CELE I SPOSOBY WSPÓLNEJ (GRUPOWEJ) LOKALIZACJI HIPOCENTRÓW  
WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH NA PRZYKŁADZIE METODY P I WZORÓW DLA  
OŚRODKA JEDNORODNEGO I IZOTROPOWEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono cele i metody wspólnej lokalizacji ognisk wstrząsów górniczych i wyznaczania parametrów założonego modelu sejsmogeologicznego. Istotą prezentowanych metod, opracowanych dla różnych zakresów dostępnych danych (liczba stanowisk i liczba wstrząsów), jest efektywne wyznaczanie współrzędnych ognisk dzięki algebraicznej linearyzacji układów równań stacyjnych. Omówiono również wady i zalety prezentowanych metod oraz zalecany zakres ich stosowania.

## 1. WSTĘP

Lokalizacja ognisk wstrząsów górniczych ma kluczowe znaczenie dla prognozowania i zwalczania tępań w kopalniach. Aktualny stan zagadnienia jest jednak taki, że osiągnane obecnie dokładności lokalizacji są jeszcze często dalece niewystarczające dla wymienionych celów. Przyczyny tego stanu rzeczy są różnorodne, a zabiegi w celu usunięcia jednych prowadzą do narastania, pogłębiania drugich. Do ważniejszych przyczyn można zaliczyć:

- złożona budowa górotworu jako ośrodka uwarstwionego o własnościach zmiennych nawet w kierunkach równoległych do uwarstwienia, któremu tylko z grubym przybliżeniem można przypisać cechę ciągłości,
- anizotropia i niejednorodność globalna górotworu (wynikająca z jego uwarstwienia) oraz anizotropia i niejednorodność poszczególnych warstw,
- dylokacje ciągle i nieciągle warstw górotworu,
- poprzeciny górotworu wyrobiskami korytarzowymi i eksploatacyjnymi o skomplikowanej często geometrii,
- różne sposoby wypełniania pustak poeksploatacyjnych,
- pola naprężeń towarzyszące wyrobiskom chodnikowym, krawędziom eksploatacji i resztkom pokładów,
- niezgodności jakościowe teoretycznych modeli rozchodzenia się fal sejsmicznych w górotworze z rzeczywistym modelem sejsmogeologicznym górotworu,
- niedostateczna znajomość parametrów modelu sejsmogeologicznego górotworu (parametrów opiających prędkości fal sejsmicznych w górotworze),
- przemieszczanie się przodków wyrobisk górniczych i przemieszczanie się towarzyszących im pól naprężeń, a więc zmienność w czasie własności sejsmologicznych ośrodka

- ubogie sieci sejsmometrów,
- niewłaściwe rozmieszczenie sejsmometrów w przestrzeni górotworu,
- ograniczona dokładność określenia współrzędnych stanowisk sejsmometrów,
- ograniczona dokładność odczytu parametrów stanowiących podstawę algorytmu lokalizacji (czasy wejścia, amplitudy),
- niejednoznaczność zadania lokalizacji,
- nieodpowiedni algorytm lokalizacji.

Wymienione przyczyny błędów lokalizacji, jak i stały rozwój komputerowych możliwości obliczeniowych spowodowały powstanie wielu różnorodnych metod lokalizacji, stanowiących próby usunięcia takich czy innych przyczyn błędów. Obecnie, dzięki EMC, najszerzej stosowane są różne odmiany metody najmniejszych kwadratów. W polskiej literaturze zagadnienia szczególnie zaznaczyły się prace Kijki, który zajmował się zarówno problemem lokalizacji ognisk (np. [34]), jak i planowaniem optymalnego rozmieszczenia sejsmometrów (np. [35]). Znaczne możliwości usunięcia niektórych spośród wymienionych przyczyn błędów lokalizacji ognisk wstrząsów tkwią w tzw. wspólnej lokalizacji ognisk (joint epi /hypocentre determination <location>), która doczekała się już wielu opracowań i zastosowań (np. Douglas [9], Crosson [8], Drzęźła i Mendecki [12], [13], [14], [16], [17], [19], Spencer i Gubbins [56], [57], Smith [55]). Jak sama nazwa wskazuje, metody wspólnej lokalizacji ognisk polegają na jednoczesnej lokalizacji większej liczby wstrząsów, dzięki czemu wzrasta liczba będących do dyspozycji równań. Umożliwia to budowę bardziej złożonych modeli rozchodzenia się fal sejsmicznych w górotworze i wyznaczanie parametrów tych modeli w procesie lokalizacji ognisk, a w przypadku stosowania uboższych modeli sejsmogeologicznych (np. modelu ośrodka jednorodnego i izotropowego) - wyznaczenie bardziej reprezentatywnych wartości parametrów modelu, stanowiących lepsze uśrednienie niejednorodnych i anizotropowych własności ośrodka. Ta ostatnia zaleta może być lepiej spożytkowana, jeśli w zbiorze niewiadomych umieścimy dodatkowo parametry korygujące założony model sejsmogeologiczny (np. Douglas [9], Smith [55], a także wzmiankowo Aki i Richards [2] oraz Gibowicz i Kijko [23]). Dodajmy, że w przypadku wielu modeli sejsmogeologicznych parametry modelu są trudno wyznaczalne lub nie mogą zasadniczo być określone wprost z pomiarów, a raczej poprzez rozwiązanie odpowiednio sformułowanego odwrotnego zadania sejsmologii (np. Kijko [40]). Dalszą zaletą metod wspólnej lokalizacji ognisk wiążącą się z powyższymi, jest możliwość stałego uaktualniania zmiennych w czasie parametrów modelu sejsmogeologicznego.

Do istotnych zalet omawianych metod należy także możliwość poszerzenia zestawu rozpatrywanych równań o równania dotyczące tzw. master events (reference events) - wstrząsów głównych, (przewodnych) czyli wstrząsów o znanych współrzędnych ogniska (np. Bolt [4], Smith [55], Kijko i in. [41]). Zabieg taki zdecydowanie poprawia uwarunkowanie zadania wyznaczenia współrzędnych ognisk pozostałych wstrząsów i parametrów modelu.

Jeszcze inną pozytywną cechą metod jednoczesnej lokalizacji ognisk grupy wstrząsów z wyznaczaniem parametrów założonego modelu sejsmogeologicznego wynika z faktu, że błąd lokalizacji, co dowiodły m.in. badania Kijki i in. [38] oraz badania własne, zależy w dużym stopniu od błędów parametrów modelu. Wyznaczając parametry modelu w procesie lokalizacji usuwamy, z zastrzeżeniami jak niżej, jedną z poważniejszych przyczyn błędów lokalizacji ognisk.

Wypowiedziane wyżej stwierdzenia o możliwości budowy bardziej złożonych modeli sejsmogeologicznych przy stosowaniu metod jednoczesnej lokalizacji ognisk grupy wstrząsów należy traktować z odpowiednią ostrożnością. Trzeba sobie bowiem zdawać sprawę z faktu, że bardziej złożone modele, opisywane większą liczbą parametrów, powodują, jak to wykazemy w innym artykule, pogorszenie uwarunkowania zadania lokalizacji, tj. jego większą wrażliwość na błędy w danych. W sprawie doboru modelu sejsmogeologicznego należy więc zachować należyty umiar, a przyjęty model powinien stanowić rozsądny kompromis między dążeniem do możliwie dokładnego opisu własności ośrodka a wymogiem zachowania jak najlepszego uwarunkowania zadania lokalizacji. Nic nam bowiem nie da najlepszy nawet model ośrodka, który z konieczności będzie opisany dużą liczbą nieznanymi parametrów, jeśli z tytułu złego uwarunkowania błędy lokalizacji będą większe, aniżeli w przypadku uboższego modelu.

Jak już powiedziano, zadania lokalizacji hipocentrow wstrząsów górniczych sprowadza się najczęściej do wyznaczenia minimum odpowiedniej sumy kwadratów. Stosuje się przy tym z reguły metody newtonowskie (np. Smith [55]), a wśród nich różne postaci tzw. tłumionej metody Gaussa - Newtona (np. Buland [6], Crosson [8], Herrmann [30], Hawley i in. [28], Kijko [37], [43], Spencer i Gubbins [56], [57]).

Obszerne omówienie różnych problemów związanych z lokalizacją ognisk zawiera praca Kornowskiego [48].

Ostatnio rozwijają się, na gruncie tłumionej metody Gaussa - Newtona, metody lokalizacji zawierające bayesowskie podejście do apriorycznej informacji o zjawisku (np. Matsu'ura i Hirata [51], Matsu'ura [52], Kijko [40], [42], [44], Kijko i Pirhonen [43]).

W zestawieniu literatury dołączonym do niniejszej pracy starano się zebrać, poza publikacjami związanymi bezpośrednio z poruszonymi zagadnieniami, możliwie reprezentatywną, aczkolwiek dość małą, próbę literatury światowej z zakresu lokalizacji ognisk wstrząsów.

Niniejsza praca zawiera koncepcję lokalizacji nieco odbiegającą od głównego nurtu literatury światowej. Częściowo koncepcja ta była już wykorzystana w pracy Inglady [31] i omówiona m.in. przez Janczewskiego [32] oraz szeroko wykorzystana w pracach własnych (Drzęźła i Mendecki [11] + [19], Mendecki [53]), jak również w pracach innych autorów (np. Budavari [5], Golenieckij i Pieriewałowa [24], Wahlström [59]). Bardziej dojrz-

łe realizacje tej koncepcji zawierają prace Leightona i Duvalla [49] oraz Salamona i Wiebolisa [54].<sup>a)</sup> Praca Ecclesa i Rydera [21] zawiera porównanie i krytyczne omówienie różnych wariantów metod Leightona - Duvalla i Salamona - Wiebolisa oraz kilka wniosków praktycznych i propozycji usprawnienia obliczeń.

Istota proponowanej metody lokalizacji polega na algebraicznej linearyzacji układów równań stacyjnych dla pewnej liczby wstrząsów poprzez obustronne podniesienie ich do kwadratu i odpowiednie odejmowanie stronami, a następnie efektywnym rozwiązaniu nowo otrzymanych układów równań ze względu na współrzędne ognisk i wreszcie wyznaczeniu parametrów założonego modelu sejsmogeologicznego z warunku na minimum pewnej sumy kwadratów. Różnica w stosunku do podejścia Inglady i innych autorów zawiera się tu głównie w założeniu jednoczesnej lokalizacji ognisk grupy wstrząsów i modelu sejsmogeologicznego niekoniecznie odpowiadającego ośrodkowi jednorodnemu i izotropowemu oraz w założeniu wyznaczania parametrów przyjętego modelu sejsmogeologicznego w procesie lokalizacji. Dalsza różnica w stosunku do prac wymienionych autorów, jak i wcześniejszych prac własnych, dotyczy sposobu rozwiązania zadania lokalizacji w przypadku nadokreślonych układów równań.

Z uwagi na obszerność tematu proponowane podejście do zagadnienia wspólnej lokalizacji hipocentrow wstrząsów górniczych będzie zilustrowane wzorami dla metody P i górotworu potraktowanego jako ośrodek jednorodny i izotropowy. Omówienie metody S-P oraz innych, bogatszych modeli sejsmogeologicznych przewiduje się w innych opracowaniach.

## 2. WYJŚCIOWE RÓWNANIA I OZNACZENIA

W metodzie P przy założeniu jednorodności i izotropii ośrodka równania stacyjne mają postać

$$\sqrt{(x_j - x_{0i})^2 + (y_j - y_{0i})^2 + (z_j - z_{0i})^2} = v (t_{ij} - t_{0i}), \quad (2.1)$$

$$j = 1, 2, \dots, s;$$

$$i = 1, \dots, w$$

gdzie:

$x_j, y_j, z_j$  - współrzędne j-tego stanowiska sejsmometrów,  
 $s$  - liczba stanowisk,

$x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}$  - współrzędne ogniska i-tego wstrząsu,  
 $w$  - liczba wstrząsów,

$t_{0i}$  - tzw. czas w ognisku,

$v$  - prędkość fali,

$t_{ij}$  - czas wstąpienia na j-te stanowisko w przypadku i-tego wstrząsu.

Równania stacyjne (2.1) podnosimy obustronnie do kwadratu i dla danego wstrząsu odejmujemy stronami otrzymując

$$L_{ijk} = 2x_{0i} x_{jk} + 2y_{0i} y_{jk} + 2z_{0i} z_{jk} - 2v^2 t_{0i} T_{jk} + v^2 R_{jk} - P_{jk} = 0; \quad (2.2)$$

$$j = 1, 2, \dots, s;$$

$$k = 1, 2, \dots, 3; \quad k \neq j$$

gdzi.

$$x_{jk} = x_j - x_k; \quad y_{jk} = y_j - y_k; \quad z_{jk} = z_j - z_k;$$

$$T_{jk} = t_{ij} - t_{ik}; \quad R_{jk} = t_{ij}^2 - t_{ik}^2; \quad P_{jk} = p_j - p_k;$$

$$p_j = x_j^2 + y_j^2 + z_j^2; \quad q_j = p_j - v^2 t_{ij}; \quad Q_{jk} = q_j - q_k.$$

Dla każdego wstrząsu wśród równań (2.2) może być co najwyżej  $s-1$  równań liniowo niezależnych, mimo to będziemy zakładali, że układ (2.2) obejmuje równania odpowiadające wszystkim wariacjom dwójkowym bez powtórzeń liczb  $\{j, k\}$  ze zbioru  $\{1, \dots, s\}$ .

Rozpatrzmy teraz niektóre możliwości rozwiązania układu (2.2), z ewentualnym posilkowaniem się równaniami (2.1), w zależności od liczby stanowisk  $s$  i liczby wstrząsów  $w$ .

### 3. PRZYPADEK: $s = 4, w = 1$

Układ (2.2) zawiera w tym przypadku trzy równania liniowo niezależne, dlatego pozwala on wyznaczyć tylko trzy niewiadome. Niech wyznaczanymi niewiadomymi będą  $x_0, y_0$  i  $z_0$ . Wtedy odpowiedniemu układowi równań można nadać postać

$$2 \begin{bmatrix} x_{21} & y_{21} & z_{21} \\ x_{31} & y_{31} & z_{31} \\ x_{41} & y_{41} & z_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2v^2 t_0 T_{21} + Q_{21} \\ 2v^2 t_0 T_{31} + Q_{31} \\ 2v^2 t_0 T_{41} + Q_{41} \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$Q_{jk} = P_{jk} - v^2 R_{jk},$$

którego efektywne rozwiązanie, uzyskane poprzez zastosowanie wzorów Cramera, zapieziemy następująco:

$$\begin{aligned}
 x_0 &= 2v^2 t_0 A_x + B_x \\
 y_0 &= 2v^2 t_0 A_y + B_y \\
 z_0 &= 2v^2 t_0 A_z + B_z
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

gdzie:

$A_x, A_y, \dots, B_z$  - ilorazy odpowiednich wyznaczników, np.

$$A_x = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} t_2 - t_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ t_3 - t_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ t_4 - t_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} 1 & t_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & t_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & t_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & t_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

$$B_x = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} 1 & q_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & q_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & q_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & q_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} ; B_z = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & q_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & q_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & q_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & q_4 \end{vmatrix}$$

$$D = 2 \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

Musimy tu oczywiście założyć, że  $D \neq 0$ , co oznacza, że stanowiska nie leżą w jednej płaszczyźnie.

Czas w ognisku  $t_0$  możemy wyznaczyć wstawiając (3.1) do jednego z oryginalnych równań stacyjnych (2.1). Otrzymujemy stąd

$$t_0 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - AC}}{A}
 \tag{3.2}$$

gdzie:

$$A = 4v^4 (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) - v^2 ;$$

$$B = v^2 (2A_x C_x + 2A_y C_y + 2A_z C_z + t_j) ;$$

$$C = C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 - v^2 t_j^2 ;$$

$$C_x = B_x - x_j; \quad C_y = B_y - y_j; \quad C_z = B_z - z_j;$$

$$j = 1 \text{ lub } j = 2 \text{ lub } \dots | j = s$$

**UWAGA:** Podanie czasu wejścia tylko z jednym indeksem oznacza, że rozpatrujemy tylko jeden wstrząs, a indeks określa wówczas numer stnowiska sejsmometrów.

Wynikające ze wzoru (3.2) dwa rozwiązania na  $t_0$  powodują, że będziemy również mieć dwa rozwiązania na  $x_0$ ,  $y_0$  i  $z_0$  określone wzorami (3.1). Na ogół jednak jedno z tych rozwiązań będzie fałszywe, tj. nie spełniające równań (2.1). Pojawienie się tego fałszywego rozwiązania wynika z faktu obustronnego podnoszenia do kwadratu  $j$ -tego równania z (2.1) przy wyprowadzeniu wzoru (3.2).

4. PRZYPADEK:  $s = 5, \quad w = 1$

Układ równań zawiera w tym przypadku cztery równania liniowo niezależne. Pozwala więc on wyznaczyć efektywnie i na ogół jednoznacznie cztery niewiadome. Jeśli niewiadomymi tymi będą  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  i  $\sqrt{2}t_0$ , wtedy układ (2.2) możemy zapisać w postaci macierzowej

$$2 \begin{bmatrix} X_{21} & Y_{21} & Z_{21} & T_{12} \\ X_{31} & Y_{31} & Z_{31} & T_{13} \\ X_{41} & Y_{41} & Z_{41} & T_{14} \\ X_{51} & Y_{51} & Z_{51} & T_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \sqrt{2}t_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{21} - \sqrt{2} R_{21} \\ P_{31} - \sqrt{2} R_{31} \\ P_{41} - \sqrt{2} R_{41} \\ P_{51} - \sqrt{2} R_{51} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Rozwiązanie (4.1) można zapisać w postaci

$$\begin{aligned} x_0 &= F_x - \sqrt{2}G_x \\ y_0 &= F_y - \sqrt{2}G_y \\ z_0 &= F_z - \sqrt{2}G_z \\ \sqrt{2}t_0 &= F_t - \sqrt{2}G_t \end{aligned} \quad (4.2)$$

gdzie:

$F_x, G_x, \dots, G_t$  - ilorazy odpowiednich wyznaczników, np.

$$F_x = \frac{1}{W} \begin{vmatrix} P_{21} & Y_{21} & Z_{21} & T_{12} \\ P_{31} & Y_{31} & Z_{31} & T_{13} \\ P_{41} & Y_{41} & Z_{41} & T_{14} \\ P_{51} & Y_{51} & Z_{51} & T_{15} \end{vmatrix} = \frac{-1}{W} \begin{vmatrix} 1 & P_1 & Y_1 & Z_1 & t_1 \\ 1 & P_2 & Y_2 & Z_2 & t_2 \\ 1 & P_3 & Y_3 & Z_3 & t_3 \\ 1 & P_4 & Y_4 & Z_4 & t_4 \\ 1 & P_5 & Y_5 & Z_5 & t_5 \end{vmatrix}$$





Z warunku na minimum (5.1) otrzymuje się

$$2\bar{x} = (A^T A)^{-1} A^T \bar{b} \quad (5.2)$$

gdzie:

$$\bar{x} = [x_0, y_0, z_0, -\sqrt{2} t_0]^T,$$

T - symbol transpozycji macierzy (wektora)

$$A = \begin{bmatrix} X_{21} & Y_{21} & Z_{21} & T_{21} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{s,s-1} & Y_{s,s-1} & Z_{s,s-1} & T_{s,s-1} \end{bmatrix}; \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} P_{21} & -\sqrt{2} R_{21} \\ \dots & \dots \\ P_{s,s-1} & -\sqrt{2} R_{s,s-1} \end{bmatrix}$$

W macierzy A i wektorze  $\bar{b}$  indeksy  $\{j, k\}$  elementów kolejnych wierszy wyczerpują wszystkie wariacje dwójkowe bez powtórzeń liczb ze zbioru  $\{1, \dots, s\}$ . Macierz A i wektor  $\bar{b}$  liczą więc  $s!/(s-2)!$  wierszy. Wzór (5.2) można też zapisać w postaci równoważnej

$$2 \begin{bmatrix} \tilde{X}\tilde{X} & \tilde{X}\tilde{Y} & \tilde{X}\tilde{Z} & \tilde{X}\tilde{T} \\ \tilde{X}\tilde{Y} & \tilde{Y}\tilde{Y} & \tilde{Y}\tilde{Z} & \tilde{Y}\tilde{T} \\ \tilde{X}\tilde{Z} & \tilde{Y}\tilde{Z} & \tilde{Z}\tilde{Z} & \tilde{Z}\tilde{T} \\ \tilde{X}\tilde{T} & \tilde{Y}\tilde{T} & \tilde{Z}\tilde{T} & \tilde{T}\tilde{T} \end{bmatrix} \bar{x} = \begin{bmatrix} \tilde{X}\tilde{P} - \sqrt{2} \tilde{X}\tilde{R} \\ \tilde{Y}\tilde{P} - \sqrt{2} \tilde{Y}\tilde{R} \\ \tilde{Z}\tilde{P} - \sqrt{2} \tilde{Z}\tilde{R} \\ \tilde{T}\tilde{P} - \sqrt{2} \tilde{T}\tilde{R} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

co oznacza

$$2A^T A \bar{x} = A^T \bar{b}$$

gdzie:

$$\tilde{X}\tilde{Y} = \sum_{\text{war}} x_{jk} y_{jk} = \sum_{\text{war}} (x_j - x_k)(y_j - y_k) =$$

$$\sum_{j=1}^s \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^s (x_j - x_k)(y_j - y_k) = 2s \sum_{j=1}^s x_j y_j - 2 \sum_{j=1}^s x_j \sum_{j=1}^s y_j$$

$$\tilde{X}\tilde{T} = 2s \sum_{j=1}^s x_j t_{1j} - 2 \sum_{j=1}^s x_j \sum_{j=1}^s t_{1j}$$

$$\tilde{X}\tilde{P} = 2s \sum_{j=1}^s x_j p_j - 2 \sum_{j=1}^s x_j \sum_{j=1}^s p_j; \quad p_j = x_j^2 + y_j^2 + z_j^2$$

$$\tilde{x}_R = \sum_{\text{war}} x_{jk} R_{jk} = 2s \sum_{j=1}^s x_j t_{1j}^2 - 2 \sum_{j=1}^s x_j \sum_{j=1}^s t_{1j}^2$$

i analogicznie

$$\tilde{x}_X, \tilde{x}_Z, \dots, \tilde{x}_R.$$

Łatwo zauważyć, że po zastosowaniu wzorów Cramera rozwiązanie zadania lokalizacji można tu przedstawić wzorami analogicznymi do (4.2). Z tego względu prędkość fal można w tym przypadku wyznaczyć podobnie jak w punkcie 4.

6. PRZYPADEK:  $s = 6, w = 1$

Przy odpowiednich zastrzeżeniach układ (2.2) zawiera 5 równań liniowo niezależnych i pozwala wyznaczyć efektywnie i na ogół jednoznacznie 5 niewiadomych. Jeśli wektorem niewiadomych będzie

$$\bar{y} = \left[ x_0, y_0, z_0, -\sqrt{2}t_0, \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2} \right]^T \quad (6.1)$$

wtedy układowi (2.2) można nadać postać

$$2 \begin{bmatrix} X_{21} & Y_{21} & Z_{21} & T_{21} & R_{21} \\ X_{31} & Y_{31} & Z_{31} & T_{31} & R_{31} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{61} & Y_{61} & Z_{61} & T_{61} & R_{61} \end{bmatrix} \bar{y} = \begin{bmatrix} P_{21} \\ P_{31} \\ \vdots \\ P_{61} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Składowe wektora  $\bar{y}$  mogą być przedstawione explicite poprzez zastosowanie wzorów Cramera. Ze względów numerycznych korzystniej jest jednak rozwiązać układ (6.2) inną metodą, np. metodą eliminacji Jordana lub Gaussa.

7. PRZYPADEK:  $s \geq 6, w = 1$

Jako wektor niewiadomych możemy tu przyjąć wektor  $\bar{y}$  (6.1). Z warunku na minimum (2.8) otrzymujemy wtedy

$$2\bar{y} = (B^T B)^{-1} B^T \bar{c} \quad (7.1)$$



$$E(v) = \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^s \left\{ \sqrt{[x_j - x_{0i}(v)]^2 + [y_j - y_{0i}(v)]^2 + [z_j - z_{0i}(v)]^2} - v [t_{ij} - t_{0i}(v)] \right\}^2 \quad (8.2)$$

W dotychczas przeliczonych przykładach stwierdzono, że funkcja (8.2) ma tę piękną cechę, iż posiada tylko jedno minimum.

Jeśli założyć, że dysponujemy danymi odnośnie do odpowiednio dużej liczby wstrząsów odpowiednio rozmieszczonych w przestrzeni górotworu, wtedy wartość  $v$  wyznaczoną z warunku na minimum (8.2) można potraktować jako dobre uśrednienie lokalnie niejednorodnych i anizotropowych własności ośrodka.

Zadanie wyznaczenia minimum funkcji (8.2) z uwzględnieniem wzoru (5.2) lub (5.3) stanowi istotę pierwezego z proponowanych sposobów wspólnej (grupowej) lokalizacji hipocentrow wstrząsów górniczych.

9. PRZYPADEK:  $s_1 > 5 \wedge \bigvee_1 s_1 > 6 \wedge w > 1$

Parametr  $s_1$  oznacza tu liczbę stanowisk, które zanotowały  $i$ -ty wstrząs. W przypadku tym zakłada się więc, że każdy wstrząs został zanotowany na co najmniej 5 stanowiskach, a co najmniej jeden wstrząs został zanotowany na co najmniej 6 stanowiskach.

Możemy w tym przypadku utworzyć funkcję

$$L(v, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_w) = \sum_{i=1}^W \sum_{\text{war}} L_{ijk}^2 \quad (9.1)$$

gdzie  $L_{ijk}$  jest określone wzorem (2.2), a symbol "war" pod znakiem sumy wewnętrznej oznacza sumowanie po wszystkich wariacjach dwójkowych indeksów  $\{j, k\}$  ze zbioru liczb  $\{1, \dots, s\}$ .

Z warunków na minimum (9.1) otrzymuje się wzory (5.2) lub (5.3), według których można przeprowadzić lokalizację każdego wstrząsu po uprzednim efektywnym wyznaczeniu prędkości ze wzoru

$$v^2 = \frac{M}{N} \quad (9.2)$$

gdzie:

$$M = \sum_{i=1}^W \frac{1}{\det(A_1^T A_1)}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}X & \tilde{X}Y & \tilde{X}Z & \tilde{X}T & \tilde{X}P \\ \tilde{X}Y & \tilde{Y}Y & \tilde{Y}Z & \tilde{Y}T & \tilde{Y}P \\ \tilde{X}Z & \tilde{Y}Z & \tilde{Z}Z & \tilde{Z}T & \tilde{Z}P \\ \tilde{X}T & \tilde{Y}T & \tilde{Z}T & \tilde{T}T & \tilde{T}P \\ \tilde{X}R & \tilde{Y}R & \tilde{Z}R & \tilde{T}R & \tilde{P}R \end{pmatrix} \quad 1$$

$$N = \sum_{i=1}^W \frac{1}{\det(A_i^T A_i)} \begin{vmatrix} \tilde{X}X & \tilde{X}Y & \tilde{X}Z & \tilde{X}T & \tilde{X}R \\ \tilde{X}Y & \tilde{Y}Y & \tilde{Y}Z & \tilde{Y}T & \tilde{Y}R \\ \tilde{X}Z & \tilde{Y}Z & \tilde{Z}Z & \tilde{Z}T & \tilde{Z}R \\ \tilde{X}T & \tilde{Y}T & \tilde{Z}T & \tilde{T}T & \tilde{T}R \\ \tilde{X}R & \tilde{Y}R & \tilde{Z}R & \tilde{T}R & \tilde{R}R \end{vmatrix}_1$$

gdzie:

$A_i$  - macierz jak we wzorze (5.2) (z wartościami odpowiadającymi  $i$ -temu wstrząsowi);  $A_i^T A_i$  - jak we wzorze (5.3) (patrz: druga wersja wzoru),

$\tilde{X}X, \tilde{X}Y, \dots, \tilde{R}R$  - jak w objaśnieniach do wzoru (5.3)

Wzór (9.2) oraz wzory (5.2) lub (5.3) stanowią podstawę drugiego z proponowanych sposobów wspólnej lokalizacji ognisk wstrząsów.

## 10. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Proponowane metody lokalizacji ognisk wstrząsów z zastosowaniem algebraicznej linearyzacji równań stacyjnych mają zarówno zalety, jak i wady i rozwiązując niektóre z wymienionych we wstępie trudności tworzą lub pogłębiają inne. Do niewątpliwych i oczywistych zalet tych metod należy zaliczyć możliwość uzyskania efektywnego rozwiązania zadania lokalizacji, a w niektórych przypadkach także efektywnego wyznaczenia parametrów założonego modelu sejsmogeologicznego. Trzeba tu jednak od razu przyznać, że zaleta ta może być w pełni spożytkowana tylko wtedy, jeśli dysponujemy danymi z większej liczby stanowisk sejsmometrów, co stanowi istotną wadę omówionych metod. Wymóg większej liczby stanowisk sejsmometrów w przypadku metod korzystających z równań zlinearyzowanych (2.2) wynika również z faktu znacznie gorszego uwarunkowania równań zlinearyzowanych w stosunku do równań w postaci (2.1). Zagadnienie uwarunkowania różnych postaci równań stacyjnych, jako wykraczające znacznie poza ramy rozpatrywanego tematu, przewiduje się omówić w odrębnym opracowaniu, ale w tym miejscu poinformujemy jeszcze, iż istnieją takie szczególne konfiguracje sieci sejsmometrów, przy których nie można uzyskać żadnej sensownej lokalizacji według wzorów (2.2), podczas gdy zadanie lokalizacji według wzorów (2.1) jest dobrze czy nawet bardzo dobrze uwarunkowane.

W bilansie zalet i wad proponowanych metod lokalizacji bardzo ważny jest również aspekt jednoznaczności rozwiązania. Należy sądzić, że ten aspekt przemawia zdecydowanie na korzyść metod z zastosowaniem równań zlinearyzowanych (2.2).

Dobrą ilustracją tego stwierdzenia mogą być przykłady pokazane na rys. 1 i 2. Na rys. 1 wykreślony jest plan warstwicowy funkcji

$$E_1(x_0, y_0) = \sqrt{\min_{(t_0)} \sum_{j=1}^n [p_j - v(t_j - t_0)]^2} =$$

$$= \sqrt{\sum_{j=1}^n (p_j - vt_j)^2 - \frac{1}{n} \left[ \sum_{j=1}^n (p_j - vt_j) \right]^2} \quad (10.1)$$

gdzie:

$$p_j = \sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2}$$

Wyznaczenie minimum funkcji  $E_1$  ze względu na  $x_0$  i  $y_0$  jest równoznaczne z rozwiązaniem układu równań (2.1) dla przypadku płaskiego według metody najmniejszych kwadratów.

Jako dane wyjściowe do sporządzenia rys. 1 i 2 przyjęto

j	$x_j$ [m]	$y_j$ [m]
1	- 220	130
2	1000	0
3	500	600
4	- 1000	500

oraz  $x_0 = 500$  m i  $y_0 = 500$  m. Funkcja  $E_1$ , której plan warstwiczny pokazano na rys. 1, powinna więc mieć minimum w punkcie  $x_0 = 500$ ,  $y_0 = 500$ . Tymczasem na rysunku widać, że funkcja ta posiada dwa minima. Jedno globalne w punkcie (500, 500) oraz minimum lokalne w punkcie (595, 756). Tak więc algorytm poszukiwania minimum funkcji  $E_1$ , w przypadku niewłaściwie zadanego pierwszego przybliżenia, może utknąć w minimum lokalnym, nie znajdując rozwiązania zadania.

Na rys. 2 wykreślony jest plan warstwiczny funkcji

$$E_2(x_0, y_0) = \sqrt{\min_{(t_0)} \sum_{\text{war}} L_{jk}^2} \quad (10.2)$$

gdzie:

$$L_{jk} = 2x_0 x_{jk} + 2y_0 y_{jk} - 2v^2 t_0 T_{jk} - Q_{jk}$$

$$\min_{(t_0)} \sum_{\text{war}} L_{jk}^2 = 4x_0^2 \tilde{X}\tilde{X} + 4y_0^2 \tilde{Y}\tilde{Y} + 8x_0y_0 \tilde{X}\tilde{Y} +$$

$$- 4x_0 \tilde{X}\tilde{Q} - 4y_0 \tilde{Y}\tilde{Q} + \tilde{Q}\tilde{Q} +$$

$$- \frac{1}{\tilde{T}\tilde{T}} (2x_0 \tilde{X}\tilde{T} + 2y_0 \tilde{Y}\tilde{T} - \tilde{Q}\tilde{T})^2,$$

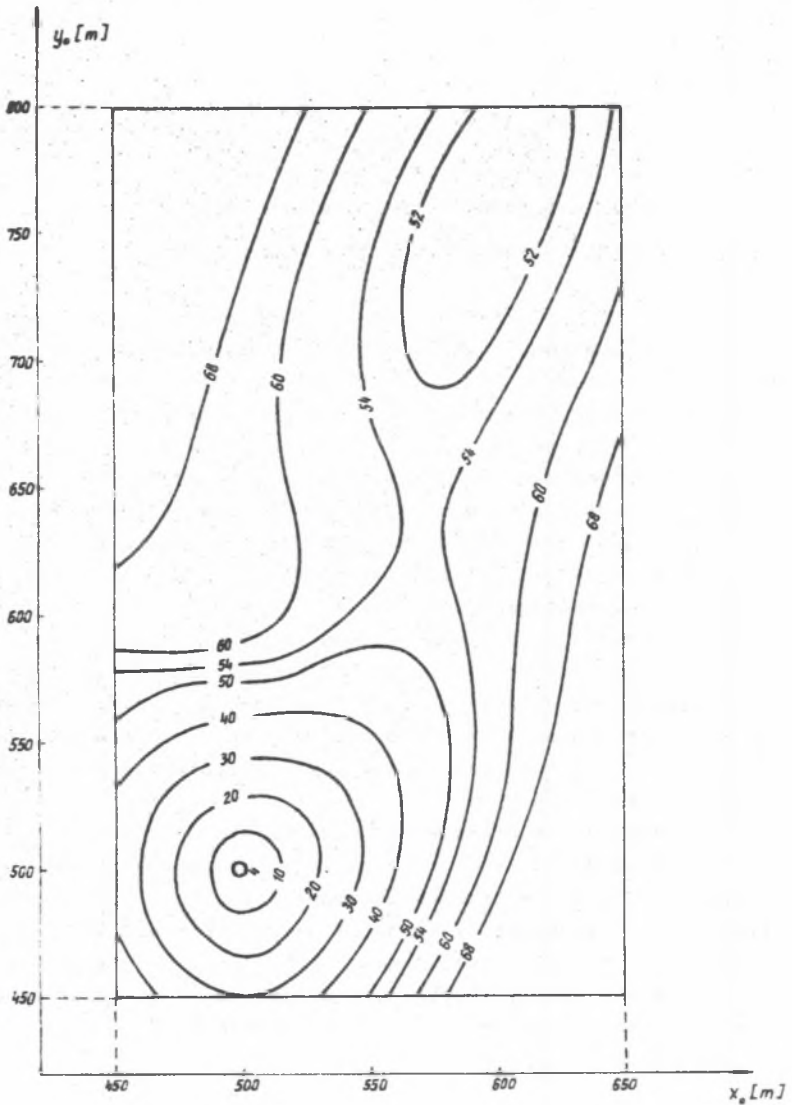
$x_{jk}, \dots, q_{jk}$  - jak w objaśnieniach do wzoru (2.2),

$\tilde{X}, \dots, \tilde{Q}, \tilde{T}$  - jak w objaśnieniach do wzoru (5.3),

Wyznaczenie minimum funkcji  $E_2$  ze względu na  $x_0$  i  $y_0$  jest równoznaczne z rozwiązaniem układu równań (2.2) dla przypadku płaskiego według metody najmniejszych kwadratów. Z rys. 2 wynika, że funkcja  $E_2$  posiada jedno minimum, a więc nie grożą nam w tym przypadku pułapki w postaci lokalnych minimów i fałszywych rozwiązań.

W świetle przeprowadzonego bilansu wad i zalet metod lokalizacji korzystających ze zlinearyzowanego układu równań stacyjnych; za jedno z racjonalnych zastosowań tych metod, w przypadku braku apriorycznych informacji o zjawisku lub modelu sejsmogeologicznym, należy uznać wykorzystanie ich do oceny pierwszego przybliżenia dla metod korzystających z oryginalnych równań stacyjnych. Innymi słowy, proponuje się odpowiednią lokalizację dwuetapową, eliminującą całkowicie lub częściowo, przy spełnieniu pewnych wymagań co do konfiguracji sieci sejsmometrów, wady obu metod, a więc gorsze uwarunkowanie metod lokalizacji korzystających z równań zlinearyzowanych algebraicznie oraz niejednoznaczność metod korzystających z oryginalnych równań stacyjnych.

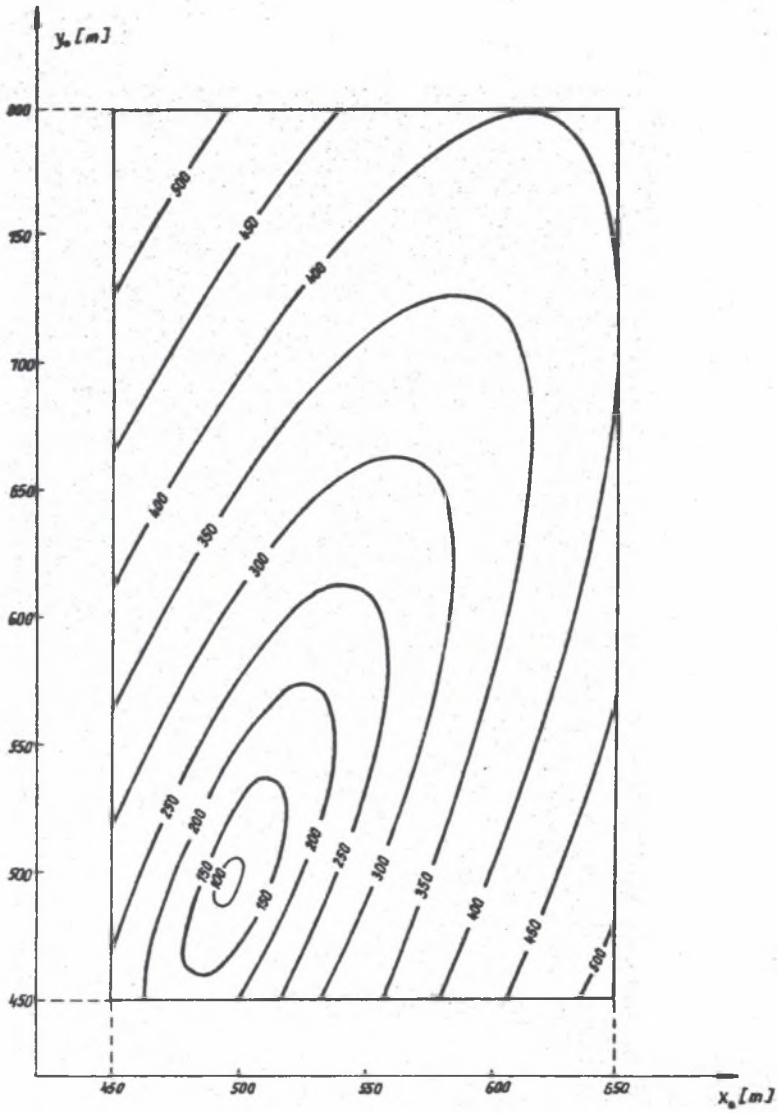
Możliwość zastosowania efektywnego rozwiązania układu (2.2) jako pierwszego przybliżenia dla iteracyjnego procesu rozwiązywania układu (2.1) była już zakładana m.in. w pracach Salamona i Wiebolsa [54], Ecclesa i ydera [21] oraz przez Kijkę (informacja ustna). W pracy niniejszej założono ogólniejszą możliwość (realizowaną praktycznie w opracowanych algorytmach i programach komputerowych) jednoczesnego wyznaczenia parametrów modelu oraz nasświetlono zalety rozwiązania układu (2.2) w stosunku do rozwiązania układu (2.1).



Rys. 1. Plan warstwiczny funkcji  $E_1(x_0, y_0)$  określonej wzorem (10.1), sporządzony na podstawie danych opisanych w rozdz. 10

Fig. 1. The contour lines of  $E_1(x_0, y_0)$  function defined by the formula (10.1) and based on data described in chapter 10





Rys. 2. Plan warstwicowy funkcji  $E_2(x_0, y_0)$  określonej wzorem (10.2), sporządzony na podstawie danych opisanych w rozdz. 10

Fig. 2. The contour lines of  $E_2(x_0, y_0)$  function defined by the formula (10.2) and based on data described in chapter 10

## LITERATURA

- [1] Aki K., Lee W.H.K.: Determination of three dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes, I. A homogenous initial model. *J. Geophys. Res.*, 81, 4381-4399, 1976.
- [2] Aki K., Richards P.G.: *Quantitative seismology - Theory and Methods*. Freeman, San Francisco, vol. II, 1980.
- [3] Bolt B.A.: Earthquake Location for Small Networks Using the Generalized Inverse Matrix. *Bull. Seismolog. Soc. Am.*, vol. 60, no. 6, 1823-1828, 1970.
- [4] Bolt B.A.: A proposal for the global calibration of group earthquake location. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 33, 249-250, 1973 (Letter).
- [5] Budavari S.: A mathematical method of determining the anisotropic velocity of P - wave propagation and for the seismic location of rockbursts. *Geomechanics Journal*, vol. I, 15-17, 1971.
- [6] Buland R.: The mechanics of locating earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, vol. 66, no. 1, 173-187, 1976.
- [7] Bus J.C.P.: Convergence of Newton-Like Methods for Solving Systems of Nonlinear Equations. *Numer. Math.*, 27, 271-281, 1977.
- [8] Crosson R.S.: Crustal structure modelling of earthquake data 1. Simultaneous least squares estimation of hypocenter and velocity parameters. *J. Geophys. Res.*, 81, 3036-3046, 1976.
- [9] Douglas A.: Joint epicentre determination. *Nature*, 215, 47-48, 1967.
- [10] Bryja M., Jankowsky J. i M.: Przegląd metod i algorytmów numerycznych. WN-T, Warszawa 1982, cz. II.
- [11] Drzeźła B., Mendecki A.: Nowe metody poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu. *ZN Pol. Śl.*, nr 558, Górnictwo z. 87, 27-42, Gliwice 1977.
- [12] Drzeźła B., Mendecki A.: Lokalizacja przestrzenna ognisk wstrząsów górotworu według metody S-P i wyznaczenie prędkości fal sejsmicznych. *ZN Pol. Śl.*, nr 601, Górnictwo z. 99, 67-77, Gliwice 1979.
- [13] Drzeźła B., Mendecki A.: The velocity anisotropy of rock mass and location accuracy of mining tremors. *Acta Geophys. Pol.*, vol. XXX, no. 3, 231-241, 1982.
- [14] Drzeźła B., Mendecki A.: Joint hypocentre location of mining tremors and determination of anisotropy parameters of P-wave velocity. *Acta Geophys. Pol.*, vol. XXX, no. 4, 321-332, 1982.
- [15] Drzeźła B., Mendecki A.: Lokalizacja pozioma impulsów sejsmoakustycznych według metody P z uwzględnieniem anizotropii górotworu. *ZN Pol. Śl.*, nr 769, Górnictwo z. 125, 21-32, Gliwice 1984.
- [16] Drzeźła B., Mendecki A.: Algorytm jednoczesnej lokalizacji grupy wstrząsów górotworu według metody mieszanej. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc.*, M-6/176/, 101-109, 1985.
- [17] Drzeźła B., Mendecki A.: Metoda jednoczesnej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu i wyznaczenie parametrów złożonego hodografu fali P. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc.*, M-6/176/, 91-99, 1985.
- [18] Drzeźła B., Mendecki A.: Zastosowanie uogólnionej odwrotności Moore'a - Penrosego do lokalizacji ognisk wstrząsów. *ZN Pol. Śl.* nr 840, Górnictwo z. 138, 59-69, Gliwice 1985.
- [19] Drzeźła B., Mendecki A.: Wspólna lokalizacja grupy wstrząsów jako metoda wyznaczania parametrów sejsmologicznych górotworu. *Acta Montana. UGG CSAV*, 71, 103-116, Praha 1985.
- [20] Drzeźła B., Kołodziejczyk P.: Problem niejednoznaczności lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu. *ZN Pol. Śl.*, Górnictwo (w druku).

- [21] Eccles C.D., Ryder J.A.: Seismic location algorithms: a comparative evaluation. *Rockbursts and Seismicity in Mines*. The South African Institute of Mining and Metallurgy. Symposium Series No. 6, 89-92, Johannesburg 1984.
- [22] Gibowicz S.J.: Klasyfikacja energetyczna wstrząsów podziemnych na Górnym Śląsku i częstotliwość ich występowania w zależności od wielkości energii. *Archiwum Górnictwa t. 8, z. 1, 17-41, 1963.*
- [23] Gibowicz S.J., Kijko A.: Możliwości interpretacji wstrząsów górniczych zapisanych w postaci cyfrowej. *Przegląd Górniczy nr 4, 130-136, 1985.*
- [24] Golienieckij S.I., Pieriewałowa G.I.: Sposoby oprieditielienija na EMI: gipocentrow ziemlietriasienij po nabludienijam lokalnoj sieti sejsmieskich stancij. Issliedowanija po poiskam priedwiestnikow ziemlietriasienij w Sibirii. Akademiya Nauk SSSR - Sibirskoje Otdielienije, 87-99, Nowosibirsk - "Nauka" - Sibirskoje Otdielienije, 1988.
- [25] Hardy H.R.: Source location velocity models for AE/MS field studies in geologic materials. *Progress in Acoustic Emission III, 365-388, The Japanese Society of NDI, 1986.*
- [26] Hardy H.R., Belesky R.M., Ge M.: AE/MS source location in geotechnical applications. *Non - destructive testing. Proc. of the 4th European Conf., 3066-3075, Pergamon Press, 1987.*
- [27] Hardy H.R.: A review of international research relative to the geotechnical field application of AE/MT. *Journal of Acoustic Emission vol. 8, no. 4, 65-91, 1990.*
- [28] Hawley B.W., Zandt G., Smith R.B.: Simultaneous inversion for hypocenters and lateral velocity variations: an iterative solution with a layered model. *J. Geophys. Res., vol. 86, 7073-7086, 1981.*
- [29] Helbig K.: Elliptical anisotropy - its significance and meaning. *Geophysics, 48, 825-832, 1983.*
- [30] Herrmann R.B.: FASTHYPO - a hypocenter location program. *Earthquake Notes, 50, 25-73, 1979.*
- [31] Inglada V.: Die Berechnung der Herdkoordinaten eines Nahbebens. *Gerl. Beitr. z. Geophys. Bd. XIX, 73-98, Leipzig 1928.*
- [32] Janczewski E.W.: *Zarys sejsmologii ogólnej i stosowanej*. Wydawnictwo Geologiczne, Warszawa 1955.
- [33] Kijko A.: Metoda lokalizacji ognisk wstrząsów sejsmicznych z uwzględnieniem przekrojów sejsmologicznych. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Ac. Sci., vol. 67, 125-140, 1974.*
- [34] Kijko A.: Some methods and algorithms for locating very near earthquakes with a digital computer. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., 84, 7-88, 1975.*
- [35] Kijko A.: Methods of the optimum planning of regional seismic networks. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., vol. A-7/119/, 1978.*
- [36] Kijko A., Głowacka E.: Analiza dokładności lokalizacji wstrząsów sejsmicznych na Górnym Śląsku za pomocą fal S. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M-2/123/, 107-117, 1979.*
- [37] Kijko A.: Location of earthquakes by a microcomputer. *Acta Geophys. Pol., vol. 32, no. 1, 91-94, 1984.*
- [38] Kijko A., Głowacka E., Stankiewicz T.: Wpływ błędów prędkości oraz położenia stacji sejsmologicznych na dokładność lokalizacji wstrząsów. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Ac. Sci., M-6/176/, 65-78, 1985.*
- [39] Kijko A., Stankiewicz T., Głowacka E.: Ocena efektywności lokalizacji zjawisk sejsmicznych w przypadku systematycznego błędu modelu sejsmologicznego. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M-6/176/, 79-89, 1985.*
- [40] Kijko A.: Velocity structure determination with a prior information. *Seism. Obs. Univ. Bergen, Seismo-Series no. 5, 1985.*

- [41] Kijko A., Stankiewicz T., Król M.: Lokalizacja wstrząsów górotworu. Przegląd Górniczy nr 7-8, 219-223, 1986.
- [42] Kijko A.: Zastosowanie bayesowskiej teorii estymacji do lokalizacji kopalnianych zjawisk sejsmicznych. Przegląd Górniczy nr 6, 6-10, 1987.
- [43] Kijko A., Pirhonen S.: Bayesian inversion of seismic travel times for simultaneous determination of hypocenter and structure parameters. University of Helsinki, Institute of Seismology, Report S-20, 1988.
- [44] Kijko A.: Tomografia górnicza: szanse realizacji na komputerach osobistych. Prace GIG, Seria Dodatkowa n.t. "Wybrane zagadnienia lokalizacji wstrząsów górniczych oraz geotomografii sejsmicznej", s. 59-69, Katowice 1989.
- [45] Kornowski J., Trombik M., Zuberek W.: Lokalizacja stref koncentracji ognisk impulsów sejsmoakustycznych. Przegląd Górniczy nr 2, 72-79, 1978.
- [46] Kornowski J.: Próba określenia prędkości fal sejsmicznych w rejonie Górnego Śląska dla celów lokalizacji ognisk wstrząsów. Publ. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M-6/176/, 109-114, 1985.
- [47] Kornowski J., Wolnicka J.: Wpływ prędkości fali na lokalizację ognisk wstrząsów. Publ. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M-6/176/, 115-128, 1985.
- [48] Kornowski J.: Lokalizacja ognisk wstrząsów - podstawy i problemy. Prace GIG, Seria Dodatkowa n.t. "Wybrane zagadnienia lokalizacji wstrząsów górniczych oraz geotomografii sejsmicznej", s. 9-58, Katowice 1989.
- [49] Leighton F., Duvall W.I.: A least squares method for improving the source location of rock noise. U.S. Bureau of Mines. Rep. of Inv. 7626, 1972.
- [50] Materzok R.: Hodografy teoretyczne dla obszaru Górnośląskiego Okręgu Przemysłowego. Publ. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M-10/213/, 217-233, 1988.
- [51] Matsu'ura M., Hirata N.: Generalized least - squares solutions to quasi-linear inverse problem with a priori information. J. Phys. Earth., 30, 451-468, 1982.
- [52] Matsu'ura M.: Bayesian estimation of hypocenter with origin time eliminated. J. Phys. Earth., 32, 469-483, 1984.
- [53] Mendecki A.: Metody jednoczesnej lokalizacji ognisk grupy wstrząsów górotworu i wyznaczania parametrów anizotropii fal sejsmicznych. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1981.
- [54] Salamon M.D.G., Wiebols G.A.: Digital location of seismic event by an underground network of seismometers using the arrival times of compressional waves. Rock Mechanics 6, 141-166, Springer Verlag 1974.
- [55] Smith E.G.C.: An efficient algorithm for routine joint hypocentre determination. Physics of Earth and Planetary Interiors, 30, 135-144, 1982.
- [56] Spencer C., Gubbins D.: Travel - time inversion for simultaneous earthquake location and velocity structure determination in laterally varying media. Geophys. J.R. astr. Soc., 63, 95-116, 1980.
- [57] Spencer C.: The use of partitioned matrices in geophysical inversion problems. Geophys. J.R. astr. Soc., 80, 619-629, 1985.
- [58] Tarantola A., Valente B.: Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. Rev. Geophys. Space Phys., 20, 219-232, 1982.
- [59] Wahlström R.: Determination of rockburst hypocentres. Publ. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc., M-3/134/, 37-54, 1980.

- [60] Wierzchowska Z.: Nowe sposoby lokalizacji ognisk wstrząsów na Górnym Śląsku. Najsilniejsze wstrząsy górotworu na Górnym Śląsku. Okres 1967 r. GIG nr 11, Katowice 1969.
- [61] Woźniakowski H.: Numerical stability for Solving Nonlinear Equations. Numer. Math., 27, 373-390, 1977.

ЦЕЛИ И СПОСОБЫ СОВМЕСТНОЙ /ГРУПОВОЙ/ ЛОКАЛИЗАЦИИ  
ГИПОЦЕНТРОВ ГОРНЫХ ТОЛЧКОВ НА ПРИМЕРЕ МЕТОДА Р  
И ФОРМУЛ ДЛЯ ОДНОРОДНОЙ И ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

Резюме

В работе представляются цели и методы совместной локализации гипоцентров горных ударов и определения параметров заданной сейсмогеологической модели. Сущностью представляемых методов разработанных для разного диапазона доступных данных /количество сейсмических станций, количество ударов/, является эффективное определение координат центров, благодаря алгебраической линеаризации систем станционных уравнений.

Рассматриваются тоже недостатки и достоинства представленных методов, а также рекомендуемые возможности их применения.

PURPOSES AND WAYS OF JOINT HYPOCENTRE DETERMINATION OF MINING  
TREMORS, EXEMPLIFIED BY P METHOD AND BY FORMULAS FOR HOMOGENEOUS  
AND ISOTROPIC MEDIA

Summary

The paper presents purposes and ways of simultaneous determination of tremors hypocentres and velocity parameters of a given seismological model.

The substance of the methods presented in this paper, which are worked out for various ranges of available data (the number of tremors and the number of seismic stations), is the efficient determination of the coordinates of focuses, thanks to the algebraic linearization of the systems of station equations.

Also, both advantages and disadvantages of the discussed methods have been presented, together with the recommended range of their application.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Antoni Goszcz