ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990
Seria: GÓRNICTWO z. 188 Nr kol. 1074

Kazimierz WANAT
Piotr KOŁODZIEJCZYK

LOKALIZACJA WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH Z UWZGLĘDNIENIEM ANIZOTROPII PRĘDKOŚCI FAL SEJSMICZNYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono opis metody lokalizacji wstrząsów górotworu. W celu wyprowadzenia niezbędnych związków przyjęto model anizotropowego, jednorodnego ośrodka, w którym prędkość rozprzestrzeniania się fal sejsmicznych zależy od kierunku ich propagacji. Uzyskane ogólne zależności pozwalają obliczyć, przy dostatecznej ilości zarejestrowanych czasów wejść fal sejsmicznych, współrzędne hipocentrum wstrząsu oraz dowolnie wybrane składowe tensora prędkości. Prezentowana metoda umożliwia ocenę głębokości wstrząsu oraz aktualizację zmieniającego się pola prędkości fal sejsmicznych.

1. WPROWADZENIE

Rozpowszechnione metody lokalizacji ognisk wstrząsów górniczych z reguły prowadzą do zadań odnajdywania minimum pewnej nieliniowej funkcji strat, której konkretna postać zależy od przyjętego modelu propagacji fal sejsmicznych [2] . Już w najprostszych przypadkach funkcja strat charakteryzuje się występowaniem dużej liczby minimów lokalnych położonych w bardzo wydłużonych i płaskich wąwozach, co stwarza ogromne trudności numeryczne i często jest przyczyną rozbieżności algorytmów lokalizacji wstrząsów [3] , [5] . Mnogość minimów lokalnych funkcji strat stwarza sytuację, w której nie możemy być pewni poprawności uzyskanego numerycznie rozwiązania, gdyż wynik zależy od założonego punktu startu algorytmu iteracyjnego poszukiwania minimum [4] .

Wyżej wymienione względy oraz zastrzeżenia, jakie można mieć w stosunku do niektórych modeli propagacji fal sejsmicznych, skłoniły nas do poszukiwania innych metod lokalizacji wstrząsów górniczych.

2. ZAŁOŻENIA MODELU I RÓWNANIA STACYJNE

W wyniku prowadzonej eksploatacji górniczej występuje pękanie warstw skalnych oraz towarzysząca temu pękaniu emisja fal sejsmicznych. Fale te, a ściślej mówiąc, momenty ich pierwszych wejść, są podstawą do określenia ogniska wstrząsu, tj. centralnego punktu elipsoidy, którą aproksymujemy powierzchnię frontu falowego. Parametry tej elipsoidy zależą nie tylko od

charakteru propagacji fal sejsmicznych, ale również od rozmiarów powstałego pęknięcia, dlatego też jeśli tylko dysponujemy dostateczną ilością danych, to równocześnie z lokalizacją wstrząsu powinniśmy określać kształt "elipsoidy prędkości" opisującej aktualny dla danego wstrząsu front falowy (1).

Przyjmijmy, że składowe prędkości v_i $(i = 1, 2, 3)$ fal sejsmicznych zależą od kierunku ich propagacji, wówczas w najogólniejszym przypadku anizotropii składowe v_i powinny spełniać równanie

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} c_{ij} v_i v_j = 1 \tag{1}$$

w którym współczynniki c_{ij} tworzą pewien symetryczny $(c_{ij} = c_{ji})$ i dodatnio określony tensor prędkości. Wygodnie jest zapisać go w postaci tablicy

$$C = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_2 & c_4 & c_5 \\ c_3 & c_5 & c_6 \end{vmatrix} \tag{2}$$

Oznaczamy ognisko wstrząsu przez $r^o = (x_1^o, x_2^o, x_3^o)$ i moment jego powstania przez t_o, natomiast współrzędne k-tej stacji sejsmometrów $r^k = (x_1^k, x_2^k, x_3^k)$ a moment rejestracji wstrząsu na tej stacji przez t_k.

Ponieważ $$V_l = \frac{x_l^k - x_l^o}{t_k - t_o} \qquad l = 1, 2, 3; \tag{3}$$

to wstawiając (3) do wzoru (1) otrzymujemy równanie stacyjne

$$c_{ij}(x_i^k - x_i^o)(x_j^k - x_j^o) - (t_k - t_o)^2 = 0 \tag{4}$$

które po wprowadzeniu oznaczenia

$$r = C\, r \tag{5}$$

może być zapisane w postaci wektorowej

$$-t_o^2 + r^o r^o - 2r^k r^o + 2t_k t_o = -r^k r^k + t_k^2 \tag{6}$$

Jak już zaznaczyliśmy, problem lokalizacji ognisk wstrząsów powinien polegać na znalezieniu wektora r^o oraz jeśli tylko t_k (k=1 ... n), to powinniśmy równocześnie z lokalizacją oznaczyć wszystkie bądź też niektóre składowe tensora prędkości.

Postawione zadanie nie jest trudne do wykonania, a sprowadza się do wykonania szeregu przekształceń algebraicznych.

3. LOKALIZACJA OGNISK WSTRZĄSÓW GÓRNICZYCH

Do jednoznacznego wyznaczenia wszystkich parametrów (6 składowych tensora prędkości i 4 parametry ogniska wstrząsu) potrzeba minimum 10 zarejestrowanych czasów wejść t_k fal sejsmicznych na poszczególnych stacjach. W praktyce przypadek taki zdarza się niezmiernie rzadko.

Załóżmy, że dysponujemy M czasami wejść fal sejsmicznych, a przez N oznaczmy ilość poszukiwanych niewiadomych, przy czym $4 \leq N \leq 10$ i $N \leq M$. Z grupy M równań stacyjnych postaci (6) wybierzmy wszystkie różne zestawy N równań. Rozpatrzmy konkretną grupę N równań stacyjnych. Po odjęciu od k-tego ($k \neq n$) równania stacyjnego ostatniego równania tej grupy otrzymujemy

$$2(\mathbf{r}^n - \mathbf{r}^k)\mathbf{r}^o - 2(t_n - t_k)t_o = \mathbf{r}^n\mathbf{r}^n - \mathbf{r}^k\mathbf{r}^k - t_n^2 + t_k^2 \tag{7}$$

a po oznaczeniu

$$\begin{aligned} g_i &= x_i^k; \\ \mathbf{g}^k &= (g_1^2,\ 2g_1g_2,\ 2g_1g_3,\ g_2^2,\ 2g_2g_3,\ g_3^2)^T; \\ \mathbf{q} &= (\ldots,\ t_n - t_i,\ \ldots)^T; \\ \mathbf{h} &= (\ldots,\ t_i^2 - t_n^2,\ \ldots)^T; \qquad i=1 \ldots n-1; \\ \mathbf{s} &= (s_1,\ s_2,\ s_3,\ s_4,\ s_5,\ s_6); \end{aligned} \tag{8}$$

związek (7) może być zapisany jako

$$(2(\mathbf{r}^n - \mathbf{r}^k)^T,\ \mathbf{g}^{k^T} - \mathbf{g}^{n^T})(\mathbf{r}^{o^T},\ \mathbf{s}^T) = 2t_o(t_n - t_k) + t_k^2 - t_n^2 \tag{9}$$

Jeżeli któreś ze współrzędnych wektora s są znane (nie wyliczane w trakcie lokalizacji), wówczas ich iloczyny z odpowiadającymi im składowymi znanego wektora $\mathbf{g}^k - \mathbf{g}^n$ powinny być odjęte od odpowiadających składowych wektora h.

Budując macierz Y, której wierszami są znane wektory lewej strony wzoru (9), dostajemy

$$Y(\mathbf{r}^o, \mathbf{s}) = 2t_o\mathbf{q} + \mathbf{h} \tag{10}$$

Możemy teraz rozwiązać powstały liniowy układ równań algebraicznych, otrzymując parametryczne związki na poszukiwane niewiadome

$$(\mathbf{r}^o, \mathbf{s}) = \mathbf{a} + 2t_o\mathbf{b} \tag{11}$$

gdzie:

$$\mathbf{a} = Y^{-1}\mathbf{h}; \quad \mathbf{b} = Y^{-1}\mathbf{q};$$

Obliczone wektory $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ rozdzielmy na części

$$\mathbf{a} = (\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2) \; ; \quad \mathbf{b} = (\mathbf{b}^1, \mathbf{b}^2) \; ; \tag{12}$$

w taki sposób, aby wektory $\mathbf{a}^1$, $\mathbf{b}^1$ wchodziły do poszukiwanego związku na współrzędne ogniska wstrząsu, natomiast wektora $\mathbf{a}^2$, $\mathbf{b}^2$ opisywały poszukiwany wektor s parametrów elipsoidy prędkości

$$\mathbf{r}^o = \mathbf{a}^1 + 2t_o\mathbf{b}^1; \quad \mathbf{s} = \mathbf{a}^2 + 2t_o\mathbf{b}^2; \tag{13}$$

Jeżeli obliczamy tylko część parametrów elipsoidy prędkości, to modyfikujemy wektory $\mathbf{a}^2$, $\mathbf{b}^2$ wstawiając znane c_i w odpowiednie miejsca wektora $\mathbf{a}^2$ oraz zera w te same miejsca wektora $\mathbf{b}^2$. W ten sposób niezależnie od liczby obliczanych parametrów tensora prędkości, wektory $\mathbf{a}^2$, $\mathbf{b}^2$ są zawsze sześciowymiarowe. Tensor prędkości można teraz zapisać w postaci

$$C = A + 2t_oB \tag{14}$$

gdzie:

$$A = \begin{vmatrix} a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_2^2 & a_4^2 & a_5^2 \\ a_3^2 & a_5^2 & a_6^2 \end{vmatrix} ; \quad B = \begin{vmatrix} b_1^2 & b_2^2 & b_3^2 \\ b_2^2 & b_4^2 & b_5^2 \\ b_3^2 & b_5^2 & b_6^2 \end{vmatrix} \tag{15}$$

Ognisko wstrząsu możemy zaś określić zależnością

$$\mathbf{r}^o = C^{-1}(\mathbf{a}^1 + 2t_o\mathbf{b}^1) \tag{16}$$

która z uwagi na postać wzoru (14), choć dość skomplikowana, to może być przedstawiona związkiem

$$C^{-1} = (U + 2t_oV + 4t_o^2W)/(e + 2t_of + 4t_o^2g + 8t_o^3h) \tag{17}$$

Macierze U, V, W mają ogólną postać

$$R = \begin{vmatrix} r_1 & -r_2 & r_3 \\ -r_2 & r_4 & -r_5 \\ r_3 & -r_5 & r_6 \end{vmatrix} \tag{18}$$

natomiast ich współrzędne, jak i współczynniki e, f, g, h wygodnie jest wyrazić poprzez funkcje

$$e_1(i, j) = a_ia_j; \quad f_1(i, j) = a_ib_j + a_jb_i; \quad g_1(i, j) = b_ib_j; \tag{19}$$

których współczynniki a_k, b_k są składowymi wektorów a^2, b^2.
Ponadto

$$\begin{aligned} e_2(i, j, k) &= e_1(i, j)a_k; \\ f_2(i, j, k) &= f_1(i, j)a_k + e_1(i, j)b_k; \\ g_2(i, j, k) &= f_1(i, j)b_k + g_1(i, j)a_k; \\ h_2(i, j, k) &= g_1(i, j)b_k; \end{aligned} \tag{20}$$

oraz

$$\begin{aligned} e &= e_2(1,4,6) + 2e_2(2,3,5) - e_2(3,3,4) - e_2(1,5,5) - e_2(2,2,6); \\ f &= f_2(1,4,6) + 2f_2(2,3,5) - f_2(3,3,4) - f_2(1,5,5) - f_2(2,2,6); \\ g &= g_2(1,4,6) + 2g_2(2,3,5) - g_2(3,3,4) - g_2(1,5,5) - g_2(2,2,6); \\ h &= h_2(1,4,6) + 2h_2(2,3,5) - h_2(3,3,4) - h_2(1,5,5) - h_2(2,2,6); \end{aligned} \tag{21}$$

Współrzędne macierzy U, V, W wyrażają się wzorami

$$u_1 = e_1(4,6) - e_1(5,5); \qquad u_2 = e_1(2,6) - e_1(3,5);$$

$$v_1 = f_1(4,6) - f_1(5,5); \qquad v_2 = f_1(2,6) - f_1(3,5);$$

$$
\begin{aligned}
&w_1 = g_1(4,6) - g_1(5,5); && u_2 = e_1(2,6) - g_1(3,5);\\
&u_3 = e_1(2,5) - e_1(3,4); && u_4 = e_1(1,6) - e_1(3,3);\\
&v_3 = f_1(2,5) - f_1(3,4); && v_4 = f_1(1,6) - f_1(3,3);\\
&w_3 = g_1(2,5) - g_1(3,4); && w_4 = g_1(1,6) - g_1(3,3);\\
&u_5 = e_1(1,5) - e_1(2,3); && u_6 = e_1(1,4) - e_1(2,2);\\
&v_5 = f_1(1,5) - f_1(2,3); && v_6 = f_1(1,4) - f_1(2,2);\\
&w_5 = g_1(1,5) - g_1(2,3); && w_6 = g_1(1,4) - g_1(2,2);
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Wracając do N-tego równania stacyjnego dostajemy

$$32\alpha_5 t_o^5 + 16\alpha_4 t_o^4 + 8\alpha_3 t_o^3 + 4\alpha_2 t_o^2 + 2\alpha_1 t_o + \alpha_o = 0 \tag{23}$$

równania piątego stopnia na poszukiwany moment wstrząsu t_o, w którym

$$
\begin{aligned}
\alpha_5 &= -\frac{h}{4};\\
\alpha_4 &= -\frac{g}{4} + h\,\beta_1 + b^1 W b^1;\\
\alpha_3 &= -\frac{f}{4} + g\,\beta_1 + h\,\beta_2 + a^1 W b^1 + b^1 z_1;\\
\alpha_2 &= -\frac{e}{4} + f\,\beta_1 + g\,\beta_2 + a^1 z_1 + b^1 z_2;\\
\alpha_1 &= e\,\beta_1 + f\,\beta_2 + a^1 z_2 + b^1 U a^1;\\
\alpha_o &= e\,\beta_2 + a^1 U a^1;
\end{aligned}
\tag{24}
$$

gdzie:

$$\beta_1 = t_n - 2r^{n^T} b^1 + r^{n^T} B r^n;$$

$$\beta_2 = -t_n^2 - 2r^n a^1 + r^n A r^n;$$

$$z_1 = W a^1 + V b^1;$$

$$z_2 = V a^1 + U b^1;$$

Po obliczeniu t_o musimy wrócić do związku (14) i efektywnie obliczyć współrzędne tensora prędkości, a następnie z zależności (16) efektywnie wyliczyć współrzędne wstrząsu.

Wskazane obliczenia wykonujemy dla każdego zestawu N spośród M równań stacyjnych. Za każdym razem otrzymujemy w ogólności 5 rozwiązań. Jednak niektóre z nich są rozwiązaniami zespolonymi, przez co nie mają fizycznego sensu, inne zaś prowadzą do nieokreślonego dodatnio tensora prędkości, co też pozbawia ich fizycznego znaczenia. Tym sposobem liczba możliwych do przyjęcia rozwiązań znacznie maleje.

Gdyby czasy pierwszych wejść fal sejsmicznych były znane dokładnie, wówczas można by odrzucić również rozwiązania, które dają dodatnie czasy t_o. Z uwagi na znaczne błędy pomiaru procedury tej zastosować nie można.

Poprawne fizycznie rozwiązania równań stacyjnych poddajemy ogólnie przyjętej obróbce statystycznej. Obliczamy średni wektor rozwiązań R^o, a następnie obliczamy macierz kowariancji i odrzucamy rozwiązania zbyt odległe od wektora średniego. Na nowym zbiorze rozwiązań powtarzamy poprzednie operacje, przyjmując nowo obliczony wektor średni R^o za wektor poszukiwanego ogniska wstrząsu. Macierz kowariancji umożliwia zaś określenie wielkości obszaru, w którym z dowolnie ustalonym prawdopodobieństwem nastąpił wstrząs.

4. PODSUMOWANIE

Otrzymane wyrażenia umożliwiają skonstruowanie bardzo szybkich i efektywnych algorytmów. Najdłuższą czynnością jest znalezienie jednego z rzeczywistych pierwiastków równania algebraicznego stopnia piątego, co musi być wykonane metodą iteracyjną. Po obliczeniu tego pierwiastka, wyjściowe równanie redukuje się do stopnia czwartego, a pozostałe pierwiastki obliczane są znanymi metodami analitycznymi.

Poprawność algorytmu została sprawdzona na rzeczywistych danych kopalnianych uzyskanych w wyniku strzelań. Czasy rejestrowane były na pięciu, a w jednym przypadku na ośmiu stanowiskach sejsmometrów. Średnio najbardziej prawdopodobne błędy oznaczenia współrzędnych poziomych (x, y) były rzędu stu metrów, a współrzędnej pionowej (z) rzędu kilkunastu metrów. Należy jednak zaznaczyć, że różnice między najbardziej prawdopodobnymi punktami lokalizacji wstrząsów a rzeczywistymi współrzędnymi strzelań są znacznie mniejsze. Różnice te w odniesieniu do współrzędnych poziomych były rzędu 10 [m], a w odniesieniu do współrzędnej pionowej wahały się od 1 do 10 [m]. W przeanalizowanych przypadkach na ogół uzyskiwano zmniejszenie błędu lokalizacji przy równoczesnym oznaczaniu jednej składowej tensora prędkości. Głębokość wstrząsu lokalizowana była lepiej niż jego współrzędne poziome.

6. LITERATURA

[1] Drzęźla B., Mendecki A.: Joint hypocentre location of mining tremors and determination of anisotropy parameters P-wave velocity, Acta Geophysica Polonica, vol 30, no 4, 321-333, 1982.

[2] Drzęźla B., Mendecki A.: Anizotropia górotworu a dokładność lokalizacji ognisk wstrząsów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Górnictwo z. 116, 23-35, Gliwice 1982.

[3] Drzęźla B.:Wykład pt."Metody wspólnej lokalizacji ognisk wstrząsów" wygłoszony podczas II Jesiennej Szkoły Geofizyki n.t. "Wybrane zagadnienia lokalizacji wstrząsów górniczych oraz geotomografii sejsmicznej" Kocierz 1989 (niepublikowany).

[4] Fortuna Z., Macukow B., Węsowski J.: Metody numeryczne, WNT, 149-150, Warszawa 1982.

[5] Kornowski J.: Lokalizacja ognisk wstrząsów - podstawy i problemy. Prace GIG, Wybrane zagadnienia ..., Katowice 1989.

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ГОРНЫХ УДАРОВ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ СКОРОСТИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

Р е з ю м е

В работе приводится описание метода локализации ударов горного массива. Для введения необходимых связей принято модель анизотропной, однородной среды, в которой распространение сейсмических волн зависит от направления их пропагации. Полученные общие зависимости дают возможность, вычислить при удовлетворительном количестве зарегистрированных времён ввода сейсмических волн, координаты гипоцентра и отсоранные составные тензора скорости. Приведённый метод даёт возможность оценки глубины удара, а также актуализацию изменяющегося поля скорости сейсмических волн.

LOCATION MASS TREMORS IN CONNECTIONS AN ANISOTROPIC VELOCITY OF PROPAGATION OF SEISMIC WAVES

S u m m a r y

The paper presents a description of a method of locating mass tremors. To obtain necessary connections an anisotropic, homogeneous medium, in which the velocity of propagation of seismic waves depends on the direction of their propagation. When a sufficient number of occurrences of seismic waves in known then the obtained general dependences make possible to calculate the coordinates of the hipocentre of a tremor and any chosen components of the tensor of velocity.
The presented method leads to an estimation of the depth of a tremor and of the changing velocity field of seismic waves.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Antoni Goszcz