ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990
Seria: GÓRNICTWO z.188 Nr kol. 1074

Bernard DRZĘŹLA,
Piotr KOŁODZIEJCZYK

PROBLEM NIEJEDNOZNACZNOŚCI LOKALIZACJI OGNISK WSTRZĄSÓW GÓROTWORU

Streszczenie. Zadanie lokalizacji ognisk wstrząsów górniczych najczęściej rozwiązywane jest na bazie metod iteracyjnych lub w sposób efektywny poprzez algebraiczną linearyzację nieliniowego układu równań stacyjnych. Można wykazać, że nawet w przypadku lokalizacji płaskiej i przy założeniu izotropowego modelu ośrodka o znanej prędkości fali sejsmicznej, stosowane metody nie zawsze gwarantują jednoznaczność wyniku.

1. WSTĘP

Szerokie upowszechnienie minikomputerów spowodowało rutynowe stosowanie metod numerycznych w zagadnieniu lokalizacji ognisk wstrząsów górniczych. Najczęściej metody te sprowadzają się do poszukiwania minimum pewnej funkcji kryterialnej, której postać uzależniona jest od założonego modelu górotworu.

Najnowsze algorytmy bazujące na metodzie wspólnej lokalizacji grupy wstrząsów (Drzęźla, Mendecki [2]) lub pozwalające przyjąć pewną informację a priori o wstrząsach (Kijko [7]) umożliwiają jednoczesne wyznaczanie parametrów złożonych modeli górotworu. Wielość poszukiwanych parametrów komplikuje znacznie postać funkcji kryterialnej, która z reguły charakteryzuje się kilkoma minimami lokalnymi, co stwarza problemy natury numerycznej, a tym samym wydłuża czas obliczeń. Występowanie minimów lokalnych nie gwarantuje poprawności rozwiązania, gdyż uzależnione ono jest od przyjętego punktu początkowego (punktu startu procesu iteracyjnego) (Kornowski [8], [9]).

2. OGÓLNE SPOSOBY ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA LOKALIZACJI

Lokalizacja płaska wstrząsu w ośrodku izotropowym sprowadza się do rozwiązania nieliniowego układu równań stacyjnych

$$\sqrt{(x_k-x_o)^2 + (y_k-y_o)^2} = v \cdot (t_k-t_o) \qquad k=1\ldots s; \quad (s \geq 3) \tag{1}$$

wiążących współrzędne ogniska x_o, y_o i czas jego powstania t_o z czasami t_k wejść fali podłużnej na stacje sejsmometrów i ich współrzędnymi x_k, y_k oraz prędkością fali v. Wszystkie rozważania w dalszej części niniejszego artykułu dotyczyć będą tak opisanego modelu.

W przypadku stosowania metod iteracyjnych układ (1) można zapisać w postaci:

$$F(x) = 0 \tag{2}$$

gdzie:

$$x = (x_o, y_o, t_o)^T$$

przy czym zakłada się a priori istnienie jego rozwiązania α. Ponadto zakłada się, że pochodna $F'(x)$ jest ciągła w punkcie α i pochodna $F'(\alpha)$ jest nieosobliwa. Wówczas punkt α jest punktem przyciągania metody iteracyjnej zwanej metodą Newtona (Fortuna i in. [6])

$$x^{i+1} = x^i - F'(x^i)^{-1} F(x^i) \tag{3}$$

gdzie:
x^i - wektor obliczony w i-tej iteracji.

Jeżeli układ równań stacyjnych posiada elementy nadliczbowe $(s > 3)$, to wzór (3) przyjmuje postać

$$x^{i+1} = x^i - (A^T A)^{-1} A^T F(x^i) \tag{4}$$

gdzie:

$$A = F'(x^i).$$

Równoważnym podejściem w stosunku do (3), (4) jest poszukiwanie minimum, utworzonej w oparciu o wzór (1), funkcji kryterialnej

$$B(x_o, y_o, t_o) = \sum_{i=1}^{s} \left[\sqrt{(x_k - x_o)^2 + (y_k - y_o)^2} - v \cdot (t_k - t_o) \right]^2 \tag{5}$$

W przypadku metody algebraicznej linearyzacji nieliniowego układu (1) (Drzęźla, Mendecki [1]), która sprowadza się do podniesienia równań stacyjnych do kwadratu, a następnie odpowiednim odejmowaniu stronami, otrzymujemy dwa równania liniowe, a poszukiwane współrzędne x_o, y_o można wyrazić w funkcji czasu t_o:

$$x_o = A_x + C_x t_o ; \qquad y_o = A_y + C_y t_o ; \tag{6}$$

gdzie:

A_x, C_x, A_y, C_y - ilorazy odpowiednich wyznaczników.

Powyższe rozwiązanie istnieje, gdy wyznacznik układu liniowego jest różny od zera, tzn. gdy stacje sejsmometrów nie leżą w jednej linii i nie są jednakowo odległe od ogniska wstrząsu. W celu wyznaczenia t_o wzory (6) wstawiamy do jednego z równań stacyjnych (1) i w efekcie otrzymujemy równanie kwadratowe ze względu na t_o:

$$at_o^2 + 2bt_o + c = 0 \tag{7}$$

Równanie to posiada dwa rozwiązania rzeczywiste (Drzęźla, Mendecki [3]). Mogą więc istnieć, przy pewnych konfiguracjach sieci sejsmometrów, dwa różne punkty na płaszczyźnie spełniające układ (1), przy czym oba poprawne w sensie matematycznym. W warunkach gdy dysponujemy czterema czasami wejść $(s = 4)$, wszystkie trzy parametry wstrząsu (x_o, y_o, t_o) możemy wyznaczyć efektywnie. Gdy dysponuje się większą liczbą czasów rejestracji wstrząsu $(s > 4)$, zlinearyzowany układ równań stacyjnych jest układem o rzędzie zupełnym z elementami nadliczbowymi i jego rozwiązanie w sensie najmniejszych kwadratów można uzyskać stosując uogólnioną odwrotność Moore'a-Penrosego (Drzęźla, Mendecki [4]):

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b \tag{8}$$

gdzie:

- A - macierz współczynników lewej strony zlinearyzowanego układu równań stacyjnych,
- b - wektor prawej strony,
- x - wektor rozwiązań.

3. USUWALNA I NIEUSUWALNA NIEJEDNOZNACZNOŚĆ LOKALIZACJI

Opisane metody rozwiązań zagadnienia odwrotnego są powszechnie stosowane w algorytmach lokalizacji ognisk wstrząsów górniczych. Iteracyjna metoda Newtona jest stosunkowo prosta i łatwa w realizacji numerycznej, a szybka lokalna zbieżność stanowi jej podstawowy atut. Z drugiej strony wiadomo jest, że mimo narzucenia silnych założeń dotyczących funkcji $F(x)$ (ciągła różniczkowalność, nieosobliwość pochodnej w punkcie α), gwarantuje ona jedynie zbieżność lokalną tzn. ciąg $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots,$ uzyskany ze wzorów (3), (4) jest zbieżny do α, jeśli tylko punkt $x^{(o)}$ jest dostatecznie bliski punktowi α (Fortuna i in. [6]). Stosowane różne modyfikacje metody Newtona (powiększenie promienia zbieżności, tłumienie kroku poprawki, start w kolejnym kroku iteracyjnym z punktu minimum na kierunku poprawy) nie eliminują opisanej niedogodności w zastosowaniu do zagadnienia lokalizacji ognisk wstrząsów. Kornowski [9] w swoich badaniach stwierdził, że już w najprostszych modelach funkcja kryterialna charakteryzuje się występowaniem minimów lokalnych położonych w wydłużonych i płaskich wąwozach. Jednocześnie proponuje rozwiązać problem poprzez zbadanie wszystkich minimów, a rozwiązanie właściwe przypisać punktowi, w którym funkcja kryterialna osiąga minimum globalne.

Wynika stąd, że poprawne wyznaczenie parametrów ogniska wstrząsu uzależnione jest od doboru początkowego przybliżenia (x_o^o, y_o^o, t_o^o). Niewłaściwe ustalenie punktu startu może być i z reguły jest, przyczyną rozbieżności algorytmu lub zbieżności do rozwiązania fałszywego, a więc wieloznaczność rozwiązania. Ilustrację powyższych rozważań przedstawia mapa izolinii funkcji kryterialnej (5), zminimalizowanej względem t_o (rys. 1). Można wyraźnie zauważyć obszar minimum właściwego (x_o = 500, y_o = 500) oraz obszar minimum lokalnego ($x_o \cong 560$, $y_o \cong 680$). W przypadku metod algebraicznych linearyzacji nieliniowego układu równań stacyjnych ($s \geqslant 4$) niewątpliwą ich zaletą jest szybki czas obliczeń, ale przede wszystkim efektywne uzyskiwanie wyniku. Nadmienić jednak należy, że są one gorzej uwarunkowane niż metody iteracyjne. Ma to szczególne znaczenie w algorytmach operujących na złożonych modelach górotworu przy jednoczesnym wyznaczaniu wielu parametrów (Drzęźla [5]).

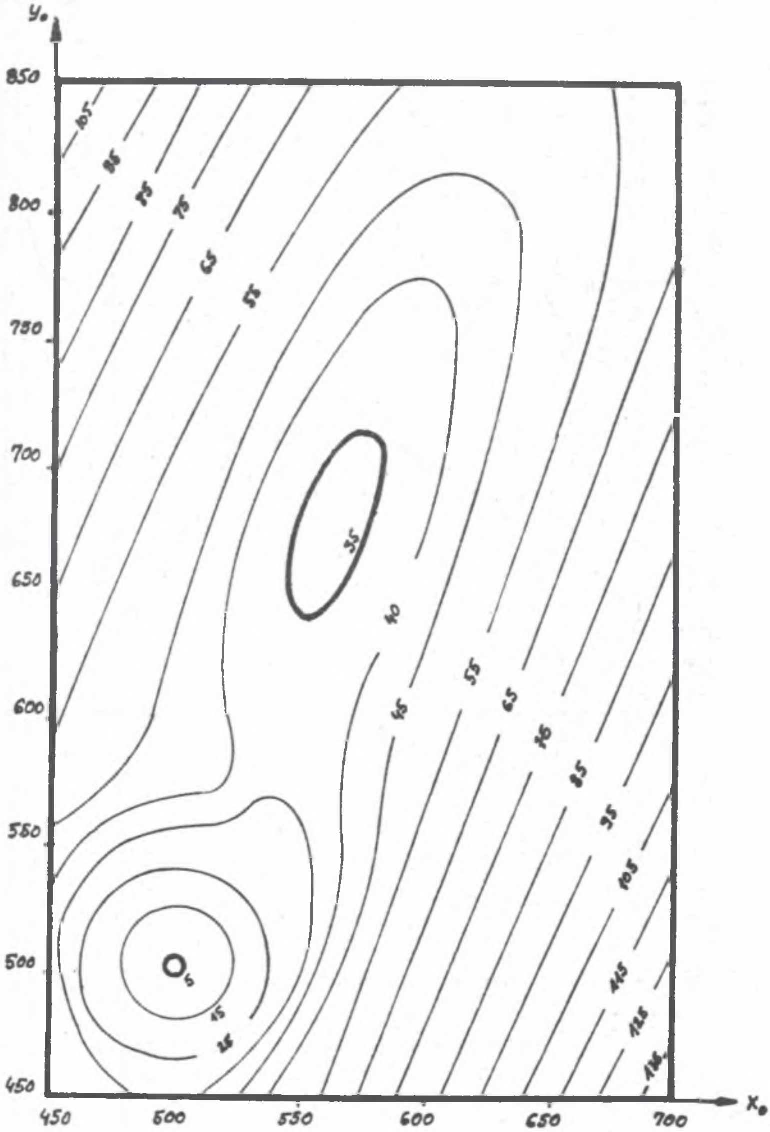
Otrzymanie jednego rozwiązania według wzoru (8) sugeruje jednoznaczność wyniku w zadaniu lokalizacji ogniska wstrząsu. Jednak nie zawsze tak jest. Można wykazać, że dla pewnych geometrii trzech stacji sejsmometrów (s_1, s_2, s_3) istnieją dwa rozwiązania (w_1, w_2) poszukiwanego ogniska wstrząsu (rys. 2). Ponadto, dodanie w określony sposób, kolejnych stacji sejsmometrów w punktach ($s_4, \ldots, s_n$) nie eliminuje istniejącej dwuznaczności rozwiązania. Oznacza to, że istnieją specyficzne geometrie stanowisk sejsmometrów, które nie gwarantują, w sensie jednoznaczności, poprawnej lokalizacji ogniska wstrząsu. Można udowodnić, że w przypadkach gdy współrzędne (x_k, y_k), dowolnej liczby stacji sejsmometrów, będą leżały na prostej (wyznacznik układu liniowego równy zero) lub spełniały równanie hiperboli

$$\sqrt{(x_k-x_{01})^2+(y_k-y_{01})^2} - \sqrt{(x_k-x_{02})^2 + (y_k-y_{02})^2} = \text{const} \tag{9}$$

gdzie:

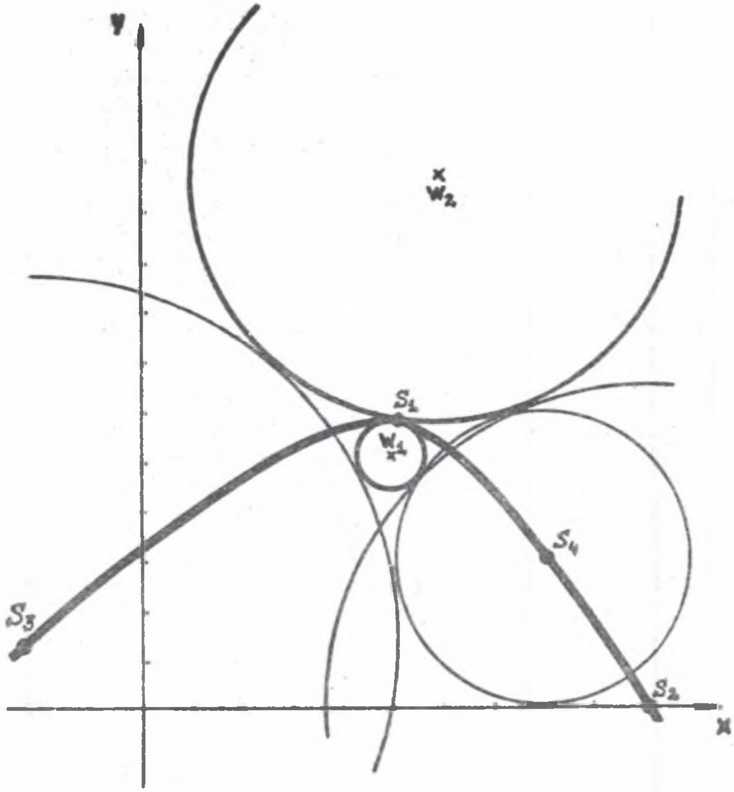
$x_{01}, y_{01}, x_{02}, y_{02}$ – współrzędne ognisk wstrząsów (dwa rozwiązania zadania lokalizacji)

to zawsze istnieć będzie niejednoznaczność wyniku w postaci pary parametrów (x_{01}, y_{01}, t_{01}) i (x_{02}, y_{02}, t_{02}) spełniających układ równań stacyjnych (1).



Rys. 1. Plan warstwicowy funkcji kryterialnej (5) zminimalizowanej względem t_o. Czasy wejścia t_k wyliczono po przyjęciu współrzędnych ogniska $x_o = 500$, $y_o = 500$ i stanowisk: $x_1 = -220$, $y_1 = 130$; $x_2 = 1000$, $y_2 = 0$; $x_3 = 500$, $y_3 = 569$; $x_4 = -1000$, $y_4 = 500$

Fig. 1. Contour plan of a criterion function (5) minimized in relation to t_o. Arrival times t_k were computed after assuming coordinates of focus $x_o = 500$, $y_o = 500$ and of stations: $x_1 = -220$, $y_1 = 130$; $x_2=1000$, $y_2 = 0$; $x_3 = 500$, $y_3 = 569$; $x_4 = -1000$, $y_4 = 500$



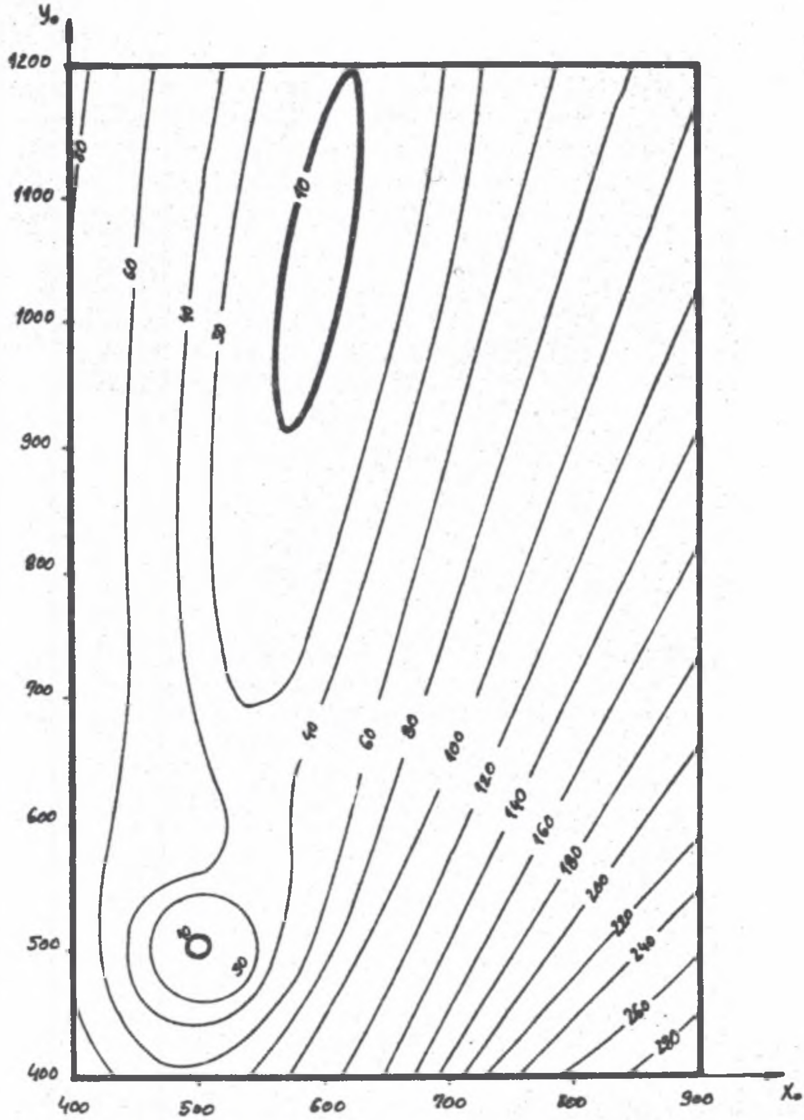
Rys. 2. Graficzna ilustracja przypadku, kiedy układ równań (1) ma dwa rozwiązania. Stanowiska sejsmometrów leżą na krzywej opisanej równaniem (9)

Fig. 2. Graphic illustration of a case when a set of equations (1) has two solutions. Seismic stations lie on the curve described by Eq (9)

Ilustrację powyższego stanowi pokazana na rys. 3 mapa izolinii funkcji kryterialnej (5), zminimalizowanej względem t_0, dla stanowisk sejsmometrów, których współrzędne spełniają równanie (9). Wyraźnie zaznaczają się dwa minima zerowe (globalne), jedno właściwe (x_{01} = 500, y_{01} = 500) i drugie ($x_{02} \cong 590$, $y_{02} \cong 1050$) mające znamiona właściwego.

4. PODSUMOWANIE

Przedstawione metody rozwiązywania zagadnienia lokalizacji ognisk wstrząsów górniczych nie mogą być stosowane bezkrytycznie. Oprócz omówionych zalet charakteryzują się podstawową wadą - nie w każdych warunkach gwarantują jednoznaczność otrzymanego wyniku.



Rys. 3. Plan warstwicowy funkcji kryterialnej (5) zminimalizowanej względem t_0. Czasy wejścia t_k wyliczono po przyjęciu współrzędnych ogniska $x_0 = 500$, $y_0 = 500$ i stanowisk: $x_1 = -220$, $y_1 = 130$; $x_2 = 1000$, $y_2 = 0$; $x_3 = 500$, $y_3 = 569$; $x_4 = 800$, $y_4 = 294$;
Współrzędne stanowisk spełniają równanie (9)

Fig. 3. Contour plan of a criterion function (5) minimized in relation to t_0. Arrival times t_k were computed after assuming coordinates of focus $x_0 = 500$, $y_0 = 500$ and of stations: $x_1 = -220$, $y_1=130$, $x_2=1000$, $y_2 = 0$; $x_3 = 500$, $y_3 = 569$; $x_4 = 800$, $y_4 = 294$;
Coordinates of stations fulfil Eq (9)

Stosowane w algorytmach newtonowskie metody iteracyjne, ze względu na ich lokalną zbieżność, nie zawsze prowadzą do rozwiązania właściwego, a często do rozbieżności procesu iteracyjnego.

Algorytmy stosujące metody rozwiązań efektywnych, co wykazano, mogą również prowadzić do wyniku, którego poprawność jest wątpliwa. W takim przypadku warunkiem koniecznym do uzyskania jednoznaczności rozwiązania jest odpowiedni dobór konfiguracji stanowisk sejsmometrów w stosunku do rejonu aktywności sejsmicznej.

Dysponując informacją a priori o potencjalnym obszarze sejsmicznym kopalni oraz poprawną geometrią sieci sejsmometrów można przypuszczać, że kryterium jednoznaczności będzie spełniane. Przy tym założeniu, stosowanie w praktyce przedstawionych metod lokalizacji nie powinno budzić zastrzeżeń, zwłaszcza dla prostych modeli górotworu.

LITERATURA

[1] Drzęźla B., Mendecki A.: Nowe metody poziomej lokalizacji ognisk wstrząsów górotworu. ZN Polit. Śl. s. Górnictwo, z.87, 27-42, Gliwice 1977.

[2] Drzęźla B., Mendecki A.: Joint hypocentre location of mining tremors and determination of anisotropy parameters P-wave velocity, Acta Geophysica Polonica, vol. 30, no 4, 321-333, 1982.

[3] Drzęźla B., Mendecki A.: Anizotropia górotworu a dokładność lokalizacji ognisk wstrząsów. ZN Polit. Śl. s. Górnictwo, z.116, 23-35, Gliwice 1982.

[4] Drzęźla B., Mendecki A.: Zastosowanie uogólnionej odwrotności Moore'a-Penrose'go do lokalizacji ognisk wstrząsów. ZN Polit. Śl. s.Górnictwo, z. 133, 59-69, Gliwice 1985.

[5] Drzęźla B.: Wykład pt. "Metody wspólnej lokalizacji ognisk wstrząsów" wygłoszony podczas II Jesiennej Szkoły Geofizyki nt. "Wybrane zagadnienia lokalizacji wstrząsów górniczych oraz geotomografii sejsmicznej" Kocierz 1989 (niepublikowany).

[6] Fortuna Z., Macukow B., Wąsowski J.: Metody numeryczne, WNT, 149-150, Warszawa 1982.

[7] Kijko A.: Zastosowanie Bayesowskiej teorii estymacji do lokalizacji kopalnianych zjawisk sejsmicznych, "Przegląd Górniczy" 1987, nr 6, s. 6-10.

[8] Kornowski J., Wolnicka J.: Wpływ prędkości fali na lokalizację ognisk wstrząsów, Publs. Inst. Geophys. Pol Acad. Sc., M-6 (176), 115-128, 1985.

[9] Kornowski J.: Lokalizacja ognisk wstrząsów - podstawy i problemy. Prace GIG, Wybrane zagadnienia..., Katowice 1989.

ПРОБЛЕМА НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ЛОКАЛИЗАЦИИ
ОЧАГОВ УДАРОВ ГОРНОГО МАССИВА

Р е з ю м е

Задача локализации очагов ударов горного массива решается на основе итерационных методов или эффективным способом алгебраической линеаризацией нелинейной системы стационных уравнений. Можно сказать, что даже в случае плоской локализации и при предположении изотропной модели среды известной скорости сейсмической волны, применяемые методы не всегда гарантируют однозначность результата.

THE PROBLEM OF MINING TREMORS
LOCATION UNICITY

S u m m a r y

The problem of mining tremors location is most frequently solved on the basis of iterative methods or in an effective way by algebraic linearization of a nonlinear set of stations equations. Assuming an isotropic model of rock mass with a known velocity of a seismic wave in can be proved that even in the case of two-dimensional (plane) location the used methods do not always guarantee unicity of results.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Antoni Goszcz