

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"
13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"
25-28.04.1989 ZAKOPANE

Cezary RZYMKOWSKI

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej
Politechnika Warszawska

AUTOMATYZACJA PROCESU MODELOWANIA ROBOTÓW PRZEMYSŁOWYCH Z NAPĘDEM
ELEKTRYCZNYM W SYSTEMIE "CAMIR"

Streszczenie. W pracy przedstawiono propozycję uzupełnienia pakietu programów CAMIR [4],[5] o programy do komputerowego wspomagania modelowania manipulatorów z napędem elektrycznym.

Opisano sposób postępowania w przypadkach, w których dla poprawnego oddania własności dynamicznych napędu należy traktować analizowany mechanizm jako układ z zamkniętymi pętlami kinematycznymi.

1. Wstęp

Prezentowany już we wcześniejszych opracowaniach (np. [2]-[5]) pakiet CAMIR nie był pierwotnie przewidziany do zastosowań w układach z napędami elektrycznymi. Umożliwiał automatyczne tworzenie cyfrowych modeli symulacyjnych w postaci symbolicznej (wraz z częściowym upraszczaniem otrzymywanych ciągów wyrażeń symbolicznych) układów mechanicznych stanowiących przestrzenne, otwarte łańcuchy kinematyczne o sztywnych członach z napędami pneumatycznymi i hydraulicznymi. Pełny opis tej pierwszej wersji zawiera praca [5].

W latach 1987-1988 przeprowadzono udane próby zastosowania pakietu do modelowania obiektów innych niż roboty (koparka hydrauliczna, modele biomechaniczne: gimnastyk na drążku, koń skaczący przez przeszkodę).

Wobec szybko rosnącego udziału robotów z napędem elektrycznym, pojawiła się potrzeba uzupełnienia opracowanego systemu o program do automatyzacji procesu modelowania napędów elektrycznych występujących w robotach.

2. Rozszerzenie algorytmu generowania równań ruchu otwartych łańcuchów kinematycznych [2]-[5] na układy z napędami elektrycznymi, w których występują zamknięte pętle kinematyczne

Procesy przejściowe, w których istotną rolę odgrywa bezwładność elementów wirujących silników prądu stałego (powszechnie stosowanych w robotyce), trwają stosunkowo krótko. Jednakże w przypadku ich zastosowań do napędu robotów wykonujących skomplikowane ruchy trudno mówić o jakichkolwiek warunkach ustalonych. A zatem, efekty bezwładnościowe pochodzące od wirujących części napędów elektrycznych powinny być brane pod uwagę przy tworzeniu różniczkowego opisu dynamiki manipulatora. W pierwszym przybliżeniu można natomiast pominąć udział energii kinetycznej ruchu silowników elektrycznych jako całości. Można próbować redukcji odpowiednich momentów bezwładności, tak aby zachować układ równań opisujących manipulator w postaci odpowiadającej otwartemu łańcuchowi kinematycznemu (z liczbą współrzędnych równą liczbie stopni swobody układu).

W przypadku algorytmu ogólnego, który ma mieć zastosowanie do rozwiązywania zadań dla całej klasy manipulatorów, wygodniej jest postąpić inaczej. Należy wygenerować odpowiedni układ równań ruchu we współrzędnych "wygodnych", to znaczy takich, dla których łatwo określić wyrażenie opisujące energię kinetyczną i siły uogólnione. Liczba współrzędnych "wygodnych" będzie zwykle większa od liczby stopni swobody układu.

Dla formalizmu Lagrange'a odpowiedni układ równań można wówczas zapisać w postaci ([6]):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\nu} - \frac{\partial T}{\partial q_\nu} = Q_\nu + \sum_{i=1}^k \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial q_\nu} \quad (\nu=1,2,\dots,m) \\ f_i(q_1, q_2, \dots, q_m) = 0; \quad (i=1,2,\dots,k) \end{array} \right. \quad (1a) \quad (1b)$$

gdzie: T - energia kinetyczna układu,

q_ν, \dot{q}_ν - współrzędne i prędkości uogólnione ("wygodne"),

Q_ν - siły uogólnione,

$m=n+k-1$ - wsp. "wygodnych", z których tylko n jest niezal.,

n - liczba stopni swobody układu,

f_i - funkcje określające równania więzów,

λ_i - mnożniki Lagrange'a.

Metoda z wykorzystaniem mnożników Lagrange'a znalazła zastosowanie w wielu systemach do analizy układów wielomasowych (ang. *multibody systems*) zawierających zamknięte pętle kinematyczne.

Układ (1a,b) jest układem równań różniczkowo-algebraicznych. Ponieważ brak jest dotychczas dostatecznie efektywnych uniwersalnych metod rozwiązywania tego typu układów, wygodnie jest zamiast bezpośredniego rozwiązywania powyższego zadania sprowadzić je do klasycznego zagadnienia początkowego dla układu równań zwyczajnych przez wyeliminowanie mnożników Lagrange'a. Do rozwiązania czystego układu równań różniczkowych można już bez większego trudu dobrać odpowiednią procedurę numeryczną.

Za przyjętym rozwiązaniem przemawia dodatkowo fakt, że przeprowadzenie eliminacji jest w omawianym przypadku stosunkowo proste. Wykorzystuje się w tym celu równanie możliwych przyspieszeń wynikających z narzuconych więzów ($\sum_{i=1}^k \frac{d^2 f_i}{dt^2} = 0$, $i=1,2,\dots,k$).

Podobnie jak przy prowadzeniu prac wcześniejszych ([2]-[5]) przyjęto, że generowany układ równań ruchu manipulatora będzie wykorzystywany w procesie symulacji komputerowej. Dlatego starano się sprowadzić do możliwie małej liczby dodatkowych (w stosunku do modelu bez napędów) operacji zmiennoprzecinkowych występujących w modelu, co w oczywisty sposób wpływa na czas całkowania.

Pozostaje kwestia modelowania samych silników elektrycznych prądu stałego. Mimo swej prostoty, dobre wyniki daje model opisany równaniem:

$$L_l \frac{di}{dt} + R_l i = U - K_E \omega \quad (2)$$

gdzie: L_l, R_l - indukcyjność i rezystancja uzwojeń twornika,

K_E - stała napięcia,

U, i - napięcie i natężenie prądu doprowadzanego do silnika,

ω - prędkość obrotowa wirnika.

Moment użyteczny na wale silnika równy jest różnicy $K_T i - M_T$,

gdzie: K_T - stała momentu, M_T - moment tarcia.

Współczynniki występujące w równaniu (2) są zwykle podawane w katalogach firmowych, mogą też być dla danego silnika wyznaczone doświadczalnie.

Równania (2) dla poszczególnych silników elektrycznych dodać należy do sprowadzonych (po wyeliminowaniu mnożników Lagrange'a) do postaci układu równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu związków (1a). Pełny układ można następnie scałkować wykorzystując jedną z wielu dostępnych procedur. Aktualnie na szczególną uwagę zasługują tu DE/STEP Shampine'a i Gordona oraz DIFSUB Geara.

Dla ustalenia uwagi dalsze rozważania przeprowadzono na przykładzie manipulatora (rys.1) o równoległej strukturze ramienia z napędem elektrycznym i przekładniami śrubowymi, który został wykonany w Politechnice Warszawskiej [1]. Jest to przykład o tyle ciekawy, że w analizowanym układzie występują zamknięte pętle kinematyczne, a mimo to udaje się wykorzystać programy pakietu CAMIR przeznaczone pierwotnie do modelowania otwartych łańcuchów kinematycznych.

W omawianym przypadku równania więzów można zapisać w postaci:

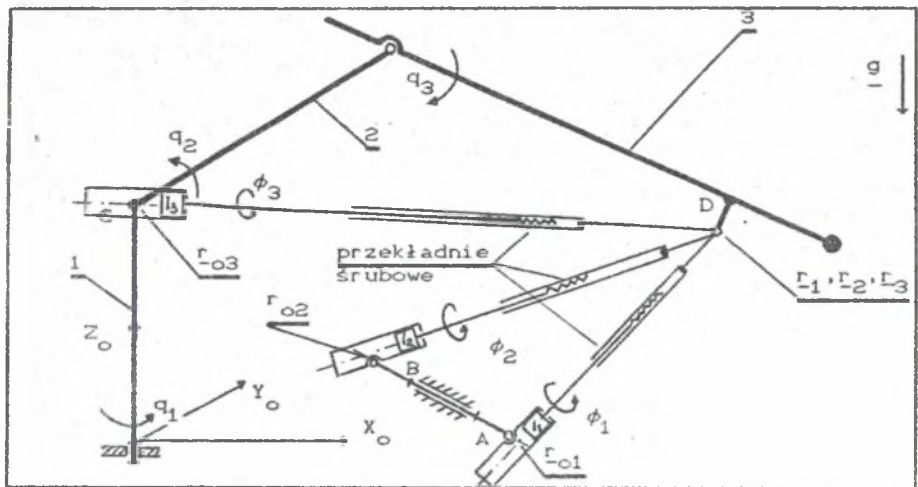
$$f_i = (r_{i1} - r_{i0})^2 - (s_{i0} + x_1 \phi_1)^2 = 0 \quad (i=1,2,\dots,k) \quad (3)$$

gdzie: r_{i1}, r_{i0} - wektory określające współrzędne końców i-tego siłownika w globalnym układzie odniesienia obliczone na podstawie aktualnej konfiguracji głównego łańcucha (człony 1-3 na rys.1) określonej przez współrzędne $q_1 - q_3$,

s_{i0} - początkowa długość i-tego siłownika,

$x_1 \phi_1$ - przyrost długości i-tego siłownika przy obrocie wirnika w silniku napędzającym o kąt ϕ_1 (x_1 - przełożenie),

k - liczba więzów (dla omawianego układu $n=k=3$, $r_{i0} = \text{const}$).



Rys. 1. Uproszczony schemat modelowanego manipulatora.

Fig. 1. Simplified scheme of the modelled manipulator.

(Na rysunku nie oznaczono klas poszczególnych par kinematycznych. Konstrukcja przegubów A, B, C, D jest taka [1], że układ jako całość posiada 3 stopnie swobody)

Wyodrębniono główny łańcuch kinematyczny (człony 1-3) - otwarty - opisany współrzędnymi uogólnionymi $q_1 - q_3$.

Dla układu z napędami, w wyrażeniu na energię kinetyczną - w porównaniu z postacią daną np. w [5] - pojawia się dodatkowy człon. Można teraz napisać:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^n \sum_{j=1}^n a_{\nu j}(q_1, \dots, q_n) \dot{q}_\nu \dot{q}_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k I_j \dot{\phi}_j^2 \quad (4)$$

gdzie: I_j - moment bezwładności części wirujących j -tego silnika względem osi obrotu (k - liczba silników),
 $\dot{\phi}_j$ - prędkość obrotowa wirnika w silniku " j ".

Układ równań ruchu manipulatora z napędami również rozbudowuje się:

$$\sum_{j=1}^n a_{\nu j} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \Gamma_{\nu, jk} \dot{q}_j \dot{q}_k = \dot{q}_\nu + \sum_{\mu=1}^k \lambda_\mu \frac{\partial f_\mu}{\partial q_\nu} \quad (5a)$$

$$I_i \ddot{\phi}_i = M_i + \sum_{\mu=1}^k \lambda_\mu \frac{\partial f_\mu}{\partial \phi_i} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (5b)$$

$$f_\mu(q_1, \dots, q_n, \phi_1, \dots, \phi_k) = (r_\mu - r_{\mu 0})^2 - (s_{\mu 0} + \kappa_\mu \phi_\mu)^2 = 0; \quad (\mu=1, 2, \dots, k) \quad (5c)$$

gdzie: $\Gamma_{\nu, jk} = \Gamma_{\nu, kj}$ - symbole Christoffela,

q_ν - siły uogólnione.

Jak wspomniano już wcześniej, jest to układ różniczkowo-algebraiczny, z którego należy wyeliminować związki algebraiczne. Wykorzystuje się w tym celu równanie możliwych przyspieszeń wynikających z narzuconych więzów ($d^2 f_\mu / dt^2 = 0$, $\mu=1,2,3$):

$$\frac{d^2 f_\mu}{dt^2} = \dots = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_\mu}{\partial q_i} \right) \dot{q}_i + \sum_{j=1}^k \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial f_\mu}{\partial \phi_j} \right) \dot{\phi}_j + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_\mu}{\partial q_i} \ddot{q}_i + \sum_{j=1}^k \frac{\partial f_\mu}{\partial \phi_j} \ddot{\phi}_j = 0 \quad (6)$$

Okazuje się, że wyrażenia określające kolejne pochodne w powyższym równaniu funkcji reprezentującej więzy można stosunkowo łatwo uzyskać wykorzystując odpowiednie wyrażenia generowane przez opracowane wcześniej programy [5] w czasie tworzenia równań ruchu dla głównego łańcucha.

Po określeniu równań możliwych przyspieszeń przeprowadza się eliminację mnożników Lagrange'a z układu (5), który teraz przepisać można w postaci:

$$\begin{bmatrix} A & \Phi \\ \Phi^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\phi}} \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ - \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F \\ - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ - \end{bmatrix} \quad \text{- równanie (5a,b)} \quad (7a)$$

$$\begin{bmatrix} F \\ - \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\phi}} \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ - \end{bmatrix} \quad \text{- równanie (5c) po przekształceniu do (6)} \quad (7b)$$

Proste przekształcenia prowadzą do układu algebraicznych równań liniowych, z którego bez trudu wyznacza się wektor $\boldsymbol{\lambda}$:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ - \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^{-1} & \Phi \\ \Phi & \mathbf{0}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ - \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ - \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F \\ - \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^{-1} & \Phi \\ \Phi & \mathbf{0}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ - \end{bmatrix} \quad (8)$$

3. Uwagi końcowe

Przedstawiony algorytm został przyjęty za podstawę do opracowania odpowiednich uzupełnień do pakietu CAMIR. Praca ta nie została jeszcze zakończona. Przewiduje się jej kontynuację w najbliższych miesiącach. Rozwiązanie zadania będącego przedmiotem niniejszego rozdziału w postaci zamkniętego systemu programów okazało się bowiem bardziej pracochłonne, niż początkowo można było przypuszczać.

LITERATURA

1. K. MIANOWSKI, K. NAZARCZUK, T. URBANIEC: Ocena kinematycznych i dynamicznych własności ramienia manipulatora o napędzie równoległym. Praca zgłoszona na XIII Międzynarodowe Kolokwium "Modele w projektowaniu i konstrukcji maszyn", Zakopane 1989.
2. C. RZYMKOWSKI: Komputerowe generowanie równan stanu dla napędów pneumatycznych i hydraulicznych. Międzynarodowa Konf. CAD, Zakopane. Zbiór referatów, str.110-116, 1985.
3. C. RZYMKOWSKI: Automatyczne modelowanie pewnej klasy manipulatorów. Krajowa Konferencja Robotyki. Prace Naukowe Instytutu Cybernetyki Technicznej Pol. Wrocławskiej, Seria K, nr.25, str.95-102, 1985.
4. C. RZYMKOWSKI: Computer aided modelling of pneumo-hydraulic robots. Ro.man.sy'86, Cracow, pp. 148-154, Hermes, Paris 1987.
5. C. RZYMKOWSKI: Wspomagane komputerowo modelowanie otwartych łańcuchów kinematycznych o sztywnych członach z napędami pneumatycznymi i hydraulicznymi. Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1987.
6. B. SKALMIERSKI: Mechanika. PWN, Warszawa 1982.

ПРИМЕНЕНИЕ ПАКЕТА ПРОГРАМНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ CAMIR ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РОБОТОВ

Р е з ю м е

В работе представляется укомплектование пакета CAMIR [4],[5] для моделирования промышленных роботов с электрическими приводами.

Описан тоже образ действий в случае когда в механизме надо учесть замкнутые кинематические цепи.

COMPUTER AIDED MODELLING OF ELECTRIC-DRIVEN ROBOTS WITH THE HELP
OF CAMIR SYSTEM

S u m m a r y

A supplement to package CAMIR [4],[5] for computer aided modelling of industrial robots with electric drives is presented in this paper.

The way to proceed with mechanisms of closed kinematic chain structure is described, too.

Recenzent: dr inż. J. Świder

Wpłynęło do Redakcji 18.XII.1988 r.