

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"
13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"
25-28.04.1989 ZAKOPANE

А.И.] СМЕЛЯГИН

Кафедра прикладной механики

Новосибирский электротехнический институт

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО КПД ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ НАСОСОВ И МОЛОТОВ

Резюме

Изучается динамика молотов и насосов с оптимальным по КПД электромагнитным приводом возвратно-поступательного движения. Предлагается метод решения нелинейных дифференциальных уравнений, основанный на оценке средней невязки.

1. Введение

Одной из перспективных областей применения электромагнитных двигателей возвратно-поступательного движения является создание на их базе насосов [1,2] и мощных машин ударного действия - молотов [3]. Сравнительная простота конструкции, возможность повышения надежности работы выгодно отличают их от других типов машин аналогичного назначения.

Вольшая масса и габариты молотов не позволяют эффективно проводить экспериментальные исследования этих машин с целью их оптимизации. Поэтому основное внимание уделяется созданию новых и совершенствованию старых методов расчета и анализа работы этих машин на базе накопленного опыта эксплуатации.

Учитывая важность КПД как критерия степени совершенства любой машины, мы определим условия, необходимые для достижения максимального КПД у электромагнита, и формулу, позволяющую получить его значение [4].

Однако наличие максимально допустимого КПД для каждого конкретного насоса или молота еще не определяет способы его повышения.

Указать причины нерациональных потерь в реальном молоте может только сравнительный анализ динамических и статических характеристик реальной и оптимальной по КПД машин.

2. Уравнение динамики

Найдём динамические и статические характеристики оптимального по КПД электромагнитного насоса и молота, питающегося от источника постоянного напряжения. Уравнение механического равновесия для насоса и молота имеет вид

$$m\ddot{x} \pm F_{np} = F_3, \quad (1)$$

где m - масса подвижных частей (якоря);

\ddot{x} - ускорение движения якоря;

F_{np} - сила, противодействующая движению якоря;

$F_{np} = mg$ - сила веса якоря для молота;

$F_{np} = F_c$ - сила сопротивления жидкости для насосов;

g - ускорение силы тяжести;

F_3 - электромагнитная сила.

Знак "плюс" перед F_{np} относится к работе намагничивающей обмотки холостого хода, знак "минус" то же для рабочего хода (терминология заимствована из [3]).

У оптимального по КПД электромагнита, питающегося от постоянного источника напряжения, сила тяги имеет вид [4]:

$$F_3 = \frac{A_n}{T \cdot x'}, \quad (2)$$

где A_n - работа, которую должен совершить электромагнитный двигатель за время T ;

x' - скорость движения якоря.

Подставив (2) в (1), получим

$$m\ddot{x} \pm F_{np} = \frac{A_n}{T \cdot x'}. \quad (3)$$

Уравнение (3) - есть нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, не интегрируемое в квадратурах. Поэтому для определения приближенного его решения воспользуемся методом, основанным на оценке средней невязки.

3. Предлагаемый метод

При отыскании решений нелинейных дифференциальных уравнений, точное решение которых найти невозможно, могут быть применены два приближенных метода, основанные на оценке средней невязки - Галлеркина и Ритца [5]. К недостаткам этих методов следует отнести то, что при определении постоянных коэффициентов, минимизирующих невязку, даже применительно к простым исходным нелинейным дифференциальным уравнениям, приходится прибегать:

- к вычислению сложных, чаще всего не берущихся интегралов;

- к сложным алгебраическим уравнениям, которые обычно не имеют аналитических решений.

В силу этих недостатков методы Галеркина и Ритца, несмотря на их эффективность, не нашли широкого применения.

В данной работе для анализа динамики насосов и молотов предлагается способ решения дифференциальных уравнений, основанный на оценке средней невязки с помощью метода средних.

Допустим, есть дифференциальное уравнение, которое в общем виде может быть представлено:

$$x^{(n)} = F(t, x, x', x'', \dots, x^{n-1}), \quad (4)$$

где F - неизвестная нелинейная функция своих аргументов, заданная в некоторой области;

t - независимая переменная;

x - функция переменной t ;

x', x'', x^{n-1} - производные функции x по независимой переменной t .

Пусть уравнение (4) не удастся проинтегрировать в квадратурах, тогда, как и в методах Галеркина и Ритца, будем искать приближенное решение:

$$x(t) = \lambda_0 x_0(t) + \lambda_1 x_1(t) + \dots + \lambda_m x_m(t), \quad (5)$$

где $x(t)$ - функция, аппроксимирующая точное решение уравнения (4) и удовлетворяющая заранее известным начальным условиям;

$x_0(t)$ - функция, наиболее близко аппроксимирующая точное решение (4);

$x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)$ - поправочные функции;

$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ - постоянные коэффициенты, которые должны быть подобраны так, чтобы функция $x(t)$ была оптимальной.

Выбор функций, фигурирующих в (5), должен производиться таким образом, чтобы сумма небольшого их числа достаточно точно аппроксимировала на заданном интервале $a \leq t \leq b$ решение уравнения (4). Кроме того, желательно, чтобы эти функции были простыми, так как в дальнейшем обычно приходится анализировать полученное решение.

Очевидно, что при выборе функций необходимо предварительно знать свойства решения - на базе экспериментальных данных, логических выводов, численных решений и т.д.

Итак, если вид функций выбран, остается только найти постоянные $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$. Поскольку $X(t)$ не является точным решением (4), то после подстановки (5) в (4) получим некоторую функцию $\varepsilon(t)$, характеризующую меру приближения. Действительно, если бы $X(t)$ было точным решением (4), то функция $\varepsilon(t)$ тождественно равнялась бы нулю.

Мерой точности приближенного решения следует считать то, насколько невязка $\varepsilon(t)$ приближается и остается близкой к нулю на всем исследуемом интервале

Для определения постоянных $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ воспользуемся методом средних [6], согласно которому за наилучшее положение аппроксимирующей функции принимается то, для которого равна нулю сумма всех уклонов, т.е. должно иметь место равенство

$$J = \int_a^b \varepsilon(t) dt = 0. \quad (6)$$

Чтобы найти $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, необходимо интеграл (6) разбить на $m+1$ интегралов, содержащих примерно одинаковые участки интегрирования.

Приравняв нулю каждый из $m+1$ интегралов, получим систему, содержащую столько уравнений, сколько имеется неизвестных коэффициентов, т.е.

$$\left. \begin{aligned} \int_{a_0}^{a_1} \varepsilon(t) dt &= 0; \\ \int_{a_1}^{a_2} \varepsilon(t) dt &= 0; \\ \int_{a_m}^{a_{m+1}} \varepsilon(t) dt &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Решив систему (7), найдем коэффициенты $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$, оптимизирующие решение (5).

Так как сумма интегралов (7) равна нулю, то равен нулю и интеграл (6), что соответствует выбранному методу.

4. Динамика молотов и насосов

В соответствии с выше предлагаемым методом решение уравнения (3) будем искать в виде

$$x = x_0(t),$$

где $x_0(t)$ - функция, выбираемая таким образом, чтобы она удовлетворяла начальным условиям при $t=0, x=0$.

Пусть

$$x_0(t) = At^B, \quad (8)$$

где: A - неизвестный коэффициент, подлежащий определению;
 t - текущее значение времени;

B - известный коэффициент.

Вид функции (8) выбран с учетом решения уравнения (3) при $F_{np} = 0$.

Невязка, соответствующая приближенному решению (8), имеет вид

$$\varepsilon(t) = mA^2B(B-1)t^{B-2} \pm F_{np} \cdot A - \frac{A_n}{TB} t^{1-B}. \quad (9)$$

Для определения A должно выполняться равенство

$$\int_0^T \varepsilon(t) dt = 0. \quad (10)$$

Так как решение уравнения (1) определяется отдельно при рабочем и холостом ходе якоря, то, естественно, аппроксимацию целесообразно производить в течение работы каждой из намагничивающих обмоток отдельно. Поэтому интегрирование выполняем в пределах $0 \leq t \leq T$.

Подставив (9) в (10), после интегрирования получим квадратное уравнение для определения неизвестного коэффициента:

$$mA^2BT^{B-1} \pm F_{np}AT - \frac{A_n \cdot T^{1-B}}{B(2-B)}. \quad (11)$$

Решив (11) относительно A , получим:

$$A = \frac{F_{np} \cdot T^{2-B}}{2mB} \left[\sqrt{1 + \frac{16}{3} \frac{m}{(2-B) \cdot F_{np}^2 T^2}} \mp 1 \right]. \quad (12)$$

Перед квадратным корнем выбран знак "плюс", т.к. при "минусе" A становится отрицательным, что лишнего физического смысла.

Итак, приближенное решение уравнения (3) с учётом (12) будет иметь вид:

$$x = \frac{F_{np} \cdot T^{2-B}}{2mB} \left[\sqrt{1 + \frac{16}{3} \frac{mA_n}{(2-B)F_{np}^2 T^2}} \mp 1 \right] t^B. \quad (13)$$

В соответствии с (13) построены графики (рис. 1 и 2) движения якоря электромагнитного молота со следующими параметрами: $F_{np} = 1569,6$ Н; $m = 160$ кг; $T_{xx} = 0,14163$ с; $T_{px} = 0,14286$ с; $A_{xx} = 726,4873$ Н.м; $A_{px} = 1273,5131$ Н.м; причем, коэффициент B принимался равным $3/2$; здесь T_{xx} , T_{px} , A_{xx} , A_{px} - время и работа, совершенная намагничивающими обмотками холостого и рабочего хода соответственно.

На рисунках для оценки точности решения (13), приведено также точное решение уравнения (1), полученное методом изоклин [5].

Для получения решения методом изоклин уравнение (1) предварительно было приведено к виду

$$\frac{1}{2} m (x')^2 \pm F_{np} \cdot x - \frac{A_n}{T} t = 0,$$

или, что одно и то же,

$$x' = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{A_n}{T} t \mp F_{np} x \right)}. \quad (I4)$$

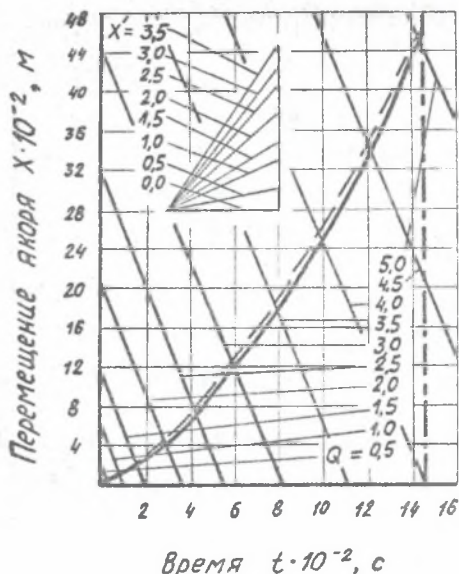
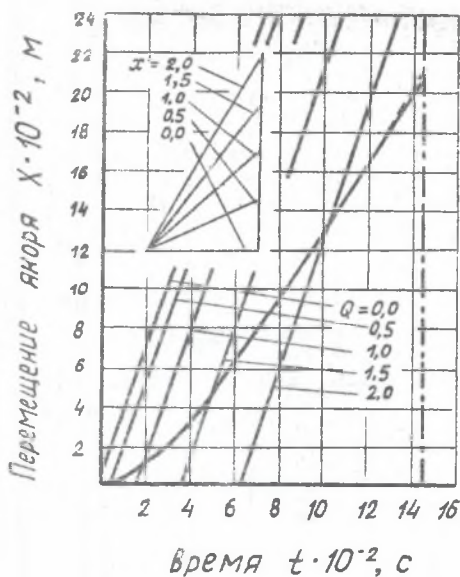


Рис.1. Движение якоря при рабочем ходе электромагнитного молота:
 - - - - расчет по аппроксимирующей формуле; ———— решение методом изоклин

Рис.2. Движение якоря при холостом ходе электромагнитного молота:
 - - - - расчет по аппроксимирующей формуле; ———— решение методом изоклин

Сравнивая решения, можно заключить, что результаты вычислений по (I3) хорошо совпадают с результатами вычислений по (I4), и поэтому можно считать, что аппроксимирующая функция для движения якоря молота выбрана правильно.

В конечной точке притяжения якоря его скорость x' и перемещение x из (I3) и (I4) определяется

$$x' = \sqrt{\frac{2}{m} (A_n \mp F_{np} \cdot x)};$$

$$x = \frac{F_{np} T^2}{2mB} \left[\sqrt{1 + \frac{16}{3} \frac{mA_n}{(2-B)F_{np}^2 T^2}} \mp 1 \right].$$

Итак, из [4] и по результатам, полученным в этой работе, можно заключить, что электромагнитные насосы и молоты, оптимальные по КПД и подключенные к источнику постоянного напряжения, должны иметь следующие

динамические характеристики

$$u = \text{const}; \quad i = \frac{U}{R} \left\{ 1 - 0,5 \left[1 + \sqrt{1 - 8A_n R / (U^2 T)} \right] \right\};$$

$$\psi = 0,5 \left(1 + \sqrt{1 - 8 \frac{A_n R}{U^2 T}} \right) U t; \quad L = 0,5 \frac{1 + \sqrt{1 - 8A_n R / (U^2 T)}}{1 - 0,5 \left[1 + \sqrt{1 - 8A_n R / (U^2 T)} \right]} R t;$$

$$x = \frac{F_{np} T^{2-B}}{2mB} \left[\sqrt{1 + \frac{16}{3} \frac{mA_n}{(2-B)F_{np}^2 T^2}} + 1 \right] t^B;$$

статические характеристики

$$L = 0,5 \frac{\left(1 + \sqrt{1 - 8 \frac{A_n R}{U^2 T}} \right) R x^{1/8}}{\left[1 - 0,5 \left(1 + \sqrt{1 - 8 \frac{A_n R}{U^2 T}} \right) \right] \cdot \left\{ \frac{F_{np} T^{2-B}}{2mB} \left[\sqrt{1 + \frac{16}{3} \frac{mA_n}{(2-B)F_{np}^2 T^2}} + 1 \right] \right\}^{1/8}},$$

где u , i , ψ , R , L - мгновенные значения напряжения, тока, потокосцепления, сопротивления и индуктивности.

Если при исследовании динамических и статических характеристик необходимо, кроме приведенных выше, исследовать еще скорость, ускорение якоря, электромагнитную силу, то необходимо поступить следующим образом. Найти численным или графическим методом (например, методом изоклин) перемещение якоря по уравнению (1), а затем из (14) найти скорость, из (2) - силу тяги электромагнита и из (1) - ускорение.

Определить скорость и ускорение путем дифференцирования (13) нельзя - это приводит к большим погрешностям, так как функция (13) подбиралась из условия наилучшей аппроксимации перемещения якоря (см. рис. 1, 2), а не скорости и ускорения.

Л и т е р а т у р а

- 1 Усаковский В.М. Инерционные насосы. - М.: Машиностроение, 1973.
- 2 Смелягин А.И., Мисюк Ю.П. Разработка и создание электромагнит-

- ного нагнетателя водных составов. - В сб.: Электромагнитные машины ударного действия. - Новосибирск: изд. ИГД СО АН СССР, 1978, с. 90.
- 3 Малов А.Т., Рябенцев Н.П., Посовец А.В. и др. Электромагнитные молоты. - Новосибирск: Наука, 1979.
- 4 Смелягин А.И. Максимальный коэффициент полезного действия электромагнита. - ФТИРПИ, 1981, № 3, с. 52.
- 5 Каннингхем В. Введение в теорию нелинейных систем. - М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962, с. 48.
- 6 Демидович В.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. - М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963.

ANALIZA DYNAMIKI POMP I MŁOTÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH O OPTIMALNEJ SPRAWNOŚCI

S t r e s z c z e n i e

W pracy przedstawiono dynamikę młotów i pomp z napędem elektromagnetycznym o optymalnej sprawności i ruchu posuwisto-zwrotnym. Zaproponowano metodę rozwiązania nieliniowych równań różniczkowych na podstawie oceny średniej odchyłki. Podano przykład liczbowy ilustrujący zastosowanie metody do analizy dynamiki pomp i młotów z napędem elektromagnetycznym.

DYNAMICS OF PUMPS AND HUMMERS WITH ELECTROMAGNETIC REVERSIBLE DRIVE HAVING OPTIMAL EFFICIENCY

S u m m a r y

The dynamics of pumps and hammers with electromagnetic reversible drive having optimal efficiency is considered in this paper. The method of solving the nonlinear differential equations is given. This method is based on averagemeans. The numerical example is given to illustrate the application of the method to the analysis of the dynamic characteristics of these machines.

Recenzent: prof. dr hab. inż. M. Zarzycki

Wpłynęło do Redakcji 9.XI.1988 r.