ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: MECHANIKA z. 91 Nr kol. 1026

XIII MIĘDZYNARODOWE KOLOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"

13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"

25-28.04.1989 ZAKOPANE

Dariusz SZWEDOWICZ
Jarosław SZWEDOWICZ

Wydział Budowy Maszyn
Politechnika Gdańska

ANALIZA OBCIĄŻEŃ STATYCZNYCH I DYNAMICZNYCH W PARACH KINEMATYCZNYCH MANIPULATORA

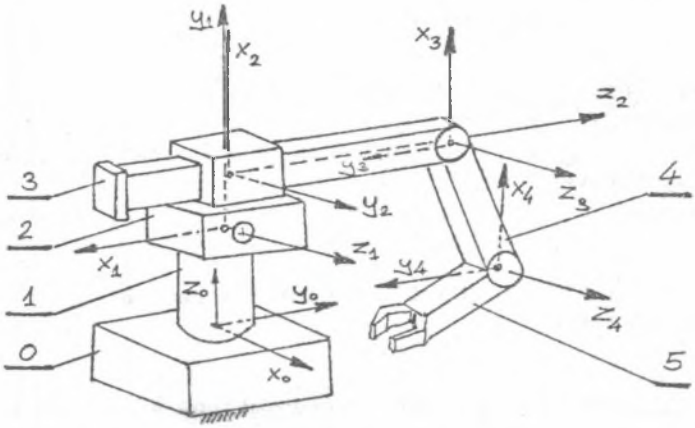
Streszczenie. W pracy przedstawiono metodę obliczania reakcji statycznych i dynamicznych w parach kinematycznych piątej klasy manipulatora o sztywnych członach.

1. Wprowadzenie

Podczas ruchów nieustalonych /rozruch,hamowanie/ manipulatora pary kinematyczne łączące kolejne jego człony podlegają cyklicznym obciążeniom. Duże przyspieszenia rozruchu i hamowania manipulatora powodują wzrost reakcji w parach kinematycznych. W czasie ruchów nieustalonych manipulatora na całkowite reakcje w parach kinematycznych składają się reakcje statyczne i dynamiczne pochodzące od sił bezwładności. Dokładna charakterystyka przebiegu zmian reakcji w parach kinematycznych manipulatora na etapie jego projektowania pozwala na prawidłowe dobranie prametrów konstrukcyjnych oraz dynamicznych ze względu na bezawaryjną eksploatację. W pracy przedstawiono sposób wyznaczania reakcji statycznych i dynamicznych manipulatora w parach kinematycznych piątej klasy typu obrotowego lub postępowego.

2. Model fizyczny i matematyczny manipulatora

W pracy założono manipulator jako przestrzenny otwarty łańcuch kinematyczny nieodkształcalnych brył połączonych parami kinematycznymi piątej klasy typu obrotowego lub postępowego. Układ inercjalny przyjmuje się z nieruchomą ostoją manipulatora.



Rys.1. Model fizyczny manipulatora z lokalnymi układami odniesienia.

Fig.1. The physical model of the manipulator with local coordination systems.

Podstawowe związki kinematyczne manipulatora wyprowadzono w oparciu o notację Denavita-Hartenberga [1], współrzędne jednorodne i macierze Bejczego [2]. Położenie dowolnego j-tego punktu i-tego członu w inercjalnym układzie odniesienia obliczamy w postaci:

$$\underline{r}_{j,o} = \underline{\underline{B}}_i \, \underline{r}_{j,i} \tag{1}$$

gdzie:

$\underline{r}_{j,o} = [x_{j,o}, y_{j,o}, z_{j,o}, 1]^T$ – współrzędne jednorodne j-tego punktu w inercjalnym układzie odniesienia,

$\underline{r}_{j,i} = [x_{j,i}, y_{j,i}, z_{j,i}, 1]^T$ – współrzędne jednorodne j-tego punktu w lokalnym i-tym układzie odniesienia,

$\underline{\underline{B}}_i$ – macierz transformacji rotacyjnej i translacyjnej i-tego lokalnego układu odniesienia do inercjalnego układu odniesienia według notacji Denavita-Harterberga.

Różniczkując zależność (1) względem czasu obliczamy prędkość

j-tego punktu w bazie inercjalnego układu. Tym samym energię kinetyczną dowolnego i-tego członu określamy w postaci:

$$E_{K,i} = \frac{1}{2}\, tr \left(\sum_{l=1}^{i} \sum_{k=1}^{i} \underline{\underline{B}}_{i,l}\, \underline{\underline{I}}_i\, \underline{\underline{B}}_{i,k}^T\, \dot{q}_l\, \dot{q}_k \right) , \qquad (2)$$

gdzie:

tr - trace,

$\underline{\underline{B}}_{i,k} = \frac{\partial}{\partial q_k} \underline{\underline{B}}_i$

$\underline{\underline{I}}_i$ - macierz pseudoinercji i-tego członu,

$\dot{q}_k$ - prędkość k-tej współrzędnej uogólnionej.

Korzystając z zależności (1), energię potencjalną i-tego członu obliczamy w postaci:

$$E_{P,i} = m_i\, \underline{g}\, \underline{\underline{B}}_i\, \underline{r}_{c,i} \qquad (3)$$

gdzie:

$\underline{g} = [g_x, g_y, g_z, 0]^T$ - macierz kolumnowa przyspieszenia ziemskiego w inercjalnym układzie odniesienia,

$\underline{r}_{c,i}$ - współrzędne jednorodne środka ciężkości i-tego członu,

m_i - masa i-tego członu.

Całkowitą energię kinetyczną i potencjalną manipulatora obliczamy jako sumę energii kinetycznych (2) i potencjalnych (3) kolejnych członów.

Równania ruchu manipulatora wyznaczamy na podstawie równań Lagrange'a II rodzaju [3] w postaci:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad , \; i=1,\ldots,N \qquad (4)$$

gdzie:

$L = E_K - E_P$ - oznacza funkcję Lagrange'a,

$E_K = \sum_{i=1}^{N} E_{K,i}$ - całkowita energia kinetyczna manipulatora,

$E_P = \sum_{i=1}^{N} E_{P,i}$ - całkowita energia potencjalna manipulatora,

Q_i - i-ta siła uogólniona,

$q_i, \dot{q}_i$ - przemieszczenie oraz prędkość i-tej współrzędnej uogólnionej,

N - oznacza liczbę członów manipulatora.

Wykorzystując zależności (2) i (3) oraz równania Lagrange'a II rodzaju (4), otrzymujemy równania ruchu manipulatora w postaci:

$$\underline{\underline{M}}(\underline{q})\ddot{\underline{q}} + \underline{\underline{G}}(\underline{q},\dot{\underline{q}})\dot{\underline{q}} + \underline{V}(\underline{q}) = \underline{Q}(\underline{q}) \qquad (5)$$

gdzie:

$\underline{\underline{M}}(\underline{q})$ - macierz pseudoinercji manipulatora,

$\underline{\underline{G}}(\underline{q},\dot{\underline{q}})$ - macierz efektów giroskopowych i odśrodkowych,

$\underline{V}(\underline{q})$ – macierz kolumnowa wynikająca z ruchu manipulatora w polu grawitacyjnym,

$\underline{Q}(\underline{q})$ – macierz kolumnowa sił uogólnionych.

Równanie macierzowe (5) ze względu na strukturę macierzy $\underline{\underline{M}}(\underline{q})$ i $\underline{\underline{G}}(\underline{q},\dot{\underline{q}})$ oraz macierze kolumnowe $\underline{V}(\underline{q})$ i $\underline{Q}(\underline{q})$ jest równaniem nieliniowym. Ze względu na iteracyjny sposób rozwiązywania równanie (5) przedstawiono w następującej postaci:

$$\underline{\underline{M}}(\underline{q}_{i-1})\ddot{\underline{q}}_i + \underline{\underline{G}}(\underline{q}_{i-1},\dot{\underline{q}}_{i-1})\dot{\underline{q}}_i + \underline{V}(\underline{q}_{i-1}) = \underline{Q}(\underline{q}_{i-1}) \quad , \qquad (6)$$

gdzie:

$\underline{q}_{i-1},\dot{\underline{q}}_{i-1}$ – macierze kolumnowe przemieszczeń i prędkości współrzędnych uogólnionych z poprzedniego kroku całkowania,

$\underline{q}_i,\dot{\underline{q}}_i,\ddot{\underline{q}}_i$ – macierze kolumnowe przemieszczeń, prędkości i przyśpieszeń współrzędnych uogólnionych dla aktualnego kroku całkowania.

W niniejszej pracy do całkowania równań (6) zastosowano metodę Newmarka z postępowaniem iteracyjnym dla spełnienia zbieżności rozwiązania. Tym samym dla zadanych parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych można określić zmianę konfiguracji całego łańcucha kinematycznego członów manipulatora oraz ich przyspieszeń.

3. Obliczanie reakcji statycznych i dynamicznych dowolnej pary kinematycznej manipulatora

Reakcje statyczne i dynamiczne dowolnej pary kinematycznej są funkcją aktualnej konfiguracji manipulatora, mas kolejnych członów i sił zewnętrznych oraz sił bezwładności.

Zakładając nieskończenie małą zmianę położenia dowolnego członu możemy wyznaczyć pracę sił wirtualnych wykonanych przez siły zewnętrzne, bezwładności i ciężkości przyłożone do tego członu. Jednocześnie określamy pracę sił uogólnionych odpowiadającą założonej zmianie konfiguracji analizowanego członu manipulatora. Tym samym otrzymano dwa układy sił realizujących jednakową pracę przygotowaną przy tych samych więzach nałożonych na układ. Analizowane dwa układy sił realizują jednakowe prace przygotowane, a więc są dynamicznie równoważne. Przyrównując prace wykonane przez te dwa układy sił otrzymano macierz reakcji j-tej pary kinematycznej w postaci:

$$\underline{\underline{R}}_j = \underline{\underline{A}}_j(\underline{\underline{R}}_j^{(s)} + \underline{\underline{R}}_j^{(g)} + \underline{\underline{R}}_j^{(a)})\underline{\underline{A}}_j^T \quad , \qquad (7)$$

gdzie:

$\underline{\underline{A}}_j$ – macierz transformacji j-tego lokalnego układu odniesienia do układu (j-1),

$\underline{\underline{A}}_j^T$ – macierz transponowana macierzy $\underline{\underline{A}}_j$,

$\underline{\underline{R}}_j^{(a)}$ – macierz sił bezwładności j-tego członu,

$\underline{\underline{R}}_j^{(g)}$ – macierz sił ciężkości j-tego członu,

$\underline{\underline{R}}_j^{(s)}$ – macierz sił zewnętrznych j-tego członu.

Macierz sił zewnętrznych $\underline{\underline{R}}_j^{(s)}$ obliczamy według układu równań macierzowych w postaci:

$$\underline{\underline{R}}_j^{(s)} = \underline{\underline{A}}_j \, \underline{\underline{R}}_{j+1}^{(s)} \, \underline{\underline{A}}_{j+1}^T + \underline{\underline{P}}_j \tag{8}$$

$$\underline{\underline{R}}_n^{(s)} = \underline{\underline{P}}_n$$

gdzie:

$$\underline{\underline{P}}_j = \sum_{k=1}^{f} \underline{\underline{F}}_{j,k} \, \underline{\underline{r}}_{k,j}^T \quad , \tag{9}$$

przy czym:

$\underline{\underline{F}}_{j,k} = [\, F_{x,k}^{(j)}, \; F_{y,k}^{(j)}, \; F_{z,k}^{(j)}, \; 0 \,]$ –wektor jednorodny (k)-tej siły działającej na (j)-ty człon,

f –oznacza liczbę sił zewnętrznych działających na j-ty człon,

$\underline{\underline{r}}_{k,j}$ –wektor promień punktu przyłożenia k-tej siły,

n –oznacza liczbę członów w łańcuchu kinematycznym manipulatora.

Macierz sił ciężkości $\underline{\underline{R}}_j^{(g)}$ obliczamy w postaci:

$$\underline{\underline{R}}_j^{(g)} = \underline{\underline{B}}_{j-1}^{-1} \underline{g}_o \underline{\underline{r}}_{c_{j,j}}^T + \sum_{i=j+1}^{n} \underline{\underline{B}}_{j-1}^{-1} \underline{g}_o \underline{\underline{r}}_{c_{i,i}}^T \left(\prod_{l=j+1}^{i} \underline{\underline{A}}_l \right)^T , \tag{10}$$

Macierz sił bezwładności $\underline{\underline{R}}_j^{(a)}$ określamy jako zależność:

$$\underline{\underline{R}}_j^{(a)} = \underline{\underline{a}}_{j-1,j} \, \underline{\underline{r}}_{c_{j,j}}^T + \sum_{i=j+1}^{n} \underline{\underline{a}}_{j-1,i} \, \underline{\underline{r}}_{c_{i,i}}^T \left(\prod_{k=j+1}^{i} \underline{\underline{A}}_k \right)^T , \tag{11}$$

gdzie:

$\underline{\underline{a}}_{j-1,i} = \underline{\underline{B}}_{j-1}^{-1} \dfrac{d^2}{dt^2} (\underline{\underline{B}}_i) \, \underline{\underline{r}}_{c_{i,i}}$ –wektor jednorodny przyspieszenia i-tego członu względem bazy (j-1)-ego lokalnego układu odniesienia.

Reakcje w (j)-tej parze kinematycznej wyrażone w (j-1)-tym lokalnym układzie odniesienia obliczamy w postaci:

$$R_{j,k} = \mathrm{tr} \{ (\underline{\underline{R}}_j^{(s)} + \underline{\underline{R}}_j^{(g)} + \underline{\underline{R}}_j^{(a)}) \, \underline{\underline{A}}_j^T \, \underline{\underline{D}}_k^T \} \quad , k=1,\ldots,6 \tag{12}$$

gdzie:

$\underline{\underline{D}}_k$ – macierz zero jedynkowa odpowiadająca rzutom normalnym na osie (j)-tego układu odniesienia.

Macierze zero-jedynkowe $\underline{\underline{D}}_k$ przyjęto w postaci:

$$\underline{\underline{D}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad \underline{\underline{D}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad \underline{\underline{D}}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{D}}_4=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&+1&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix};\quad \underline{\underline{D}}_5=\begin{bmatrix}0&0&+1&0\\0&0&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix};\quad \underline{\underline{D}}_6=\begin{bmatrix}0&-1&0&0\\+1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

zależności $R_{j,1}$, $R_{j,2}$, $R_{j,3}$ odpowiadają reakcjom skupionym, a $R_{j,4}$, $R_{j,5}$, $R_{j,6}$ – momentom sił reakcji względem osi x_{j-1}, y_{j-1}, z_{j-1}.

Na podstawie przedstawionego algorytmu napisano program komputerowy w języku FORTRAN 77 zaimplementowany na komputerze IBM PC/XT.

LITERATURA

[1] J. DENAVIT, R.S. HARTENBERG: A kinetic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. Trans., ASME. J.Appl.Mech. E77, 22, 1955, pp.215-222.

[2] A.K. BEJCZY : Robot arm dynamics and control , Jet Propulsion Lab., Pasadena, CA, Tech. Memo. Feb.1974, pp.33-669.

[3] R. GUTOWSKI : Mechanika analityczna, PWN, Warszawa 1971.

АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ МАНИПУЛЯТОРА

Р е з ю м е

В работе представлены аналитические зависимости рассчета статических и динамических реакций в кинематических парах пятого класса манипулятора с жесткими членами.

CALCULATION OF STATICAL AND DYNAMICAL REACTION IN MANIPULATOR'S KINEMATIC PAIRS

S u m m a r y

In the paper are presented formulas of calculation of statical and dynamical reaction in a manipulator's kinematic pairs. The manipulator is regarded as an open three-dimensional kinematic chain of rigid links.

Recenzent: prof. dr hab. inż. J. Wojnarowski

Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.