

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"
13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"
25-28.04.1989 ZAKOPANE

Władysław TWARDŃ

Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn
Politechnika Wrocławska

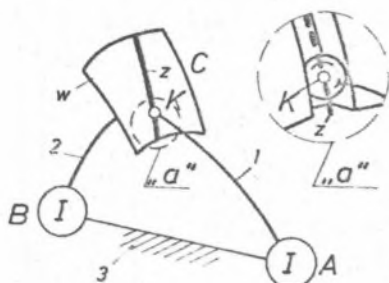
PODSTAWY KINEMATYCZNE PROJEKTOWANIA MECHANIZMÓW TRÓJCZŁONOWYCH*

Streszczenie. W pracy przeprowadzono analizę kinematyczną trójczłonowych mechanizmów realizujących transformacje ruchów prostych (obrotowego i postępowego). Wyprowadzono ogólne związki opisujące geometrię członu biernego i jego prawo ruchu. Nakładając na prawo ruchu określone wymagania dotyczące początku i końca współpracy obu członów, uzyskano zależności umożliwiające dobór podstawowych parametrów opisujących geometrię projektowanego mechanizmu.

1. Wprowadzenie

Wiele procesów technologicznych wymaga realizacji ruchu charakteryzującego się określonymi przerwami, w czasie których zachodzi obróbka, dozowanie, paczkowanie itp. Tego typu ruchy przerywane można uzyskać w wyniku zatrzymywania i uruchamiania członu czynnego, stosowania sprzęgieł rozłącznych lub poprzez wykorzystanie specjalnych mechanizmów umożliwiających zmianę ciągłego ruchu na ruch przerywany. Do takich mechanizmów należą między innymi mechanizmy: zębate (o niepełnym uzębieniu), dźwigniowo-zębate, zapadkowe i maltańskie. Wśród tych ostatnich można wyróżnić często stosowane mechanizmy o zazębieniu wewnętrznym i zewnętrznym oraz mechanizmy sferyczne [1], [2] i [4]. Bliższa analiza [3] możliwych rozwiązań mechanizmów maltańskich wykazuje, że powszechnie znane i stosowane są jedynie przedstawicielami obszernej rodziny takich trójczłonowych mechanizmów. Stwierdzenie to spowodowało zwrócenie uwagi właśnie na tego typu mechanizmy, a w szczególności na metodę tworzenia i dobór ich geometrii. Przykładowy mechanizm (rys.1) składa się z podstawy 3 tworzącej z członem czynnym 1 i członem

* Praca została wykonana w ramach RP-I.06.

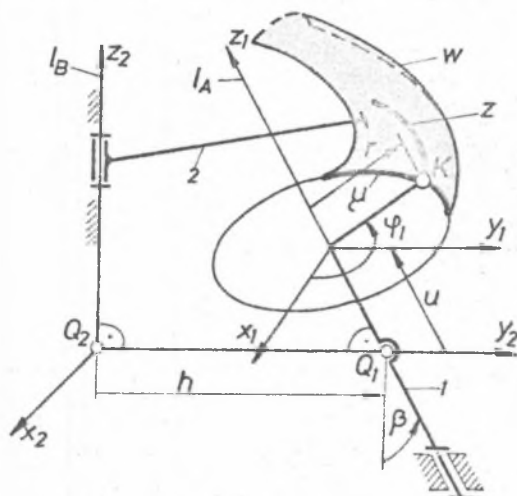


Rys. 1. Mechanizm trójczłonowy
Fig. 1. Three member mechanism

biernym 2 pary I klasy (obrotowe lub postępowe). Człon 1 z członem 2 tworzy parę V klasy, której półpara należąca do członu 2 jest fragmentem pewnej powierzchni, natomiast drugą półparą stanowi kula o środku w punkcie K należąca do członu 1. W niniejszej pracy podjęto zagadnienie określania powierzchni będącej półparą członu 2 oraz parametrów geometrycznych mechanizmu przy zadanych ruchach obu członów oraz spełnieniu pewnych wymogów dotyczących kinetyki.

2. Opis kształtu członu biernego

Do określenia członu biernego wprowadzono pojęcie tzw. powierzchni współpracy w [3] wyznaczonej przez ruch toru μ (rys. 2) (ruch



Rys. 2. Ilustracja powierzchni współpracy.

Fig. 2. Illustration of the contact surface.

ten jest zgodny z ruchem członu 2) względem osi ruchu l_B . Powierzchnia ta rozumiana jako miejsce geometryczne punktu K w układzie członu 2 będzie traktowana jako powierzchnia bryły członu 2 sprzężonego ruchowo z członem 1. Zakładając ciągłe jednoznacznie określone ruchy członów 1 i 2, punkt K opisuje w układzie członu 2 linię współpracy z leżącą na powierzchni współpracy w . Odwrotnie więc przyjmując na powierzchni współpracy w pewną linię współpracy z i zapewniając prowadzenie punktu K wzdłuż tej linii można otrzymać jednoznaczne sprzężenie ruchu obu członów. W ogólnym przypadku kształt powierzchni współpracy w zależy od ruchu członów 1 i 2 oraz od parametrów geometrycznych członów 1 i 2. Członny te opisane są następującymi parametrami:

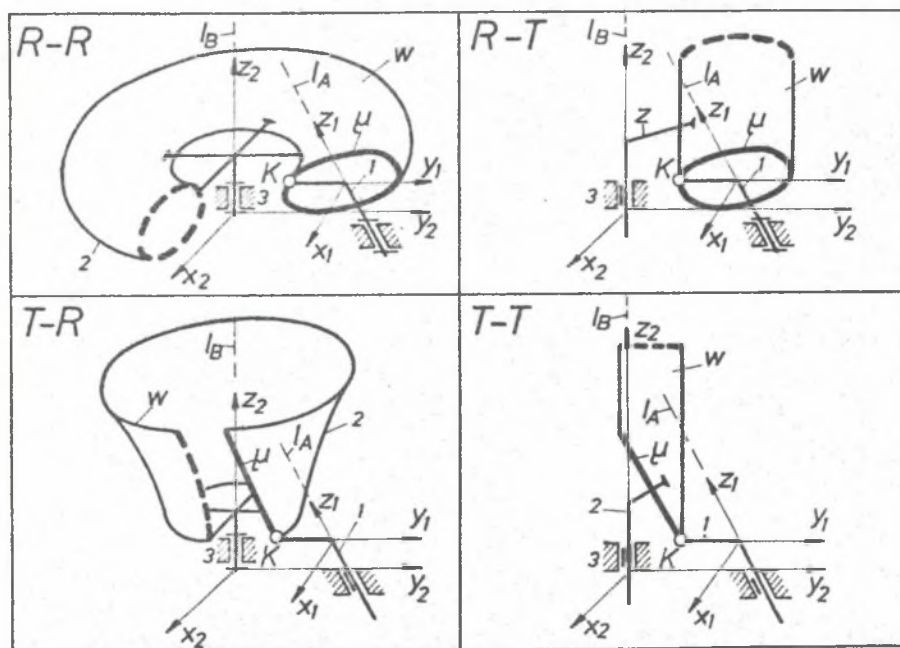
- człon 1: r - odległość punktu K od osi l_A , u - odległość początkowego położenia punktu K od punktu Q_1 ,
 - podstawa 3: h - odległość pomiędzy osiami ruchu (odległość pomiędzy punktami Q_1 i Q_2), β - kąt zwichrowania osi ruchu.
- Można więc zauważyć, że kształt powierzchni współpracy określony jest parametrami h , u , r i β oraz jest uzależniony od ruchu członów 1 i 2. Analityczny zapis tej powierzchni można przedstawić za pomocą następującej zależności [3]:

$$\begin{aligned}
 x_2 &= [r \cos\varphi_1 \cos\beta + (u + s_1)\sin\beta]\cos\varphi_{2b} - (h + r \sin\varphi_1)\sin\varphi_{2b} \\
 y_2 &= [r \cos\varphi_1 \cos\beta + (u + s_1)\sin\beta]\sin\varphi_{2b} - (h + r \sin\varphi_1)\cos\varphi_{2b} \\
 z_2 &= -r \cos\varphi_1 \sin\beta + (u + s_1)\sin\beta + s_2
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

gdzie: φ_1 - kąt obrotu członu 1, s_1 - przemieszczenie członu 1,
 φ_{2b} - kąt obrotu członu 2 (niezależny od ruchu członu 1),
 s_2 - przemieszczenie członu 2 (niezależne od ruchu członu 1).

Zakładając, że każdy z ruchomych członów może wykonywać jedynie ruch obrotowy - R lub postępowy - T, zależność (1) opisuje powierzchnię współpracy (kształt członu 2) w mechanizmach realizujących następujące transformacje ruchów:

$$\begin{aligned}
 R - R, & \text{ gdy } s_1 = 0, s_2 = 0 \\
 R - T, & \text{ gdy } s_1 = 0, \varphi_{2b} = 0 \\
 T - R, & \text{ gdy } r = 0, s_2 = 0 \\
 T - T, & \text{ gdy } r = 0, \varphi_{2b} = 0
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

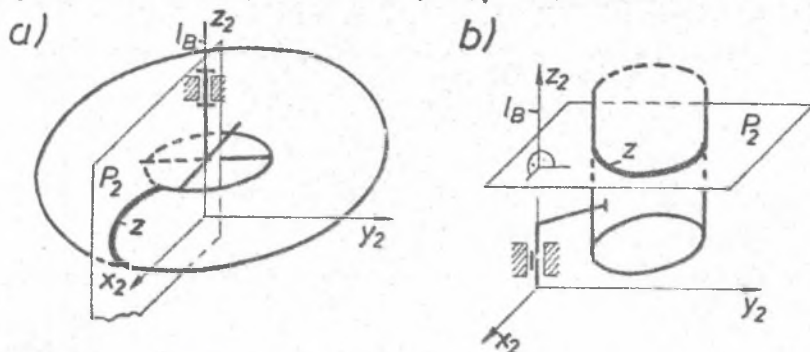


Rys.3. Przykłady powierzchni współpracy.
 Fig.3. Examples of contact surfaces.

Zakładając dalej stałe wartości parametrów h , u , r i β , a następnie podstawiając je wraz z warunkami (2) do zależności (1), otrzymano przykładowe powierzchnie współpracy przedstawione na rys.3. Powierzchnie te lub ich fragmenty można wykorzystać przy kształtowaniu członu biernego.

3. Prawo ruchu

Uzyskanie jednoznacznie określonego ruchu członu 2 wymaga zdeterminowania linii współpracy z. Zakładając, że linia współpracy z każdorazowo będzie śladem przecięcia powierzchni współpracy przez płaszczyznę P_2 , która zawiera oś ruchu l_B (rys.4a), gdy człon 2 wykonuje ruch obrotowy lub jest prostopadła do osi l_B (rys.4b), gdy człon 2 wykonuje ruch postępowy, otrzymano:



Rys.4. Przykładowe linie współpracy

Fig.4. Examples of contact lines

$$\varphi_2 = \arctg \frac{h + r \sin \varphi_1}{r \cos \varphi_1 \cos \beta + (u + s_1) \sin \beta} \cos \alpha \quad (3.1)$$

$$l_2 = [-r \cos \varphi_1 \sin \beta + (u + s_1) \cos \beta] \sin \alpha \quad (3.2)$$

gdzie: α - kąt zawarty pomiędzy osią l_B a płaszczyzną P_2 .
Różniczkując zależność (3), otrzymano kolejną postać prawa ruchu:

$$\omega_2 = \omega_1 r \frac{[h \sin \varphi_1 \cos \beta + (u + s_1) \cos \varphi_1 \sin \beta + r \cos \beta] \cos \alpha}{A + B + 2hr \sin \varphi_1 - r^2 \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \beta + r^2 + h^2} +$$

$$- v_1 \frac{(h + r \sin \varphi_1) \sin \beta \cos \alpha}{A + B + 2hr \sin \varphi_1 - r^2 \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \beta + r^2 + h^2} \quad (4.1)$$

$$v_2 = (\omega_1 r \sin \varphi_1 \sin \beta + v_1 \cos \beta) \sin \alpha \quad (4.2)$$

gdzie: $A = r(u + s_1) \cos \varphi_1 \sin 2\beta$

$$B = (u + s_1)^2 \sin^2 \beta$$

Z analizy zależności (4) wynika, że we wszystkich mechanizmach następuje transformacja ciągłego ruchu członu 1 na ciągły ruch członu 2, przy czym w mechanizmie R - R człon 2 wykonuje ruch wahadłowy, a w mechanizmie R - T ruch postępowo-zwrotny. Fakt, że w mechanizmach R - R i R - T następuje zmiana kierunku ruchu członu 2, sugeruje wykorzystanie tylko fragmentu powierzchni współpracy do kształtowania członu 2, co pozwoli uzyskać jednokierunkowy ruch przerywany tego członu. Zjawisko to nie występuje w mechani-

zmach T - R i T - T, a więc uruchamianiu i zatrzymywaniu członu 2 towarzyszyć będzie tzw. twardy uder. Z tego względu mechanizmy T - R i T - T powinny posiadać inaczej kształtowaną linię współpracy, a w niniejszej pracy zostaną pominięte.

4. Podstawy kinematyczne kształtowania członu biernego

Przy określaniu parametrów geometrycznych opisujących wykorzystany fragment powierzchni w należy uwzględnić wymagania techniczne dotyczące łagodnego przechodzenia członu 2 ze stanu spoczynku do ruchu i odwrotnie. Wymagania te można zdefiniować zależnością:

$$\omega_2(\varphi_{1p}) = \omega_2(\varphi_{1k}) = 0 \quad (5.1)$$

$$v_2(\varphi_{1p}) = v_2(\varphi_{1k}) = 0 \quad (5.2)$$

Podstawiając warunki (5) do (4), a następnie do (3), po przekształceniach otrzymano całkowitą drogę członu 2 dla pełnego cyklu członu 1:

$$\varphi_{2c} = \arctg \frac{2r\sqrt{u^2 \sin^2 \beta + (h^2 - r^2) \cos^2 \beta}}{h^2 - r^2 + (u^2 + r^2) \sin^2 \beta} \cos \alpha \quad (5.4)$$

$$l_{2c} = 2r \sin \alpha \sin \alpha \quad (6.2)$$

Związki (4), (5) i (6) pozwalają na wyznaczenie trzech parametrów opisujących geometrię mechanizmu R - R lub R - T. Przykładowo, zakładając φ_{1p} , φ_{1k} , φ_{2c} , otrzymano:

$$\beta = \arccos \frac{1}{\sin \varphi_{2c}} \sqrt{\frac{1}{2} C - D - \frac{1}{2} \sqrt{(C - 2D)^2 - 4D^2 \sin^4 \varphi_{2c}}} \quad (7)$$

$$u = \frac{r - \sqrt{r^2 - h^2 (\sin \varphi_{1p} + \sin \varphi_{1k})^2}}{\operatorname{tg} (\sin \varphi_{1p} + \sin \varphi_{1k})} \quad (8)$$

$$h = r \left| \frac{\sin \varphi_{1k} - \sin \varphi_{1p}}{\sin \varphi_{2c}} \right| \quad (9)$$

gdzie: $C = (\operatorname{tg}^2 \varphi_{1p} + \operatorname{tg}^2 \varphi_{1k}) \cos^2 \varphi_{2c}$, $D = \operatorname{tg} \varphi_{1p} \operatorname{tg} \varphi_{1k}$.

Zakładając inne wielkości, można otrzymać podobne związki na inne parametry, np. zakres współpracy obu członów.

5. Zakończenie

Śród wielu typów mechanizmów trójczłonowych umożliwiających transformację ruchu członu czynnego na ruch członu biernego wyróżniono i bliżej przeanalizowano 4 typy najprostsze oznaczone skrótowo: R - R, R - T, T - R, i T - T. Dla nich wprowadzono ogólne związki opisujące geometrię członu biernego (1), jego prawo ruchu (3), (4) powiązane z kształtem linii współpracy.

Przedstawioną metodę i wyprowadzone wzory (7) - (9) można wykorzystać w procesie projektowania całej rodziny mechanizmów poszczególnych typów realizujących zamianę ciągłych ruchów na ruchy przerywane.

LITERATURA

- [1] K. HAIN: Getriebebeispiel - Atlas. Dussldorf VDI- Verlag 1973.
- [2] S. MILLER: Układy kinematyczne. WNT, Warszawa 1988.
- [3] W. TWARÓG, S. MILLER: Zad. II. Podstawy budowy i analiza kinematyczna trójczłonowych mechanizmów realizujących ruchy przerywane. Raport IKEM nr 125/88 Wrocław 1988.
- [4] J. VOLMER i inni: Getriebetechnik VEB Verlag Technik, Berlin 68.

KINEMATIC BASES DESIGNING OF THREE MEMBER MECHANISMS

S u m m a r y

In the paper the kinematic analysis of three member mechanisms, which realize transformation of simple movements rotary and translatory, has been carried out. The general equations describing the shape of an output member and its motion law were derived. assuming some conditions concerning both the initial and final phase of members contact, the relations enabling to calculate basic dimensions of designed mechanisms, have been obtained.

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТРЕХЧЛЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

Р е з ю м е

В работе представлен кинематический анализ трехчленных механизмов, реализующих трансформацию простых движений /вращательного и поступательного/. Введены общие связи, описывающие геометрию пассивного члена и право его движения. Накладывая на правило движения определенные требования, касающиеся начала и конца сотрудничества двух членов, получены зависимости, позволяющие подобрать параметры, описывающие геометрию проектированного механизма.

Recenzent: dr inż. A. Buchacz

Wpłynęło do Redakcji 15.XII.1988 r.