

Władysław ŁUKASZEK

## ZASADA WZAJEMNOŚCI PRZENIKANIA PROMIENIOWANIA JĄDROWEGO PRZEZ OŚRODKI WARSTWOWE

**Streszczenie.** W artykule została opisana pewna prawidłowość przenikania promieniowania jądrowego przez ośrodki warstwowe (osłony warstwowe), nazwana zasadą wzajemności.

Zasada wzajemności może być zastosowana do określania osłabienia promieniowania jądrowego emitowanego przez źródła izotropowe lub padającego normalnie na powierzchnię osłony warstwowej.

## THE PRINCIPLE OF RECIPROCITY OF THE PENETRATION NUCLEAR RADIATION IN STRATIFIED SLABS

**Summary.** In this paper a regularity of the penetration nuclear radiation in stratified slabs (in stratified shields), named as principle of reciprocity is described.

The principle can be used for determination the attenuation of nuclear radiation due to the isotropic sources and to the radiation normally incident on the surface of the stratified shield.

## DAS PRINZIP DER GEGENSEITIGKEIT DER DURCHDRINGUNG DER KERNSTRAHLUNG DURCH DIE SCHICHTSCHIRME

**Resümee.** Der Autor beschreibt eine Regelmäßigkeit der Durchdringung der Kernstrahlung durch die Schichtschirme die wird als Prinzip der Gegenseitigkeit genannt.

Das Prinzip kann man verwenden für Determination der Absorption der Kernstrahlung der isotropen Quellen und der Strahlung senkrecht fallender auf die Schirmfläche.

Rozpatruje się ośrodek warstwowy (ośrodek o skończonej grubości i o nieograniczonej rozciągłości poprzecznej), nazywany również osłoną warstwową, złożony z kilku warstw jednorodnych. W szczególności ośrodek warstwowy może stanowić jedna warstwa jednorodna (osłona jednowarstwowa).

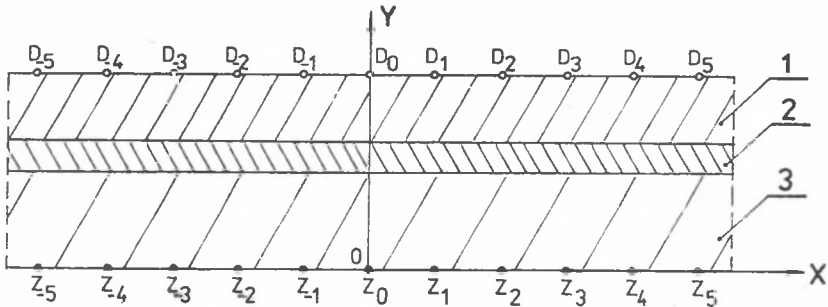
W ośrodku warstwowym (rys.1) mają miejsce następujące relacje:

$$G(|\vec{Z}_n \vec{D}_q|) = G(|\vec{Z}_q \vec{D}_n|) \quad , \quad (1a)$$

$$|\vec{Z}_n \vec{D}_q| = |\vec{Z}_q \vec{D}_n| \quad , \quad (1b)$$

dla  $n, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  .

Symbolem  $G$  oznaczono funkcję wpływu osłony [1]. Symbole  $Z$  oraz  $D$  (bez indeksów) oznaczają punkty bieżące, natomiast te same symbole lecz z indeksami oznaczają odpowiednio punkty ustalone źródła lub detektora. W dalszych rozważaniach zamiast symbolu typu  $|\vec{Z}_n \vec{D}_q|$  stosować się będzie zapis skrócony  $Z_n D_q$  oznaczający odległość między punktami  $Z_n$  i  $D_q$ .



Rys.1. Osłona trzywarstwowa (1,2,3 - warstwy jednorodne). Położenia punktowych izotropowych źródeł i detektorów oznaczono odpowiednio:  $\dots Z_{-2}, Z_{-1}, Z_0, Z_1, Z_2, \dots$  oraz  $\dots D_{-2}, D_{-1}, D_0, D_1, D_2, \dots$ .

Fig.1. The stratified slab composed of three materials (1,2,3 - the homogeneous slabs). The position of point isotropic sources and detectors are indicated as  $\dots Z_{-2}, Z_{-1}, Z_0, Z_1, Z_2, \dots$  and  $D_{-2}, D_{-1}, D_0, D_1, D_2, \dots$  respectively.

## 1. IZOTROPOWE, PUNKTOWE ŹRÓDŁA I DETEKTORY

Za pomocą punktowych źródeł i detektorów izotropowych może być dobrze zilustrowana pewna prawidłowość rozprzestrzeniania się promieniowania jądrowego w ośrodkach warstwowych, która nazywana będzie zasadą wzajemności. Przy założeniu, że źródła posiadają równe wydajności  $S$  ( $s^{-1}$ ) i scharakteryzowane są tym samym rozkładem energii emitowanego promieniowania można napisać dla osłony warstwowej z rysunku 1

$$W(Z_n D_0) = W^*(Z_0 D_n) \quad (2)$$

oraz

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} W(Z_n D_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W^*(Z_0 D_n) \quad , \quad (3)$$

gdzie:

$W(Z_n D_0)$  - wartość wielkości fizycznej  $W$  określona detektorem  $D_0$ , uwarunkowana źródłem  $Z_n$ ,

$W^*(Z_0 D_n)$  - wartość wielkości fizycznej  $W^*$  określona detektorem  $D_n$ , uwarunkowana źródłem  $Z_0$ .

Równość (3) zgodna liczbowo i wymiarowo może być zinterpretowana następująco: Suma wielkości fizycznych  $W$  (np. gęstości strumieni cząstek, gęstości strumieni energii, mocy dawek) zmierzonych detektorem  $D_0$ , spowodowanych rozkładem źródeł  $Z_n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), jest równa sumie wielkości fizycznych  $W^*$  zmierzonych w punktach  $D_n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), spowodowanych przez źródło  $Z_0$ .

W celu zrealizowania (np. w eksperymencie fizycznym) zależności (3) istnieje możliwość zastosowania jednego źródła  $Z_0$  i jednego detektora wykorzystywanego kolejno w punktach  $D_0, D_1, D_2, \dots$ . Punkty  $D_{-1}, D_{-2}, \dots$  mogą być pominięte, ponieważ

$$W(Z_0 D_{-k}) = W(Z_0 D_k), \quad (4)$$

dla  $k = 1, 2, \dots$

Lewa strona równości (3), tzn. suma wartości wielkości fizycznych  $W$  zmierzonych detektorem  $D_0$ , spowodowanych rozkładem źródeł  $Z_n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ), może być oszacowana za pomocą źródła  $Z_0$  i pomiarów wykonanych jednym detektorem w dostatecznie dużej liczbie punktów  $Z_n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$ ). Można więc napisać dla dostatecznie dużego  $N$ :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} W(Z_n, D_0) \approx \sum_{n=-N}^{+N} W^*(Z_0, D_n) \quad (5)$$

Inna realizacja lewej strony równości (3) sprowadza się do zastąpienia jednokrotnego pomiaru detektorem  $D_0$  w obecności rozkładu źródeł  $Z_n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) ciągiem pomiarów wykonywanych detektorem  $D_0$ , przy zastosowaniu jednego źródła ustawianego kolejno w miejscach przewidzianych dla źródeł  $Z_n$ .

## 2. CIĄGŁE ŹRÓDŁA IZOTROPOWE I IZOTROPOWE DETEKTORY

### 2.1. Źródło liniowe o stałej wydajności liniowej

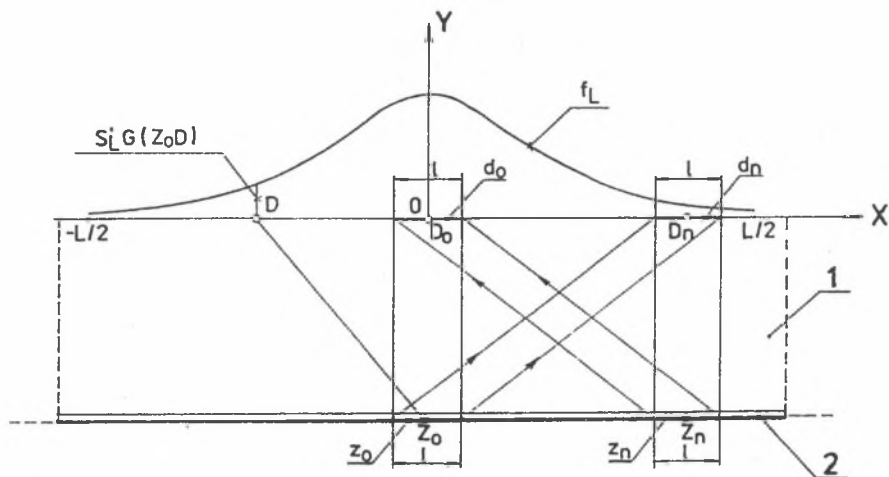
Dla elementów liniowego źródła o stałej wydajności liniowej  $S_L$  ( $\text{cm}^{-1} \text{s}^{-1}$ ) i osłony warstwowej z rysunku 2, w nawiązaniu do zasady wzajemności można napisać:

$$W(z_n, d_0) = W(z_0, d_n) \quad (6)$$

gdzie:

- $W$  - analizowana wielkość fizyczna interpretowana jako funkcja dwóch argumentów uzależniających wartość wielkości od wyboru elementu źródła i położenia detektora,
- $d_n$  - detektor izotropowy o długości równej  $l$ , którego środek geometryczny określa punkt  $D_n$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,
- $z_n$  - element źródła liniowego o długości równej  $l$ , którego środek geometryczny określa punkt  $Z_n$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

Równość (6) oznacza, że wielkość fizyczna określona za pomocą promieniowania zarejestrowanego przez detektor  $d_0$  i spowodowana emisją z elementu źródła  $z_n$  jest równa wielkości fizycznej określonej za pomocą detektora  $d_n$  i spowodowanej emisją z elementu  $z_0$ .



Rys.2. Osłona warstwowa (1) z izotropowym źródłem liniowym (2) o wydajności  $S_L$  ( $\text{cm}^{-1}\text{s}^{-1}$ ). Przykładowy wykres funkcji  $f_L$  jest pokazany w przedziale  $\{-L/2, L/2\}$

Fig.2. The stratified slab (1) and isotropic line source (2) emitted  $S_L$  particles per unit length per unit time. An exemplary variation of the function  $f_L$  is shown in the range  $-L/2$  to  $L/2$ .

Wielkość fizyczna  $W_L$  uwarunkowana promieniowaniem źródła liniowego (zasada wzajemności) spełnia warunek:

$$W_L = \sum_{n=-\infty}^{\infty} W(z_0, d_n). \quad (7)$$

Można wprowadzić oszacowanie

$$W_L \approx \sum_{-N}^{+N} W(z_0, d_n). \quad (8)$$

wykorzystując  $(N + 1)$  wskazań tego samego detektora promieniowania. Wpływ źródła liniowego może być więc oszacowany za pomocą promieniowania rejestrowanego na odcinku o łącznej długości  $L = 2N \cdot l$ .

Źródło izotropowe liniowe można rozpatrywać jako zbiór elementarnych izotropowych źródeł punktowych. Wykorzystując funkcję wpływu osłony otrzymuje się zależność [2]:

$$W_L = S_L \int_{-\infty}^{+\infty} G(ZD_0) dx, \quad (9)$$

gdzie:

$D_0$  - ustalony punkt detekcji przyjęty w połowie długości detektora  $d_0$ ,

$Z$  - bieżący punkt źródła.

Stosując zasadę wzajemności uzyskuje się równość liczbową:

$$W_L = S_L^* \int_{-\infty}^{+\infty} G(Z_0D) dx, \quad (10)$$

gdzie:

$S_L^*$  - wydajność punktowego źródła izotropowego równa liczbowo wydajności  $S_L$ ,  $s^{-1}$ ,

$Z_0$  - ustalony punkt położenia źródła  $S_L^*$  przyjęty w połowie długości elementu źródła  $z_0$ ,

$D$  - bieżący punkt detekcji.

Dla dostatecznie długiego odcinka  $L$  otrzymuje się oszacowanie:

$$W_L \approx S_L^* \int_{-L/2}^{L/2} G(Z_0D) dx, \quad (11)$$

Przykładowy wykres funkcji

$$f_L = S_L^* G(Z_0D)$$

w przedziale  $[-L/2, L/2]$  pokazany jest na rysunku 2.

## 2.2. Źródło płaskie izotropowe o stałej wydajności powierzchniowej

Wielkość fizyczna  $W_P$  uwarunkowana promieniowaniem izotropowego źródła płaskiego o stałej wydajności powierzchniowej  $S_P$  ( $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) może być wyznaczona w punkcie detekcji  $D_0$  za pomocą zależności [2]:

$$W_P = S_P \int_{(A)} G(ZD_0) \, dA \quad (12a)$$

lub

$$W_P = 2\pi S_P \int_{r=0}^{\infty} G(ZD_0) r \, dr, \quad (12b)$$

gdzie:

- $dA$  - element powierzchni źródła płaskiego w dowolnym układzie współrzędnych,
- $2\pi r \cdot dr$  - element powierzchni źródła płaskiego w układzie biegunowym,
- $Z_0 D_0$  - grubość osłony warstwowej, cm,

$$r = \sqrt{(ZD_0)^2 - (Z_0 D_0)^2}.$$

Zgodnie z zasadą wzajemności, wykorzystując źródło punktowe o wydajności  $S_P^*$  (liczbowo równej wydajności  $S_P$ ) ustawione w punkcie  $Z_0$ , można napisać:

$$W_P^* = 2\pi S_P^* \int_{r=0}^{\infty} G(Z_0 D) r \, dr.$$

Z równości liczbowej

$$W_P = W_P^*.$$

przy dostatecznie dużej wartości  $r = r_0$ , wynika oszacowanie:

$$W_P \approx 2\pi S_P^* \int_{r=0}^{r_0} G(Z_0 D) r \, dr . \quad (13)$$

### 2.3. Źródło objętościowe izotropowe o stałej wydajności objętościowej

W celu wyprowadzenia odpowiednich wzorów przybliżonych wprowadza się podział materiału źródła objętościowego na warstwy za pomocą układu płaszczyzn równoległych do ścian płaskich osłony warstwowej. Grubości warstw, licząc od powierzchni osłony kontaktującej się ze źródłem objętościowym, przyjmuje się równe:

$$2l_1, 2l_2, 2l_3, \dots$$

W dalszej kolejności wprowadza się układ źródeł płaskich połowiących wyróżnione warstwy źródła objętościowego, ustawionych w odległościach (odległości względem powierzchni osłony)

$$l_1, 2l_1 + l_2, 2l_1 + 2l_2 + l_3, \dots$$

o wydajnościach powierzchniowych

$$S_{P,1}, S_{P,2}, S_{P,3}, \dots$$

równych liczbowo wydajności źródła objętościowego  $S_V$  ( $\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ ).

Przykładowy podział materiału źródła na warstwy oraz układ źródeł płaskich zastępujących źródło objętościowe jest pokazany na rysunku 3.

Nawiązując do zasady wzajemności, w punktach

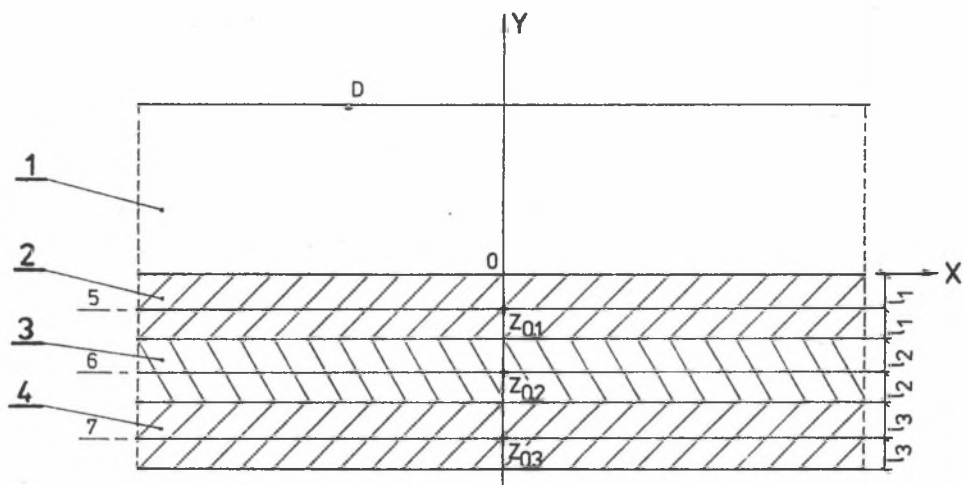
$$Z_{0,1}, Z_{0,2}, Z_{0,3}, \dots$$

mogą być ustawione izotropowe źródła punktowe o wydajnościach

$$S_{P,1}^*, S_{P,2}^*, S_{P,3}^*, \dots$$

równych liczbowo odpowiednim wydajnościom powierzchniowych źródeł płaskich.





Rys.3. Osłona warstwowa (1) ze źródłem objętościowym. Materiał źródła objętościowego podzielono na trzy warstwy (2,3,4). Emisję źródła objętościowego zastąpiono emisją układu złożonego z trzech źródeł płaskich (5,6,7)

Fig.3. The stratified slab (1) and volume source. The material of volume source is divided into three slabs (2,3,4). The emission of volume source is replaced by emission of arrangement consisted of three plane sources (5,6,7).

Dla źródła objętościowego i układu źródeł płaskich ma miejsce przybliżona zależność liczbowa:

$$W_V \approx 2\pi \sum_{n=1}^N S_{P,n} \int_{r=C}^{r_n} G_N(Z_{0,n}, D) r dr, \quad (14)$$

gdzie:

$W_V$  - wielkość fizyczna uwarunkowana promieniowaniem źródła objętościowego,

$N$  - liczba warstw, na które podzielony został materiał źródła objętościowego, liczba zastępczych źródeł płaskich,

$G_n$  - funkcja wpływu osłony uwzględniająca osłonę warstwową oraz  $n$  odpowiednich warstw materiału źródła objętościowego (warstwy o grubościach  $2l_1, 2l_2, \dots, 2l_{n-1}, l_n$ ),

$r_n$  - promień obszaru na powierzchni osłony warstwowej, z którego zbierane jest promieniowanie źródła  $S_{P,n}^*$ ,

$D$  - bieżący punkt detekcji.

W przypadku gdy wydajność źródła objętościowego jest funkcją  $y$ , wydajności izotropowych źródeł punktowych mogą być przyjmowane zgodnie z zależnością liczbową:

$$S_P^*(y) = S_V(y).$$

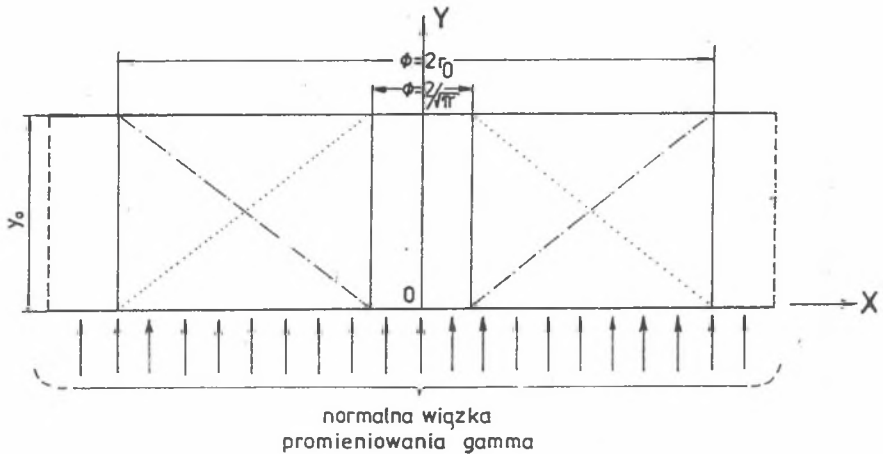
### 3. NORMALNE PADANIE PROMIENIOWANIA I IZOTROPOWE DETEKTORY

Rozpatruje się przypadek, gdy na płaską powierzchnię osłony warstwowej określoną równaniem  $y = 0$  pada normalnie jednorodna wiązka promieniowania o gęstości strumienia cząstek równej  $S_0$  ( $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ). Promieniowanie (pierwotne i wtórne) przenikające przez materiał osłony warstwowej o grubości  $y_0$  ustala na powierzchni osłony  $y = y_0$  pewną wartość wielkości fizycznej  $W_N$ .

Zgodnie z zasadą wzajemności wkład w wielkość fizyczną  $W_N$  promieniowania wpływającego przez element jednostkowy osłony (element powierzchni o polu równym  $1 \text{ cm}^2$ ) w otoczeniu punktu  $(x_0, y_0, z_0)$ , spowodowany promieniowaniem wpływającym normalnie do osłony przez element jednostkowy w otoczeniu punktu  $(x, 0, z)$ , jest równy wkładowi promieniowania wpływającego przez element jednostkowy osłony w otoczeniu punktu  $(x, y_0, z)$ , spowodowanemu promieniowaniem wpływającym normalnie do osłony przez element jednostkowy w otoczeniu punktu  $(x_0, 0, z_0)$ .

Wypowiedziana zasada może być wykorzystana praktycznie w sposób zilustrowany na rysunku 4, na którym pokazane zostały obszary o promieniach  $\pi^{-1/2}$  i  $r_0$ , spełniające odpowiednio role obszarów, przez które promieniowanie wpływa lub wypływa z osłony warstwowej i odwrotnie.

Przy dostatecznie dużym promieniu  $r_0$  wartość wielkości fizycznej  $W_N$  może być oszacowana za pomocą promieniowania wpływającego przez powierzchnię jednostkową o promieniu  $\pi^{-1/2}$ , spowodowanego promieniowaniem wpływającym przez obszar  $r_0^2\pi$  lub za pomocą promieniowania wpływającego przez obszar  $r_0^2\pi$ , spowodowanego promieniowaniem wpływającym przez powierzchnię jednostkową o promieniu  $\pi^{-1/2}$ .



Rys.4. Ilustracja zasady wzajemności w zastosowaniu do szacowania wartości wielkości fizycznych spowodowanych promieniowaniem padającym normalnie na osłonę warstwową. Wartość wybranej wielkości fizycznej może być oszacowana za pomocą promieniowania wypływającego przez obszar  $r_0^2\pi$ , a spowodowanego promieniowaniem wpływającym przez obszar o polu równym  $1 \text{ cm}^2$ . Wymienione obszary stanowią podstawy stożka o poboczniczy oznaczonej linią - - - - -. Oś Z układu współrzędnych jest prostopadła do płaszczyzny rysunku

Fig.4. The illustration of application the principle of reciprocity. The estimation of values of physical quantities due to the radiation normally incident on the surface of stratified shield. The value of selected physical quantity can be estimated by means the radiation flowed out through the area  $r_0^2\pi$  due to the radiation flowed through the area  $1 \text{ cm}^2$ . The mentioned areas determine the basis of a cone: the side surface of the cone is given by sign- - - - -. The Z-axis is perpendicular to the drawing plane.

Promieniowanie wypływające z obszaru o powierzchni  $r_0^2\pi$ , spowodowane promieniowaniem wpływającym przez obszar o promieniu  $\pi^{-1/2}$  obejmuje:

- promieniowanie pierwotne i wtórne w zakresie  $0 \leq r \leq \pi^{-1/2}$ ,
- promieniowanie wtórne w zakresie  $r > \pi^{-1/2}$ .

Jeżeli analizowaną wielkością  $W_N$  jest gęstość strumienia promieniowania gamma, wówczas gęstość strumienia promieniowania pierwotnego  $\varphi_P$  jest określona wzorem [3]:

$$\varphi_P = S_0 e^{-\mu y_0},$$

gdzie  $\mu$  ( $\text{cm}^{-1}$ ) jest liniowym współczynnikiem oddziaływania promieniowania gamma dla materiału osłony.

Opisana zasada wzajemności w odniesieniu do promieniowania wpływającego do osłony warstwowej przez powierzchnię jednostkową została wykorzystana w modelu matematycznym zastosowanym w pracy [4] do szacowania wartości współczynników narostu promieniowania gamma. Należy zaznaczyć, że model zapewnia poprawne szacowanie gęstości strumienia pierwotnego i wtórnego promieniowania gamma, przenikającego osłonę warstwową.

#### LITERATURA

- [1] Glasstone S.: Podstawy techniki reaktorów jądrowych (tłum. z jęz. ang.), PWN, Warszawa 1958.
- [2] Wood J.: Computational Methods in Reactor Shielding, Wyd. I, Pergamon Press, Oxford-Frankfurt 1982.
- [3] Blizard E. (redakcja): Biologiczesczaka zaszczita jadernych reaktorow (tłum. z jęz. ang.), Atomizdat, Moskwa 1965.
- [4] Łukaszek W.: Wyznaczanie współczynników narostu promieniowania gamma metodą Monte Carlo (w druku).

Recenzent: Prof. dr hab.inż. Andrzej Zastawny

Wpłynęło do Redakcji 10. 12. 92r.

#### Abstract

In this paper a regularity of the penetration nuclear radiation in stratified slabs (in stratified shields) is described. The regularity is named as principle of reciprocity.

For example in Fig. I is shown stratified slab composed of three materials. The points A and B as well as points C and D are situated on perpendicular line to the surface of the shield. Are taken into account the two relations:

1) equality of distances

$$|\overline{AD}| = |\overline{CB}| ,$$

(I.1)

2) equality of point kernel functions

$$G(|\overrightarrow{AD}|) = G(|\overrightarrow{CB}|) . \quad (I.2)$$

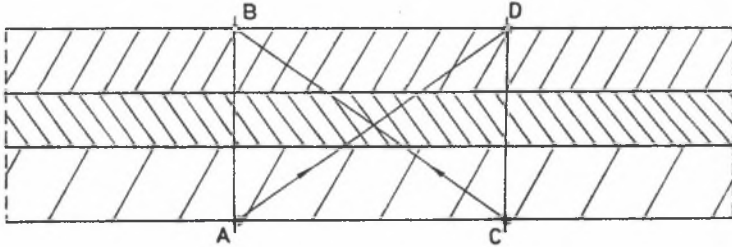


Fig. I. Titleless

The relations (I.1) and (I.2) are fundamental for principle of reciprocity and for various applications.

The principle of reciprocity can be used for numerical and experimental estimation of values of physical quantities due to the nuclear radiation penetrated the shield. The application have respect to isotropic sources (point source, line source, plane source, volume source) and to radiation normally incident on the surface of the shield.