ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ Seria: ENERGETYKA z.117

Władysław ŁUKASZEK Politechnika Śląska

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKÓW NAROSTU PROMIENIOWANIA GAMMA METODĄ MONTE CARLO

Streszczenie. Artykuł zawiera opis modelu matematycznego zastosowanego do wyznaczania wartości współczynników narostu promieniowania gamma padającego prostopadle na powierzchnię osłony jednowarstwowej. Obliczenia metodą Monte Carlo zostały wykonane dla czterech materiałów osłony, a mianowicie dla żelaza, cyny, ołowiu i wody.

DETERMINATION OF TRANSMISSION BUILDUP FACTORS BY MONTE CARLO METHOD

Summary. In this paper a mathematical model is described to obtain the buildup factors for gamma-rays which is normally incident on single slab shield. The Monte Carlo calculations have been performed for four materials of slab shield, namely, namely for iron, tin, lead and water.

BESTIMMUNG DER AUFBAUFAKTOREN DER GAMMASTRAHLUNG MIT VERWENDUNG DER MONTE CARLO BERECHNUNGEN

Zusammenfassung. In dieser Arbeit wurde ein mathematisches Modell geschrieben für Bestimmung der Aufbaufaktoren der Gammastrahlung die direkt fällt auf die Wand der Schichtabschirmung. Die Monte Carlo Berechnungen wurden für Schichten aus Eisen, Zinn, Blei und Wasser durchgeführt.

1. WPROWADZENIE

Opisany w pracy model szacowania wartości wielkości fizycznych dotyczących promieniowania gamma przenikającego osłonę warstwową zastosowany został do wyznaczania wartości współczynników narostu. Podstawy teoretyczne opracowanego modelu wynikają z zasady wzajemności rozprzestrzeniania się promieniowania jądrowego w osłonach warstwowych sformułowanej w pozycji [1]. Przy założeniu normalnego padania promieniowania na osłonę obliczenia wartości współczynników narostu dla osłony jednowarstwowej wykonano prostą metodą Monte Carlo za pomocą programu komputerowego napisanego w języku FORTRAN. Wyniki obliczeń dla wariantów różniących się energią promieniowania, materiałami i grubościami osłony zostały zebrane w odpowiedniej tablicy (tablica 1). Dostępne dane literaturowe wykorzystano do dyskusji i porównania z uzyskanymi wynikami obliczeń.

2. WYBRANE POJĘCIA I DEFINICJE

Osłona warstwowa. (N-warstwowa). Osłona złożona z N warstw (płyt) jednorodnych, ustawionych prostopadle do osi Z w prostokątnym układzie współrzędnych (X,Y,Z), posiadających grubości z_1, z_2, \ldots, z_N i nieograniczone rozciągłości poprzeczne względem osi Z. Zakłada się, że sąsiadujące warstwy osłony wykonane są z różnych materiałów. Powierzchnia osłony o równaniu z = 0 nazywana jest ścianą wewnętrzną, natomiast powierzchnia o równaniu z = $z_1 + z_2 + \ldots + z_n$ nazywana jest ścianą zewnetrzną.

Szczególnym przypadkiem osłony warstwowej jest osłona jednowarstwowa (N=1) o grubości równej z.

Szeroka wiązka promieniowania. Jednorodna wiązka promieniowania padająca prostopadle (normalnie) na ścianę wewnętrzną osłony warstwowej. Obszar padania szerokiej wiązki może być określony za pomocą nierówności:

- w układzie prostokątnym

- co < x < co , - co < y < co ,

w układzie walcowym

```
0 \leq r < \infty ,0 \leq \phi < 2\pi
```

Promieniowanie wiązki przenikające osłonę wypływa (w postaci promieniowania pierwotnego i wtórnego) przez ścianę zewnętrzną.

<u>Wiązka jednostkowa</u>. Jednorodna wiązka promieniowania o jednostkowej gęstości strumienia lub prądu cząstek padająca normalnie na powierzchnię ściany wewnętrznej osłony o polu jednostkowym. Zakłada się, że gęstość strumienia cząstek jest liczbowo równa gęstości prądu cząstek.

Wiązka jednostkowa może być rozpatrywana jako element szerokiej wiązki promieniowania o jednostkowej gęstości strumienia lub prądu cząstek.

Jednostkowej gęstości równej 1 cm⁻²s⁻¹ przyporządkowuje się jednostkową powierzchnię padania równą 1 cm².

<u>Wiązka jednostkowa z otoczenia punktu (x,y)</u>. Wiązka jednostkowa, której jednostkowa powierzchnia padania została wybrana w otoczeniu punktu (x,y).

Funkcja wkładu wiązki jednostkowej $f[(x_0, y_0, 0), (x_N, y_N, z_N)]$. Wartość funkcji f jest równa wartości wkładu w analizowaną wielkość fizyczną, uwarunkowanego promieniowaniem wypływającym z pola jednostkowego wybranego na ścianie zewnętrznej osłony w otoczeniu punktu (x_N, y_N) , spowodowanego wiązką jednostkową z otoczenia punktu (x_0, y_0) . Wymiar funkcji f przyjmuje się równy wymiarowi analizowanej wielkości fizycznej odniesionemu do pola powierzchni jednostkowej równego 1 cm².

Odpowiednie pojęcia i definicje mogą być dostosowane do przypadku, gdy gęstość strumienia lub prądu cząstek jest różna od jednostkowej równej 1 cm⁻²s⁻¹.

3. OPIS MODELU MATEMATYCZNEGO

Funkcja wkładu wiązki jednostkowej spełnia równość

$$\int f[(x, y, 0), (x_{N}, y_{N}, z_{N})] dxdy = \int f[(x_{0}, y_{0}, 0), (x, y, z_{N})] dxdy$$
(1)
(D) (D')

gdzie

$$D \left\{ \begin{array}{c} -\infty < x < \infty \\ -\infty < y < \infty \end{array} \right.$$

natomiast D' jest pewnym otoczeniem punktu (x_0, y_0) na ścianie zewnętrznej. W szczególności można przyjąć $x_0 = y_0 = 0$.

Równość (1) może być skomentowana następująco:

Wartość analizowanej wielkości fizycznej określona w punkcie (x_N, y_N, z_N) za pomocą szerokiej wiązki jednostkowej jest równa całkowitemu wkładowi wiązki jednostkowej z otoczenia punktu (x_0, y_0) na ścianie wewnętrznej.

Teoretycznie całkowity wkład wiązki jednostkowej z otoczenia punktu (x_0, y_0) rozciąga się na zewnętrznej ścianie osłony na obszar nieograniczony. W celu oszacowania lewej strony równości (1) wystarczy rozpatrywać ograniczony, lecz dostatecznie duży obszar całkowania D'. Wymagany obszar D' stanowi tym mniejsze otoczenie punktu (x_0, y_0, z_N) na ścianie zewnętrznej, im mniejsza jest grubość osłony z_u.

Równość (1) może być dostosowana dla wiązki o gęstości strumienia lub prądu cząstek różnej od jednostkowej, jeżeli zmieni się odpowiednio definicję i nazwę funkcji f.

Prawa strona równości (1) jest wykorzystana jako zależność podstawowa w modelu matematycznym szacowania współczynników narostu promieniowania gamma metodą Monte Carlo.

Zakłada się, że wiązka monoenergetycznego promieniowania gamma (fotony pierwotne) pada normalnie na obszar koła (obszar D₀) o promieniu $r_0 = \pi^{-0.5}$ cm ($r_0^2 \pi = 1 \text{ cm}^2$) położony na wewnętrznej ścianie osłony. Jeżeli analizą Monte Carlo objętych jest n fotonów (n historii), wówczas jest prawdziwa równość liczbowa

$$\varphi_{n}(0) = J_{n}(0) = n$$
, (2)

gdzie $\varphi_p(0)$ oraz J_p(0) oznaczają odpowiednio wartość gęstości strumienia fotonów i wartość bezwzględną gęstości prądu fotonów pierwotnych dla z = 0, dostosowane do wymiaru cm⁻²s⁻¹.

Fotony pierwotne przenikające osłonę opuszczają ścianę zewnętrzną osłony w granicach obszaru D_0^* przystającego z obszarem D_0^* . Środki geometryczne obszarów D_0^* i D_0^* mogą być wybrane na osi Z lub na osi równoległej do osi Z. Odpowiednio do zależności (2) można napisać

$$\varphi_{p}(z_{N}) = J_{p}(z_{N}) \approx n_{p}, \qquad (3)$$

gdzie n_poznacza liczbę fotonów pierwotnych, które z ogólnej liczby n fotonów analizowanych przenikają osłonę przez obszar D'.

Fotony pierwotne i wtórne opuszczające ścianę zewnętrzną osłony w granicach obszaru D'o promieniu r'pozwalają oszacować gęstość strumienia cząstek za pomocą równości liczbowej

$$\varphi_{p+w} \begin{pmatrix} z \\ N \end{pmatrix} \approx n \tag{4}$$

gdzie:

 $\varphi_{p+w}(z_N)$ - gęstość strumienia fotonów (pierwotnych i wtórnych) przenikających osłonę, cm⁻²s⁻¹,

n – liczba fotonów (z ogólnej liczby n fotonów analizowanych) wypływających z obszaru D'.

Obszary D' i D' są kołami koncentrycznymi o promieniach spełniających relację r' » r $_{\rm o}.$

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że liczby fotonów n oraz n można interpretować jako oszacowania wartości liczbowych odpowiednich gęstości strumieni fotonów. Liczba fotonów (liczba historii) n jest równa wartości liczbowej gęstości strumienia fotonów wpływających do osłony.

4. WZORY OBLICZENIOWE DLA WSPÓŁCZYNNIKÓW NAROSTU

Współczynniki narostu dla monoenergetycznego, monokierunkowego promieniowania gamma padającego normalnie na osłonę warstwową szacowane są za pomocą zależności:

- liczbowy współczynnik narostu

$$B_{L} = \frac{n_{p+w}}{n}, \qquad (5)$$

współczynnik narostu energii

$$B_{E} = \frac{\prod_{j=1}^{n} \sum_{j=1}^{p+w} (6)}{n_{p} \cdot E_{0}},$$

- dawkowy współczynnik narostu

$$B_{\rm p} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{\rm p+W}} \left[\frac{\mu_{\rm a}(E_{\rm i})}{\rho}\right]_{\rm p}}{\sum_{\rm p} \left[\frac{\mu_{\rm a}(E_{\rm o})}{\rho}\right]_{\rm p}},$$
(7)

gdzie:

n – liczba fotonów (pierwotnych i wtórnych) wypływających przez ścianę zewnętrzną (z obszaru D'),

n – liczba fotonów pierwotnych wypływających przez ścianę zewnętrzną (z obszaru D'_{c}),

 ${\rm E}_{\rm i}$ – energia i-tego fotonu wypływającego przez ścianę zewnętrzną, MeV, ${\rm E}_{\rm o}$ – energia fotonów pierwotnych, MeV,

$$\left[\frac{\mu_{a}(E)}{\rho}\right]_{p}$$
 - masowy współczynnik absorpcji energii dla powietrza, cm²/g.

5. SCHEMAT BLOKOWY I WYBRANE INFORMACJE DOTYCZĄCE PROGRAMU OBLICZEŃ

Obliczenia współczynników narostu określonych zależnościami (5),(6) i (7) zostały wykonane prostą metodą Monte Carlo za pomocą programu PWI.FOR (osłona jednowarstwowa) dla komputera IBM/AT, napisanego w języku FORTRAN. W programie wykorzystano standardowy podprogram RANDU dla generowania liczb pseudolosowych z przedziału (0,1) metodą multiplikatywną.

Schemat blokowy programu PW1.FOR pokazany jest na rysunku 1. Przy sporządzaniu schematu zostały zastosowane następujące oznaczenia:

- al liczba pseudolosowa z przedziału (0,1),
- a0,a1 energia znormalizowana fotonu (a0>a1),
 - chi ~ kąt azymutalny, rad,
 - fi kąt biegunowy, rad,
- mi(E) liniowy współczynnik oddziaływania dla materiału osłony (funkcja energii fotonu), cm⁻¹,
- miC(E) liniowy współczynnik zjawiska Comptona dla materiału osłony (funkcja energii fotonu) cm⁻¹,
 - n numer bieżący analizowanej historii,
- o1,o2,o3 cosinusy kątów toru fotonu z osiami X,Y,Z,
 - pa prawdopodobieństwo absorpcji fotonu,
 - r promień obszaru padania równy 0,5642 cm,
 - t droga swobodna fotonu, cm,
 - theta kąt rozproszenia, rad,
 - x,y,z współrzędne punktu trajektorii fotonu,
- x1,y1,z1 współrzędne punktu trajektorii fotonu; przy warunku t < T punkt o współrzędnych (x,y,z) jest poprzedzający względem punktu o współrzędnych (x1,y1,z1),
 - BND dawkowy współczynnik narostu,
 - BNE współczynnik narostu energii,
 - BNL liczbowy współczynnik narostu,
 - E energia fotonu, MeV,
 - E_ energia progowa, MeV,
 - E energia fotonów padających na wewnętrzną ścianę osłony, MeV,
 - ID suma fotonów odbitych,
 - IF suma fotonów pominiętych,
 - IG suma fotonów o energii E przenikających osłonę,
 - IH suma fotonów przenikających osłonę,
 - N ~ liczba analizowanych fotonów,

PNF - częstość przeniknięcia fotonu o energii E przez materiał osłony,



Rys.1. Schemat blokowy programu PW1.FOR Fig.1. Folw diagram for program PW1.FOR

- T parametr punktu przebicia toru fotonu z powierzchnią elementu osłony, cm,
- SE suma energii fotonów przenikających osłonę,
- SEMI suma iloczynów energii fotonu przenikającego osłonę i masowego współczynnika absorpcji energii dla powietrza, MeV·cm² g⁻¹,
 - (1) przypadek, w którym tor fotonu przebija powierzchnię pobocznicy elementu osłony,
 - (2) przypadek, w którym foton opuszcza element osłony, przez ścianę zewnętrzną.
 - (3) przypadek, w którym foton opuszcza element osłony przez ścianę wewnętrzną.

W charakterze danych wejściowych (blok 1) wprowadzane są wartości przekrojów mikroskopowych [2] dla materiału osłony, a mianowicie przekroje mikroskopowe pełne i przekroje mikroskopowe dla zjawiska Comptona. Wpływ rozproszeń koherentnych przy określaniu mikroskopowych przekrojów pełnych został pominięty. Do ważniejszych danych wejściowych należą masowe współczynniki absorpcji energii dla powietrza [3]. Przekroje mikroskopowe wykorzystano do obliczenia liniowych współczynników oddziaływania, liniowych współczynników dla zjawiska Comptona i geometrycznej grubości osłony odpowiadającej założonej grubości optycznej (blok 2).

Analiza historii fotonów jest prowadzona w elemencie osłony o objętości V (rysunek 2), który został wybrany jako walec prosty o promieniu podstawy r' = 25 cm. Grubości osłony równe wysokościom walca oraz energie fotonów padających przyjmowano zgodnie z wartościami podanymi w tablicy 1 w zależności od realizowanego wariantu obliczeń (warianty od 1 do 8). Wiązka fotonów monoenergetycznych skierowana prostopadle pada na pole koła jednostkowego o promieniu $r_0 = 0,5642$ cm (obszar D_0), którego środek pokrywa się ze środkiem geometrycznym podstawy elementu przynależnej do wewnętrznej ściany osłony. Wyniki analizy historii fotonów przenikających osłonę i wypływających z obszaru D' o promieniu r' wykorzystywane są do obliczania współczynników narostu.

Historia analizowanego fotonu zaczyna się w bloku 7 od określenia parametrów fotonu padającego. Do parametrów tych należą:

- współrzędne punktu padania,
- energia fotonu,
- cosinusy kątów toru fotonu z osiami X,Y,Z.



- Rys.2. Analizowany element osłony jednowarstwowej. Obszary D i D' o promieniu r ($r \pi = 1 \text{ cm}^2$) są położone odpowiednio na wewnętrznej i zewnętrznej ścianie osłony. Obszar D'o promieniu r'jest położony na zewnętrznej ścianie osłony
- Fig.2. Single slab shield analysed element. Areas D and D' with radius $r (r \frac{\pi}{\pi} = 1 \text{ cm})^2$ are located respectively on the inside and outside face of the shield. Area D' with radius r' is located on the outside face of the shield

Badanie trajektorii fotonu odbywa się w bloku 9, w którym (po rozwiązaniu odpowiednich układów równań) zostaje wyznaczony parametr T punktu przebicia toru fotonu z powierzchnią fizyczną elementu osłony. Jeżeli droga swobodna fotonu jest mniejsza od wartości parametru T (blok 10), przechodzi się do losowania rodzaju oddziaływania (blok 15), którym może być pochłonięcie (w zjawisku fotoelektrycznym lub powstawania par) lub rozproszenie (w zjawisku Comptona). W przypadku rozproszenia wyznaczane są parametry fotonu rozproszonego w kolejności:

- energia (w bloku 16 z zastosowaniem przybliżenia B.Carlsona),
- cosinus kąta rozproszenia (blok 18),
- kąt azymutalny rozproszenia (blok 19),
- cosinusy kątów toru fotonu z osiami X,Y,Z (blok 22 lub 23).

Tablica 1

Warianty wykonanych obliczeń - Program PW1.FOR

Lp.	Określenie wariantu	Warianty							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Materiał osłony	Fe	Fe	Sn	Sn	Pb	Pb	H ₂ O	H ₂ O
2.	Gęstość materiału osłony, g/cm ³	7,86	7,86	7,29	7,29	11,3	11,3	1,0	1,0
3.	Energia fotonów padających, MeV	1,0	1,0	4,0	4,0	10,0	10,0	4,0	4,0
4.	Grubość osłony: optyczna,	1,0	2,0	1,0	2,0	1,0	2,0	1,0	2,0
	geometryczna, cm	2,14	4,27	3,86	7,72	1,81	3, 62	29,45	58,90
5.	Liczba analizowanych historii i	10000	10000	10000	10000	10000	10000	14000	26000
	procent fotonów zawróconych	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	14,8%	36,6%
6.	Prawdopodobieństwo niepochłonięcia	0,3644	0,1408	0,3727	0,1362	0,3709	0,1355	0,3590	0,1361
	fotonu padającego	0,3679	0,1353	0,3679	0,1353	0,3679	0,1353	0,3679	0,1353
7.	Liczbowy współczynnik narostu	1,8485	2,7081	<u>1,5168</u>	2,0624	1,1947	1,4162	1,9546	2,9681
8.	Współczynnik narostu energii	1,7336	2,3842	1,3021	1,6237	1,0861	1,1789	1,4185	1,8208
		1,72	2,43	1,31	1,63	1,08	1,17	1,42	1,83
9.	Dawkowy współczynnik narostu	1,7586	2,4273	1,3710	1,7572	1,1099	1,2296	1,5143	2,0061
		1,74	2,48	1,37	1,77	1,10	2,24	1,53	2,01

[4].

Uwagi do tablicy 1:

- W przypadku wierszy 6,7,8,9 licznik oznacza wartość obliczoną wg programu PW1.FOR, natomiast mianownik oznacza wartość teoretyczną lub podaną w literaturze. Kreska w mianowniku oznacza, że w literaturze odpowiednich danych nie znaleziono.
- Wartości literaturowe współczynników narostu energii pochodzą z pozycji
 [2] i [3].
- Wartości literaturowe dawkowych współczynników narostu pochodzą z pozycji
 [3].

Jeżeli droga swobodna fotonu jest nie mniejsza od wartości parametru T (blok 10), może wystąpić jeden z trzech przypadków:

- tor fotonu przebija powierzchnię pobocznicy elementu osłony (przypadek 1),
- foton opuszcza element osłony przez ścianę zewnętrzną (przypadek 2),
- foton opuszcza element osłony przez ścianę wewnętrzną (przypadek 3).

W przypadku 1 foton po osiągnięciu punktu na powierzchni pobocznicy elementu jest zawracany do obszaru V. Współrzędne punktu zawrócenia i droga swobodna fotonu po zawróceniu określane są w bloku 11. Procent fotonów zawróconych (w stosunku do liczby fotonów analizowanych) jest podawany w tablicy 1 dla każdego wariantu obliczeń. Niewielki lub równy zeru procent fotonów zawróconych dowodzi, że przyjęty został dostatecznie duży obszar D' stanowiący podstawę rozpatrywanego elementu osłony o objętości V.

W przypadku 2 przystępuje się do obliczenia sum (blok 12). Po zakończeniu analizy wszystkich fotonów końcowe wartości obliczonych sum wykorzystywane są do określenia wartości współczynników narostu (blok 6).

W przypadku 3 pomija się opracowanie parametrów fotonu i przechodzi się do analizy nowej historii.

Startową liczbę pseudolosową dla generatora RANDU niezależnie od wariantu przyjmowano równą 123456789. Wartości współczynników liniowych (oddziaływania, dla zjawiska Comptona) i masowych (absorpcji energii dla powietrza) obliczane są dla aktualnej energii fotonu metodą interpolacji liniowej.

Opis metody Monte Carlo w zastosowaniu do analizy przenikania fotonów przez ośrodek materialny, zawierający szczegółowe wyjaśnienia operacji wykorzystywanych w ramach schematu blokowego z rysunku i znależć można w pozycji [4].

6. UWAGI I WNIOSKI KOŃCOWE

Wyniki obliczeń współczynników narostu dla poszczególnych wariantów zebrane w tablicy 1 podają również wartości odpowiednich współczynników narostu dostępne w literaturze. Wartości liczbowych współczynników narostu w literaturze nie znaleziono.

Ograniczenie wariantów obliczeń do grubości optycznych nie przekraczających wartości równej 2 wynikało z konieczności dotrzymania dostatecznie krótkich czasów pracy komputera PC IBM/AT.

Prawdopodobieństwa niepochłonięcia fotonu (wiersz 6 z tablicy 1) oszacowano – niezależnie od wariantu – z błędem nie przekraczającym 0,01. Maksymalne błędy względne oszacowania wartości współczynników narostu energii i dawkowego (wiersz 8 i 9 z tablicy 1) osiągają wartości równe ok. 2%.

Opisana metoda wyznaczania współczynników narostu dla osłon jednowarstwowych może być łatwo dostosowana w przypadku osłon wielowarstwowych oraz dla promieniowania padającego scharakteryzowanego dyskretnym lub ciągłym rozkładem energii. W dalszej kolejności może być wykorzystana w przypadku promieniowania pochodzącego ze źródeł o emisji izotropowej. Bardziej złożone są zastosowania dotyczące rozprzestrzeniania się promieniowania w ośrodkach ograniczonych.

LITERATURA

- Lukaszek W.: Zasada wzajemności przenikania promieniowania jądrowego przez ośrodki warstwowe, ZN Pol.Śl., Energetyka z.114, Gliwice (w druku).
- [2] Lejpunskij O. I. i inni: Rasprostranienije gamma-kwantow w wieszczestwie, Gos. Izd. Fiziko-Matiematiczeskoj Litieratury, Moskwa 1960.
- [3] Maszkowicz W.P.:Zaszczita ot jonizirujuszczich izluczenij, Sprawocznik, Wyd.3, Energoatomizat, Moskwa 1982.
- [4] Łukaszek W.: Podstawy obliczania osłon przed promieniowaniem jądrowym, Skrypt uczelniany 1723, Politechnika Śląska, Gliwice 1993.

Recenzent Prof. dr hab. Andrzej Zastawny

DETERMINATION OF TRANSMISSION BUILDUP FACTORS BY MONTE CARLO METHOD

Abstract

Monte Carlo calculations have been performed to obtain the buildup factors for gamma-rays which is normally incident on single slab shield (stratified shield composed of one material) with an isotropic point detector.

The behavior of gamma-rays in stratified slabs is complicated by the necessity of taking into account changes of energy spectrum and angular distribution. These circumstances make it necessery to applicable the Monte Carlo calculations.

The present note proposes a mathematical model to estimate by calculation the behavior of gamma-rays only in any finite element of stratified shield.

The Monte Carlo calculations have been performed for four materials of slab shield, namely for iron, tin, lead, and water. The transmission buildup

36

factors (particle buildup factor, energy buildup factor and dose buildup factor) obtained in the present note are shown in Table 1.

The deviations from the results given in [2] and [3] shown by the energy buildup factor and dose buildup factor are less then circa 2 %.