

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN
I MECHANIZMÓW11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES
AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Józef KNAPCZYK

Instytut Pojazdów Samochodowych i Silników Spalinowych
Politechnika Krakowska

Janusz KISIEL

Katedra Podstaw Mechaniki i Konstrukcji Maszyn
Politechnika LubelskaWEKTOROWA METODA WYZNACZANIA RUCHU CZŁONÓW MANIPULATORA
Z SZEŚCIOMA PARAMI OBROTOWYMI (ZADANIE ODWROTNE)

Streszczenie. Dla manipulatora typu RERR (E-RRR) z sześcioma parami obrotowymi, z których pierwsza i piąta są prostopadłe do drugiej, trzeciej i czwartej wzajemnie do siebie równoległych, a szósta prostopadła do piątej, rozwiązano zadanie odwrotne kinematyki metoda wektorowa.

Dla zadanej trajektorii ruchu i orientacji chwytaka wyznaczono wersory kierunkowe osi lokalnych układów współrzędnych prostokątnych w układzie globalnym związanym z podstawą. Wyznaczono przemieszczenia katowe w poszczególnych parach kinematycznych i względne prędkości katowe członów manipulatora przy zadanej prędkości ruchu chwytaka. Przeanalizowano możliwości występowania różnych konfiguracji członów manipulatora przy realizacji zadanej trajektorii. Opracowano uniwersalny algorytm rozwiązania zadania odwrotnego uwzględniający położenia osobliwe, możliwe konfiguracje i ograniczenia konstrukcyjne w poszczególnych węzłach, który jest podstawą do opracowania w trybie konwersacyjnym programu rozwiązania przedstawionego zadania na EMC. Program ten zilustrowano rozwiązaniem przykładu liczbowego dla manipulatora robota spawalniczego.

1. Wstęp

Realizacja zadanej trajektorii i orientacji w czasie ruchu chwytaka manipulatora oraz uniknięcie zblżenia do położenia osobliwego jest jednym z ważniejszych zadań kinematyki [2, 3, 5]. Rozwiązanie tego zadania jest możliwe przy użyciu metod macierzowych opartych na jednorodnych przekształceniach współrzędnych Hartenberga - Denavit [3] lub przy zastoso-

waniu rachunku skrętników i współrzędnych Plückera [5] względnie rachunku wektorowego [2].

Nowe podejście do rozwiązania powyższego zadania, które przedstawiamy w niniejszej pracy, jest oparte na wykorzystaniu wzoru Chace'a [1] dotyczącego rozwiązania czworobocianu w postaci wektorów jednostkowych (wersorów) oraz analizy warunków wystąpienia osobliwości rozwiązania. W oparciu o przedstawioną metodykę rozpatrzono zadanie realizacji prostoliniowej trajektorii przy ustalonej orientacji obwytaka określonego manipulatora.

2. Sformułowanie zadania

Przedmiotem rozważań jest manipulator (rys. 1) z sześcioma parami obrotowymi typu RERR (E-RRR), z których pierwsza i piąta są prostopadłe do drugiej, trzeciej i czwartej wzajemnie do siebie równoległych, a szósta prostopadła do piątej. Manipulator ten został wybrany przykładowo, ponieważ większość manipulatorów typu 6R ma podobny schemat kinematyczny, w którym osie 2, 3 i 4 wciąż są równoległe i kinematycznie równoważne tzw. płaskiej parze R.

Z węzłami kolejnych par kinematycznych (i-tych) ogniw rozważanego manipulatora związane układy współrzędnych prostokątnych X_i, Y_i, Z_i ($i=1-6$), które naniesiono zgodnie z zapisem Denavita-Hartenberga. Kąty obrotu względnego ogniw "i-1" i "i" oznaczone przez θ_i . Kąt zawarty między osiami par kinematycznych ogniwa "i" oznaczono α_i .

Metoda wektorowa kinematyki pozwala na graficzną ilustrację rozpatrywanych zagadnień, przez co ułatwia wyciągnięcie wielu praktycznych wniosków tak dla inżynierów projektantów manipulatorów jak i użytkowników. Ponadto stosunkowo łatwo pozwala na uzyskanie rozwiązania w postaci jawnej [2].

Na schemacie manipulatora (rys. 2) pokazano wersory kierunkowe \underline{a}_i i \underline{a}_i osi układów współrzędnych, przy czym: \underline{a}_i - wersor prostopadłej do osi par kinematycznych ogniwa "i"; \underline{a}_{i+1} - wersor osi pary kinematycznej łączącej ogniwo "i+1" z ogniwnem "i".

Uytuowanie osi par kinematycznych manipulatora względem siebie i położenie członów manipulatora można zapisać w postaci zależności [1]:

$$\underline{a}_i \cdot \underline{a}_{i+1} = \cos \alpha_i \quad ; \quad \underline{e}_i \times \underline{e}_{i+1} = \underline{a}_i \sin \alpha_i \quad (1)$$

$$\underline{e}_i \cdot \underline{a}_{i+1} = \cos \theta_{i+1} \quad ; \quad \underline{a}_i \times \underline{a}_{i+1} = \underline{e}_{i+1} \sin \theta_{i+1} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n (\alpha_i \underline{a}_i + \theta_i \underline{e}_i) = r \underline{e}_r \quad (3)$$

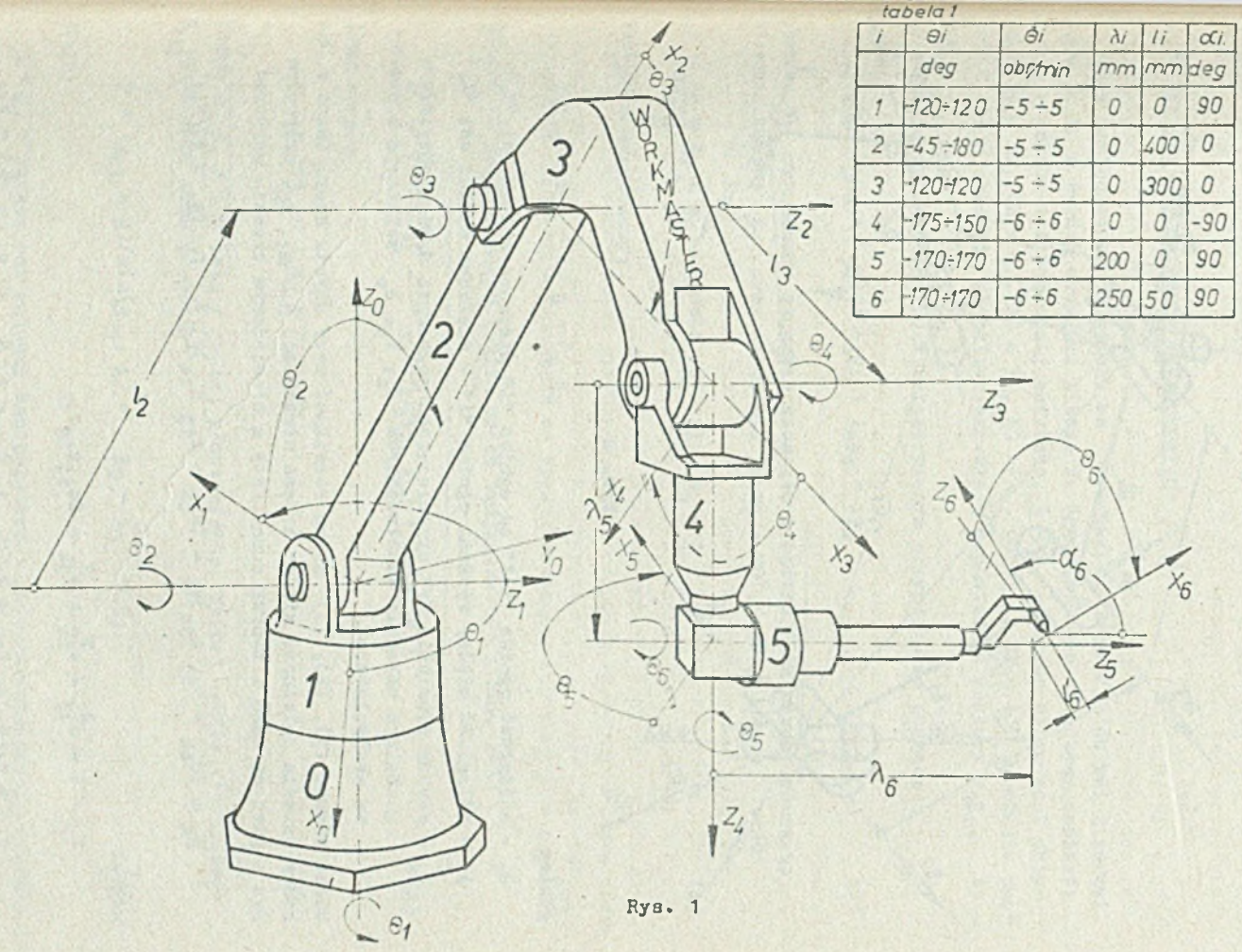
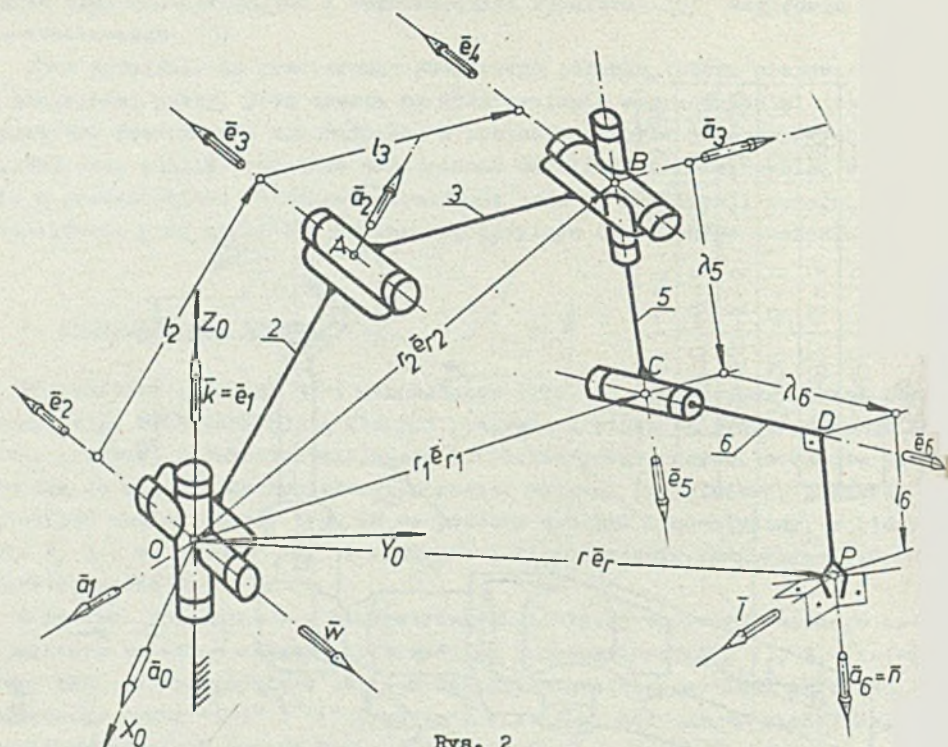


tabela 1

| i | θ_i deg | $\dot{\theta}_i$ obr/min | λ_i mm | l_i mm | α_i deg |
|-----|-------------------|-----------------------------|-------------------|-------------|-------------------|
| 1 | -120÷120 | -5 ÷ 5 | 0 | 0 | 90 |
| 2 | -45÷180 | -5 ÷ 5 | 0 | 400 | 0 |
| 3 | -120÷120 | -5 ÷ 5 | 0 | 300 | 0 |
| 4 | -175÷150 | -6 ÷ 6 | 0 | 0 | -90 |
| 5 | -170÷170 | -6 ÷ 6 | 200 | 0 | 90 |
| 6 | -170÷170 | -6 ÷ 6 | 250 | 50 | 90 |

Rys. 1



Rys. 2

gdzie:

- λ_i - odległość ogniwa "i+1" od ogniwa "i" mierzona wzdłuż osi " Z_i ",
- l_i - odległość między węzłami ogniwa "i" - mierzona wzdłuż osi " X_i ",
- \underline{e}_r - wersor promienia "r" określającego położenie środka chwytaka w globalnym układzie współrzędnych X_0, Y_0, Z_0 związanym z podstawą manipulatora.

Układ równań (1), (2), (3) można rozwiązać przy użyciu wzoru Chace'a [2], który określa zależność między trzema wersorami $\underline{e}_i, \underline{e}_j, \underline{e}_k$, przy czym dwa z nich są dane i tworzą znane kąty z niewiadomym trzecim wersorem

$$\underline{e}_k = (c_{ik} - c_{ij} c_{jk})\underline{e}_i + (c_{jk} - c_{ij} c_{ik})\underline{e}_j \pm \sqrt{D_k (\underline{e}_i \times \underline{e}_j) / s_{ij}} \quad (4)$$

gdzie:

$$D_k = 1 - c_{ij}^2 - c_{ik}^2 - c_{jk}^2 + 2c_{ij}c_{ik}c_{jk}$$

$$c_{ij} = \underline{e}_i \cdot \underline{e}_j ; c_{ik} = \underline{e}_i \cdot \underline{e}_k ; c_{jk} = \underline{e}_j \cdot \underline{e}_k ; s_{ij} = \sqrt{1 - c_{ij}^2}$$

Znak "+" przed pierwiastkiem stawia się wtedy, gdy trójka wektorów $\underline{e}_i, \underline{e}_j, \underline{e}_k$ tworzy układ prawoskrętny. W pierwszym przypadku stawia się znak "-".

3. Wyznaczanie wektorów kierunkowych

Węzły manipulatora oznaczono na schemacie (rys. 2) dużymi literami O, A, B, C, a środek chwytaka literą P. Zgodnie z rys. 2 możemy zapisać: $\underline{n} = \underline{a}_6$ - wektor osi podłużnej chwytaka, $\underline{l} = \underline{a}_7$ - wektor orientacji chwytaka, $r_{\underline{a}_r} = OP$, $OA = l_2$, $AB = l_2$, $BC = \sqrt{\lambda_5}$, $CO = l_6$, $OP = l_6$. Położenie punktów C i B w układzie globalnym określają odpowiednio wektory $r_1 \underline{e}_{r1}$ i $r_2 \underline{e}_{r2}$.

Równanie zamknięcia (3) w rozpatrywanym przypadku ma postać:

$$l_2 \underline{a}_2 + l_3 \underline{a}_3 + \lambda_5 \underline{a}_5 + \lambda_6 \underline{a}_6 + l_6 \underline{a}_6 = r_{\underline{a}_r} \quad (5)$$

Wektor \underline{a}_6 wyznaczamy stosując wzór (1) i mnożąc obie strony równania wektorowo przez \underline{a}_7 , przy założeniu że $\alpha_6 = 90^\circ$, otrzymujemy:

$$\underline{a}_6 = \underline{a}_7 \times \underline{a}_6, \quad \text{gdzie } \underline{e}_x = \underline{l}, \quad \underline{a}_6 = \underline{n} \quad (6)$$

Następnie wyznaczamy:

$$r_1 \underline{e}_{r1} = r_{\underline{a}_r} - l_6 \underline{n} - \lambda_6 \underline{a}_6 \quad (7)$$

Odcinek CP jest wspólnym bokiem dwóch trójkątów OCP i CDP, stąd

$$r_1 = \sqrt{r^2 + l_6^2 - 2r [\lambda_6^i (\underline{e}_6 \underline{e}_r) + l_6 (\underline{a}_6 \underline{l}_{\underline{a}_r})]} \quad (8)$$

Zatem wektor

$$\underline{e}_{r1} = (r_{\underline{a}_r} - l_6 \underline{a}_6 - \lambda_6 \underline{e}_6) / r_1 \quad (9)$$

Punkty O, A, B i C leżą w jednej płaszczyźnie, której wektor kierunkowy \underline{k} wyznaczmy z zależności:

$$\underline{k} = (\underline{e}_{r1} \times \underline{k}) / \sin(\underline{e}_{r1}, \underline{k}) = -\underline{e}_2 = \underline{e}_3 = -\underline{e}_4, \quad (10)$$

gdzie:

$\underline{k} = \underline{e}_1$ - wektor osi kolumny manipulatora i jednocześnie osi Z_0 globalnego układu współrzędnych.

Dalej wektor osi pary kinematycznej B:

$$\underline{e}_5 = (\underline{w} \times \underline{e}_6) / \sin(\underline{w}, \underline{e}_6) \quad (1)$$

Podstawiając wektor \underline{e}_5 do równania zamknięcia (5) i uwzględniając równania (8) i (9) otrzymamy:

$$r_2 \underline{e}_{r2} = r_1 \underline{e}_{r1} - \lambda_5 \underline{e}_5 \quad (12)$$

$$\underline{e}_{r2} = (r_1 \underline{e}_{r1} - \lambda_5 \underline{e}_5) / r_2 \quad (13)$$

Z rozwiązania trójkąta OAB (rys. 3), przy zastosowaniu wzoru cosinusów otrzymuje się zależność:

$$(l_2^2 + r_2^2 - l_3^2) / 2l_2 r_2 = \cos \beta, \quad (14)$$

która ma sens fizyczny tylko wtedy, gdy jej lewa strona - oznaczmy ją Δ - ma moduł mniejszy lub równy jedności, jest to warunek konieczny istnienia trójkąta OAB.

Jeżeli $|\Delta| \leq 1$ to zadanie ma sens fizyczny i może być dalej rozwiązane. Jeżeli nierówność ta nie jest spełniona to oznacza, że:

- punkt P (środek chwytaka) znajduje się poza przestrzenią roboczą manipulatora lub
- wektory \underline{e}_1 i \underline{e}_2 orientacji chwytaka znajdują się poza możliwą przestrzeń manipulacyjną.

Przy czym obie te przypadki mogą zaistnieć jednocześnie. W przypadku spełnienia ww. nierówności możemy zapisać drugie równanie zamknięcia dla wektora \underline{x}_{r2} :

$$\underline{x}_{r2} = l_2 \underline{e}_2 + l_3 \underline{e}_3, \quad (15)$$

przy czym

$$\cos \beta = \underline{e}_2 \cdot \underline{e}_{r2} \quad (16)$$

Stosując wzór (4), przy uwzględnieniu zależności (15) i (16) otrzymamy wzór na obliczanie wektora \underline{e}_2 :

$$\underline{e}_2 = \underline{e}_{r2} \cos \beta \pm (\underline{e}_{r2} \times \underline{w}) \sin \beta \quad (17)$$

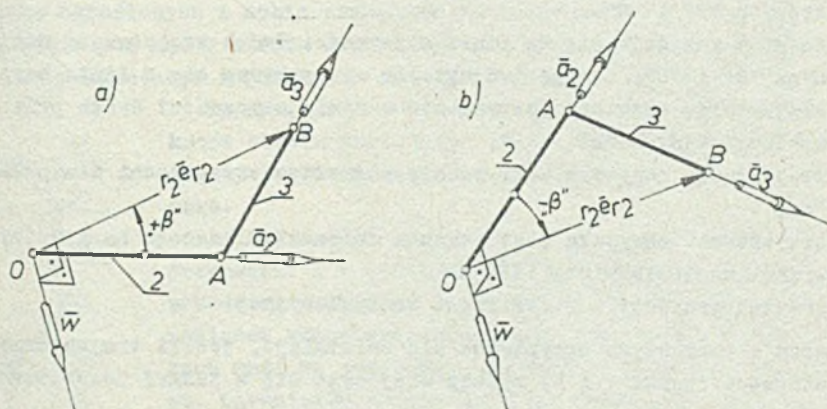
Podstawiając (17) do (15) otrzymuje się wersor \underline{a}_3 :

$$\underline{a}_3 = (r_2 \underline{e}_{r2} - l_2 \underline{a}_2) / l_3 \quad (18)$$

Korzystając z zależności (2) przy uwzględnieniu zależności (10) i podanych wartości kątów α_1 określimy pozostałe jeszcze wersory $\underline{a}_1, \underline{a}_4, \underline{a}_5$:

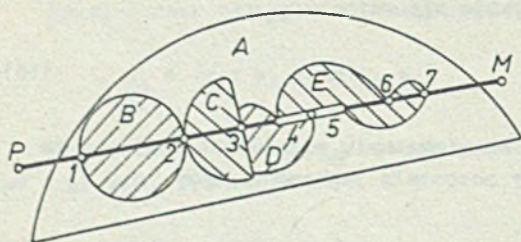
$$\underline{a}_1 = \underline{k} \times \underline{w}, \quad \underline{a}_4 = \underline{w} \times \underline{e}_5, \quad \underline{a}_5 = \underline{e}_5 \times \underline{e}_6 \quad (19)$$

Zatem wszystkie niewiadome wersory są już wyznaczone jako funkcje zadane-go wektora (r_{a_2}) położenia i układu wersorów ($\underline{n}, \underline{l}$) orientacji chwytaka.



Rys. 3

Nieokreśloność znaków w równaniu (17) świadczy o tym, że w przypadku spełnienia nierówności $|\Delta| \leq 1$ zadanie odwrotne ma dwa rozwiązania, tzn. że istnieją dwie konfiguracje członów "2" i "3" przy tym samym położeniu i orientacji chwytaka. Na rysunku 3a przedstawiono konfigurację, gdy trójka wersorów $\underline{a}_2, \underline{e}_{r2}, \underline{w}$ tworzy układ prawoskrętny - nazwijmy ją konfiguracją "+ β ", a na rysunku 3b konfigurację, gdy trójka wersorów $\underline{a}_2, \underline{e}_{r2}, \underline{w}$ tworzy układ lewoskrętny - nazwijmy ją konfiguracją "- β ". Przy przejściu z konfiguracji "+ β " do "- β " i odwrotnie, węzeł "B" znajduje się w położeniu zwrotnym, osie wzdłużne "2" i "3" pokrywają się, kat $\beta = 0$, $\Delta = 1$. Środek chwytaka manipulatora - punkt P (rys. 2) znajduje się wówczas w położeniu osobliwym. Na ogół mogą być różne przypadki występowania położzeń osobliwych, na rys. 4 wyodrębniono ich siedem. Rozpatrzmy je kolejno analizując hipotetyczną drogę chwytaka od punktu P (rys. 4) początku trajektorii do końca trajektorii - punkt M. Wejścia do przestrzeni roboczej nie zauważymy, ponieważ ma być realizowana trajektoria z zadana orientacja,



Rys. 4

i analogicznie nie zauważamy wyjścia, bo w tych przypadkach nierówność $|\Delta| < 1$ nie jest spełniona. Natomiast zauważamy wejście i wyjście z przestrzeni manipulacyjnej.

Równanie $|\Delta| = 1$ - określające położenie osobliwe chwytaka - jest spełnione w przypadkach przedstawionych na rys. 4:

- 1 - gdy chwytak (środek chwytaka) wchodzi do przestrzeni manipulacyjnej "B",
- 2 - chwytak znajduje się w punkcie styczności dwóch przestrzeni manipulacyjnych "B" i "C",
- 3 - chwytak znajduje się na linii styczności dwóch przestrzeni manipulacyjnych "C" i "D", a jego trajektoria nie pokrywa się z linią styczności,
- 4 - trajektoria chwytaka pokrywa się z linią styczności dwóch przestrzeni manipulacyjnych "D" i "E",
- 5 - trajektoria chwytaka pokrywa się z granicą przestrzeni manipulacyjnej "E",
- 6 - trajektoria chwytaka jest styczna do punktu leżącego na granicy przestrzeni manipulacyjnej "E",
- 7 - chwytak wychodzi z przestrzeni manipulacyjnej "E".

Żaden z powyższych przypadków nie zaistnieje, jeżeli trajektoria na całej długości (punkt P i M) będzie znajdować się w jednej przestrzeni manipulacyjnej.

Przedstawione dotychczas zależności zapisane w postaci wektorowej musimy sprowadzić do postaci analitycznej, jeżeli chcemy zadanie rozwiązać liczbowo, przy użyciu komputera. Do obliczeń komputerowych wygodniej jest też równanie (19) przedstawić wzorem:

$$\underline{e}_2 = \underline{e}_{r2} \cos \beta + \xi(\underline{e}_{r2} \times \underline{w}) \sin \beta \quad (20)$$

Czynnik "g" (we wzorze (20) przyjmuje wartość "-1" gdy chcemy realizować trajektorię przy konfiguracji "- β " lub wartość "+1" gdy chcemy realizować trajektorię przy konfiguracji "+ β ". [3]

4. Obliczenie kątów względnego obrotu członów manipulatora

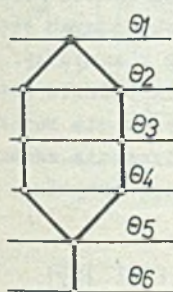
Wartości kątów obrotu w poszczególnych parach kinematycznych określimy z równań (2). Po pomnożeniu drugiego z nich skalarnie przez wektor \underline{e}_{i+1} otrzymamy równania:

$$\cos \theta_{i+1} = \frac{a_i}{a_{i+1}}, \quad \sin \theta_{i+1} = \frac{a_{i+1}}{a_i} \cdot (a_i \times a_{i+1}) \quad (21)$$

Jak przedstawiono wyżej, przy zmianie konfiguracji członów ulegają zmianie usytuowania wersorów \underline{a}_2 i \underline{a}_3 względem siebie i globalnego układu współrzędnych. Ze wzorów (21) wynika, że wersory te wpływają na wartości kątów: $\theta_2, \theta_3, \theta_4$; a więc przy różnych konfiguracjach kąty θ_2, θ_3 i θ_4 będą miały różne wartości. Z rys. 3a i 3b wynika, że określonemu położeniu wersora \underline{a}_2 odpowiada ściśle określone położenie wersora \underline{a}_3 tak w jednej jak i w drugiej konfiguracji i analogicznie jest z kątami obrotu względnego. Określonemu kątowi θ_2 odpowiada ściśle określony kąt θ_3 i kąt θ_4 tak w jednej jak i w drugiej konfiguracji. Oznacza to, że do zadanego położenia i orientacji chwytaka można dojść od początku globalnego układu na odcinku O-B dwiema ściśle określonymi drogami przy różnych, ale ściśle określonych i sobie przyporządkowanych kątach $\theta_2, \theta_3, \theta_4$. Wartości pozostałych kątów obrotu względnego nie zależą od konfiguracji i są przy zadanej orientacji i położeniu chwytaka jednoznacznie określone.

Na rys. 5 przedstawiono graf możliwych wartości kątów obrotu względnego w poszczególnych parach kinematycznych dla zadanej orientacji i położenia chwytaka.

Po obliczeniu wartości kątów θ_1 może zaistnieć przypadek: c - obliczona wartość kąta nie należy do przedziału wartości kątów możliwych do realizacji ze względów konstrukcyjnych, gdyż nie we wszystkich węzłach możliwy jest ruch względny w zakresie kąta pełnego. Ograniczenia konstrukcyjne mogą spowodować, że co najmniej jedna lub obydwie konfiguracje nie będą możliwe do zrealizowania.



Rys. 5

5. Obliczanie względnych prędkości katowych

Prędkości katowe obliczymy metodą numeryczną. Chwytnik przemierza zadaną trajektorię w n krokach. Prędkość ruchu chwytaka jest zadana i znamy z obliczeń wartości kątów θ_1 po zrealizowaniu poszczególnych kroków. Wartość prędkości katowej $\dot{\theta}_1$ otrzymamy dzieląc przyrost wartości kąta θ_1 przez czas jednego kroku.

Przy obliczaniu prędkości katowych może zaistnieć przypadek: d - obliczona prędkość nie należy do przedziału możliwych do zrealizowania w danym węzle prędkości katowych. Ograniczenie to może spowodować, analogicznie jak ograniczenia konstrukcyjne w węzłach, że co najmniej jedna lub nawet obydwie konfiguracje nie będą możliwe do zrealizowania przy zadanej prędkości ruchu chwytaka.

6. Algorytm rozwiązania zadania na RMC

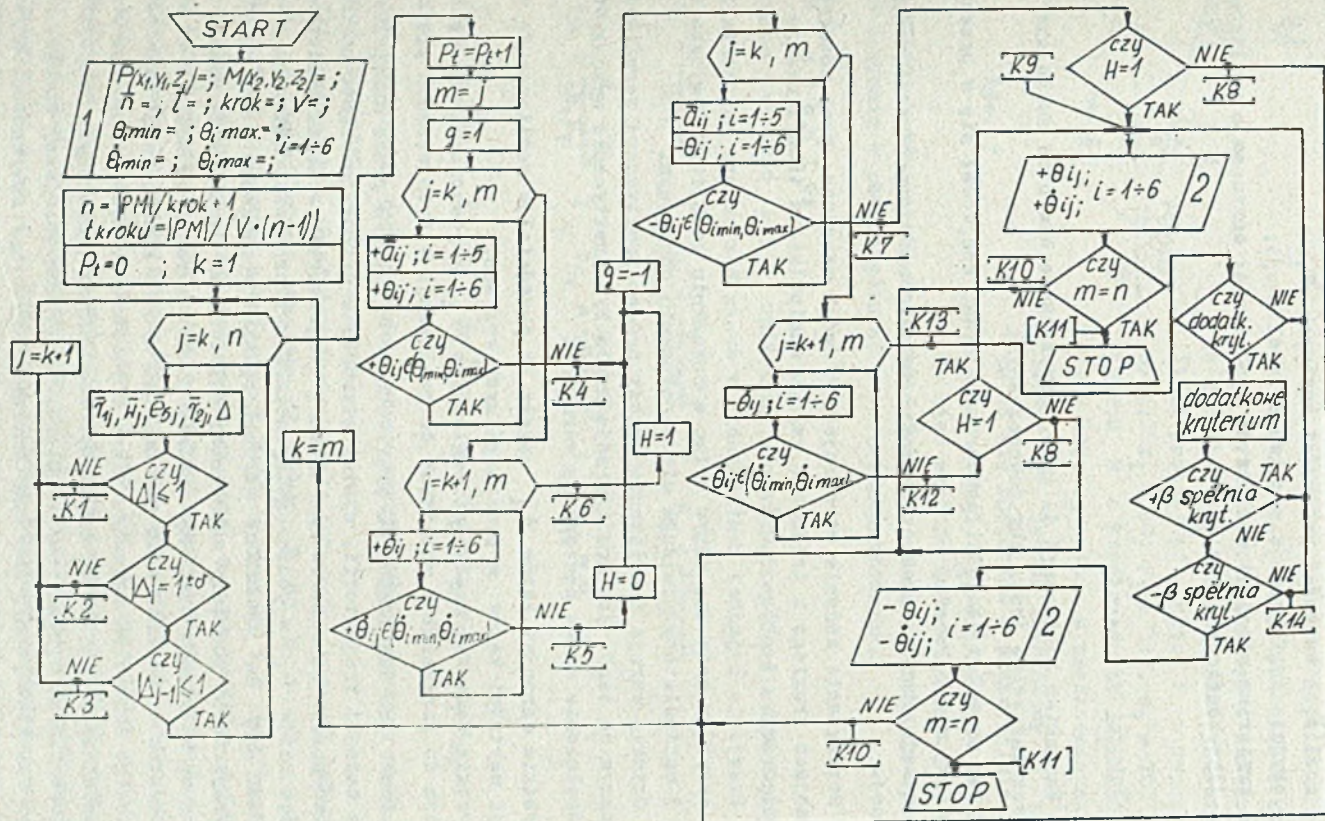
Na rysunku 6 przedstawiono schemat blokowy algorytmu rozwiązania zadania odwrotnego ruchu manipulatora na RMC.

Po przyjęciu wartości zadanych system cyfrowy znajduje położenie osobliwe chwytaka i dzieli trajektorię na przedziały pomiędzy kolejnymi położeniami osobliwymi. Następnie dla każdego przedziału obliczane są wartości kątów θ_1 i prędkości katowych $\dot{\theta}_1$ i jest sprawdzana możliwość realizacji trajektorii przy konfiguracji "+ β " i konfiguracji "- β " poprzez sprawdzanie czy nie zaistniały wcześniej omówione przypadki ograniczające, oznaczone a-d. Jeżeli obydwie konfiguracje są możliwe do realizacji użytkownik może zadać dodatkowe kryterium wyboru konfiguracji. Jeżeli kryterium nie zostanie zadane, realizowana będzie konfiguracja "+ β ". Po przeanalizowaniu jednego przedziału, system przechodzi do badania następnego przedziału, jeżeli w poprzednim przedziale nie wystąpił koniec zadanej trajektorii.

Na podstawie przedstawionego algorytmu został napisany program rozwiązujący zadanie odwrotnego ruchu przy użyciu komputera. Program został napisany w trybie konwersacyjnym i służy do badania zjawisk zachodzących podczas ruchu chwytaka po zadanej trajektorii i zawiera szereg komentarzy, które na rys. 6 oznaczono K1-K14. Po usunięciu komentarzy i zmianie niektórych instrukcji otrzymamy program wsadowy służący do sterowania ruchem członów manipulatora przez system cyfrowy robota dla zrealizowania zadanej trajektorii przez chwytak przy zadanej prędkości i orientacji chwytaka.

Wykaz komentarzy

- K1 - chwytak poza przestrzenią manipulacyjną,
- K2 - chwytak w punkcie osobliwym,
- K3 - chwytak w przestrzeni manipulacyjnej,
- K4 - kąt θ_1 nie należy do przedziału możliwych wartości kątów θ_1 , przechodzę na konfigurację "- β ",
- K5 - wartość prędkości katowej $\dot{\theta}_1$ nie należy do przedziału możliwych wartości prędkości $\dot{\theta}_1$, przechodzę na konfigurację "- β " - konfiguracja "+ β " nie jest możliwa do realizacji,
- K6 - konfiguracja "+ β " możliwa do realizacji, sprawdzam możliwość realizacji konfiguracji "- β ",
- K7 - obliczony kąt θ_1 nie należy do przedziału możliwych wartości kąta θ_1 - konfiguracja "- β " nie jest możliwa do realizacji,
- K8 - przedział trajektorii = P_t niemożliwy do realizacji, sprawdzam przedział następny = P_{t+1} ,
- K9 - w przedziale = P_t realizuję konfigurację "+ β ",
- K10 - przechodzę na następny przedział trajektorii = P_{t+1} ,
- K11 - koniec trajektorii,



Rys. 6

- K12 - obliczona wartość prędkości kątowej $\dot{\theta}_1$ nie należy do przedziału możliwych wartości prędkości kątowych θ_1 ,
 K13 - obydwie konfiguracje możliwe do realizacji,
 K14 - kryterium nie jest możliwe do spełnienia; odrzucam a realizowana jest konfiguracja "+ β ".

7. Wnioski

1. Warunkiem koniecznym do tego, aby zadanie odwrotne ruchu chwytaka było rozwiązywalne jest, aby równocześnie:

- chwytak na całej długości pokonywanej drogi znajdował się w przestrzeni roboczej manipulatora,
- orientacja chwytaka taka, aby znajdował się on w przestrzeni manipulacyjnej.

2. Rozwiązanie zadania otrzymujemy w dwóch wersjach, przy różnych konfiguracjach drugiego i trzeciego członu manipulatora (konfiguracja "+ β " i konfiguracja "- β ").

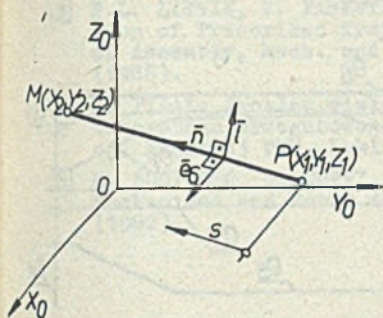
3. Przejście z jednej konfiguracji w drugą bez zmiany położenia i orientacji chwytaka może się odbyć tylko w położeniu osobliwym chwytaka - gdy człon 3 manipulatora znajduje się w położeniu odwrótnym.

4. Obydwie wersje rozwiązania należy poddać praktycznej weryfikacji. Koniecznym do tego, aby konfiguracja mogła być praktycznie wykorzystana, jest spełnienie dwóch następujących warunków:

- wszystkie wartości kątów θ_1 należą do przedziałów możliwych do realizacji wartości kątów w poszczególnych węzłach,
- wszystkie wartości prędkości względnych $\dot{\theta}_1$ w poszczególnych węzłach należą do przedziałów możliwych do realizacji w tych węzłach prędkości.

5. Przed przystąpieniem do praktycznego wykonania przez manipulator robota zadanej trajektorii, system sterowania cyfrowego robota powinien wyszukać położenia osobliwe na zadanej trajektorii, wykonać obliczenia wartości kątów θ_1 w poszczególnych parach i prędkości kątowych w węzłach; sprawdzić czy są spełnione warunki opisane w punktach 1 i 4 na odcinkach trajektorii pomiędzy sąsiednimi położeniami osobliwymi. Jeżeli okaże się, że na którymś z odcinków obydwie z konfiguracji są możliwe do realizacji system sterowania może sam dokonać wyboru konfiguracji lub według dodatkowego kryterium zadanego przez użytkownika. Może to być np. kryterium mniejszych przyrostów prędkości względnych (mniejszych przyspieszeń) w poszczególnych węzłach manipulatora, kryterium mniejszej energii potencjalnej lub kinetycznej lub sumy energii, kryterium sztywności, kryterium dokładności lub inne według żądań użytkownika.

8. Przykład liczbowy



Rys. 7

Przy spawaniu dwóch płaskich elementów przy użyciu robota chwytak z zamocowaną w nim elektrodą winien przesuwac się po linii prostej od punktu P o współrzędnych: $x_1 = 50, y_1 = 740, z_1 = 70$, do punktu M o współrzędnych $x_2 = 500, y_2 = 200, z_2 = 700$ z prędkością spawania równą $1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. Wersor kierunkowy l chwytaka ma się znajdować w płaszczyźnie równoległej do osi Z_0 , a jego rzut na tę oś ma mieć wartość dodatnią (rys. 7). Obliczyć wartości kątów obrotu względnego i prędkości katowych jakie wystąpią podczas spawania w poszczególnych parach kinematycznych.

Rozwiązanie:

Współrzędne wersorów n i l obliczymy z następujących zależności (rys. 7):

$$n_x = \frac{x_2 - x_1}{|MP|} ; n_y = \frac{y_2 - y_1}{|MP|} ; n_z = \frac{z_2 - z_1}{|MP|}$$

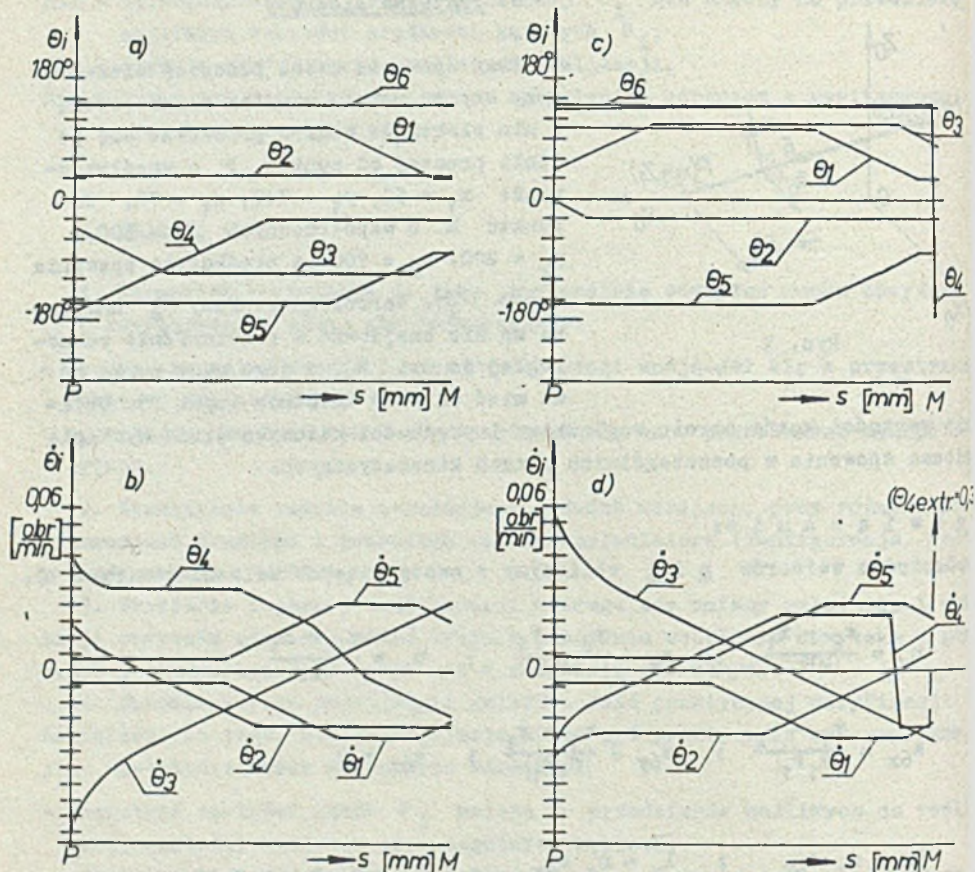
$$e_{6x} = \frac{y_1 - y_2}{|M_1P_1|} ; e_{6y} = \frac{x_2 - x_1}{|M_1P_1|} ; e_{6z} = 0$$

$$l_x = n_z e_{6y} ; l_y = n_z e_{6x} ; l_z = n_x e_{6y} - n_y e_{6x}$$

Dalsze obliczenia przeprowadzamy przy użyciu mikrokomputera według wcześniej przedstawionego programu.

Wyniki rozwiązania przedstawiamy w formie wykresów (rys. 8) zależności θ_1 i $\dot{\theta}_1$ w funkcji drogi chwytaka od punktu P do M.

Rysunek 8a i c dotyczy konfiguracji "+β", a rys. 8b i d konfiguracji "-β". Na rys. 8b widać duży skok wartości kąta θ_4 na krótkim, końcowym odcinku drogi chwytaka, jest to niepokojący symptom tego, że nastąpi na tym odcinku duży przyrost prędkości $\dot{\theta}_4$, tak się jednak nie stało jak widać z rys. 8d, ale porównanie wyników z rys. 8b z przedziałem możliwych wartości kątów θ_4 (rys. 1) wykazuje, że aby trajektoria "-β" mogła być zrealizowana, kąt θ_4 musiałby przyjąć niedozwolone ze względów konstrukcyjnych wartości kąta θ_4 . Przy czym program obliczeń został celowo zmodyfikowany by warunek ten nie był sprawdzany przed wyprowadzeniem wyni-



Rys. 8

ków, po to aby otrzymać poglądowy materiał do analizy. A zatem zadana droga spawania manipulator robota może wykonać będąc tylko w konfiguracji "+β".

LITERATURA

- [1] M.A. CHACE; -Solutions to the Vector Tetrahedron Equation. Intl of Engng for Ind., Trans. ASME, ser. B vol. 87, pp. 228-234.
- [2] M.I. ILIJEW, J. KNAPCZYK; Wektorowa metoda analizy położenia manipulatora z sześcioma parami obrotowymi. Materiały konferencyjne X Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Dydaktycznej TMM, Warszawa 1984, s. 46-53.

- [3] F.L. LITWIN, V. PARENTI-CASTELLI, R.H. PHILLIPS: Manipulators: Execution of Prescribed Trajectories, Special Link Positions and Versions of Assembly, Mech. and Machine Theory, vol. 21, No 2, pp. 173-185 (1986).
- [4] K. PYLAK: Problem wieloznaczności i określoności funkcji położenia czworoboku przegubowego. Zbiór referatów VII Ogólnopolskiej konferencji Naukowej TMM, Lublin 1977.
- [5] K. SUGIMOTO, J. DUFFY, K.H. HUNT: Special Configuration of Spatial Mechanisms and Robot Arms. Mech. and Machine Theory, 17, pp. 119-141 (1982).

ВЕКТОРНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ МАНИПУЛЯТОРА
С 6 ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ ПАРАМИ (ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА)

Р е з ю м е

Общий алгоритм решения обратной задачи кинематики манипулятора с 6 вращательными парами разработан векторным методом. Для заданной траектории движения и ориентации схвата определены относительные угловые перемещения в шарнирах. Рассмотрены возможности различных конфигураций, а также особые положения и конструкционные ограничения. Разработан численный пример для сварочного робота.

VECTOR METHOD FOR THE DETERMINATION OF THE JOINT MOTIONS OF 6R (RERR)
MANIPULATOR (INVERSE TASK)

S u m m a r y

The general solution algorithm for the inverse kinematic problem for RERR manipulator is determined by using the vector method. 6 - the so-called planar pair, because second, third and fourth manipulator joint axes are parallel. An algorithm based on the simple vector operations is developed to model 6 degree-of-freedom manipulator by an equivalent one degree-of-freedom closed-loop spatial mechanism. When the end-effector location

and orientation along the trajectory are specified, a corresponding unknown mechanism joint angles can be calculated. Special singular configurations of the manipulator are investigated. A numerical example for welding robot manipulator is given.

Recenzent: Prof. zw. dr hab. inż. Marek Dietrich

Wpłynęło do redakcji 17.XI.1986 r.