ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: MECHANIKA z. 86 Nr kol. 1012

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN I MECHANIZMÓW

11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Franciszek SIEMIENIAKO, Wojciech WINOGRODZKI

Instytut Mechaniki
Politechnika Białostocka

WPŁYW PARAMETRÓW KONSTRUKCYJNYCH KASKADY ELASTYCZNEJ NA ZDOLNOŚĆ FILTRACJI SYGNAŁÓW PNEUMATYCZNYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono model matematyczny jednokomorowej kaskady elastycznej z obciążeniem masowym oraz obciążeniem ciśnieniowym przesuniętym w czasie. Za pomocą analizy częstotliwościowej modelu wyznaczono przebiegi logarytmicznych charakterystyk amplitudowych przy różnych wartościach takich parametrów konstrukcyjnych kaskady, jak: masa, sztywność mieszka, powierzchnia efektywna mieszka, przewodności pneumatyczne oporów. Badania wykazały, że nachylenie logarytmicznej charakterystyki amplitudowej kaskady, jak również wartości częstości przy których występuje ekstremalny jej przebieg, mogą zmieniać się w szerokich granicach. Fakt ten oznacza, że istnieje możliwość uzyskiwania żądanej jakości filtracji w określonym obszarze zmian częstości sygnału podlegającego filtracji. Pokazano także, że poprzez odpowiedni dobór parametrów konstrukcyjnych kaskady istnieje możliwość filtracji środkowo-zaporowej przy zmiennej w szerokim zakresie selektywności.

1. Wprowadzenie

Sygnały pomiarowe o charakterze stochastycznym, a także sygnały wyjściowe przyrządów, których działanie polega na modulowaniu współczynnika wypełnienia ($\gamma = \frac{\tau}{T}$) bądź częstości (ω) muszą być poddane demodulacji, która polega na odtworzeniu składowej stałej tego sygnału. Tak postawione zadanie mogą pełnić filtry dolnoprzepustowe, którym stawia się następujące wymagania [5]:

$$\left|1 - \alpha^{-1}\left[\frac{G(s)}{s}\right]\right| \leq d \qquad \text{dla} \quad t \geq t_u \tag{1}$$

$$|G(j\omega)| \leqslant d \qquad \text{dla} \qquad \omega \geqslant \omega_{gr} \tag{2}$$

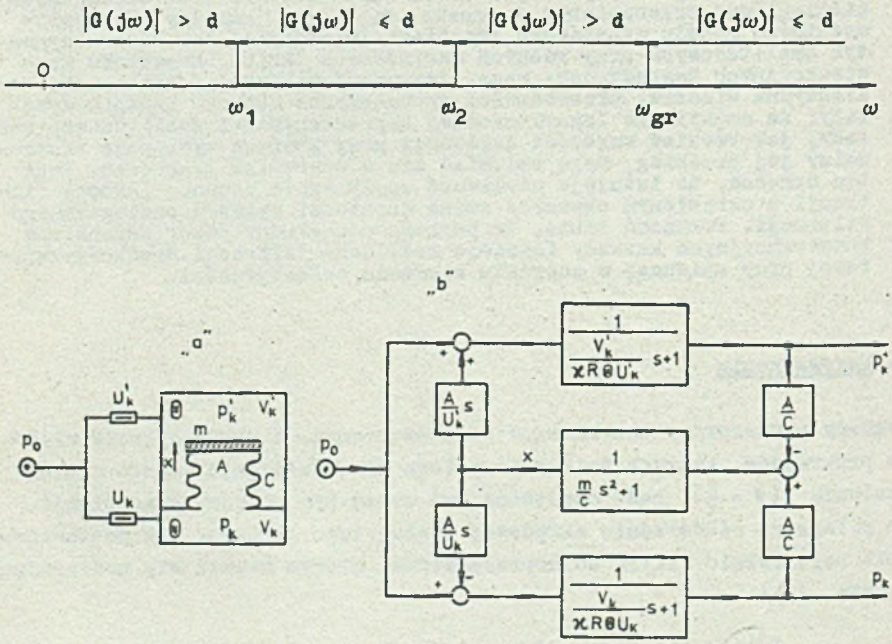
gdzie:

t_u - czas po którym wartość średnia ciśnienia komorowego ustali się,

ω_{gr} - częstość po przekroczeniu której amplituda tętnień sygnału zdemodulowanego będzie mniejsza od dopuszczalnej (d).

W pracach [1], [2], [4] przedstawiono metody badań oraz własności niektórych układów kaskadowych sztywnych, jako demodulatorów ciągu pneumatycznych impulsów prostokątnych.

Badania kaskady elastycznej jednokomorowej z obciążeniem masowym [3] wykazały możliwość kształtowania jej charakterystyki amplitudowej w znacznie szerszym niż dla układów sztywnych zakresie poprzez dobór parametrów konstrukcyjnych (masy ruchomej m, sztywności mieszka C, powierzchni efektywnej mieszka A, przewodności oporu U_k). Przebieg charakterystyki amplitudowej jest podstawą do oceny zdolności filtracji badanego układu, jak również zakresów zmian częstości sygnału wejściowego, przy których $|G(j\omega)| \leqslant d$. Dodatkowym faktem skłaniającym do badania pneumatycznych układów elastycznych jest możliwość uzyskania żądanych własności filtru w określonym obszarze zmian częstości sygnału wejściowego [3].



Rys. 1

Celem pracy jest określenie wpływu parametrów konstrukcyjnych (m, c, A, U_k, U_k') elastycznej kaskady jednokomorowej z obciążeniem masowym oraz obciążeniem ciśnieniowym na zdolność filtracji okresowych sygnałów pneumatycznych. Kaskadę stanowiącą przedmiot badań przedstawiono na rysunku 1a. Pokazany na rys. 1b schemat blokowy tej kaskady obrazuje wzajemne oddziaływanie ciśnień p_k oraz p_k' panujących w komorach po obu stronach mieszka. Porównanie uzyskanych wyników z wynikami przedstawionymi w pracy [3] pozwoli na ocenę wpływu obciążenia mieszka przeciwciśnieniem na jej zdolność filtracji.

2. Model matematyczny badanej kaskady

Przy wyznaczaniu modelu matematycznego kaskady pokazanej na rysunku 1a przyjęto następujące założenia:

- charakterystyki przepływowe oporów są liniowe

$$O_k = U_k(p_o - p_k)$$
$$O_k' = U_k'(p_o - p_k') \tag{3}$$

gdzie:

O_k, O_k' – masowe natężenia przepływu powietrza przez opory $\left[\frac{kg}{s}\right]$

U_k, U_k' – przewodności pneumatyczne oporów $\left[\frac{kg}{s \cdot Pa}\right]$

p_o, p_k, p_k' – ciśnienia przed i za oporami [Pa]

- rozkład ciśnienia w całej objętości komór V_k, V_k' jest jednorodny,
- dla komór kaskady obowiązuje równanie stanu gazu oraz równanie ciągłości przepływu

$$m = \frac{pV}{R\Theta}, \quad \frac{dm}{dt} = Q \tag{4}$$

- w komorach kaskady zachodzi przemiana politropowa o wykładniku politropy $\varkappa$.

Dla przemiany politropowej i po wprowadzeniu parametrów początkowych p_o, V_o, Θ_o, równanie stanu można przedstawić:

$$m = \frac{(p_o)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}{R\,\Theta_o} \cdot V(p)^{\frac{1}{\varkappa}} \tag{5}$$

Po zróżniczkowaniu (5) względem czasu otrzymano

$$\frac{dm}{dt} = \frac{V_o}{R_o \Theta_o} (p_o)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \cdot \frac{1}{\varkappa}(p_p)^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}} \frac{dp}{dt} + \frac{(p_o)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}(p_o)^{\frac{1}{\varkappa}}}{R\Theta_o} \frac{dV}{dt}$$

Stąd zmiana masy w komorze elastycznej wynosi

$$\frac{dm}{dt} = \frac{V_o}{\varkappa R \Theta_o} \frac{dp}{dt} + \frac{p_o}{R\Theta_o} \frac{dV}{dt} \tag{6}$$

Na podstawie (3), (4), (6) można napisać:

- dla komory o objętości V_k

$$\frac{V_{ko}}{\varkappa R \Theta_o} \frac{dp_k}{dt} + \frac{p_{ko}}{R\Theta_o} \frac{d\,V_k}{dt} = U_k(p_o - p_k)$$

Wiedząc, że $\frac{d\,V_k}{dt} = A\frac{dx}{dt}$ oraz wprowadzając nową zmienną

$$\frac{dx}{dt} = v \tag{7}$$

można napisać

$$\frac{dp_k}{dt} = \frac{-\varkappa R\Theta_o}{V_{ko}} U_k p_k - \frac{p_{ko}}{V_{ko}} \cdot \varkappa \cdot A \cdot v + \frac{\varkappa R_o}{V_{ko}} U_k p_o \tag{8}$$

Równanie równowagi sił działających na powierzchnię mieszka można wyrazić

$$p_k A = \frac{d^2 x}{dt^2} m + c \cdot x + A p'_k$$

stąd

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{A}{m} p_k - \frac{c}{m} x - \frac{A}{m} p'_k \tag{9}$$

- dla komory o objętości V'_k

$$\frac{dp'_k}{dt} = \frac{\varkappa R\Theta_o}{V'_{ko}} U'_k p'_k + \frac{p'_{ko}}{V'_{ko}} \varkappa A v + \frac{\varkappa R\Theta_o}{V'_{ko}} U'_k p_o \tag{10}$$

$$\frac{dx}{dt} = \vartheta \tag{11}$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{A}{m} p_k - \frac{c}{m} x - \frac{A}{m} p'_k \tag{12}$$

Ponieważ równania (7) ≡ (11), (9) ≡ (12), to układ równań opisujący zmiany p_k oraz p'_k ma postać:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_k}{dt} = -\dfrac{\varkappa R\theta_o}{V_{ko}} U_k p_k - \dfrac{p_{ko}}{V_{ko}} \varkappa A \vartheta + \dfrac{\varkappa R\theta_o}{V_{ko}} U_k p_o \\[2ex] \dfrac{dx}{dt} = \vartheta \\[2ex] \dfrac{d\vartheta}{dt} = \dfrac{A}{m} p_k - \dfrac{c}{m} x - \dfrac{A}{m} p'_k \\[2ex] \dfrac{dp'_k}{dt} = -\dfrac{\varkappa R\theta_o}{V'_{ko}} U'_k p'_k + \dfrac{p'_{ko}}{V'_{ko}} \varkappa A \vartheta + \dfrac{\varkappa R\theta_o}{V'_{ko}} U'_k p_o \end{cases} \tag{13}$$

Przyjmując wektor stanu $U = [p_k, x, \vartheta, p'_k]$ model matematyczny rozważanej kaskady można zapisać

$$\dot{U} = NU + Mp_o \tag{14}$$

gdzie:

$$N = \begin{bmatrix} -\dfrac{\varkappa R\theta_o}{V_{ko}} U_k & 0 & \dfrac{p_{ko}}{V_{ko}} \varkappa \cdot A & 0 \\[2ex] 0 & 0 & 1 & 0 \\[2ex] \dfrac{A}{m} & -\dfrac{c}{m} & 0 & -\dfrac{A}{m} \\[2ex] 0 & 0 & \dfrac{p'_{ko}\varkappa A}{V'_{ko}} & -\dfrac{\varkappa R\theta_o}{V'_{ko}} U'_k \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\varkappa r \Theta_o}{V_{ko}} U_k \\ 0 \\ 0 \\ \frac{R\Theta_o}{V'_{ko}} U'_k \end{bmatrix}$$

Transmitancja widmowa układu opisanego równaniem stanu (14) wyraża się wzorem

$$G(j\varkappa) = [j\omega I - N]^{-1} M \tag{15}$$

3. Metodyka i zakres obliczeń

Transmitancję widmową badanego układu kaskadowego obliczono metodą opartą o rozwiązanie zagadnień własnych modelu, przedstawioną w pracy [3]. Trajektorie rozwiązań obliczono przez całkowanie numeryczne przy wykorzystaniu algorytmu Geara. Parametry konstrukcyjne kaskady zmieniane były w obszarze:

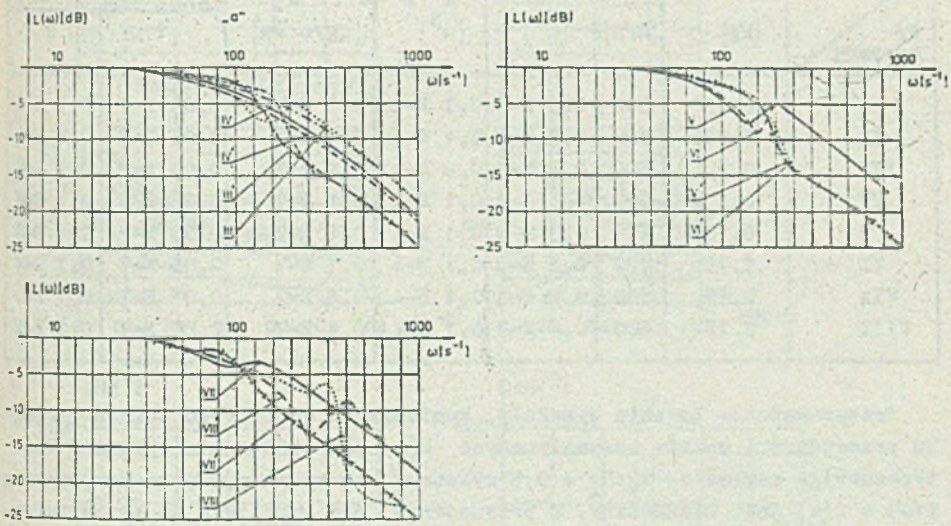
$m = 0{,}075-0{,}6$ [kg]; $C = 250-1000$ [N/m]; $A = 0{,}15-0{,}6$ [m^2]; $V_k = V'_k = 0{,}1 \cdot 10^{-4}$ [m^3]; $U_k = 0{,}1 \cdot 10^{-7}$ [kg/s Pa]; $U'_k = 0{,}05 \cdot 10^{-7}$, $0{,}1 \cdot 10^{-6}$ [kg/s Pa].

Parametry konstrukcyjne kaskad, których logarytmiczne charakterystyki pokazano na rysunkach 2 i 3, zestawiono w tablicy 1.

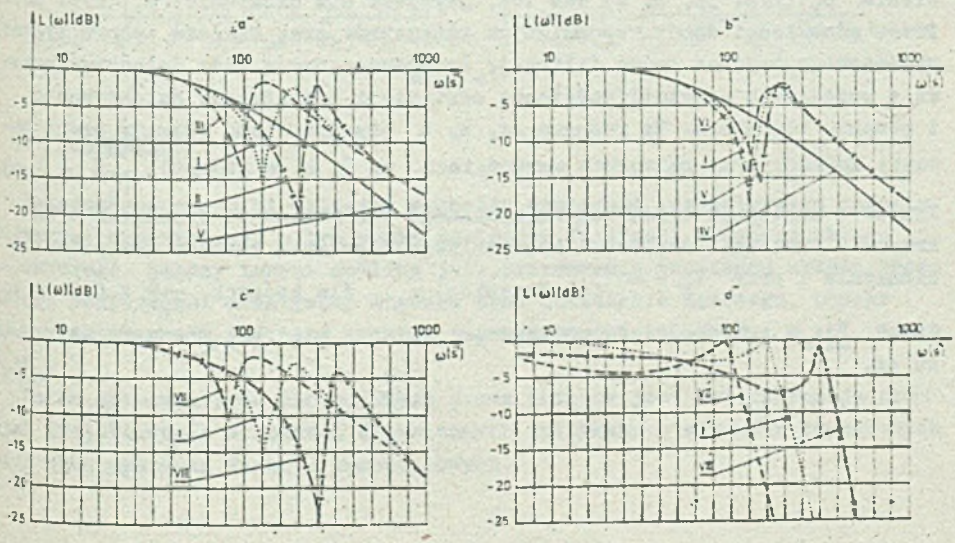
4. Wyniki obliczeń

Kaskada, przedstawiona na rysunku 1, jest elementem automatyki, w którym wejściem jest sygnał ciśnieniowy p_o, zaś wyjściem sygnał ciśnieniowy (p_k) lub (p'_k). Model matematyczny tej kaskady (13) pozwala na badanie jej własności niezależnie od typu wymuszenia (skokowe, okresowe) (p_o) i przy założeniu sygnału wyjściowego dowolnie (p_k) lub (p'_k).

Zakres zmian parametrów konstrukcyjnych kaskady, odpowiadający wartościom występującym w przyrządach pneumatycznych, pozwala ocenić ich wpływ na przebieg logarytmicznej charakterystyki amplitudowej, a tym samym ocenić zdolność filtracji dla $\omega = 0 \div \infty$.


L(ω)[dB]
„a"
10
100
1000
ω[s⁻¹]
-5
-10
-15
-20
-25
IV
IV'
III'
III
L(ω)[dB]
10
100
1000
ω[s⁻¹]
-5
-10
-15
-20
-25
V
VI
V'
VI'
L(ω)[dB]
10
100
1000
ω[s⁻¹]
-5
-10
-15
-20
-25
VII
VIII
VII'
VIII'

Rys. 2


L(ω)[dB]
„a"
10
100
1000
ω[s]
-5
-10
-15
-20
-25
III
I
II
V
L(ω)[dB]
„b"
10
100
1000
ω[s]
-5
-10
-15
-20
-25
VI
I
V
IV
L(ω)[dB]
„c"
10
100
1000
ω[s]
-5
-10
-15
-20
-25
VII
I
VIII
L(ω)[dB]
„d"
10
100
1000
ω[s]
-5
-10
-15
-20
-25
VII
I
VIII

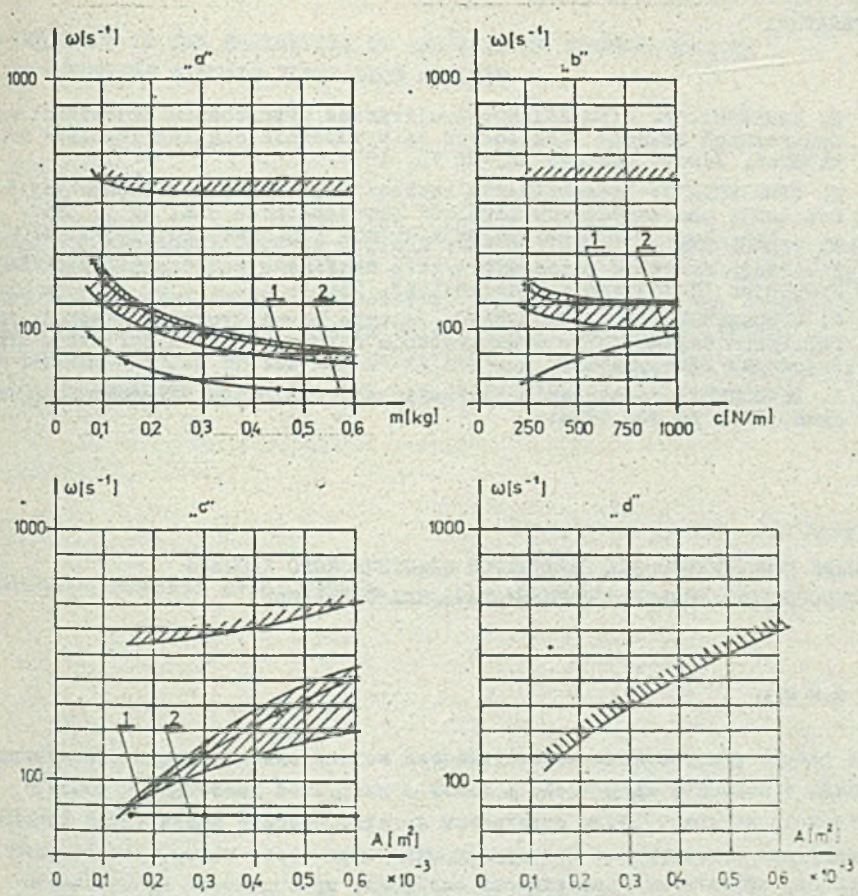
Rys. 3

Tablica 1

Parametr / Nr kaskady	m [kg]	C [N/m]	A [m^2]	$V_k = V'_k$ [m^3]	U_k [kg/s Pa]	U'_k [kg/s · Pa] 1	2
I	0,15	500	0,3 E-3	0,1 E-4	0,1 E-7	0,05 E-7	0,1 E-8
II	0,075	500	0,3 E-3	0,1 E-4	0,1 E-7	0,05 E-7	0,1 E-8
III	0,3	500	0,3 E-3	0,1 E-4	0,1 E-7	0,05 E-7	0,1 E-8
IV	0,1 E-3	500	0,3 E-3	0,1 E-4	0,1 E-7	0,05 E-7	0,1 E-8
V	0,15	250	0,3 E-3	0,1 E-4	0,1 E-7	0,05 E-7	0,1 E-8
VI	0,15	1000	0,3 E-3	0,1 E-4	0,1 E-7	0,05 E-7	0,1 E-8
VII	0,15	500	0,15 E-3	0,1 E-4	0,1 E-7	0,05 E-7	0,1 E-8
VIII	0,15	500	0,6 E-3	0,1 E-4	0,1 E-7	0,05 E-7	0,1 E-8

Przeprowadzone badania wykazały, konieczność właściwego doboru stosunku przewodności oporów pneumatycznych $U'_k : U_k$. Obliczenia wykonane dla typoszeregu kaskad o $u'_k : U_k = 0,5$ wykazały, że wpływ m, C, A na przebieg $L(\omega) = f(\omega)$ jest nieznaczny, a przynajmniej nie umożliwia on kształtowania odpowiedniej charakterystyki amplitudowej kaskady (rys. 2). Przebieg ciśnienia w komorze V'_k charakteryzuje się większym tłumieniem tętnień w stosunku do przebiegu ciśnienia w komorze V_k dla $\omega > 100\ s^{-1}$.

Zmniejszenie stosunku $U'_k : U_k$ do wartości 0,1 uwydatnia wpływ takich parametrów, jak: m, C, A na przebieg charakterystyki amplitudowej badanego układu. Dotyczy to zarówno przypadku, gdy sygnałem wyjściowym jest ciśnienie p'_k (rys. 3a, b, c) jak też, gdy jest nim ciśnienie p_k (rys. 3d). Przez odpowiedni dobór wspomnianych parametrów oraz miejsca poboru sygnału wyjściowego uzyskać można filtrację środkowozaporową bądź dolnoprzepustową o pożądanych częstotliwościach: odcięcia i granicznej, selektywności i stopniu tłumienia. Na rysunku 4a, b, c przedstawiono obszary pracy badanej kaskady przy zmiennych wartościach m, C, A, w których $\frac{\Delta p_k}{p_o} \leqslant 0,03$. Krzywe 1 określają częstości maksymalnego tłumienia. Na rysunkach tych krzywe 2 określają częstości maksymalnego tłumienia kaskady bez przeciwciśnienia i przy $V'_k = \infty$ [3]. Przebieg ω_{gr}, dla których $\frac{\Delta p'_k}{p_o} \leqslant 0,3$ w komorze V'_k, w zależności od powierzchni czynnej mieszka, pokazano na rysunku 4d.



Rys. 4

5. Zakończenie

Przedstawione wyniki obliczeń wykazały możliwość kształtowania charakterystyki dynamicznej, a tym samym zdolności filtracji badanego układu kaskadowego. Między innymi możliwe jest przesuwanie rezonansu układu przez zmianę powierzchni efektywnej mieszka oraz obciążenia masowego. Obszar pracy filtru można zmieniać również poprzez odpowiedni dobór $U_k' \neq U_k$ lub $V_k' \neq V_k$.

Celem dalszych prac prowadzonych przez autorów jest automatyzacja procesu projektowania własności dynamicznych opisywanych struktur kaskadowych przy wykorzystaniu technik komputerowych.

LITERATURA

[1] M. KAMIŃSKI, F. SIEMIENIAKO; Analityczne wyznaczanie odpowiedzi pneumatycznych układów kaskadowych na wymuszenie ciągiem impulsów prostokątnych, Zeszyt Naukowy PB, nr 16, 1977.

[2] F. SIEMIENIAKO: Identyfikacja kaskady dwukomorowej zastosowanej do demodulacji pneumatycznych impulsów prostokątnych PAK, Nr 7, 1982.

[3] W. WINOGRODZKI, F. SIEMIENIAKO: Analiza częstotliwościowa zdolności filtracji sygnałów pneumatycznych w kaskadach jednokomorowych, XXV Sympozjon "Modelowanie w mechanice", 1986.

[4] W. WINOGRODZKI, F. SIEMIENIAKO: Badanie pneumatycznych demodulatorów fali prostokątnej przy wykorzystaniu metod symulacji cyfrowej, III Sympozjum SPD-3, 1986.

[5] A. ŻUCHOWSKI: O problemie optymalizacji liniowych układów uśredniających, PAK, nr 40, 1974.

ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛАСТИЧЕСКОГО КАСКАДА НА СПОСОБНОСТЬ ФИЛЬТРАЦИИ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Р е з ю м е

В работе представлена математическая модель однокамерного эластического каскада с массовой нагрузкой, а также с нагрузкой давления. С помощью частотного анализа модели определены логарифмические амплитудные характеристики для изменяющихся конструкционных параметов: массы, эластичности сильфона, эффективной поверхности сильфона, проводимости пневматических сопротивлений. Исследования доказали, что наклонение амплитудных логарифмических характеристик каскада, а также значения частот при которых выступают экстремумы, изменяются в широком диапазоне. Это обозначаем возможность получения требуемого качества фильтрации в определенном диапазоне изменения частоты сигнала подлежащего фильтрации. Указано также, что при определённом установлении конструкционных параметров каскада появляется возможность фильтрации в определённом диапазоне изменения частоты.

THE INFLUENCE OF THE PARAMETERS OF ONE-CHAMBER ELASTIC CASCADE ON ITS PNEUMATIC SINGALS FILTRATION ABILITY

S u m m a r y

In the paper the frequency analysis of one-chamber elasti-with-mass pneumatic cascade linear model is given. The timerelayed pneumatic support of the cascade elasticity is discussed. The influence of the construction parameters on the cascade gain is being investigated. The ability to obtain desimed quality of the signal filtration is shown. The band-cut filtration possibility with variable selectivity is proved.

Recenzent: dr inż. Jan Kosmol

Wpłynęło do redakcji 28.XI.1986 r.