ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: MECHANIKA z. 86 Nr kol. 1012

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN I MECHANIZMÓW

11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Adam URBANEK, Tadeusz BIL

Wydział Mechaniczny
Wyższa Szkoła Inżynierska w Koszalinie

# OPTYMALNA REDUKCJA DRGAŃ W MASZYNACH O WIRNIKACH GIĘTKICH

Streszczenie. Referat przedstawia optymalne wyważanie wirników giętkich jako środek obniżania poziomu drgań maszyn wirnikowych. Optymalne parametry korekcji niewyważeń modalnych wirnika oblicza się poprzez minimalizację reakcji dynamicznych w podporach łożyskowych przy zachowaniu warunków ograniczających ugięcie w wybranych płaszczyznach poprzecznych wirnika. Ograniczenie ugięć związane jest z luzami konstrukcyjnymi między wirnikiem a częściami nieruchomymi maszyny.

Przedstawiono algorytm obliczeń i dokładny opis programu komputerowego. Do optymalizacji parametrów korekcji wykorzystano metodę zmiennej metryki Davidona - Fletchera - Powella. Metodę optymalnego wyważania zilustrowano trzema przykładami liczbowymi. Otrzymane numerycznie wyniki sprawdzono w sposób analityczny.

Program napisano w języku algorytmicznym BASIC i uruchomiono na mikrokomputerze ZX Spectrum Plus 64K.

## 1. Wprowadzenie

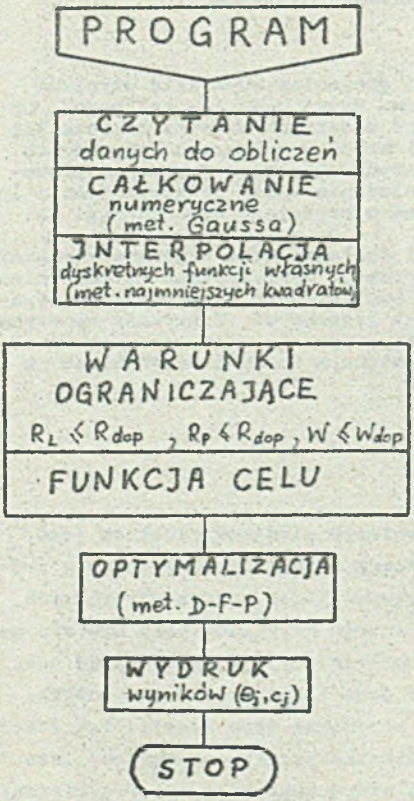
Głównym kryterium klasycznych metod wyważania wirników giętkich jest likwidacja lub redukcja do niezbędnego minimum reakcji dynamicznych w podporach łożyskowych. Praktyka wyważania i eksploatacja maszyn wirnikowych wskazują jednak na konieczność stosowania innych kryteriów przy wyborze metod wyważania. Uwzględniać trzeba efektywność metody, jej dokładność oraz warunki pracy wirnika. Niekiedy, bezcelowa jest likwidacja drgań łożysk, podczas gdy ugięcie wirnika może stać się przyczyną jego awarii. Tak dzieje się, gdy ugięcie resztkowe niewyważonego wirnika przekracza wartość luzu konstrukcyjnego między wirnikiem a częścią nieruchomą maszyny. Przycieranie wirnika prawie zawsze powoduje zmianę rozkładu niewyważenia. Dzieje się tak poprzez nagłe odłączenie się elementów wirnika (na przykład łopatki wirnika

turbiny cieplnej), lub odkształcenie wywołane miejscowym wzrostem temperatury na skutek tarcia [1]. W niektórych typach wirników konieczne jest uwzględnianie rozkładu momentów gnących wywołanych niewyważeniem wirnika i masami korekcyjnymi. Doświadczenia wykazały [2], że rozkład mas korekcyjnych wyważonego wirnika giętkiego może spowodować przekroczenie wytrzymałości wirnika na zginanie, przy jego przejściu przez rezonans.

Bardzo ważne jest również zwiększenie efektywności wyważania. Można to osiągnąć poprzez skrócenie wyważania i zmniejszenie jego kosztów.

Na podstawie tych uwarunkowań opracowano algorytm obliczania optymalnych parametrów korekcji przy wyważaniu wirników giętkich. Algorytm został oprogramowany i uruchomiony na mikrokomputerze ZX Spectrum Plus 64K.

## 2. Program obliczeń




Rys. 1

Danymi do obliczeń są:

- długość wirnika,
- gęstość materiału, z którego wykonany jest wirnik,
- liczba sztywnych elementów, na które został podzielony wirnik,
- liczba wyważanych postaci,
- geometria wirnika, tj. liczba odcinków o stałym przekroju, długości tych odcinków i ich średnice,
- geometria krzywej mimośrodowości masy wirnika, tj. liczba punktów opisujących zmiany mimośrodowości oraz współrzędne tych punktów,
- częstości własne oraz postacie drgań własnych obliczone osobnym programem
- współczynniki tłumienia modalnego,
- współrzędne środków ciężkości sztywnych elementów skończonych,
- współrzędne płaszczyzn z ograniczonym ugięciem wirnika oraz dopuszczalne wartości ugięć w tych płaszczyznach,
- modalne współczynniki rozstrojenia.

Program składa się z trzech podprogramów:

- podprogram parametrów wirnika,

- podprogram funkcji celu,
- podprogram optymalizacji.

Schemat blokowy programu przedstawiono na rysunku 1.

### 2.1. Podprogram parametrów wirnika

Podprogram parametrów wirnika ma na celu:

- czytanie danych do obliczeń,
- całkowanie numeryczne metodą Gaussa,
- interpolację dyskretnie zadanych funkcji własnych metodą najmniejszych kwadratów.

### 2.2. Podprogram funkcji celu

Tworzy się zmodyfikowaną funkcję kryterialną tzw. funkcję celu, która jest odpowiednio dostosowana do warunków ograniczających:

- reakcje dynamiczne w łożyskach nie mogą przekraczać wartości dopuszczalnych

$$(|R_L| \leqslant R_{dop}, \quad |R_P| \leqslant R_{dop}),$$

- ugięcia wirnika w wybranych płaszczyznach poprzecznych wirnika nie mogą być większe od wartości luzów między wirnikiem a częściami nieruchomymi maszyny

$$(W(z_w) \leqslant W_{dop}).$$

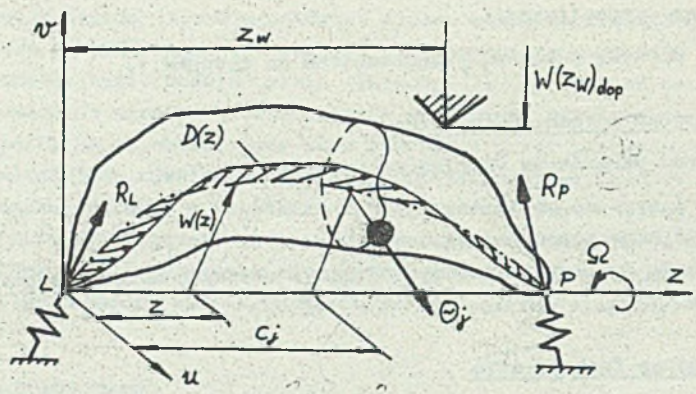
Ugięcie k-tej postaci w wybranej płaszczyznie poprzecznej wirnika (rys. 2) o współrzędnej $z_w$, wynosi

$$W_k(z_w) = \frac{(\xi_k \omega_k)^2 \left[D_k + \frac{1}{Z_k} \sum_{j=1}^{J} \Theta_j \Phi_k(c_j)\right]}{\left\{\left[\omega_k^2(1-\xi_k^2)\right]^2 + 4\omega_k^2\omega_k^3\xi_k^2\right\}^{1/2}} \Phi_k(z_w) \tag{1}$$

Reakcje dynamiczne podpór łożyskowych oblicza się ze wzorów:

$$R_{LK} = \frac{(\xi_k \omega_k)^2}{l}\left[\rho\int_0^1 A(z)(l-z)W_k(z)dz + \int_0^1 D(z)(l-z)dz + \sum_{j=1}^{J}\Theta_j(l-c_j)\right]. \tag{2}$$

$$R_{PK} = \frac{(\xi_k \omega_k)^2}{l}\left[\rho\int_0^1 A(z)W_k(z)zdz + \int_0^1 D(z)zdz + \sum_{j=1}^{J}\Theta_j c_j\right], \tag{3}$$




Rys. 2

Funkcja celu ma postać:

$$F = \sqrt{R_1^2 + R_p^2} + \frac{|W(z_w) - W(z_w)dop|}{\delta}, \tag{4}$$

gdzie:

$$R_1 = \left(\sum_{k=1}^{K} R_{1k}\right)^{1/2}, \tag{5}$$

$$R_p = \left(\sum_{k=1}^{K} R_{pk}\right)^{1/2}, \tag{6}$$

przy czym $R_{1k}$ i $R_{pk}$ są modalnymi wartościami sił dynamicznych podpór,

$$W(z_w) = \left[\sum_{k=1}^{K} W_k(z_w)\right]^{1/2},$$

gdzie $W_k(z_w)$ jest długością wektora ugięcia wirnika w k-tej postaci.

Drugi składnik wyrażenia 4 jest funkcją ciągłą i ma sens kary nakładanej za opuszczenie zbioru parametrów dopuszczalnych. Współczynnik $\delta$ dobiera się doświadczalnie, uwzględniając zbieżność funkcji celu.

2.3. Podprogram optymalizacji

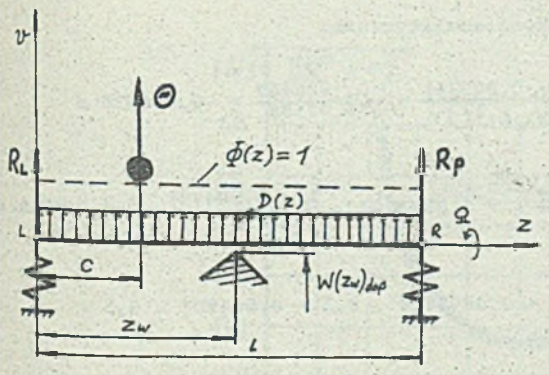
Do rozwiązania zadania optymalizacji zastosowano metodę zmiennej metryki Davidona - Fletchera - Powella [3].

Uzasadnieniem wyboru tej metody są następujące fakty [4]:

1. Dotychczas nie opracowano uniwersalnej metody optymalizacji dla problemów nieliniowych.
2. Wystarczająco dobra zbieżność metody D-F-P.
3. Problem minimalizacji funkcji nieliniowej z ograniczeniami nieliniowymi sprowadza się do znacznie prostszego do rozwiązania zadania optymalizacji nieliniowej bez ograniczeń.
4. Metoda D-F-P jest efektywna i wystarczająco uniwersalna. Wystarczy, że funkcjonał jest klasy $C_1$.

3. Przykłady obliczeń

W celu przedstawienia możliwości zastosowania programu wykonano kilka przykładów liczbowych. Są to przykłady stosunkowo proste. Przy ich wyborze kierowano się tym, że dla takich przypadków istnieje możliwość analitycznego sprawdzenia wyników. Przykłady te posłużyły do przetestowania programu komputerowego i wystarczająco dobrze ilustrują zjawiska zachodzące przy optymalnym wyważaniu wirników giętkich.




Rys. 3

Przykład 1

Dany jest wał o stałym przekroju poprzecznym zamocowany na elastycznych podporach. Niewyważenie jest stałe na całej długości. Należy obliczyć optymalne parametry korekcji pierwszej postaci niewyważenia (rys. 3).

Dane liczbowe przyjęte do obliczeń są następujące:

- gęstość materiału wirnika $\rho = 7800$ kg/m$^3$,
- długość wirnika $l = 1$ m,
- średnica wirnika $d = 0{,}02$ m,
- mimośród masy $a(z) = (0.002 + i0)$ m,
- dopuszczalna wartość reakcji podpór $R_{dop} = 1$ N,
- dopuszczalne ugięcie $W(0.5) = 0.001$ m,

- współczynnik rozstrojenia $\xi = 0{,}98$,
- pierwsza częstość własna $\omega_1 = 20\ s^{-1}$,
- współczynnik tłumienia modalnego $\mu_1 = 1$.

Otrzymano następujące wyniki pośrednie:

$$Z_1 = 1.0000221,$$

$$D_1 = 0.00490083 \text{ kgm}.$$

Obliczone numerycznie optymalne parametry korekcji wynoszą:

$$c_{opt} = 0.5 \text{ m},$$

$\Theta_{opt} = (-0.0053404 + i0)$ kgm, a odpowiadające im reakcje podpór i ugięcie

$$R_1 = 0.000265, \text{ N},$$

$$R_p = 0.000211 \text{ N},$$

$$W(0.5) = 0.0000999 \text{ m}.$$

Warunki ograniczające sprawdzono analitycznie:

$$W(0,5) = \frac{384,16(0,004901 - 0,00534)}{(250,9056 + 30732,8)^{1/2}} = \frac{-0,1686462}{1,6,02188} = -0,000958 \text{ m}$$

$$R_L = \Theta_{opt}(1 - \frac{c_{opt}}{l}) - \frac{D(z)}{2} l = 0,0053404 \cdot \frac{1}{2} - \frac{0,004901}{2} = -0,0002202 \text{N}$$

$$R_p = \Theta_{opt} \cdot \frac{c_{opt}}{l} - \frac{D(z).l}{2} = 0,0053404 \cdot 0,5 - 0,004901 \cdot 0,5 =$$

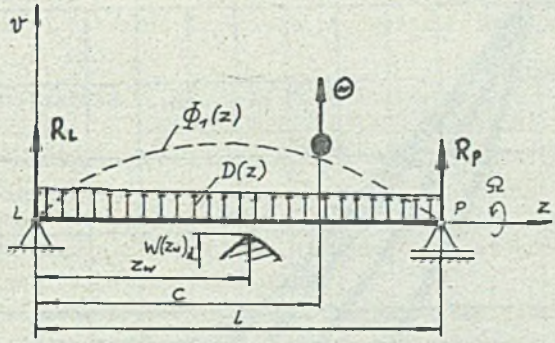
$$= 0,0002197 \text{ N}.$$

Przykład 2

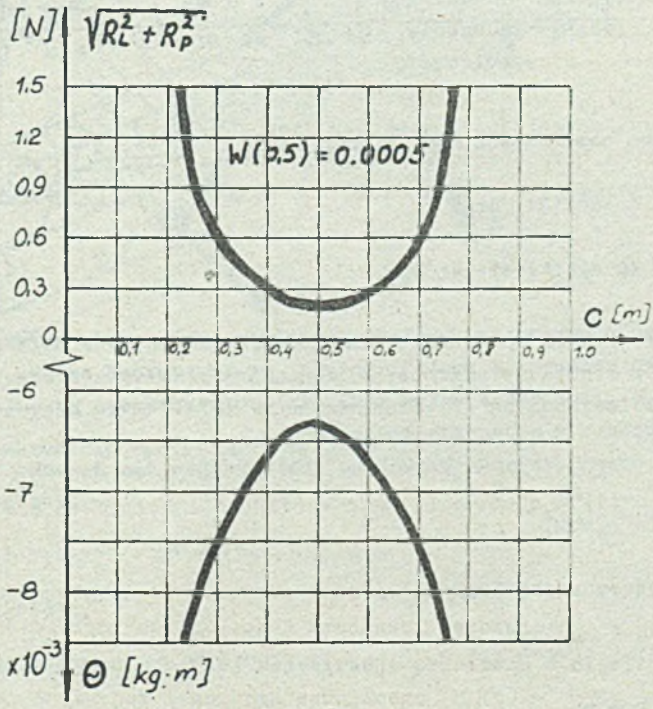
Dany jest wał i jego niewyważenie jak w przykładzie 1. Wał zamocowany jest na sztywnych podporach. Należy obliczyć optymalne parametry korekcji pierwszej postaci niewyważenia (rys. 4).

Dodatkowo do obliczeń przyjęto:

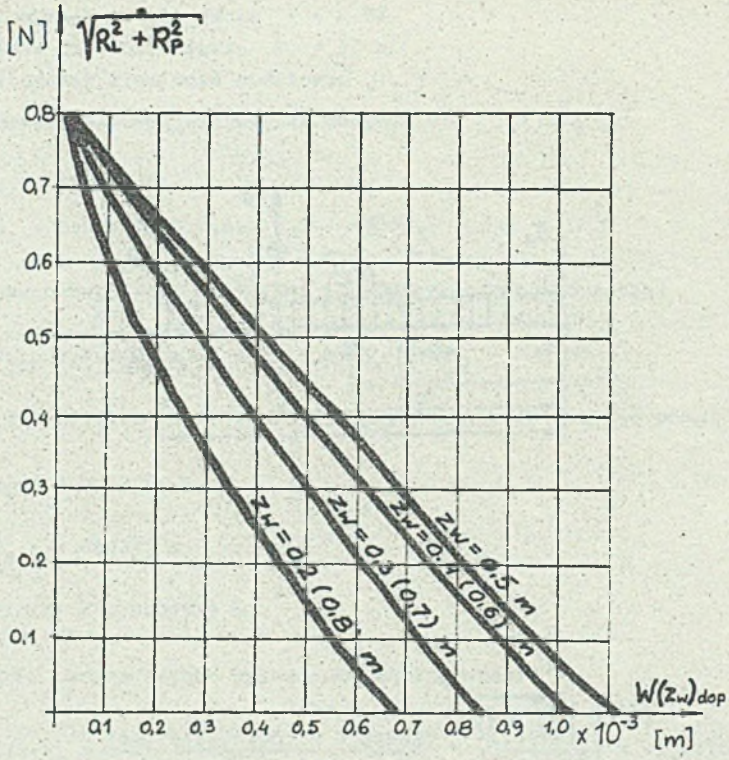
$$C_1(z) = \sin\frac{\pi z}{l}, \quad R_{dop} = 1,5 \text{ N}, \quad W(0,5) = 0,0005 \text{ m}.$$


v
Θ
$R_L$
$\Phi_1(z)$
$R_P$
D(z)
Ω
L
P
z
W(z_w)
z_w
c
l

Rys. 4


[N]
$\sqrt{R_L^2+R_P^2}$
1.5
1.2
0.9
0.6
0.3
0
W(0.5) = 0.0005
c [m]
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
-6
-7
-8
x10^-3
Θ [kg·m]

Rys. 5




Rys. 6

Otrzymano następujące wyniki pośrednie:

$z_1$ = 0.5007131 oraz

$D_1$ = (0.006169905+i0) kgm.

Obliczony numerycznie rozkład optymalnych parametrów korekcji i odpowiadające mu zmiany sił reakcji łożysk, przedstawiono na rys. 5.

Rysunek 6 przedstawia wpływ wielkości ograniczanego ugięcia na zmianę sił dynamicznych w podporach łożyskowych.

Warunki ograniczające sprawdzono analitycznie dla danych:

$c_{opt}$ = 0,4 m,

$\Theta_{opt}$ = (-0.006575+i0) kgm,

$\mathbb{C}(0.4)$ = 0.94961337,

$z_w$ = 0.5 m.

Według analitycznych obliczeń, ugięcie w wybranej płaszczyźnie poprzecznej wynosi

$$W(0.5) = 0.000467 \text{ m}.$$

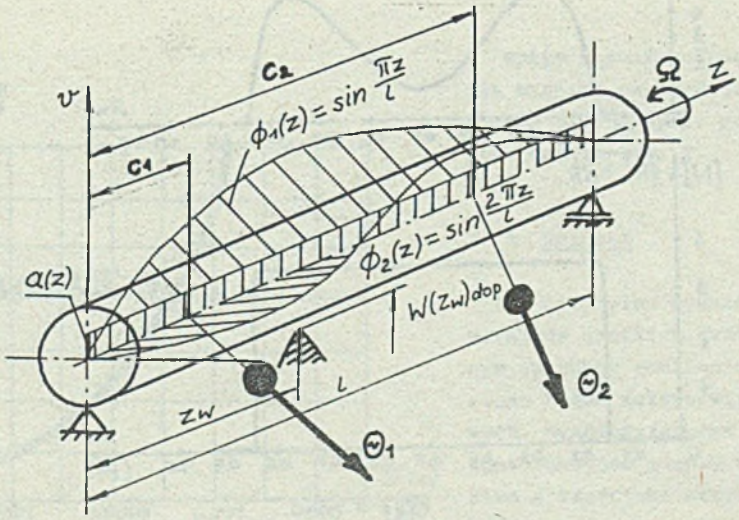
Przykład 3

Dla wału jak w przykładzie 1, przyjęto przestrzenny rozkład mimośrodowości masy

$$a(0) = (0.001+i0) \text{ m},$$

$$a(1) = (0-i0.001) \text{ m}.$$

Obliczyć optymalne parametry korekcji dla dwu pierwszych postaci niewyważenia w zależności od wartości ograniczanego ugięcia wirnika (rys. 7).




Rys. 7

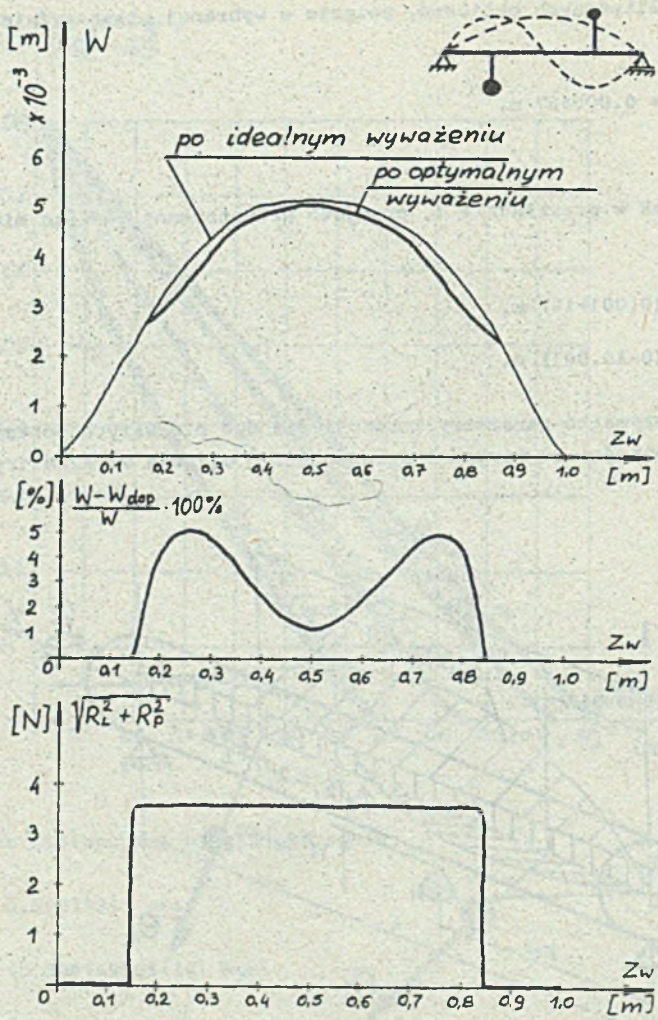
Otrzymane numerycznie wyniki pośrednie są następujące:

$$Z_1 = 0.50014936,$$

$$D_1 = (0.0015402923 - i0.0015431353) \text{ kgm},$$

$$Z_2 = 0.53385071,$$

$$D_2 = (0.000607997 + i0.00060793949) \text{ kgm}.$$




Rys. 8

Próba optymalnego wyważenia dwu postaci drgań wirnika za pomocą dwóch ciężarków korekcyjnych dała niedostateczne wyniki. Najlepszy wynik jaki udało się uzyskać, to zmniejszenie ugięcia wirnika o 5%, przy czym maksymalna siła dynamiczna w łożyskach nie przekraczała 3,6 N. Wyniki wyważania wirnika dwoma ciężarkami przedstawiono na rys. 8.

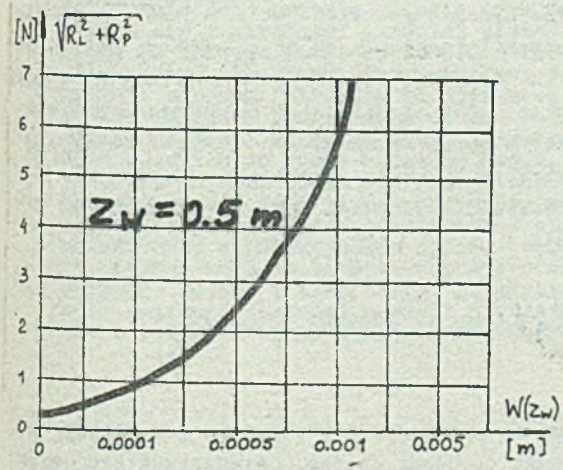
Próby dalszego zmniejszania ugięcia pociągały za sobą gwałtowny wzrost reakcji podpór.

Dopiero zwiększenie liczby ciężarków korekcyjnych pozwoliło optymalnie wyważyć wirnik w szerokim zakresie warunków ograniczających ugięcie. Przy

tyciu trzech ciężarków korekcyjnych, udało się całkowicie zlikwidować gięcie w połowie długości wirnika. Otrzymane numerycznie optymalne parametry korekcji i odpowiadające im maksymalne reakcje podpór zamieszczono w tablicy 1.

Tablica 1

| W(.5) [m] | j | $C_{j\,opt}$ [m] | $\Theta_{j\,opt}$ [kg·m] Re | Im | $\bar{R}_L$ [N] | $\bar{R}_P$ [N] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.001 | 1 | 0.1997 | 0.0051587 | -0.000463 | 4.3289 | 3.5317 |
| | 2 | 0.4617 | -0.0129731 | 0.001311 | | |
| | 3 | 0.7883 | 0.005438 | 0.001552 | | |
| 0.0001 | 1 | 0.1991 | 0.005032 | -0.0005046 | 0.6279 | 0.7513 |
| | 2 | 0.4610 | -0.0129721 | 0.001299 | | |
| | 3 | 0.7849 | 0.0054044 | 0.001555 | | |
| 0.0 | 1 | 0.1968 | 0.0055714 | -0.001186 | 0.2136 | 0.1815 |
| | 2 | 0.4617 | -0.0142432 | 0.003011 | | |
| | 3 | 0.7619 | 0.0063082 | 0.0006312 | | |




Rys. 9

Wpływ dopuszczalnego ugięcia wirnika na reakcje dynamiczne jego podpór, przedstawiono na rys. 9.

## 4. Wnioski

1. Optymalne wyważanie wirników giętkich jest jedynym sposobem obniżania poziomu drgań maszyn wirnikowych, uwzględniającym luzy konstrukcyjne między wirnikiem a częściami nieruchomymi maszyny.

2. Przy użyciu ciężarków korekcyjnych w liczbie równej liczbie wyważanych postaci, istnieją niewielkie możliwości optymalnego wyważania wirników giętkich. Zwiększenie liczby ciężarków korekcyjnych znacznie zwiększa te możliwości.

3. Funkcja celu i warunki ograniczające mogą być formułowane w zależności od typu wirnika i warunków jego pracy, co świadczy o uniwersalności proponowanej metody.

4. Zastosowanie mikrokomputera i nowoczesnej aparatury pomiarowej daje możliwość skonstruowania przenośnej aparatury do optymalnego wyważania wirników giętkich w łożyskach własnych maszyny.

LITERATURA

[1] R. ŁĄCZKOWSKI: Wyważanie elementów wirujących. WNT, Warszawa 1979.

[2] I.S. LISICYN: Analitičeskij metod opriedielienija disbalansa na gibkich rotorach. Energomašinostrojenie no. 5, 1978.

[3] D.M. HIMMELBLAU: Applied nonlinear programming. McGraw-Hill. Book Company, Texas 1972.

[4] W. FINDEISEN, J. SZYMANOWSKI, A. WIERZBICKI: Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji. PWN, Warszawa 1980.

THE OPTIMAL REDUCTION OF VIBRATIONS IN THE FLEXIBLE ROTORS MACHINES

S u m m a r y

An optimal balancing of flexible rotors like an expedient of vibration level decreasing of the rotary machines is shown in this paper.

The optimum parameters of rotor modal unbalance correction are calculated through minimalization of the dynamic reactions at retention of conditions limiting deflection in chosen lateral planes of the rotor. The limit of deflection is relevant with the constructional shakes between the rotors and immovable pieces of the machine. The algorithm of calculation and the exact description of the computer program is shown. The optimum balancing of the flexible rotors is illustrated by three numerical examples.

The program is written in algorithmic language BASIC and programmed on microcomputer ZX Specrum Plus 64K.

ОПТИМАЛЬНАЯ РЕДУКЦИЯ КОЛЕБАНИЙ В МАШИНАХ С ГИБКИМИ РОТОРАМИ

Р е з ю м е

Реферат представляет оптимальное уравновешивание гибких роторов как средства снижения уровня колебаний роторных систем. Оптимальные параметры коррекции форм неуравновешенности расчитываются через минимизацию динамических сил в подшипниках при сохранении граничных условий наложенных на упругие деформации ротора. Допускаемые деформации связаны с конструкционными зазорами между ротором и статором. Представлены: алгоритм расчёта, компьютерная программа и три численных примера.

Программа написана на алгоритмическом языке BASIC и опрограммирована на микрокомпьютере ZX Spectrum Plus 64K.

Recenzent: Dr inż. Władysław Kaliński

Wpłynęło do redakcji 7.XI.1986 r.