

OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN
MECHANIZMÓWPOLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES
AND MECHANISMS

-30. 04. 1987 ZAKOPANE

Lesław WODZICKI

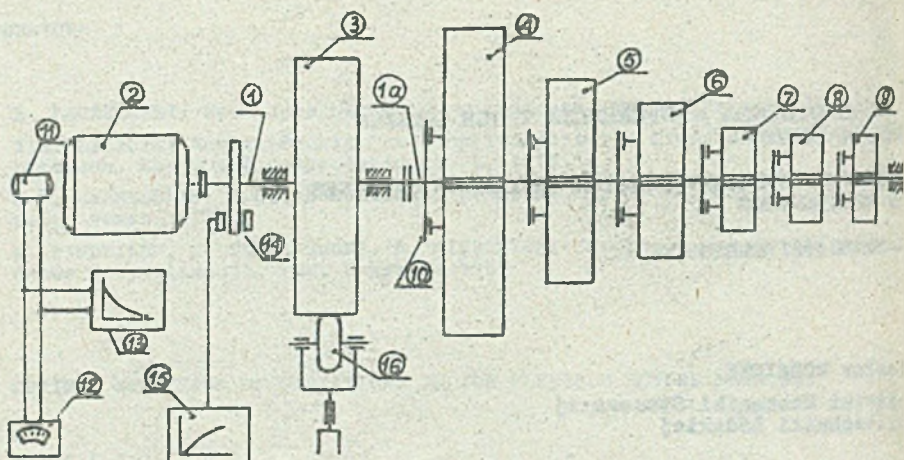
Instytut Mechaniki Stosowanej
Politechniki Łódzkiej

DYNAMIKA MASZINY DO BADANIA OPON

Streszczenie. Przedmiotem rozważań jest układ wirujący maszyny do dynamicznego badania różnego typu opon lotniczych. Układ ten składa się z wirującej gładkiej bieżni z wałem, do którego w zależności od potrzeb można wybiórczo dołączyć za pomocą sprzęgieł sześć różnych mas. Do bieżni dosuwane jest z określoną siłą docisku badane koło z oponą. Wirująca bieżnia wraz z dołączonymi do niej różnymi kombinacjami poszczególnych mas mają za zadanie symulować w czasie badań różne stany obciążeń dynamicznych opon. Wiąże się to z dostarczeniem do opony w czasie badań, ściśle określonej międzynarodowymi normami badań ISO porcji energii. W celu dokładnego określenia wartości energii przekazywanej na koło konieczna jest znajomość masowych momentów bezwładności poszczególnych mas wirujących układu oraz współczynników oporów ruchu układu z uwzględnieniem siły docisku koła do bieżni. W pracy przedstawiono doświadczalnie-liczbową metodę identyfikacji parametrów układu w łożyskach własnych oraz obliczeń wartości energii przekazywanej na badaną oponę w oparciu o pomiar momentu hamującego i prędkości katowej układu.

1. Wstęp

Przedmiotem analizy dynamicznej jest pokazany schematycznie na rysunku 1 układ wirujący maszyny do dynamicznego badania opon. Układ ten składa się z wału 1 napędzanego poprzez sprzęgło silnikiem elektrycznym prądu stałego 2 z regulowaną tyrystorowo prędkością katową. Z wałem 1 związana jest na stałe gładka bieżnia 3, do której dosuwane jest z określoną siłą docisku badane koło z oponą 16. Do wału 1 można dołączyć za pomocą sprzęgieł wał 1a dodatkowych mas wirujących 4-9. Masy te mogą zostać dołączone wybiórczo do wału 1a za pomocą sprzęgieł kłowych 10. Skompletowany w ten sposób układ wirujący składający się z bieżni i wybranych mas symuluje



Rys. 1

w czasie badań opon różne ich stany obciążeń dynamicznych. Do pomiaru prędkości obrotowej zespołu wirującego służy prądniczka tachimetryczna 11 a. do jej odczytu i rejestracji miernik 12 i rejestrator 13. Pomiar momentu hamującego wywołanego działaniem hamulca 14 dokonywany jest za pomocą czujnika tensometrycznego i zapisywany na rejestratorze 15.

Badania dynamiczne opon lotniczych polegają na:

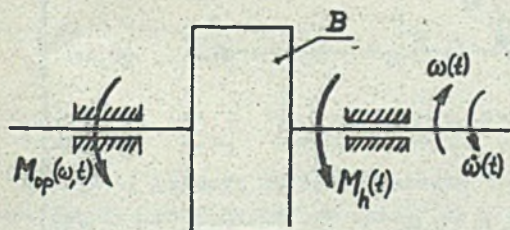
- wybraniu dla danego typu opon oraz rodzaju badań symulacyjnych (start, lądowanie) zestawu mas wirujących imitujących odpowiednie obciążenie dynamiczne oraz określenie prędkości katowej ω_0 bieżni odpowiadającej prędkości liniowej samolotu,
- po rozpędzeniu układu wirującego do prędkości katowej ω_0 wyłącza się napęd i docsuwa do bieżni badane koło z oponą na określony czas i z określoną siłą docisku,
- na podstawie zarejestrowanego przebiegu prędkości katowej bieżni $\omega(t)$ oblicza się wartość energii przejętej z układu wirującego przez koło z oponą.

Należy tu zaznaczyć, że jedynie część energii kinetycznej układu wirującego jest przejmowana przez badane koło, gdyż znaczna część w czasie badań jest zużywana na pokonanie nieznanych oporów ruchu układu wirującego (oporów toczenia łożysk i oporów aerodynamicznych). Tak więc do dokładnego policzenia energii przekazywanej na koło lotnicze należy znać wartości następujących parametrów dynamicznych układu wirującego: - masowych momentów bezwładności B_j bieżni, wału i poszczególnych mas dodatkowych; - współczynników c_j oporów ruchu danego zestawu wirującego z uwzględnieniem siły docisku koła do bieżni.

Dla określenia wartości tych parametrów opracowano doświadczalnie-liczbową metodę identyfikacji układu w łożyskach własnych w oparciu o pomiar i rejestrację przyłożonego z zewnątrz do układu wirującego momentu hamującego z jednoczesną rejestracją przebiegu prędkości katowej układu w czasie.

2. Metoda wyznaczania parametrów dynamicznych układu wirującego w oparciu o pomiar momentu hamującego i prędkości katowej

Prezentacja opracowanej metody zostanie dla prostoty rozważań ograniczona do przypadku układu z jedną masą wirującą, co następnie może zostać rozszerzone dla dowolnej liczby mas układu.



Rys. 2

Rozpatrywany jest układ wirujący przedstawiony schematycznie na rys. 2.

Równanie ruchu tego układu ma postać:

$$B\dot{\omega}(t) + M_{op}(t) = -M_h(t) \quad (1)$$

gdzie: B - masowy moment bezwładności układu, $\dot{\omega}(t) = \frac{d\omega}{dt}$ - przyspieszenie (opóźnienie) katowe układu, $M_{op}(t)$ - moment

oporów ruchu układu, $M_h(t)$ - moment hamujący działający na układ.

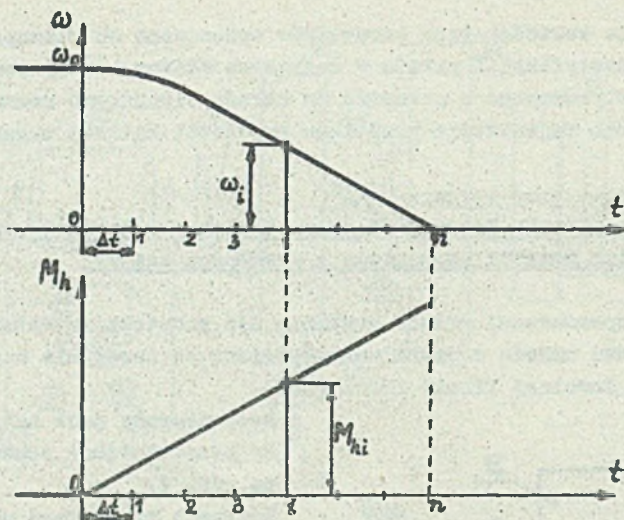
Przebieg momentu oporów ruchu układu można przedstawić w zależności od prędkości katowej $\omega(t)$ w postaci funkcji potęgowej k -tego stopnia

$$M_{op}(\omega, t) = c_0 + c_1\omega(t) + c_2\omega^2(t) + c_3\omega^3(t) + \dots + c_k\omega^k(t) \quad (2)$$

gdzie: c_j są niewiadomymi współczynnikami rzeczywistymi oporów ruchu. W praktyce wystarcza ograniczyć liczbę składników wyrażenia (2) do czterech, czyli przyjąć $k = 3$. Tak więc równanie (1) po podstawieniu (2) przyjmuje postać:

$$B\dot{\omega}(t) + c_0 + c_1\omega(t) + c_2\omega^2(t) + c_3\omega^3(t) + \dots + c_k\omega^k(t) = -M_h(t) \quad (3)$$

Eksperyment związany z przedstawioną metodą polega na rozpędzeniu układu wirującego maszyny do ustalonej prędkości katowej ω_0 , a następnie włączeniu hamulców i jednoczesnej rejestracji przebiegu w czasie zarówno prędkości katowej $\omega(t)$ jak i momentu hamującego $M_h(t)$.



Rys. 3

Przykładowe przebiegi tych wielkości przedstawiono na rysunku 3. Występujące w (3) przyspieszenie katowe $\dot{\omega}(t)$ można wyznaczyć różniczkując dany przebieg $\omega(t)$. Dzielnik otrzymane z pomiarów przebiegi $\omega(t)$ i $M_h(t)$ na n równych części o długości Δt (rys. 3) otrzymuje się dla tych chwil czasu następujący układ równań warunkowych

$$B\dot{\omega}_i + c_0 + c_1\omega_i + c_2\omega_i^2 + \dots + c_k\omega_i^k + M_{hi} = 0 \quad (4)$$

$$i = 1 \dots n$$

Układ równań warunkowych (4) jest sprzeczny przy $n > k+2$, więc dla nieznanych parametrów B i c poszukujemy wartości najbardziej prawdopodobnych, dla których w układzie (4) po prawej stronie występują małe odchyłki ε_i

$$B\dot{\omega}_i + c_0 + c_1\omega_i + c_2\omega_i^2 + \dots + c_k\omega_i^k + M_{hi} = \varepsilon_i \quad (5)$$

Przy założeniu, że odchylenia ε_i mają rozkład normalny, otrzymuje się dla najbardziej prawdopodobnego zestawu wartości niewiadomych parametrów B i c najmniejszą sumę kwadratów wartości odchyłek ε_i . Wynika to z zasad metody regresji [1], [2]. Oznaczając tę sumę przez

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 \quad (6)$$

i minimalizując ją względem szukanych parametrów B i c , czyli pisząc

$$\frac{\partial S}{\partial B} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial c_0} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial c_1} = 0; \quad \dots; \quad \frac{\partial S}{\partial c_k} = 0 \quad (7)$$

otrzymuje się niesprzeczny układ równań normalnych, który w postaci macierzowej można zapisać:

$$\begin{bmatrix} \sum \dot{\omega}_1^2 & \sum \dot{\omega}_1 & \sum \omega_1 \dot{\omega}_1 & \sum \omega_1^2 \dot{\omega}_1 & \dots & \sum \omega_1^k \dot{\omega}_1 \\ \sum \dot{\omega}_1 & \sum 1 & \sum \omega_1 & \sum \omega_1^2 & \dots & \sum \omega_1^k \\ \sum \omega_1 \dot{\omega}_1 & \sum \omega_1 & \sum \omega_1^2 & \sum \omega_1^3 & \dots & \sum \omega_1^{k+1} \\ \sum \omega_1^2 \dot{\omega}_1 & \sum \omega_1^2 & \sum \omega_1^3 & \sum \omega_1^4 & \dots & \sum \omega_1^{k+1} \\ \sum \omega_1^3 \dot{\omega}_1 & \sum \omega_1^3 & \sum \omega_1^4 & \sum \omega_1^5 & \dots & \sum \omega_1^{k+3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum \omega_1^k \dot{\omega}_1 & \sum \omega_1^k & \sum \omega_1^{k+1} & \sum \omega_1^{k+2} & \dots & \sum \omega_1^{k+k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \dots \\ c_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum M_{h1} \dot{\omega}_1 \\ -\sum M_{h1} \\ -\sum M_{h1} \omega_1 \\ -\sum M_{h1} \omega_1^2 \\ -\sum M_{h1} \omega_1^3 \\ \dots \\ -\sum M_{h1} \omega_1^k \end{bmatrix} \quad (8)$$

Symbol \sum oznacza sumowanie od $i=1$ do n .

3. Metoda uwzględnienia wpływu docisku koła do bieżni na moment jej oporów ruchu

Na podstawie literatury dotyczącej teorii łożysk tocznych np. [3] i [4] można stwierdzić, że całkowite tarcie łożyska jest sumą tarcia toczenia, ślizgania oraz smarowania.

Wyznaczenie momentu tarcia łożyska sprowadza się do obliczeń:

- momentu M_0 oporów hydraulicznych, niezależnych od obciążenia, zależnych zaś od prędkości obrotowej,
- momentu M_1 oporów toczenia, wynikających ze sprężystych odkształceń w łożysku, zależnego od obciążenia łożyska.

Można to zapisać w postaci:

$$M_t = M_0 + M_1 \quad (9)$$

Moment M_0 dla iloczynu $\mu \cdot n > 2000$ wyraża się wzorem:

$$M_0 = 10^{-7} \cdot f_0 \cdot (\nu \cdot n)^{2/3} \cdot d_m^3 \quad [\text{Nmm}] \quad (10)$$

zaś dla zakresu $\mu \cdot n < 2000$ zależnością:

$$M_0 = 160 \cdot 10^{-7} \cdot f_0 \cdot d_m^3 \quad [\text{Nmm}] \quad (11)$$

gdzie: ν - lepkość kinematyczna (właściwa) oleju w [cSt], czyli w $[\text{mm}^2/\text{s}]$,
 n - prędkość obrotowa łożyska w [obr/min]; f_0 - współczynnik zależny od konstrukcji łożyska i od smarowania (z katalogu łożysk); $d_m = \frac{d+D}{2}$ średnica łożyska w [mm]; d - średnica otworu łożyska w [mm]; D - średnica zewnętrzna łożyska w [mm].

Moment M_1 oporów toczenia zależny od obciążenia łożyska oblicza się według [3] z zależności

$$M_1 = \mu_1 f_1 P \frac{d_m}{2} \quad [\text{Nmm}] \quad (12)$$

gdzie: μ_1 - współczynnik tarcia zależny od rodzaju łożyska i wielkości obciążenia (z katalogu); f_1 - współczynnik zależny od konstrukcji łożyska i obciążenia (z katalogu); P - obciążenie łożyska w [N]; d_m - średnica średnia łożyska w [mm].

W celu uwzględnienia siły docisku koła do bieżni na opory toczenia łożyska wprowadzono współczynnik korekcyjny w postaci:

$$e = \frac{M_0 + M_1(Z)}{M_0 + M_1(G)} \quad (13)$$

gdzie: $M_1(Z)$ - moment oporów toczenia łożyska przy obciążeniu wypadkowym Z w [N]

$$Z = \sqrt{G^2 + N^2} \quad (14)$$

G - ciężar bieżni w [N]; N - siła docisku koła do bieżni w [N]; $M_1(G)$ - moment oporów toczenia łożyska przy obciążeniu ciężarem bieżni G w [N].
 Współczynnik korekcyjny e można przedstawić w zmienionej postaci jako:

$$e_i = \frac{a_i + b \cdot Z}{a_i + b \cdot G} \quad (15)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned}
 a_1 &= 10^{-7} \cdot f_0 \cdot (\varphi \cdot n_1)^{2/3} \cdot d_m^3 && \text{dla } \varphi n_1 \geq 2000 \\
 a_1 &= 160 \cdot 10^{-7} \cdot f_0 \cdot d_m^3 && \text{dla } \varphi n_1 < 2000
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{zależne od prędkości} \\ \text{obrotowej} \end{array}$$

$$b = \mu_1 \cdot f_1 \cdot \frac{d_m}{4} - \text{stały współczynnik zależny od rodzaju łożyska.}$$

Jak widać z (15) wartość współczynnika korekcyjnego e i uwzględniającego siłę docisku N opony do bieżni maszyny, zależny od prędkości obrotowej n_1 (kątovej ω_1). Winien więc być liczony dla poszczególnych rozpatrywanych wartości ω_1 .

Moment oporów ruchu bieżni po uwzględnieniu wpływu siły docisku koła do bieżni poprzez współczynnik korekcyjny e ze wzoru (15) przyjmie zamiast (12) postać:

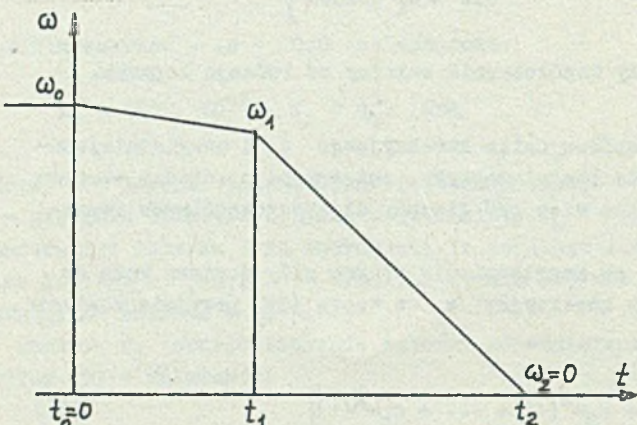
$$M_{op} = e [c_0 + c_1 \omega(t) + c_2 \omega^2(t) + \dots + c_k \omega^k(t)] \quad (16)$$

Wprowadzając (16) do układu równań warunkowych (4), a następnie przechodząc metodą regresji liniowej do układu równań normalnych otrzymuje się zamiast postaci (8) skorygowaną postać tego układu uwzględniającą siłę docisku N opony do bieżni, poprzez wprowadzenie współczynnika korekcyjnego e :

$$\begin{bmatrix}
 \sum \dot{\omega}_1^2 & \sum e_1 \dot{\omega}_1 & \sum e_1 \omega_1 \dot{\omega}_1 & \sum e_1 \omega_1^2 \dot{\omega}_1 & \dots & \sum e_1 \omega_1^k \dot{\omega}_1 \\
 \sum e_1 \dot{\omega}_1 & \sum e_1^2 & \sum e_1^2 \omega_1 & \sum e_1^2 \omega_1^2 & \dots & \sum e_1^2 \omega_1^k \\
 \sum e_1 \omega_1 \dot{\omega}_1 & \sum e_1^2 \omega_1 & \sum e_1^2 \omega_1^2 & \sum e_1^2 \omega_1^3 & \dots & \sum e_1^2 \omega_1^{k+1} \\
 \sum e_1 \omega_1^2 \dot{\omega}_1 & \sum e_1^2 \omega_1^2 & \sum e_1^2 \omega_1^3 & \sum e_1^2 \omega_1^4 & \dots & \sum e_1^2 \omega_1^{k+2} \\
 \sum e_1 \omega_1^3 \dot{\omega}_1 & \sum e_1^2 \omega_1^3 & \sum e_1^2 \omega_1^4 & \sum e_1^2 \omega_1^5 & \dots & \sum e_1^2 \omega_1^{k+3} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \sum e_1 \omega_1^k \dot{\omega}_1 & \sum e_1^2 \omega_1^k & \sum e_1^2 \omega_1^{k+1} & \sum e_1^2 \omega_1^{k+2} & \dots & \sum e_1^2 \omega_1^{k+k}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 B \\
 c_0 \\
 c_1 \\
 c_2 \\
 c_3 \\
 \dots \\
 c_k
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 - \sum M_{h1} \dot{\omega}_1 \\
 - \sum M_{h1} e_1 \\
 - \sum M_{h1} e_1 \omega_1 \\
 - \sum M_{h1} e_1 \omega_1^2 \\
 - \sum M_{h1} e_1 \omega_1^3 \\
 \dots \\
 - \sum M_{h1} e_1 \omega_1^k
 \end{bmatrix}$$

4. Metoda wyznaczania wartości energii przekazywanej na badane koło

Przykładowy przebieg prędkości kątowej układu wirującego po dosunięciu do bieżni badanego koła przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4

Zazwyczaj zarejestrowane przebiegi $\omega(t)$ dają się przybliżyć za pomocą odcinków linii prostych w kilku przedziałach czasu badań. Na rysunku 4 wyróżniono dwa takie przedziały: pierwszy od zera do czasu t_1 , obrazuje współpracę układu wirującego z kołem niehamowanym, wówczas zmiany prędkości kątowej od ω_0 do ω_1 są niezbyt duże, oraz drugi przedział od czasu t_1 do t_2 , w którym prędkość kątowa układu wirującego osiąga zero.

Zmiany $\omega(t)$ w tym drugim przedziale są już znaczne i przedstawiają one współpracę układu wirującego z kołem hamowanym za pomocą hamulca koła.

Równanie ruchu układu wirującego maszyny wraz z dosuniętym do bieżni z określoną siłą docisku kołem można zapisać w postaci:

$$B_g \cdot \dot{\omega}(t) + M(\omega, t) = 0 \quad (18)$$

gdzie: B_g - sumaryczny masowy moment bezwładności wybranej kombinacji mas wirujących układu; $\dot{\omega}(t)$ - opóźnienie katowe układu wirującego (ujemne); $M(\omega, t)$ - sumaryczny, zredukowany na oś wału układu wirującego moment oporów ruchu tego układu i dosuniętego koła. Sumaryczny moment oporów ruchu układu można zapisać w postaci:

$$M(\omega, t) = M_{op}(\omega, t) + M_k(\omega, t) \quad (19)$$

gdzie: $M_{op}(\omega, t)$ - moment oporów ruchu samego układu wirującego maszyny zależny od prędkości kątowej ω i siły docisku koła do bieżni; $M_k(\omega, t)$ - moment oporów ruchu badanego koła zredukowany na wał układu wirującego, zależny od ω oraz od siły docisku koła do bieżni. Moment oporów ruchu układu wirującego z uwzględnieniem siły docisku koła do bieżni można przedstawić w postaci:

$$M_{Op}(\omega, t) = c_{0e} + c_{1e}\omega(t) + c_{2e}\omega^2(t) + \dots + c_{ke}\omega^k(t) \quad (20)$$

gdzie: c_{0e} , c_{1e} ... c_{ke} - skorygowane sumaryczne współczynniki oporów ruchu wybranej wersji układu wirującego, zgodnie z metodą przedstawioną w punkcie 3.

Tak więc energia tracona na pokonywanie oporów ruchu układu wirującego z uwzględnieniem siły docisku koła do bieżni dla określonego i -tego przedziału czasu wyraża się wzorem:

$$E_{Op_i} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} M_{Op_i}(\omega, t) \cdot \omega(t) dt \quad (21)$$

W tym samym przedziale czasu układ wirujący traci energię kinetyczną na skutek zmniejszenia prędkości kątowej od wartości ω_{i-1} do wartości ω_i , co można zapisać wzorem:

$$E_i = \frac{B}{2}(\omega_{i-1}^2 - \omega_i^2) \quad (22)$$

Tak więc energię przekazywaną na koło w i -tym przedziale czasu określa wzór:

$$E_{k_i} = E_i - E_{Op_i} = \frac{B}{2}(\omega_{i-1}^2 - \omega_i^2) - \int_{t_{i-1}}^{t_i} M_{Op_i}(\omega, t) \cdot \omega(t) dt \quad (23)$$

Uwzględnienia wpływu docisku koła do bieżni na wartość energii przekazywanej na to koło w i -tym przedziale czasu dokonuje się poprzez korekcję współczynników oporów ruchu układu (wzór 20), zgodnie z metodą przedstawioną w punkcie 3.

5. Obliczenia numeryczne

Macierzowy układ równań (17) z uwagi na jego złożoność rozwiązano numerycznie, układając konwersacyjny program obliczeń w języku BASIC pozwalający na obliczenia na mikrokomputerze ZX SPECTRUM. W wyniku obliczeń otrzymuje się poszukiwane wartości masowego momentu bezwładności B i współczynników c_1 oporów ruchu układu wirującego. Także do obliczeń energii przekazywanej na badane koło (wzór 23) ułożono program pozwalający obliczyć na ZX SPECTRUM dokładną jej wartość, wprowadzając jako dane

obliczone wcześniej wartości parametrów B i c. Poniżej podano wyniki obliczeń dla wybranego zestawu wirującego.

a) bez uwzględnienia siły docisku $N = 0$

$$\begin{aligned} B &= 2007,67 \text{ kgm}^2 & ; & \quad c_0 = -398,016 \text{ Nm} ; \\ c_1 &= 51,4248 \text{ Nms} & ; & \quad c_2 = -1,00815 \text{ Nms}^2 ; \\ c_3 &= 5,8925 \cdot 10^{-3} \text{ Nms}^3 & ; & \quad \\ E_k &= 1909290 \text{ J} \end{aligned}$$

b) z uwzględnieniem siły docisku koła do bieżni $N = 32692 \text{ N}$

$$\begin{aligned} B &= 2007,51 \text{ kgm}^2 ; & \quad c_0 &= -430,5 \text{ Nm} ; \\ c_1 &= 60,2354 \text{ Nms} ; & \quad c_2 &= -1,22586 \text{ Nms}^2 \\ c_3 &= 7,44843 \cdot 10^{-3} \text{ Nms}^3 & & \\ E_k &= 1824220 \text{ J} \end{aligned}$$

LITERATURA

- [1] K. MAŃCZAK: Metody identyfikacji wielowymiarowych obiektów sterowania. WNT, Warszawa 1978.
- [2] W. WODZICKI: Opracowanie metod i obliczenia oporów ruchu oraz energii przekazywanej na koło podczas badania opon lotniczych. Prace naukowe IMS PŁ, Łódź 1985.
- [3] "Łożynka toczne" - katalog - informator SWW 0631, Warszawa 1984.
- [4] "Łożyska toczne" - materiały do przedmiotu PKM, Łódź 1978.

ДИНАМИКА МАШИНЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКРЫШЕК

Резюме

В работе представлен экспериментально-вычислительный метод определения динамических параметров и энергии многочасовой системы вращающихся шарико-подшипников. Решаемая система является самой главной частью машины для динамического исследования покрышек. В представленной работе применены метод линейной регрессии. В работе представлены тоже результаты экспериментов и вычислений.

THE DYNAMICS THE MACHINE FOR THE INVESTIGATION OF THE TYRES

In this paper the author presents the experimental-numerical method of determining dynamic parameters and energy of the multimass system rotating in the own bearings. The Considered rotating system is the essential part of a large machine for the dynamic investigation of the pneumatic tyres. The multimass system simulates the dynamic load of the wheel with a tyre. The presented method uses differential equations of motion and linear regression. The paper includes the results of the experimental and numerical investigations.

Recenzent: Dr inż. Władysław Kaliński

Wpłynęło do redakcji 5.XI.1986 r.