ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: MECHANIKA z. 86 Nr kol. 1012

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN I MECHANIZMÓW

11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Józef WOJNAROWSKI, Andrzej BUCHACZ

Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn
Politechnika Śląska

MODELOWANIE MECHANICZNYCH PODSYSTEMÓW ROBOTÓW I MANIPULATORÓW HIPERGRAFAMI I LICZBAMI STRUKTURALNYMI

Streszczenie. W pracy przedstawiono sposób modelowania hipergrafami drgających mechanicznych podsystemów robotów i manipulatorów. W tym celu określono pojęcie wieloblokowego hipergrafu obciążonego oraz podano podstawowe własności hipergrafów modelujących drgające układy mechaniczne zarówno dyskretne, ciągłe jak i dyskretno-ciągłe. W dalszym ciągu pokazano sposób wyznaczania charakterystyk dynamicznych wyróżnionych podsystemów mechanicznych, wykorzystując związki hipergrafów z liczbami strukturalnymi kategorii k i liczbami strukturalnymi zupełnymi. Przedstawiono najpierw algorytm algebraizacji bazując na pojęciach szkieletu hipergrafu, liczby strukturalnej dopełniającej, tablicy rzędów pochodnych i wagi dendrytowej. Następnie wyznaczono podatności dynamiczne, widmo częstości i współczynniki przekazywania zmiennych stosując funkcje: wyznacznikową i jednoczesności, określone na pierścieniu liczb strukturalnych oraz stabelaryzowane podatności dynamiczne określone w przypadkach elementarnych odcinków drgających podsystemów mechanicznych manipulatorów robotów.

1. Wprowadzenie

W złożonych systemach S z inteligencją maszynową wyróżnia się mechaniczne podsystemy $S^{(j)} \in S$ $(j=1,\ldots,m)$. Zjawiska dynamiczne zachodzące w tych podsystemach można modelować za pomocą obciążonych hipergrafów ${}^{k}_{1}X^{(i)} \in {}^{k}_{1}X$ $(k=2,3,\ldots,n)$. Określając jaki rodzaj zjawisk dynamicznych, a w szczególności - rodzaj drgań modeluje elementarny hipergraf ${}^{k}_{1}X^{(i)}$, tworzy się hipergraf ${}^{k}_{1}X$ opisujący własności dynamiczne podsystemu mechanicznego robota i/lub manipulatora. Proponowana metoda opisu zjawisk dy-

namicznych umożliwia badanie zarówno drgających podsystemów mechanicznych o parametrach rozłożonych w sposób ciągły, jak i podsystemów modelowanych układami dyskretno-ciągłymi.

Dyskretyzacji algebraicznej modelowanych zjawisk dynamicznych dokonuje się wykorzystując związki hipergrafów z liczbami strukturalnymi wyższych kategorii i liczbami strukturalnymi zupełnymi.

Natomiast charakterystyki dynamiczne[1] wyznacza się wykorzystując funkcje: wyznacznikową i jednoczesności określone na pierścieniach liczb strukturalnych.

W pracy bazując na pojęciach z teorii grafów i liczb strukturalnych, sformułowano modele drgających mechanicznych podsystemów robotów i manipulatorów.

2. Podstawowe pojęcia teorii hipergrafów

Do opisu drgających ciągłych lub dyskretno-ciągłych mechanicznych podsystemów manipulatorów robotów zastosujemy grafy blokowe[2] (por. np. [1,2,3]).

Oznaczmy przez ${}_1X = \langle {}_1x_0, {}_1x_1, {}_1x_2, \ldots, {}_1x_{n_1} \rangle$ (${}_1x_{j_1} \in E_3$, $j_1 \in \{0,1,2,\ldots n_1\}$ - zbiór wierzchołków oraz przez f ciągłe przekształcenie E_2 w E_3.

B l o k i e m ${}^k_2X(j_2)$ (${}_1x_0, {}_1x_1, {}_1x_2, \ldots, {}_1x_{n_1}$) ($k > 1$; $j_2 = 1,2,\ldots,n_2$) nazywa się zbiór punktów przestrzeni E_3, który jest ciągłym obrazem koła $\bar{K}$ (0,1) przy spełnieniu przez f warunków

i) $f|_{K(0,1)}$ jest homeomorfizmem z wyjątkiem wierzchołków ${}_1X$, gdzie f może nie być homeomorfizmem,

ii) ${}_1X \not\subset f(Fr(K(0,1)))$,

iii) uporządkowanie wierzchołków obrazu brzegu koła K(0,1) powinno być zgodne z porządkiem zbioru ${}_1X$.

Jeśli ${}^k_2X(j_2)$ (${}_1x_0, {}_1x_1, \ldots, {}_1x_{n_1}$) jest blokiem, to blok jest rozpięty na wierzchołkach ${}_1x_0, {}_1x_1, \ldots, {}_1x_{n_1}$.

---

[1] Mogą to być: sztywności lub podatności dynamiczne, współczynniki przekazywania zmiennych biegunowych, widmo częstości.

[2] Stosuje się również zamienne nazwy: grafy k-tej kategorii, hipergrafy.

K r a w ę d z i ą bloku nazywa się krzywą należącą do obrazu brzegu koła K(0,1), której końcami są dwa kolejne wierzchołki. Zbiór wszystkich krawędzi bloku nazywa się brzegiem bloku.

Oznaczmy przez ${}^{k}_{3}X_{n_3}$ $-n_3$ - argumentową relację

$$ {}^{k}_{3}X_{n_3} \in \underbrace{{}^{k}_{1}X \times {}^{k}_{1}X \times \ldots \times {}^{k}_{1}X}_{n_3 \text{ razy}}, \quad n_3 \in N, \quad {}^{k}_{1}X \subset E_3, $$

taką, że

$$ \langle {}^{k}_{1}x_0, {}^{k}_{1}x_1, \ldots, {}^{k}_{1}x_{n_3} \rangle \in {}^{k}_{3}X_{n_3} \Longrightarrow \left(\bigwedge_{0 \leq i_3 \leq n_3} \bigwedge_{0 \leq j_3 \leq n_3} ({}^{k}_{1}x_{i_3} = {}^{k}_{i}x_{j_3}) \right. $$

$$ \Longrightarrow \left. {}^{k}_{1}x_{i_3} = {}^{k}_{1}x_{i_3+1} = {}^{k}_{1}x_{i_3+2} = \ldots = {}^{k}_{1}x_{j_3} \right). $$

H i p e r g r a f e m ${}^{k}X$ nazywa się uporządkowaną czwórkę

$$ {}^{k}X = \langle {}^{k}_{1}X, {}^{k}_{2}X, {}^{k}_{3}X, F \rangle , \tag{1} $$

gdzie:

${}^{k}_{1}X \neq \emptyset$ jest zbiorem wierzchołków hipergrafu,

${}^{k}_{2}X = \langle {}^{k}_{2}X^{(1)}, {}^{k}_{2}X^{(2)}, \ldots, {}^{k}_{2}X^{(n_2)} \rangle$ - zbiorem bloków grafu rozpiętych na wierzchołkach ze zbioru ${}^{k}_{1}X$,

${}^{k}_{3}X$ - zbiorem relacji, F - przekształceniem ${}^{k}_{3}X \longrightarrow {}^{k}_{2}X$, określonym jako

$$ \text{i)} \quad F({}^{k}_{3}X_{n_3}({}^{k}_{1}x_0, {}^{k}_{1}x_1, \ldots {}^{k}_{1}x_{n_3})) = {}^{k}_{2}X({}_{1}x_0, {}_{1}x_1, \ldots, {}_{1}x_{n_1}) $$

dla

$$ n_3 \in \{1, 2, \ldots, n_4\} \quad \text{oraz} \quad {}^{k}_{1}x_0 = {}_{1}x_0 $$

$$ \bigwedge_{0 \leq i_3 \leq n_3} \bigwedge_{0 \leq j_3 \leq n_3} ({}_{1}x_{i_3} = {}^{k}_{1}x_{j_3}) \Longrightarrow {}_{1}x_{i_3+1} = {}^{k}_{1}x_{j_3+c} \wedge c = \min_{p \in N} ({}^{k}_{1}x_{j_3} \neq {}^{k}_{1}x_{j_3+p}) $$

(c jest krotnością wierzchołka).

$$\text{ii)} \bigvee_{{}^{k}_{1}x \in {}^{k}_{1}X} {}^{k}_{3}X_1({}^{k}_{1}x_{i_3}) \Longrightarrow {}^{k}_{2}X({}^{k}_{1}x_{i_3}) \vee \bigvee_{{}^{k}_{1}x \in {}^{k}_{1}X} \neg({}^{k}_{3}X_1({}^{k}_{1}x_{i_3})) \Longrightarrow {}^{k}_{2}X({}^{k}_{1}x_{i_3})).$$

W dalszym ciągu wprowadzimy pojęcie hipergrafu obciążonego jako modelu podsystemu manipulatora robota.

Hipergrafem o b c i ą ż o n y m nazywamy uporządkowaną dwójkę

$$ {}^{k}_{1}X = \langle {}^{k}X, f_1 \rangle , \tag{2}$$

gdzie:

${}^{k}X$ jest hipergrafem, f_1 - odwzorowaniem przyporządkowującym wierzchołkom ${}^{k}_{1}X$ hipergrafu ${}^{k}X$ przemieszczenia uogólnione ${}_1S_{j_1} \in {}_1S$ $(j_1 = 0,1,\ldots,n_1)$.

Aby dokonać algebraizacji zjawisk dynamicznych modelowanych hipergrafami obciążonymi podamy pojęcie szkieletu hipergrafu oraz jego podstawowe własności, z których wynikają niezmienniki hipergrafu obciążonego jako modelu mechanicznego podsystemu manipulatora robota.

S z k i e l e t e m ${}^{k}X_o$ hipergrafu ${}^{k}X$ jest multigraf liniowy niezorientowany[1], otrzymany przez przyporządkowanie każdemu blokowi hipergrafu ${}^{k}X$ drzewa rozpiętego na wszystkich wierzchołkach bloku.

Z określenia szkieletu wynika, że "przyporządkowanie każdemu blokowi hipergrafu ${}^{k}X$ drzewa" nie jest pojęciem jednoznacznym. Każdemu bowiem hipergrafowi można przyporządkować klasę grafów pierwszej kategorii, które są szkieletami danego hipergrafu.

L i c z b a różnych szkieletów, które można przyporządkować danemu hipergrafowi jest równa

$$m = \prod_{j_2=1}^{n_2} \operatorname{card} \langle {}_{\circ}X^{(j_2)} \rangle , \tag{3}$$

gdzie:

n_2 - jest liczbą bloków hipergrafu,

$\langle {}_{\circ}X^{(j_2)} \rangle$ - zbiorem wszystkich drzew rozpiętych na wierzchołkach bloku ${}^{k}_{2}X^{(j_2)}$.

---

[1] Jest to graf pierwszej kategorii (por. np. [3]).

Niezmienniki szkieletów wynikają z następujących twierdzeń[1)]

1° Jeżeli dowolny szkielet ${}^{k}X_{o}^{(j)}$ jest grafem liniowym s p ó j n y m, to również każdy inny szkielet ${}^{k}X_{o}^{(i)}$ jest grafem spójnym.

2° L i c z b a c y k l o m a t y c z n a $\mathring{n}$ wszystkich szkieletów hipergrafu jest identyczna i równa

$$\mathring{n} = \sum_{j_2=1}^{n_2} \mathrm{card}({}^{k}_{2}X^{(j_2)}) - n_2 - n_1, \tag{4}$$

gdzie:

card $({}^{k}_{2}X^{(j_2)})$ jest stopniem incydencji bloku,

n_2 - liczbą bloków,

n_1 - liczbą wierzchołków hipergrafu ${}^{k}X$.

Na podstawie twierdzeń 1° i 2° można również wykazać, że spójność i liczba cyklomatyczna są niezmiennikami hipergrafu.

W celu ujednolicenia sposobu przyporządkowania szkieletu hipergrafowi stosujemy pojęcie drzewa Lagrange'a[2)] i szkieletu Lagrange'a[3)].

Sposób przedstawiania hipergrafów obciążonych pokazano na rys. 1. Na rysunku 1a przedstawiono obciążony hipergraf jednoblokowy, natomiast na rys. 1b - sześcioblokowy.

3. Modele drgających podsystemów manipulatorów robotów w postaci hipergrafów

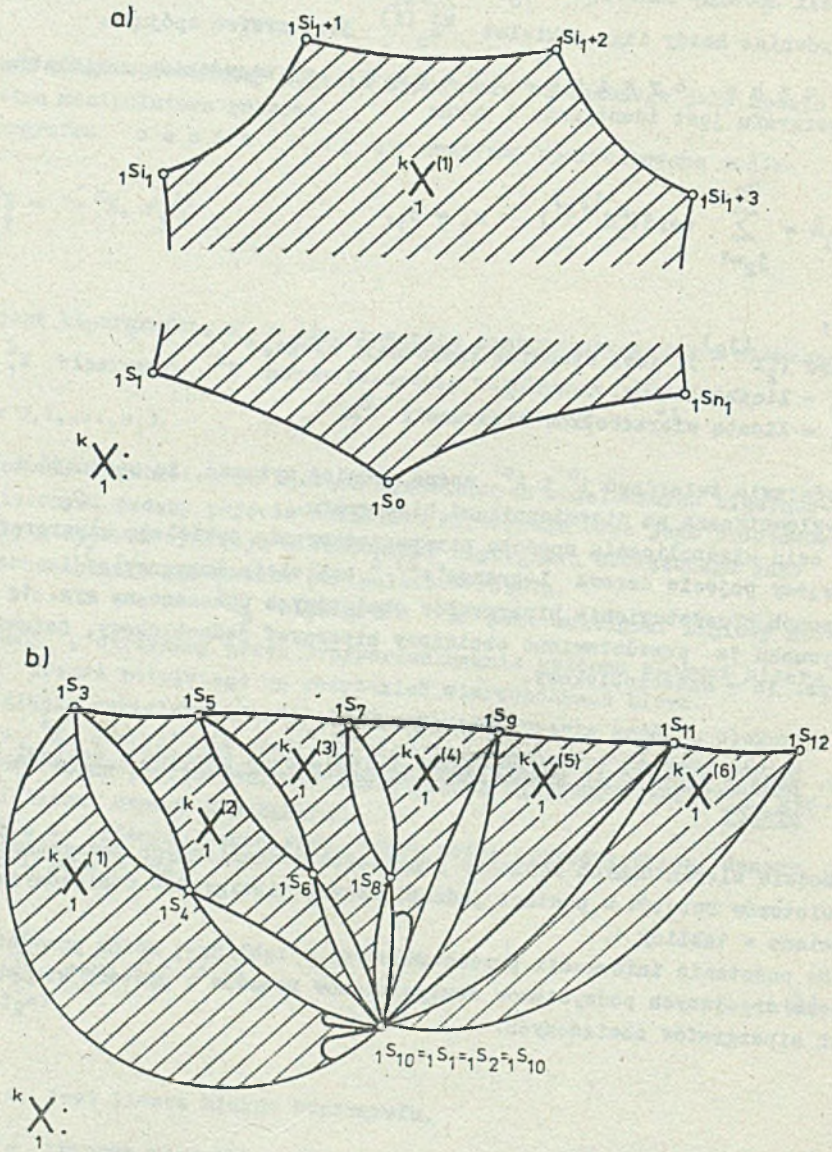
Modele elementarnych odcinków drgających mechanicznych podsystemów manipulatorów robotów w postaci jednoblokowych hipergrafów obciążonych zestawiono w tablicy 1.

Na podstawie informacji przedstawionych w tablicy 1 można przedstawić modele drgających podsystemów manipulatorów robotów w postaci wieloblokowych hipergrafów obciążonych.

---

1) Dowody tych twierdzeń można znaleźć np. w [2].

2), 3) Por. np. [4,5]


a)
$_1Si_1+1$
$_1Si_1+2$
$_1Si_1$
$_1Si_1+3$
$_1S_1$
$_1Sn_1$
$_1So$
b)
$_1S_3$
$_1S_5$
$_1S_7$
$_1S_9$
$_1S_{11}$
$_1S_{12}$
$_1S_4$
$_1S_6$
$_1S_8$
$_1S_{10}=_1S_1=_1S_2=_1S_{10}$

Rys. 1

Tablica 1

Drgania podsystemów $S^{(j)}$ $(j=1,\dots,m)$	Model podsystemu $S^{(j)}$	Jednoblokowe hipergrafy $k_X^{(i)}_1$ $(i=1,\dots,n)$	Hipergraf jako model podsystemu $k_X^{}_1$	Struktura wewnętrzna hipergrafów jednoblokowych
wzdłużne (skrętne)	o parametrach rozłożonych w sposób ciągły	$k_X^{(i)}_1$ - trójwierzchołkowe	$k_X^{}_1 = \langle k_X^{(1)}_1, \dots, k_X^{(n)}_1 \rangle$	Nie znana
giętne		$k_X^{(j)}_1$ - pięciowierzchołkowe	$k_X = \langle k_X^{(1)}_1, \dots, k_X^{(m)}_1 \rangle$	
giętno-wzdłużne		$k_X^{(i)}_1$ - pięcio i trójwierzchołkowe	$k_X^{}_1 = \langle k_X^{(1)}_1, \dots, k_X^{(m)}_1, k_X^{(m+1)}_1, \dots, k_X^{(n)}_1 \rangle$	
złożone	o parametrach skupionych i rozłożonych w sposób ciągły (dyskretno-ciągły)	$k_X^{(i)}_1$ - trójwierzchołkowe $k_X^{(j)}_1$ - pięciowierzchołkowe	$k_X^{}_1 = \langle k_X^{(1)}_1, \dots, k_{X_1}^{(n-1)}, k_X^{(n)}_1 \rangle$	Częściowo znana (struktura jednoblokowego hipergrafu $k_X^{(n)}_1$ - modelu podkładu dyskretnego jest znana; jest to graf biegunowy $\underset{\infty}{X}$)

4. Dyskretyzacja algebraiczna hipergrafów opisujących drgające podsystemy manipulatorów robotów metodą liczb strukturalnych

Wykorzystując związki hipergrafów ${}^{k}X_{1}$ z liczbami strukturalnymi kategorii k i liczbami strukturalnymi zupełnymi przedstawimy algebraizację reprezentacji hipergrafów jako modeli dynamicznych podsystemów manipulatorów robotów.

Algorytm algebraizacji jest następujący

1° Wybieramy s z k i e l e t ${}^{k}X_{o}$ hipergrafu ${}^{k}X_{1}$.

2° Wyznaczamy l i c z b ę s t r u k t u r a l n ą d o p e ł n i a j ą c ą szkieletu A_o^d jako iloczyn[1] czynników pierwszych jednowierszowych, utworzonych z oznaczeń krawędzi wszystkich niezależnych cykli szkieletu ${}^{k}X_{o}$ hipergrafu ${}^{k}X_{1}$.

3° Generujemy l i c z b ę s t r u k t u r a l n ą k a t e g o r i i k jako

$$ {}^{k}A = \left[A_o^d\right] \downarrow \left(\prod_{i=1}^{n} \left[{}^{k-1}A_i\right]\right), \tag{5} $$

gdzie: $\downarrow$ oznacza operację przeniesienia wskaźników dolnych, $\prod$ jest operatorem mnożenia[1] liczb strukturalnych kategorii (k-1).

4° Sprawdzamy identyczność kolumn w t a b l i c y r z ę d ó w p o c h o d n y c h a l g e b r a i c z n y c h P, utworzonej z liczby strukturalnej ${}^{k}A$ przez przekształcenie

$$ (f_2 : {}^{k}A \longrightarrow P) \Longleftrightarrow \bigwedge_{i} \bigwedge_{j} \left({}^{k-1}A_{i(p_{ij})} \longleftrightarrow p_{ij}\right) \tag{6} $$

gdzie: f_2 jest przekształceniem liczby strukturalnej kategorii k w tablicę rzędów pochodnych algebraicznych o elementach $p_{ij} \in N$, $i=1,\ldots,n$, $j=1,\ldots,m$ (n jest liczbą wierszy, m - liczbą kolumn liczby strukturalnej i tablicy P).

5° Wyznaczamy l i c z b ę s t r u k t u r a l n ą z u p e ł n ą. Jeśli w tablicy P nie ma kolumn identycznych, to liczba strukturalna jest równa

$$ \mathcal{R} \overset{\text{def}}{=} {}^{k}A, \tag{7} $$

[1] W sensie iloczynu liczb strukturalnych.

gdzie: $\underset{k}{\cong}$ oznacza równość strukturalną liczb strukturalnych: zupełnej i kategorii k.

W przypadku, gdy w tablicy P są identyczne kolumny, czyli

$$(K_{j1} = K_{j2}) \Longleftrightarrow \bigwedge_{i} (p_{ij1} = p_{ij2}); \quad i = 1,\dots,n, \tag{8}$$

należy:

- pogrupować kolumny liczby strukturalnej ${}^{k}A$ zgodnie z kryterium identyczności, jako

$$k_A = k_{A'} + k_{A''} + \dots + {}^{k}A^{N} + {}^{k}A^{M}, \tag{9}$$

gdzie: ${}^{k}A'$, ${}^{k}A''$,..., ${}^{k}A^{N}$ są liczbami strukturalnymi, co najmniej dwukolumnowymi, w tablicach rzędów, których kolumny są identyczne, ${}^{k}A^{M}$ jest liczbą strukturalną, której tablica rzędów nie ma kolumn identycznych,

- zamienić liczbę strukturalną ${}^{k}A^{M}$ na liczbę strukturalną zupełną, zgodnie z zależnością

$$\mathcal{A}^{M} = \sum_{j=1}^{n'} \sum_{i=1}^{n} \mathcal{A}_{ij}, \tag{10}$$

gdzie: n' jest liczbą kolumn liczby strukturalnej ${}^{k}A^{M}$,

$$\mathcal{A}_{ij} \underset{k}{\cong} {}^{k-1}A_{ij},$$

- obliczyć wagi dendrytowe krawędzi grafu zastępczego (zupełnego)[1] utworzonego z hipergrafu; wagi te są następujące

$$a_{ij(p)} = (\mathcal{A}_{i({}_1x_{i_z}} - 3)^{a_{ij+1}} \cap \mathcal{A}_{i({}_1x_{i_z}} - 3)^{a_{ij-1}}) \cdot$$
$$\cdot (\mathcal{A}_{i({}_1x_{i_z}} - 1))^{\frac{p_i + 2 - {}_1x_{i_z}}{{}_1x_{i_z} - p_i - 1}}, \tag{11}$$

[1] Por. np. [1].

Gdzie:

$$\mathcal{A}_{i({}_1x_{i_z}-3)} \overset{S}{=} {}^kA_{i({}_1x_{i_z}-3)} = \left[X_i^{a_{ij}}\right] \downarrow \left[{}^kA_i\right],$$

$\left[X_i^{a_{ij}}\right]$ jest liczbą strukturalną dowolnego drzewa rozpiętego na wszystkich wierzchołkach grafu zastępczego oprócz wierzchołków incydentnych z krawędzią a_{ij},

$$\mathcal{A}_{i({}_1x_{i_z}-3)a_{ij+1}} \overset{S}{=} \left[X_i^{a_{ij}}\right] \downarrow \left(\left[a_{ij+1}\right] \downarrow \left[{}^kA_i\right], \ldots,\right.$$

$$\mathcal{A}_{i({}_1x_{i_z}-1)} \overset{S}{=} {}^kA_{i({}_1x_i-1)} = \left[\underset{\circ}{X}_i\right] \downarrow \left[{}^kA_i\right],$$

$\left[\underset{\circ}{X}_i\right]$ jest liczbą strukturalną dowolnego drzewa grafu zastępczego,
- wyznaczyć liczby strukturalne zupełne.

5. Charakterystyki dynamiczne drgających podsystemów manipulatorów robotów w reprezentacji liczb strukturalnych

Przedstawimy sposób wyznaczania charakterystyk dynamicznych, a w szczególności:

- podatności dynamicznej,
- widma częstości drgań własnych,
- współczynników przekazywania zmiennych modelowanego hipergrafem wieloblokowym drgającego mechanicznego podsystemu manipulatora robota.

Podatność dynamiczną układu mechanicznego, modelowanego hipergrafem ${}^kX_1$ określa zależność:

$$Y_{a_r} = \frac{\det\limits_z {}^kA_{a_r}}{\det\limits_z {}^kA} = \frac{\det \mathcal{A}_{a_r}}{\det \mathcal{A}}, \tag{12}$$

gdzie: Y_{a_r} jest podatnością dynamiczną wyznaczoną wzdłuż łańcucha a_r[1], jest ona równa wagom między dwoma dowolnymi wierzchołkami $({}_1x_i, {}_1x_j)$

[1] Por. np. [3].

hipergrafu ${}^{k}_{1}X$, którym przyporządkowano zmienne ${}_{1}a_i$, ${}_{1}a_j$ i równa podatności dynamicznej Y_{ij}, obliczonej w kierunku i-tej współrzędnej ${}_{1}a_i$, wywołanej siłą harmoniczną, odpowiadającą j-tej współrzędnej, $\det_z {}^{k}A_{a_r}$ - funkcją wyznacznikową pochodnej algebraicznej liczby strukturalnej kategorii k, wyznaczonej względem łańcucha a_r, $\mathcal{A}_{a_r} \subseteq {}^{k}A_{a_r}$, $\mathcal{D} = \langle D_{ij} \rangle$, $D_{ij} = \det_z \mathcal{A}_{ij}$, $\mathcal{A}_{ij} \subseteq {}^{k}A_{ij}$.

W praktyce podatność dynamiczną Y_{a_r} wyraża się za pomocą podatności dynamicznych hipergrafów jednoblokowych[1)] przy zastosowaniu zależności

$$Y_{a_r} = (D_{a_r} / \prod_{i=1}^{n} D_i)/(D/ \prod_{i=1}^{n} D_i), \tag{13}$$

$$\frac{D_{a_1a_2\ldots a_r}}{D} = \frac{D_{a_1a_2\ldots a_r}}{D_{a_2a_3\ldots a_r}} \frac{D_{a_2a_3\ldots a_r}}{D_{a_3a_4\ldots a_r}} \ldots \frac{D_{a_r}}{D} = \tag{14}$$

$$= Y_{a_1a_2,\ldots,a_r} \; Y_{a_2a_3\ldots a_r} \ldots Y_{a_r},$$

gdzie: D_i są wyznacznikami charakterystycznymi elementarnych jednostkowych hipergrafów układów, $D_{a_1a_2\ldots a_r}$ jest wyznacznikiem charakterystycznym hipergrafu zwartego wzdłuż łańcuchów $a_1, a_2, \ldots a_r$, D_{a_r} - wyznacznikiem charakterystyczbym hipergrafu zwartego wzdłuż łańcucha a_r, $Y_{a_1a_2\ldots a_r}$ - podatnością dynamiczną hipergrafu układu zwartego wzdłuż łańcuchów $a_1, a_2, \ldots, a_r$ określoną między wierzchołkami łańcucha $a_1, \ldots, Y_{a_r}$ - podatnością dynamiczną hipergrafu układu mechanicznego, określoną między wierzchołkami łańcucha a_r.

Równanie charakterystyczne drgającego mechanicznego podsystemu manipulatora robota wyznaczamy przyrównując do zera funkcją wyznacznikową hipergrafu, czyli

$$D = \det_z {}^{k}A = \det_{\mathcal{D}} \mathcal{A} = 0. \tag{15}$$

---

1) Stabelaryzowanych w przypadku podsyntemów modelowanych mechanicznymi układami ciągłymi (por. np. [5]).

Praktycznie równanie charakterystyczne wyznaczamy za pomocą podatności dynamicznych jednoblokowych hipergrafów jako

$$D = \sum_{j2=1}^{n_2} \prod_{j1=1}^{n_1} (Y_{a_{j1}})_{j2} = 0. \tag{16}$$

Współczynnik przekazywania zmiennej biegunowej wyznaczamy z zależności

$$K_{a_{j1}a_{j2}} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}({}^{k}A_{a_{j1}}, {}^{k}A_{a_{j2}})}{\underset{z}{\det}\, {}^{k}A_{a_{jz}}} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}(\mathcal{A}_{a_{j1}}, \mathcal{A}_{a_{j2}})}{\underset{z}{\det}\, \mathcal{A}_{a_{j1}}}, \tag{17}$$

gdzie: Sim jest operatorem funkcji jednoczesności liczb strukturalnych[1].

W praktycznym badaniu drgających mechanicznych podsystemów manipulatorów robotów, modelowanych bipergrafami stosuje się oprócz wcześniej podanego wzoru również zależność w postaci

$$K^2_{a_{j1}a_{j2}} = \frac{Y_{a_{j1}} - Y_{a_{j1}a_{j2}}}{Y_{a_{j2}}}. \tag{18}$$

W dalszym ciągu do badań drgających podsystemów manipulatorów robotów będziemy stosować zależność (17), którą możemy wyrazić jako funkcję podatności dynamicznej współczynników $K^{(i)}_{a_{j1}a_{j2}}$ $(i=1,\ldots,n_2)$. Natomiast współczynniki $K^{(i)}_{a_{j1}a_{j2}}$ i-tego podukładu będziemy wyznaczać ze wzoru (18)[2].

6. Uwagi końcowe

Sformułowany w pracy sposób modelowania drgających podsystemów mechanicznych manipulatorów robotów za pomocą hipergrafów i liczb strukturalnych zupełnych umożliwia pełną algorytmizację obliczeń. Zalgebraizowane bowiem formuły, z których wyznacza się charakterystyki dynamiczne, zapisujemy w postaci funkcji zdefiniowanych na pierścieniu liczb strukturalnych wyższej kategorii i liczb strukturalnych zupełnych.

---

[1] Por. np. [1].

[2] Słuszność proponowanego ujęcia wykazano np. w [3].

Ponadto charakterystyki te można wyrazić poprzez stabelaryzowane podatności dynamiczne określone w przypadku jednoblokowych hipergrafów modelujących elementarne podukłady drgające złożonego podsystemu mechanicznego manipulatora robota. Natomiast podatności dynamiczne elementarnych hipergrafów koduje się w postaci podprogramów lub funkcji niestandardowych w pamięci elektronicznych maszyn cyfrowych. Takie ujęcie umożliwia badanie drgających mechanicznych podsystemów manipulatorów robotów wspomagane komputerowo.

Szczegółowy przykład obliczeń numerycznych tą metodą jest w przygotowaniu.

LITERATURA

[1] S. BELLERT, M. WOŹNIACKI: Analiza i synteza układów elektrycznych metodą liczb strukturalnych. WNT. Warszawa 1968.

[2] S. BELLERT, J. WOJCIECHOWSKI: Grafy blokowe i liczby strukturalne drugiej kategorii. Prace Naukowe Pol. Warszawskiej, Elektronika, Nr 6 (1972), s. 55-102.

[3] J. WOJNAROWSKI: Zastosowanie grafów w analizie drgań układów mechanicznych. PWN, Warszawa-Wrocław 1981.

[4] J. WOJNAROWSKI, A. BUCHACZ: Modelowanie drgających układów prętowych za pomocą grafów i liczb strukturalnych. AIL, 4, XXV (1979), s. 705-727.

[5] J. WOJNAROWSKI, A. BUCHACZ, A. NOWAK, J. ŚWIDER: Modelowanie drgań układów mechanicznych metodami grafów i liczb strukturalnych. Skrypty uczeln. Politechniki Śląskiej, Nr 1266, Gliwice 1986.

Praca została wykonana w ramach problemu CPBP 02.13

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ПОДСИСТЕМ РОБОТОВ И МАНИПУЛЯТОРОВ ГИПЕРГРАФАМИ И СТРУКТУРНЫМИ ЧИСЛАМИ

Р е з ю м е

В работе дается способ моделирования гиперграфами колеблющихся механических подсистем роботов и манипуляторов. Для этого определяется понятие блочного нагруженного гиперграфа и даются основные свойства гиперграфа, которые моделируют колеблющиеся механические системы о распределенными и сосредоточенными параметрами. Используя связи гиперграфов со структурными числами к-той категории и полными структурными числами, показан метод определения динамических характеристик выделенных подсистем. Базируя на понятиях: скелета гиперграфа, дополнительного структурного числа, таблицы рядов производных и дендритного веса представлен алгоритм алгебраизации. Используя функции: определительную и современности определяются динамические податливости, спектр частот и коэффициенты передавания полюсной переменной. Для этой цели использованы табельные динамические податливости, определенные для простых отрезков-колеблющихся механических подсистем манипуляторов роботов.

MODELLING THE MECHANICAL SUBSYSTEMS OF ROBOTS AND MANIPULATORS USING THE HYPERGRAPHS AND STRUCTURAL NUMBERS

S u m m a r y

The paper presents the method of modelling the hypergraphs of vibrating mechanical subsystems of robots and manipulators. To this goal the term of hypergraph polygon was defined and fundamental proporties of modelling hypergraphs, vibrating mechanical systems as well descrete as continuaous were presented. Then the method of evaluation of dynamic characteristic for the distinguished mechanical systems was shown with the use of the relations between hypergraphs and structural numbers of K category as well as structural complete numbers. At first the algeorithm of algebraication was presented on the basis of terms of sceleton hypergraph, complemented structural number, table of derivatives order, and dendrit ballance.

Then dynamic flexibilities, frequency spectrum and transforring coeffictions were found, using the determinent function and simultaneous function determined on the ring of structural numbers and tabled dynamic flexibilities which were determined in cases of elementary parts of vibrating mechanical systems of robot manipulators.

Recenzent: Doc. dr inż. Roman Klus

Wpłynęło do redakcji 12.I.1987 r.