ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1987

Seria: MECHANIKA z. 86 Nr kol. 1012

XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN I MECHANIZMÓW

11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES AND MECHANISMS

27—30. 04. 1987 ZAKOPANE

Gabriel WRÓBEL

Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn
Politechnika Śląska w Gliwicach

ELEMENTY SIATKOWEJ REPREZENTACJI OŚRODKÓW SPRĘŻYSTYCH

Streszczenie. Praca zawiera przykład identyfikacji parametrów elementu siatkowego symetrycznego ośrodka sprężystego. Parametry zostały wyznaczone dla założenia jednorodnego stanu deformacji elementu. Zwrócono uwagę na możliwość uogólnienia opisanej metody na modelowanie ośrodków o innych grupach symetrii własności sprężystych oraz ośrodki niesprężyste w tym również z uwzględnieniem niemechanicznych własności fizycznych, jak dylatacja temperaturowa, przewodnictwo ciepła. Wskazano na istotne różnice jakościowe prezentowanego modelu w stosunku do modelu kontynualnego oraz innych modeli dyskretnych. Różnice te czynią model szczególnie dogodny w analizie części maszyn o złożonej geometrii obszaru i obciążeniach wywołujących znaczne niejednorodności w stanie odkształcenia i naprężenia.

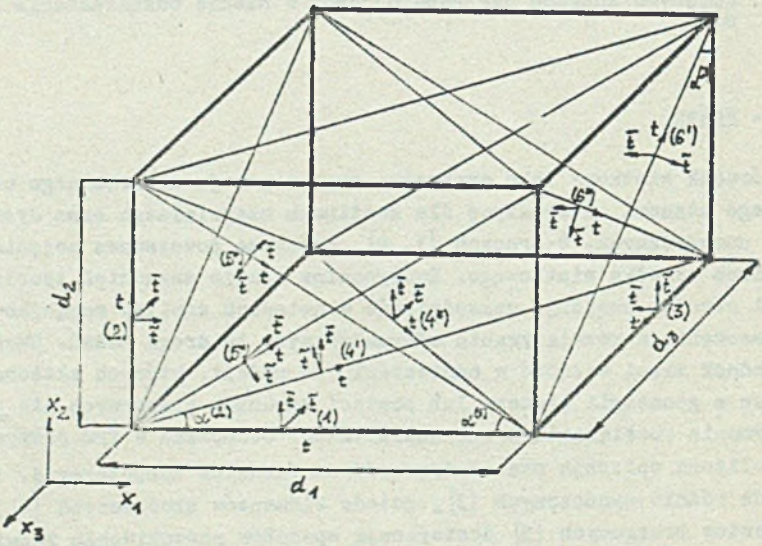
1. Wstęp

Ośrodek siatkowy jako dyskretna reprezentacja materialnego ośrodka sprężystego stanowi alternatywę dla kontinuum materialnego oraz dyskretnych modeli numerycznych. W pracach [1, 2] omówiono podstawowe pojęcia związane z opisem ośrodka siatkowego. Kontynualne ujęcie zagadnień teorii sprężystości ośrodka znajduje uzasadnienie w metodach analizy mogących znaleźć zastosowanie w rozwiązywaniu sformułowanych tą drogą zadań. Uzasadnienie to jednak traci ważność w odniesieniu do modeli, których złożoność wynikająca z geometrii obszaru lub postaci warunków brzegowych nie pozwala na otrzymanie rozwiązania drogą analityczną. Stosowane w tym przypadku metody przybliżone opierają swą skuteczność na technice komputerowej. Przykładowo metoda różnic skończonych [3], metoda elementów skończonych [4], metoda elementów brzegowych [5] dostarczają sposobów poszukiwania rozwiązań z wykorzystaniem modeli będących przybliżeniem modelu ciągłego. Jakość tego

przybliżenia jest tym gorsza im bardziej nieregularny charakter ma przebieg poszukiwanych wielkości w przedziałach bądź obszarach będących wynikiem podziału obszaru analizy w danym zadaniu. Sytuacja taka ma przykładowo miejsce w wielu przypadkach części maszyn o złożonym kształcie i obszarach spiętrzenia naprężeń. Wobec wynikających z istoty modelu ograniczeń nawet zagęszczenie podziału nie musi prowadzić do znaczącej poprawy jakości rozwiązania. Wynika to z narzuconych modelem funkcji kształtu ograniczających w istotny sposób postać odkształcenia modelu a przez to nie dających możliwości wiernego odwzorowania stanu odkształcenia i naprężenia badanego obiektu. Modelem dyskretnym dogodnym dla opisu i analizy numerycznej a przy tym wolnym od tej istotnej wady poprzednich jest reprezentacja siatkowa badanego obiektu. W reprezentacji tej parametry modelu identyfikowane są na siatkowej strukturze elementów reprezentujących ośrodek badanego ciała. Poniżej przedstawiony zostanie przykład takiego elementu dla symetrycznego ośrodka sprężystego.

2. Element siatkowy symetrycznego ośrodka sprężystego izotropowego

Do identyfikacji parametrów sprężystych elementu siatkowego symetrycznego, jednorodnego, izotropowego ośrodka sprężystego przyjmiemy strukturę pokazaną na rys. 1 [1].



Rys. 1

Założono długości krawędzi prostopadłościennego obszaru elementu równe d_1, d_2, d_3. Przyjęto grupę symetrii parametrycznej tożsamą z grupą symetrii geometrycznej elementu. Na rys. 1 oznaczono numerami łączniki reprezentujące poszczególne klasy symetrii łączników. Zaznaczono również układy wersorów związane z tymi łącznikami. Oznaczono primami łączniki tej samej klasy różniące się kierunkiem. Łącznikom $d^{(k)}$ typu k=1,2,3 przypiszemy trójki parametrów sprężystych

$$d^{(k)} \longrightarrow \langle c^{(k)}, \tilde{G}^{(k)}, \bar{G}^{(k)} \rangle , \quad k=1,2,3, \tag{1}$$

natomiast łącznikom $d^{(k)}$ typu k=4,5,6 parametry sprężyste

$$d^{(k)} \longrightarrow c^{(k)} , \quad k=4,5,6. \tag{2}$$

Dla identyfikacji parametrów założymy jednorodny stan deformacji elementu opisany tensorem deformacji $\varepsilon^{(i)}_{ij}$.
Odkształcenia wzdłużne łącznika $d^{(jk)}$ oraz wartości jego wydłużenia określają wzory

$$\varepsilon^{(jk)} = t^{(jk)}_k t^{(jk)}_l \varepsilon^{(i)}_{kl}, \quad \Delta r^{(jk)} = r^{(jk)} \varepsilon^{(jk)} . \tag{3}$$

Wartości składowych kąta obrotu łącznika $d^{(jk)}$ o kierunkach odpowiednich wersorów określone są zależnościami

$$\tilde{\vartheta}^{(jk)} = t^{(jk)}_k \tilde{t}^{(jk)}_l \varepsilon^{(i)}_{kl} , \quad \bar{\vartheta}^{(jk)} = t^{(jk)}_k \bar{t}^{(jk)}_l \varepsilon^{(i)}_{kl} . \tag{4}$$

Siła wzajemnego oddziaływania węzłów jest określona zależnością

$$F^{(jk)} = t^{(jk)}_k \bar{t}^{(jk)}_l \varepsilon^{(i)}_{kl} r^{(jk)} c^{(jk)}, \tag{5}$$

przy czym znak plus oznacza siłę wzajemnego przyciągania, minus - odpychania. Siła $\mathbb{F}^{(j)}$ oddziaływania na węzeł $e^{(j)}$ a pochodząca od łącznika $d^{(jk)}$ wynosi zatem

$$\mathbb{F}^{(j)} = F^{(jk)} t^{(jk)} , \tag{6}$$

a na węzeł $e^{(k)}$

$$\mathbb{F}^{(k)} = -F^{(jk)} t^{(jk)} . \tag{7}$$

Moment wzajemnego oddziaływania węzłów posiada składowe określone następująco

$$\tilde{M}^{(jk)} = 6t_k^{(jk)}\tilde{t}_l^{(jk)}\varepsilon_{kl}^{(i)}G^{(jk)}, \quad \bar{M}^{(jk)} = 6t_k^{(jk)}\bar{t}_l^{(jk)}\varepsilon_{kl}^{(jk)}G^{(jk)} \tag{8}$$

a odpowiednie momenty oddziaływania na węzły wynoszą

$$\tilde{M}^{(j)} = \tilde{M}^{(jk)}\tilde{t}^{(jk)}, \quad \bar{M}^{(j)} = \bar{M}^{(jk)}\bar{t}^{(jk)}, \tag{9}$$

$$\tilde{M}^{(k)} = -\tilde{M}^{(jk)}\tilde{t}^{(jk)}, \quad \bar{M}^{(k)} = -\bar{M}^{(jk)}\bar{t}^{(jk)}. \tag{10}$$

Postać wzorów (5) wynika z relacji

$$U_C^{(ij)} = \frac{1}{2}\Delta r^{(ij)2}C^{(ij)}, \tag{11}$$

natomiast wzorów (8) z relacji

$$\begin{aligned} \bar{U}_G^{(ij)} &= \bar{G}^{(ij)}(\bar{\Phi}^{(ij)2} - \bar{\Phi}^{(ji)2} + \bar{\Phi}^{(ij)}\bar{\Phi}^{(ji)}), \\ \tilde{U}_G^{(ij)} &= \tilde{G}^{(ij)}(\tilde{\Phi}^{(ij)2} + \tilde{\Phi}^{(ji)2} + \tilde{\Phi}^{(ij)}\tilde{\Phi}^{(ji)}), \end{aligned} \tag{12}$$

opisujących związki odkształcenia wzdłużnego łącznika $\Delta r^{(ij)}$ z energią odkształcenia wzdłużnego $U_C^{(ij)}$ oraz związki składowych względnych kątów obrotu węzłów łącznika $\varphi^{(i)}$ i $\varphi^{(j)}$ oraz cięciwy łącznika $\vartheta^{(ij)}$ odpowiednio $\bar{\Phi}^{(ij)}$, $\bar{\Phi}^{(ji)}$ oraz $\tilde{\Phi}^{(ij)}$, $\tilde{\Phi}^{(ji)}$ w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach zawierających węzły $e^{(i)}$ i $e^{(j)}$ z energią $U_G^{(ij)}$ giętnego odkształcenia łącznika. Kąty obrotu węzłów przyjęto przy tym za zerowe

$$\varphi^{(j)} = \varphi^{(k)} = 0, \tag{13}$$

skąd wynika

$$\tilde{\Phi}^{(jk)} = \tilde{\Phi}^{(kj)} = \tilde{\vartheta}^{(jk)}, \quad \bar{\Phi}^{(jk)} = \bar{\Phi}^{(kj)} = \bar{\vartheta}^{(jk)}. \tag{14}$$

Energia odkształcenia łącznika jest równa sumie energii odkształcenia wzdłużnego i giętnego

$$U^{(jk)} = U_C^{(jk)} + \tilde{U}_G^{(jk)} + \bar{U}_G^{(jk)}, \tag{15}$$

przy czym dla łączników typu 4,5,6 bierzemy pod uwagę jedynie pierwszy składnik. Wyrażając energię odkształcenia łącznika przez składowe tensora deformacji elementu siatkowego otrzymamy

$$U^{(jk)} = \frac{1}{2} A^{(jk)}_{klmn} \varepsilon^{(i)}_{kl} \varepsilon^{(i)}_{mn} , \tag{16}$$

gdzie

$$A^{(jk)}_{klmn} = r^{(jk)2} C^{(jk)} t^{(jk)}_k t^{(jk)}_l t^{(jk)}_m t^{(jk)}_n +$$

$$+ 6 t^{(jk)}_k t^{(jk)}_m (\tilde{G}^{(jk)} \tilde{t}^{(jk)}_l \tilde{t}^{(jk)}_n + \bar{G}^{(jk)} \bar{t}^{(jk)}_l \bar{t}^{(jk)}_n) . \tag{17}$$

Energia odkształcenia elementu siatkowego określana jest następująco

$$U^{(i)} = \sum_{(jk)} U^{(jk)} , \tag{18}$$

$$U^{(i)} = \frac{1}{2} A^{(i)}_{klmn} \varepsilon^{(i)}_{kl} \varepsilon^{(i)}_{mn} , \tag{19}$$

gdzie

$$A^{(i)}_{klmn} = \sum_{(jk)} A^{(jk)}_{klmn} , \tag{20}$$

Gęstość energii odkształcenia elementu siatkowego określona jest zależnością

$$u^{(i)} = \frac{U^{(i)}}{V^{(i)}} , \tag{21}$$

gdzie $V^{(i)}$ jest objętością wielościanu $W^{(i)}$ elementu siatkowego. Na podstawie gęstości energii elementu siatkowego sformułujemy równania konstytutywne elementu określające związki tensora deformacji elementu siatkowego z tensorem naprężeń $\sigma^{(i)}$ tego elementu

$$\sigma^{(i)}_{kl} = \frac{\partial u^{(i)}}{\partial \varepsilon^{(i)}_{kl}} ,$$

$$\sigma^{(i)}_{kl} = \varepsilon^{(i)}_{mn} a^{(i)}_{klmn} , \tag{22}$$

gdzie wprowadzono oznaczenia

$$a^{(i)}_{klmn} = \frac{1}{V^{(i)}} A^{(i)}_{klmn} . \tag{23}$$

Tensor $a^{(i)}_{klmn}$ nazywamy tensorem sztywności ośrodka siatkowego. Tensorowa miara stanu naprężenia $\sigma^{(i)}_{kl}$ jest możliwa do określenia w przypadku określoności tensora deformacji elementu siatkowego. W podobny sposób można określić tensor naprężenia w elemencie dualnym. W przypadku gdy dualny, element siatkowy jest elementem brzegowym postać tensora sztywności w równaniu (22) nie ulega zmianie, należy jedynie odpowiednio interpretować zbiór łączników elementu oraz objętość jego obszaru.

Podstawą doboru wartości parametrów sprężystych elementu siatkowego jest porównanie współrzędnych tensora sztywności elementu siatkowego z wartościami wyznaczonymi doświadczalnie.

$$a^{(i)}_{klmn} = a^{(\text{dośw.})}_{klmn} . \tag{24}$$

Dane dotyczące elementu siatkowego z rysunku 1 potrzebne do określenia wartości jego parametrów zestawiono w tabeli 1. Występujące w danych miary kątów α_1, α_2, α_3 określone są wymiarami elementu

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{d_2}{d_1}, \quad \mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{d_3}{d_1}, \quad \mathrm{tg}\alpha_3 = \frac{d_3}{d_2} . \tag{25}$$

Podstawiając dane do wzoru (19) i wykorzystując wzory (20) i (24) - otrzymuje się układ równań, z którego można wyznaczyć wartości parametrów sprężystych elementu. Ich rodzaj i liczba zostały tak dobrane w rozważanym przykładzie, że rozwiązanie jest jednoznaczne dla ośrodka izotropowego.

Jeżeli założymy przykładowo, że własności ośrodka są określone stałymi Lamego λ i μ to otrzymamy z (24) następujący układ równań

$$4C^{(1)}r^{(1)2}+4C^{(4)}r^{(4)2}\cos^4\alpha_2+4C^{(5)}r^{(5)2}\cos^4\alpha_1 = (2\mu+\lambda)d_1d_2d_3 ,$$

$$4C^{(2)}r^{(2)2}+4C^{(5)}r^{(5)2}\sin^4\alpha_1+4C^{(6)}r^{(6)2}\cos^4\alpha_3 = (2\mu+\lambda)d_1d_2d_3 ,$$

$$4C^{(3)}r^{(3)2}+4C^{(4)}r^{(4)2}\sin^4\alpha_2+4C^{(6)}r^{(6)2}\sin^4\alpha_3 = (2\mu+\lambda)d_1d_2d_3 ,$$

$$4C^{(5)}r^{(5)2}\sin^2\alpha_1\cos^2\alpha_1 = \lambda d_1d_2d_3 ,$$

Tabela 1

Numer g klasy łącznika	1	2	3	4'	4''	5'	5''	6'	6''
liczba łączników typu g	4	4	4	2	2	2	2	2	2
$c^{(g)}$	$c^{(1)}$	$c^{(2)}$	$c^{(3)}$	$c^{(4)}$		$c^{(5)}$		$c^{(6)}$	
$G^{(g)}$	G	G	G	0		0		0	
$\bar{G}^{(g)}$	G	G	G	0		0		0	
$r^{(r)}$	d_1	d_2	d_3	$\sqrt{d_1^2 + d_3^2}$		$\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$		$\sqrt{d_2^2 + d_3^2}$	
$t_1^{(g)}$	1	0	0	$\cos\alpha_2$	$\cos\alpha_2$	$\cos\alpha_1$	$\cos\alpha_1$	0	0
$t_2^{(g)}$	0	1	0	0	0	$\sin\alpha_1$	$\sin\alpha_1$	$\cos\alpha_3$	$-\cos\alpha_3$
$t_3^{(g)}$	0	0	1	$-\sin\alpha_2$	$\sin\alpha_2$	0	0	$-\sin\alpha_3$	$-\sin\alpha_3$
$\tilde{t}_1^{(g)}$	0	1	0	-	-	-	-	-	-
$\tilde{t}_2^{(g)}$	0	0	1	-	-	-	-	-	-
$\tilde{t}_3^{(g)}$	-1	0	0	-	-	-	-	-	-
$\bar{t}_1^{(g)}$	0	0	-1	-	-	-	-	-	-
$\bar{t}_2^{(g)}$	1	0	0	-	-	-	-	-	-
$\bar{t}_3^{(g)}$	0	-1	0	-	-	-	-	-	-

$$4c^{(4)}r^{(4)2}\sin^2\alpha_2\cos^2\alpha_2 = \lambda d_1 d_2 d_3,$$

$$4c^{(6)}r^{(6)2}\sin^2\alpha_3\cos^2\alpha_3 = \lambda d_1 d_2 d_3,$$

$$8c^{(5)}r^{(5)2}\sin^2\alpha_1\cos^2\alpha_1 + 24G = 2\mu d_1 d_2 d_3,$$

$$8c^{(4)}r^{(4)2}\sin^2\alpha_2\cos^2\alpha_2 + 24G = 2\mu d_1 d_2 d_3,$$

$$8c^{(6)}r^{(6)2}\sin^2\alpha_3\cos^2\alpha_3+24G = 2\mu\, d_1d_2d_3.$$

Wybierając z 6 ostatnich równań 4 i dołączając pierwsze 3 równania otrzymamy układ równań niezależnych, którego rozwiązaniem są wartości parametrów określone następująco

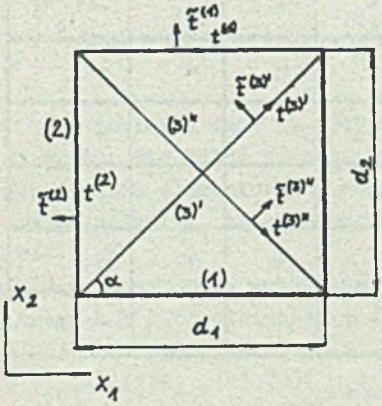
$$c^{(1)} = \frac{d_2d_3}{d_1}\left[\mu+\frac{1}{2}\lambda\left(1-\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^2-\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right)\right],$$

$$c^{(2)} = \frac{d_3d_1}{d_2}\left[\mu+\frac{1}{2}\lambda\left(1-\left(\frac{d_2}{d_3}\right)^2-\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\right)\right],$$

$$c^{(3)} = \frac{d_1d_2}{d_3}\left[\mu+\frac{1}{2}\lambda\left(1-\left(\frac{d_3}{d_1}\right)^2-\left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2\right)\right], \tag{26}$$

$$c^{(4)} = \frac{1}{2}\frac{\lambda d_2}{\sin 2\alpha_2}, \quad c^{(5)} = \frac{1}{2}\frac{\lambda d_3}{\sin 2\alpha_1},$$

$$c^{(6)} = \frac{1}{2}\frac{\lambda d_1}{\sin 2\alpha_3}, \quad G = \frac{1}{12}d_1d_2d_3(\mu-\lambda).$$



Rys. 2

Zwraca uwagę fakt, iż na podstawie przyjętej grupy symetrii struktury geometrycznej elementu uzyskaliśmy bogatszą grupę symetrii własności sprężystych. Na podobnej zasadzie dla poczynionych założeń dotyczących struktury oraz parametrów sprężystych można dokonać identyfikacji zbiorów wartości tych parametrów odpowiadających grupom symetrii zawartym w grupie symetrii sprężystej ośrodka izotropowego i zawierającym grupę symetrii ośrodka ortotropowego włącznie z tą ostatnią.

Dla ośrodka dwuwymiarowego będącego modelem w zagadnieniach tarczowych bądź lokalną reprezentacją powłok w teorii bezmomentowej, to znaczy o zerowej sztywności na zginanie, odpowiednią dla elementu siatkowego strukturę przedstawia rys. 2. W tabeli 2 zestawiono dane dotyczące tego elementu siatkowego.

Biorąc pod uwagę przypadek płaskiego stanu odkształcenia na omówionej poprzednio zasadzie otrzymano układ równań do wyznaczenia parametrów sprężystych modelu

Tabela 2

Numer g klasy łącznika	Liczba łączników klasy g	$c^{(g)}$	$G^{(g)}$	$r^{(g)}$	$t_1^{(g)}$	$t_2^{(g)}$	$\tilde{t}_1^{(g)}$	$\tilde{t}_2^{(g)}$
1	2	$c^{(1)}$	G	d_1	1	0	0	1
2	2	$c^{(2)}$	G	d_2	0	1	-1	0
3'	1	$c^{(3)}$	0	$\sqrt{d_1^2+d_2^2}$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
3''	1	$c^{(3)}$	0	$\sqrt{d_1^2+d_2^2}$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$

$$2c^{(1)}r^{(1)2} + 2c^{(3)}r^{(3)2}\cos^4\alpha = (2\mu+\lambda)d_1d_2,$$

$$2c^{(2)}r^{(2)2} + 2c^{(3)}r^{(3)2}\sin^4\alpha = (2\mu+\lambda)d_1d_2,$$

$$2c^{(3)}r^{(3)2}\sin^2\alpha\cos^2\alpha = \lambda d_1d_2,$$

$$4c^{(3)}r^{(3)2}\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 12G = 2\mu\, d_1d_2 .$$

Rozwiązaniem tego układu równań są wartości parametrów

$$c^{(1)} = \frac{d_2}{d_1}\left[\mu + \frac{1}{2}\lambda\left(1 - \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right)\right],$$

$$c^{(2)} = \frac{d_1}{d_2}\left[\mu + \frac{1}{2}\lambda\left(1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\right)\right], \tag{27}$$

$$c^{(3)} = \frac{\lambda}{\sin 2\alpha}, \quad G = \frac{1}{6}d_1d_2(\mu-\lambda) .$$

Dla płaskiego stanu naprężenia układ równań do wyznaczania parametrów sprężystych modelu ma postać

$$2c^{(1)}r^{(1)2} + 2c^{(3)}r^{(3)2}\cos^4\alpha = \left(2\mu + \frac{2\mu\lambda}{\lambda+2\mu}\right)d_1d_2 ,$$

$$2c^{(2)}r^{(2)2} + 2c^{(3)}r^{(3)2}\sin^4\alpha = \left(2\mu + \frac{2\mu\lambda}{\lambda+2\mu}\right)d_1d_2 ,$$

$$4C^{(3)}r^{(3)2}\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 12G = 2\mu\, d_1 d_2 ,$$

$$2C^{(3)}r^{(3)2}\sin^2\alpha\cos^2\alpha = \frac{2\mu\lambda}{\lambda+2\mu}\, d_1 d_2 .$$

Rozwiązaniem tego układu równań są wartości parametrów

$$C^{(1)} = \frac{2\mu}{2\mu+\lambda}\,\frac{d_2}{d_1}\left[\mu + \lambda\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right)\right],$$

$$C^{(2)} = \frac{2\mu}{2\mu+\lambda} = \frac{d_1}{d_2}\left[\mu + \lambda\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\right)\right], \tag{28}$$

$$C^{(3)} = \frac{\mu\lambda(d_1^2 + d_2^2)}{(\lambda+2\mu)d_1 d_2}, \qquad G = \frac{1}{6}\, d_1 d_2\, \frac{\mu(2\mu-\lambda)}{2\mu+\lambda} .$$

W przypadku zagadnień dynamicznych, w których nie występuje rozpraszanie energii element siatkowy ośrodka należy uzupełnić jedynie o parametr masy. Masę przyporządkowuje się węzłom elementu siatkowego. Wartość masy w ogólnym przypadku przyjmuje się równą dla wszystkich węzłów i oblicza według wzoru

$$m^{(i)} = \frac{\rho^{(i)} V^{(i)}}{n^{(i)}} , \tag{29}$$

gdzie:

$\rho^{(i)}$ - doświadczalnie wyznaczona średnia gęstość masowa w obszarze elementu siatkowego,

$V^{(i)}$ - objętość elementu siatkowego,

$n^{(i)}$ - liczba węzłów elementu siatkowego.

Dla węzłów zawartych jednocześnie w kilku elementach siatkowych wartości tych parametrów sumują się.

3. O możliwości uogólnienia reprezentacji siatkowej

Przedstawiony przykład identyfikacji parametrów elementu siatkowego może zostać uogólniony tak w kierunku reprezentacji ośrodków o odmiennych grupach symetrii sprężystej np. ośrodki ortotropowe lub niesymetryczne - typu Cosserat, jak też reprezentacji ośrodków niesprężystych. Jakościowa różnica tego modelu w stosunku do innych reprezentacji dyskretnych polega

na tym, że stan odkształcenia nie jest poddany ograniczeniom przez narzucenie a'priori postaci opisujących go funkcji. Właściwości ośrodka siatkowego wynikają z postaci założeń będących podstawą procedury identyfikacji parametrów łączników elementów. W przedstawionym przykładzie parametry te gwarantują spełnienie empirycznie określonych relacji konstytutywnych tworzywa elementu dla przypadku jednorodnego stanu jego deformacji. W przeciwnym razie tensorowe miary stanu deformacji i naprężenia elementu nie są określone, możliwy jest jednak do opisania stan przemieszczeń oraz energia odkształcenia elementu. W przypadku empirycznych danych dotyczących związków konstytutywnych elementów poddanych niejednorodnemu stanowi deformacji - np. w warunkach względnych obrotów granicznych płaszczyzn obszaru elementu - zachodzi możliwość wzbogacenia modelu o dalsze parametry gwarantujące odwzorowanie w modelu tych doświadczalnych charakterystyk. Podobne możliwości zachodzą w przypadku uwzględnienia w modelu ośrodka cech reologicznych a także niemechanicznych właściwości jak przewodnictwa ciepła lub dylatacji temperaturowej. Z tego względu omówiony typ elementu jak i metodę identyfikacji jego parametrów należy traktować wyłącznie jako przykładowe.

LITERATURA

[1] G. WRÓBEL: Siatkowy model ośrodka ortotropowego. Zb. ref. Sympozjum "Modelowanie w mechanice" PTMTS, Beskid Śl. 1984, str. 415-424.

[2] G. WRÓBEL: Modele siatkowe w analizie stereomechanicznej ośrodków sprężystych. ZN WSI w Opolu Nr 109, seria: Konferencje, Matematyka z. 9, Metody matematyczne w technice t. II, Opole 1985, str. 527-536.

[3] E. KĄCKI: Elektroniczna technika obliczeniowa. PWN, Warszawa 1986.

[4] O.C. ZIENKIEWICZ: Metoda elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1970.

[5] C.A. BREBBIA, S. WALKER: Boundary Element Techniques in Engineering. Wyd. w języku rosyjskim, Moskwa, Mir 1982.

ЭЛЕМЕНТЫ СЕТЕВОЙ РЕПРЕЗЕНТАЦИИ УПРУГИХ СРЕД

Р е з ю м е

В работе содержится пример идентификации параметров сеточных элементов симметрической упругой среды. Данные параметры были определены для установления однородного состояния деформации элемента. Даётся возможность обобщения описываемого метода на модели центров с другими группами упругой симметрии, а также на неупругие центры. Модель позволяет учитывать температурную дилатацию и теплопроводность.

Указываются существенные разницы между этим типом модели а другими непрерывными и дискретными. Эти разницы становят о том, что данная модель особенно пригодна при анализе элементов машин со сложной геометрией и нагрузках приводящих к неоднородной деформации и напряжению.

THE ELEMENTS OF THE REPRESENTATION OF THE ELASTICS MEDIA

S u m m a r y

The paper contains an examples of the identification of the net elements parameters of the symetrical net type elastic medium. These parameters were determined for the assumption of the homogenuous deformation state of the element. The possibility of the generalization of the described method for the modeling media with different symetric groups of elastic properties and non elastic media was presented. The model allows to take into account the temperature dilatation and heat conduction.

The important difference between this type of model and other continuous and discreet - type was presented. These differences make the model especially convenient in the analysis of the machines elements with complex geometry and load which cause considerable nonhomogeneity in the deformation and tension state.