ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: MECHANIKA z.103 Nr kol. 1112

Jerzy Cabański

Wydział Mechaniczny
Akademia Techniczno-Rolnicza w Bydgoszczy

METODA WSPOMAGAJĄCA PROJEKTOWANIE LEPKO-SPRĘŻYSTYCH ELIMINATORÓW DRGAŃ WYMUSZONYCH BELKI

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę wspomagającą projektowanie lepko-sprężystych eliminatorów drgań wymuszonych belki. Układ równań różniczkowych opisujących zjawisko drgań globalnego układu: belka-eliminatory przedstawiono w dziedzinie funkcji zespolonych. Pojawiające się na zespolonych sprężystych więziach eliminatorów węzły umożliwiły rozprzężenie układu równań różniczkowych. Z rozwiązania tego układu równań uzyskano proste zależności, z których wyznacza się parametry eliminatorów drgań.

1. WSTĘP

Zmniejszenie amplitudy drgań wymuszonych w niektórych obiektach jest ważnym zadaniem dynamiki konstrukcji.

Współcześnie stosuje się najczęściej do tego celu lepko-sprężyste eliminatory drgań. Istnieje jednak problem doboru parametrów tych eliminatorów zapewniających wymaganą redukcję amplitudy drgań. Trudność przejawia się tu opisem zjawiska drgań belki z dołączonymi do niej eliminatorami drgań sprzężonym układem liniowych równań różniczkowych. W celu uniknięcia tej trudności podjęto próbę rozprzężenia tego układu równań różniczkowych.

2. OPIS METODY

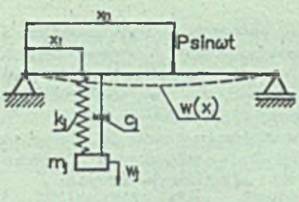
Zjawisko drgań wymuszonych belki z dołączonymi do niej lepko-sprężystymi eliminatorami drgań (rys. 1) jest opisane następującym układem liniowych równań różniczkowych:

$$
\begin{aligned}
&R + \sum_{j=1}^{n} [c_j(\dot{w} - \dot{w}_j) + k_j(w - w_j)]\delta(x - x_j) = P\cdot\delta(x - x_o)\sin\omega t\ ,\\
&m_j\ddot{w}_j + c_j(\dot{w}_j - \dot{w}) + k_j(w_j - w) = 0\ ,\ j = 1,2,\dots n
\end{aligned}
\tag{1}
$$

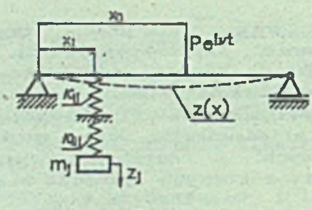
gdzie;

$$R = EJ\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \alpha\frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} + \mu\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

$w = w(x,t)$ - funkcja ugięcia belki,
$w_j = w_j(t)$ - przemieszczenie masy eliminatora,
c_j - współczynnik tłumienia wiskotycznego tłumika,
k_j - współczynnik sprężystości więzi sprężystej,
P - amplituda siły wymuszającej,
ω - częstość siły wymuszającej,
δ - delta Diraca,
EJ - sztywność zginania belki,
α - współczynnik tłumienia wewnętrznego,
μ - masa przypadająca na jednostkę długości belki.



Rys.1.



Rys.2.

W celu formalnego wyeliminowania tłumienia wiskotycznego w eliminatorach przedstawiono (1) w dziedzinie zespolonej [2], mianowicie

$$S + \sum_{j=1}^{n} \varkappa_j(z - z_j)\delta(x - x_j) = P\delta(x - x_o)e^{i\nu t}$$

$$m_j\ddot{z}_j + \varkappa_j(z_j - z) = 0\,, \qquad j = 1,2,\dots,n \tag{2}$$

gdzie:

$$S = EJ\frac{\partial^4 z}{\partial x^4}(1 + \alpha\beta) + \alpha EJ\frac{\partial^5 z}{\partial x^4 \partial t} + \mu\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + 2\mu\beta\frac{\partial z}{\partial t} + \mu\beta^2 z \tag{3}$$

$z = z(x,t)$ - zespolona funkcja ugięcia belki,
$z_j = z_j(t)$ - zespolone przemieszczenie masy eliminatora,
natomiast

$$\varkappa_j = k_j + i\omega c_j \tag{4}$$

jest zespolonym współczynnikiem sprężystości więzi eliminatora oraz

$$\nu = \omega + i\beta \tag{5}$$

jest zespoloną częstością siły wymuszającej.

Utworzenie się urojonych węzłów na zespolonych sprężystych więziach eliminatorów (rys.2), podobnie jak w pracy [1] umożliwia podział globalnego układu na jeden podstawowy układ zastępczy i n układów o jednym stopniu swobody, a to powoduje rozprzężenie układu równań (2).

Równanie różniczkowe opisujące zjawisko drgań wymuszonych podstawowego układu zastępczego ma postać

$$S + \sum_{j=1}^{n} \varkappa_{Ij} z\delta(x - x_j) = P\delta(x - x_o)e^{i\nu t} \tag{6}$$

gdzie

$$\varkappa_{Ij} = k_{Ij} + i\omega c_{Ij} \tag{7}$$

jest zespolonym współczynnikiem sprężystości zastępczej podpory.

Rozwiązanie równania (6) przyjmuje się ze względu na okresowość funkcji $e^{i\nu t}$ w postaci

$$z = Ze^{i\nu t} \tag{8}$$

gdzie

$$Z = X + iY \tag{9}$$

jest zespoloną amplitudą ugięcia belki.

Stałe k_{Ij} i c_{Ij} ustala się w zależności od przyjętej amplitudy drgań określonej wzorem

$$W = \left[X^2 + Y^2 \right]^{1/2} \tag{10}$$

Zespolone siły w podporach zastępczych są równoważone przez zespolone siły w więziach należących do układów o jednym stopniu swobody, co wyrażone jest równaniem

$$\varkappa_{Ij} Z(x_j) = -\varkappa_{IIj} Z_j, \quad j = 1,2,\dots,n \tag{11}$$

gdzie

$$Z_j = X_j + Y_j \tag{12}$$

jest zespoloną amplitudą drgań masy m_j,
natomiast

$$\varkappa_{IIj} = k_{IIj} + i\lambda c_{IIj} \tag{13}$$

jest zespolonym współczynnikiem więzi układu o jednym stopniu swobody. Występująca w (13) zespolona częstość drgań własnych układu o jednym stopniu swobody wyrażona jest następującym wzorem;

$$\lambda = \left[\frac{k_{IIj}}{m_j} - \frac{c^2_{IIj}}{4m^2_j} \right]^{1/2} + i\frac{c_{IIj}}{2m_j} \tag{14}$$

Warunkiem eliminowania drgań jest równość zespolonej częstości siły wymuszającej i zespolonej częstości drgań własnych masy m_j, co można przedstawić wzorem

$$\omega + i\beta = \left[\frac{k_{IIj}}{m_j} - \frac{c^2_{IIj}}{4m^2_j} \right]^{1/2} + i\frac{c_{IIj}}{2m_j} \tag{15}$$

Z porównania w (15) odpowiednio części rzeczywistych i urojonych otrzymuje się zależności:

$$\omega = \left[\frac{k_{IIj}}{m_j} - \frac{c^2_{IIj}}{4m^2_j} \right]^{1/2}, \tag{16}$$

$$\beta = \frac{c_{IIj}}{2m_j} \tag{17}$$

Zespolony współczynnik sprężystości więzi eliminatora

$$\varkappa_j = k_j + i\omega c_j \tag{18}$$

wyznacza się z połączenia szeregowego więzi $\varkappa_{Ij}$ i $\varkappa_{IIj}$, a mianowicie

$$\varkappa_j = \frac{\varkappa_{Ij} \cdot \varkappa_{IIj}}{\varkappa_{Ij} + \varkappa_{IIj}} \tag{19}$$

Korzystając z powyższych zależności ustala się parametry eliminatorów drgań.

LITERATURA

[1] Cabański J.: Analiza wyznaczania dynamicznego tłumienia wibracji mechanicznych, VIII Sympozjum Techniki Wibracyjnej i Wibroakustyki, AGH, Kraków 1987.

[2] Cabański J.: Metoda wyznaczania parametrów zespołu dynamicznych eliminatorów drgań, praca przesłana na IX Sympozjum Techniki Wibracyjnej i Wibroakustyki, AGH, Kraków 1990.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВЯЗКО-УПРУГИХ ДЕМПФЕРОВ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ БАЛКИ

Резюме

В работе представлен метод проектирования вязко-упругих демпферов вынужденных колебаний балки. Система дфференциальных уровнений описывающих явление колебаний общей системы : балка-демпфер представлена в области комплексных функций. Возникшие на комплексных упругих связях демпферов узлы дали возможность разцепить систему дифференциальных уровнений. Решение этой системы привело к простым зависимостям, по которым определяются параметры демпферов.

DESIGN OF VISCOELASTIC FORCED VIBRATION ELIMINATORS OF BEAM

Summary

In this paper the design method of viscoelastic forced vibration eliminators of a beam is shown. The differential equations system describing the phenomenon of vibration of global set; the beam - the eliminators, is presented as the complex functions. On elastic complex constraints of eliminators occur the nodes which make possible deconjugation of the differential equations system. The solution of this system gives simple relation ships, from which the parameters of vibration eliminators are determined.