

Krzysztof M. Gołoś

Instytut Podstaw Budowy Maszyn  
Politechnika Warszawska

## MODELOWANIE PRĘDKOŚCI PĘKANIA ZMĘCZENIOWEGO

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono model rozwoju pęknięcia zmęczeniowego. Rozważania objęły zakres małych i średnich wartości współczynnika intensywności naprężeń,  $\Delta K$ . Lokalny rozkład naprężenia i odkształcenia przed czołem pęknięcia wyznaczono na podstawie równań Rice'a.

## 1. WSTĘP

Badania prędkości pękania należą do rozwijającej się grupy badań interdyscyplinarnych. Omówienie modeli opisujących prędkość pękania oraz czynniki na nią wpływające zostało przedstawione w książce [1].

W literaturze zaproponowano wiele czynników współokreślających prędkość pękania, co jest przyczyną równie różnorodnej budowy wzorów analitycznych i doświadczalnych. Zawierają one najczęściej naprężenie  $\sigma$  lub zakres naprężenia  $\Delta\sigma$ , długość pęknięcia  $l$ , kombinacje powyższych w postaci zakresu współczynnika intensywności naprężeń  $\Delta K = \Delta\sigma(\pi l)^{1/2}$  oraz pewne stałe materiałowe.

Spośród podanych zależności najczęściej używa się wzoru zaproponowanego przez Parisa-Erdogana w postaci

$$da/dN = A (\Delta K)^m \quad (1)$$

gdzie:  $A$  i  $m$  są współczynnikami doświadczalnymi.

W prezentowanej pracy przedstawiono opis prędkości pękania zmęczeniowego wykorzystując do jej opisu wielkości z nieliniowej mechaniki pękania.

## 2. OPIS PRĘDKOŚCI PĘKANIA

Modelowanie prędkości rozwoju pęknięcia zmęczeniowego w warunkach obciążeń cyklicznych wymaga znajomości kryterium zniszczenia materiału oraz określenia strefy zniszczenia -  $\delta$  przed czołem pęknięcia, gdzie

kryterium to może być zastosowane. Strefa zniszczenia może być zdefiniowana jako zbiór ziarn materiału, które osiągnęły stan krytyczny, zdeterminowany np. wielkością rozproszonej energii. Wielkość tej strefy uzależniona jest od mikrostruktury materiału i mechanizmów fizycznych tworzenia mikropęknięć. Jak wykazują badania mikroskopowe, bardzo istotny wpływ na zniszczenie spójności materiału ma wielkość odkształcenia plastycznego lub gęstość energii odkształcenia plastycznego. Dlatego do opisu procesu pęknięcia zmęczeniowego zostały zaproponowane kryteria oparte na gęstości energii odkształcenia plastycznego [2] w postaci:

$$\Delta W^P = (\zeta 2N_f)^\alpha \quad (2)$$

gdzie:  $\zeta$  i  $\alpha$  są stałymi materiałowymi.

Rozkład naprężeń i odkształceń w wierzchołku pęknięcia przedstawiono uogólnionymi do obciążeń cyklicznych wzorami Rice'a w postaci [3]

$$\Delta \sigma(x) = \sigma'_y \left[ \frac{\Delta K^2}{(1+n')\pi(\sigma'_y)^2(x+r_c)} \right] \quad (3a)$$

$$\Delta \epsilon(x) = \frac{\sigma'_y}{E} \left[ \frac{\Delta K^2}{(1+n')\pi(\sigma'_y)^2(x+r_c)} \right]^{1/1+n'} + s'_y \left[ \frac{\Delta K^2}{(1+n')\pi(\sigma'_y)^2(x+r_c)} \right]^{1/1+n'} \quad (3b)$$

gdzie:  $n'$  - wykładnik umocnienia cyklicznego,

$\sigma'_y$  - umowna granica plastyczności dla cyklicznej krzywej odkształcenia,

$r_c$  - promień zaokrąglenia pęknięcia,

$x$  - odległość od wierzchołka pęknięcia,

$E$  - moduł Younga

Zatem rozkład gęstości energii odkształcenia plastycznego można wyrazić za pomocą wzoru

$$\Delta W^P = \frac{(1-n')}{(1+n')\pi(\sigma'_y)^2(x+r_c)} \Delta K^2 \quad (4)$$

Wartość energii odkształcenia plastycznego w strefie zniszczenia wyznaczono z równania (4). Odpowiadająca liczba cykli  $\Delta N$  powodująca rozwój pęknięcia o  $\delta$  może być wyznaczona na podstawie zależności (2).



Zatem prędkość pęknięcia  $da/dN$  wynosi

$$\frac{da}{dN} = \frac{\delta}{\Delta N} = \frac{\Delta K^2}{\left[ \frac{(1+n)^2}{(1-n)} \pi E \right] \Delta N} - \frac{r}{\Delta N} \quad (5)$$

Zakładając, że dla  $\Delta K = \Delta K_{th}$ ,  $da/dN = 0$  wyznaczmy wielkość  $r_c$ .  
Zatem prędkość zmęczeniowego pęknięcia wyrażamy za pomocą zależności

$$\frac{da}{dN} = 2\delta \left[ \frac{\Delta K^2 - (\Delta K_{th})^2}{k \frac{(1+n')^2}{1-n'} \pi E \delta} \right]^{-1/a} \quad (6)$$

W przypadku gdy  $\Delta K_{th}^2 \ll \Delta K^2$ , równanie (6) redukuje się do następującej postaci

$$\frac{da}{dN} = 2\delta \left[ \frac{\Delta K^2}{k \frac{(1+n')^2}{1-n'} \pi E \delta} \right]^{-1/a} \quad (7)$$

Alternatywnie równanie (7) może być zapisane jako

$$\frac{da}{dN} = \omega \left( \frac{\Delta K}{(\delta)^{1/2} \sigma_y} \right)^m \quad (8)$$

gdzie  $m = -2/a$

$$\omega = 2\delta (\sigma_y)^{-2/a} \left[ k \frac{(1+n')^2}{(1-n')} \pi E (\delta)^{1/2} \right]^{-1/a}$$

jest zależnością opisującą prędkość pęknięcia przedstawioną w pracach Yakoborie'go [4].

Przyjmując dodatkowe oznaczenia

$$m = -2/a$$

$$A = 2\delta \left[ k \frac{(1+n')^2}{(1-n')} \pi E \delta \right]^{-1/a} \quad (9)$$

otrzymujemy zależność empiryczną Parisa-Erdogana (zależność (1)).

#### 4. WNIOSKI

W pracy przedstawiono model rozwoju pęknięcia zmęczeniowego. W analizie rozkładu naprężenia i odkształcenia przed czołem pęknięcia wykorzystano równania Rice'a. W przedstawionej zależności opisującej prędkość zmęczeniowego pęknięcia występują parametry materiałowe dostępne w

poradnikach z właściwościami cyklicznymi i zmęczeniowymi stali. Przedstawiona zależność, po przyjęciu dodatkowych założeń, redukuje się do kilku modeli przedstawionych w literaturze, w tym do empirycznego opisu Parisa-Erdogana.

#### LITERATURA

- [1] Kocańda S., Szala J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych, PWN, Warszawa 1985.
- [2] Gołoś K.: Energetic Formulation of fatigue Strength Criterion, Archiwum Budowy Maszyn, Tom 35, Nr 1/2, 5-10, 1988.
- [3] Rice J.R.: Stress Due to a Sharp Notch in a Work Hardening Elastic-Plastic Material in Longitudinal Shear, Trans. Am. Soc. Mech. Engrs., J. Applied Mech., vol.34, 287-298, 1967.
- [4] Yokobori T., A critical evaluation of mathematical equations for fatigue crack growth with special reference to ferrite grain size and monotonic yield strength dependence, ASTM STP 675, 683-706, 1979.

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ СКОРОСТИ РАЗВИТИ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ

#### Резюме

В работе предложена модель описывающая скорость распространения усталостной трещины для малого и среднего размера коэффициента интенсивности напряжений. Локальное распределение напряжения и деформации вычислено на основе уравнения Райса. Материальные параметры представленной модели находятся в инженерских справочниках с усталостными коэффициентами.

#### MODELING OF FATIGUE CRACK PROPAGATION

#### Summary

A mechanical model of fatigue crack growth at low and intermediate  $\Delta K$  values is presented. The local stress and strain are calculated based on Rice solution. The required data for predicting fatigue crack growth rate can be found in standard material handbooks where cyclic and fatigue properties of the materials are presented.