

Anatoliusz Jakowluk, Eugeniusz Mieleczko

Katedra Mechaniki Stosowanej

Politechnika Białostocka

MODELOWANIE PROCESU PEŁZANIA MATERIAŁÓW

Streszczenie. Przedyskutowano modele matematyczne opisu pełzania materiałów wyjściowo izotropowych przy założeniu istnienia potencjału i modele niepotencjalnej teorii. Wykazano, na przykładzie pełzania stali FeMnAl w płaskim stanie naprężeń, przydatność modelu niepotencjalnej teorii pełzania anizotropowego.

1. MODELE MATEMATYCZNE

Równanie ewolucji pełzania przedstawia zależność tensora prędkości pełzania \underline{d} i tensora naprężeń $\underline{\sigma}$. Dla stałej temperatury ogólne równanie pełzania można zapisać w postaci tensorowej

$$\underline{d} = f(\underline{\sigma}) \quad (1)$$

Z równania (1) można budować różne modele matematyczne dla ciał izotropowych i anizotropowych [1].

1.1. Pełzanie izotropowe

Dla pełzania izotropowego równanie (1) sprowadza się do postaci

$$\underline{d} = P \underline{\dot{\sigma}} + G \underline{\sigma} + R \underline{\sigma}^2, \quad (2)$$

gdzie: P, G, R funkcje niezmienników tensora $\underline{\sigma}$ (np. $I_{1\sigma}, I_{2\sigma}, I_{3\sigma}$).

Równanie (2) ma wartość czysto teoretyczną, gdyż wymaga ustalenia niezmienników i zbudowania trzech funkcji.

Założenie istnienia potencjału pełzania wymaga zbudowania jednej funkcji Φ niezmienników tensora $\underline{\sigma}$. Współrzędne tensora \underline{d} będą określone następująco

$$d_{ij} = \frac{\partial \Phi(I_{1\sigma}, I_{2\sigma}, I_{3\sigma})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

Po zróżniczkowaniu równania (3) współrzędne te mają formę (2).

W praktyce modelowanie procesu pełzania ograniczane jest do:

- 1) znalezienia potencjału zależnego od jednego argumentu w postaci naprężenia zredukowanego σ , które może być funkcją jednego lub kilku niezmienników tensora σ .
- 2) przyjęcie uproszczonej formy równania (2), tj. modelu w postaci quasi-liniowej

$$\underline{d} = G(\sigma) \sigma \quad (4)$$

Te uproszczenia prowadzą jeszcze do wielu wariantów tych modeli. Zdaniem wielu autorów, sukces opisu pełzania można osiągnąć przez umiejętne zbudowanie funkcji potencjału Φ lub funkcji G w równaniu (4).

1.2. Pełzanie anizotropowe

Przy pełzaniu stopów metali, izotropowych w stanie wyjściowym, może powstać anizotropia. Stąd modele matematyczne winny uwzględniać anizotropię i możliwość opisu jej ewolucji. Najczęściej stosowany model matematyczny pełzania anizotropowego ma postać

$$\underline{d} = G(\sigma) \underline{A} \sigma, \quad (5)$$

gdzie: G - funkcja nieliniowości, \underline{A} - tensor anizotropii.

Naprężenie zredukowane σ dla ciał wyjściowo izotropowych jest funkcją niezmienników tensora σ , natomiast dla ciał wyjściowo anizotropowych naprężenie zredukowane $\sigma(\underline{a}, \underline{B})$, gdzie \underline{B} - tensor anizotropii wyjściowej.

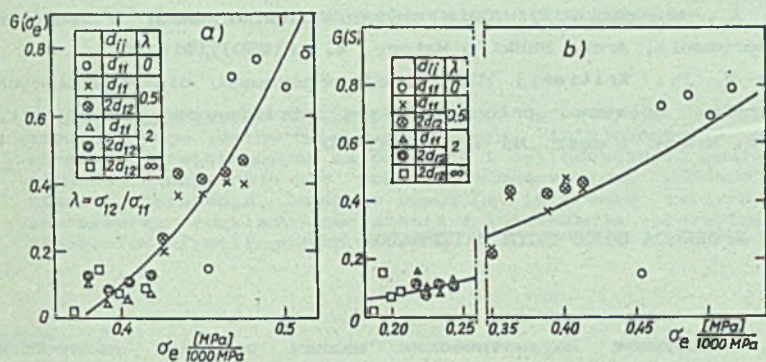
2. WERYFIKACJA MODELI MATEMATYCZNYCH

Wybór modelu lub zbioru modeli odbywa się po sprawdzeniu podstawowych założeń modeli. Następnie weryfikację i dobór modelu można przeprowadzić metodami budowy funkcji empirycznych. Ocenę modelu w przestrzeni jednowymiarowej łatwo przedstawić w formie graficznej, w układzie (σ, \underline{d}) . Trudniejsza jest ocena w stanach przestrzennych. Ocena statystyczna, ze względu na nieliniowość procesu, może być tylko częściowa. Autorzy, w pracy [2], podali metodę weryfikacji graficznej modelu w układzie $(\sigma, G(\sigma))$, pozwalającą wykryć miejsca niedociągnięć modelu.

Model jest poprawny, gdy: 1) wszystkie punkty doświadczalne $G(\sigma)$ ($G = d_{ij}/\sigma_{ij}$ z równania (4) lub $G = d_{ij}/(\underline{A} \sigma)$ z (5)) układają się wokół krzywej teoretycznej, 2) punkty doświadczalne G wyznaczone z różnych

współrzędnych d_{ij} dla danego stanu naprężenia nie powinny rozwarstwiać się (rozwarstwienie się punktów świadczy o istnieniu anizotropii w modelach izotropowych albo że wyznaczono anizotropię). 3) punkty doświadczalne podzbiorów dla różnych stanów naprężeń powinny układać się również wokół krzywej teoretycznej (układanie się na innych kierunkach świadczy o niewłaściwej funkcji na naprężenie zredukowane $\sigma_e(\underline{\sigma})$).

Przykładową ilustrację weryfikacji modeli, peizania ustalonego przy rozciąganiu ze skręcaniem próbek rurkowych ze stali FeMnAl, pokazano na rys.1. Ponieważ ciało w stanie wyjściowym było izotropowe, to poszukiwano



Rys.1. Weryfikacja równań peizania stali FeMnAl:
a) Modele potencjalne, b) Model niepotencjalnej teorii

Fig.1. Verification of description of FeMnAl steel creep:
a) Potential models, b) Model of no-potential theory

modeli izotropowych. Z rys.1a) wynika, iż mimo układania się całego zbioru punktów doświadczalnych wokół krzywej teoretycznej, to modele nie są poprawne. Podzbiory punktów dla stanów naprężeń $\lambda = \sigma_{12}/\sigma_{11} = 0.5, 2$ i ∞ układają się niemal prostopadle do krzywej teoretycznej, a punkty odpowiadające d_{11} i d_{12} w stanach naprężeń $\lambda = 0.5$ i 2 rozwarstwiają się. Podobną jakość weryfikacji uzyskano z modelu anizotropowego przy założeniu istnienia potencjału. Na rys. 1b) weryfikacja jest poprawna. Przedstawiono na tym rysunku model peizania anizotropowego (5). Współrzędne tensora anizotropii \underline{A} wyznaczono z danych na prędkość peizania, natomiast naprężenie zredukowane σ_e założono w postaci funkcji niezmienników tensora naprężeń

$$\sigma_e = \beta \sigma_{\max} + (1-\beta) \sigma_i \quad (6)$$

gdzie: β - stała materiałowa, wyznaczono z optymalizacji funkcji $G(\sigma_e)$.

σ_{\max} i σ_i - maksymalne naprężenie główne i intensywność naprężeń.

3. WNIOSKI

Poprawny opis procesu pełzania stopów metali w złożonych stanach naprężeń wymaga pełnego procesu identyfikacji dla optymalnego doboru modelu matematycznego.

LITERATURA

- [1] Rabotnov Ju. N.: Polzuczesť elementow konstrukciji, Nauka, Moskwa 1966.
- [2] Jakowluk A., Mieleszko E.: Opis pełzania stali FeMnAl w złożonym stanie naprężenia, Arch. Nauki o Mater., 4, 1(1980), 191-200.
- [3] Sdobyrw W. P.: Kriterij dlitelnoj procznosti dla niekotorych żaroprocnych spławow pri złożom napriażennom sostojanii, Izv. ANSSSR, Mlech. i masz., No 6, 1959, 12-19.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛЗУЧЕСТИ МАТЕРИАЛОВ

Р е з ю м е

Проведено дискуссию математических модели описания ползучести материалов исходно изотропных при допущении существования потенциала и модели непотенциальной теории. Указано, на примере ползучести стали FeMnAl в плоском напряженном состоянии, что удобной является модель непотенциальной теории анизотропной ползучести.

MODELLING THE PROCESS OF MATERIAL CREEP

S u m m a r y

In the paper, mathematical models of creep description for initial by isotropic materials assuming the existence of a creep potential and models of the no-potential theory are discussed. Taking as an example the creep of FeMnAl steel in biaxial stress states the usefulness of the models of the no-potential theory for anisotropic creep was confirmed.