ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: MECHANIKA z.103 Nr kol. 1112

Виктор Кипчарский, Ирина Буторина, Виталий Евтушенко
Мариупольский металлургический институт

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРАЦИОННОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЧАСТИЦЫ

Резюме. В докладе описана методика математического моделирования движения частицы сыпучего материала под действием колебаний основания. В модели использована гипотеза И.Ньютона о "мгновенном ударе". При помощи программы, составленной по изложенной в докладе методике, исследована устойчивость периодического движения сферической частицы на вертикально вибрирующем основании.

1. ВВЕДЕНИЕ

В металлургической промышленности широко применяются процессы переработки сыпучих материалов в виброкипящем слое, характеризующиеся высокой производительностью и качеством продукции, низким энергопотреблением, полной механизацией и автоматизацией обслуживания [1]. Исследования процессов направлены на изучение тепло- и массообмена в кипящем слое, его гидродинамики и структуры. Теория вибрационного перемещения мелкозернистых материалов построена на изучении поведения единичной частицы [2]. Большое значение имеет задача исследования движения частицы под действием вертикальных колебаний основания, (модель Ферми-Улама [3]), которая используется для исследования бифуркационных каскадов нелинейных динамических систем, характерным переходом периодических режимов к хаотическим. Для ее решения используется численный метод Заславского – Рачко [4], содержащий допущение, которое может повлиять на точность расчета при больших амплитудах движения основания.

В работе [5] приведено условие периодичных режимов движения шара, полученное из условия равенства скоростей падения и отскока, откуда можно определить фазу соударения ψ:

$$\cos\psi = \frac{\pi\cdot n}{\alpha}\cdot\frac{1-R}{1+R}, \tag{1}$$

где n – отношение периода движения шара к периоду колебаний основания:
α – относительное виброускорение основания:

$$\alpha = A\cdot\omega^2/g\ . \tag{2}$$

А, ω – амплитуда и частота колебаний основания;

R – коэффициент восстановления скорости шара при ударе.

g – гравитационная постоянная, g = 9.807 м/сек^2;

Из этого выражения следует, что периодические траектории движения шара существуют в диапазоне

$$\omega \in \left[\left(\frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{A}{\pi \cdot n \cdot g} \right)^{1/2} ;\ \infty \right]$$

Экспериментальные исследования показали, что с увеличением частоты колебаний основания при определенной частоте происходит изменение типа траектории движения шара [3]. При дальнейшем увеличении частоты стабильный режим движения сменяется хаотическим.

В настоящее время не раскрыт механизм смены периодического режима, а также влияние уровня диссипации на периодическое движение, в связи с чем было проведено исследование на уточненной модели процесса.

2. МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧИ ФЕРМИ-УЛАМА

В момент времени t_0 известно положение центра тяжести частицы $y(t_0)$, ее скорость $V_y(t_0)$, и закон колебаний основания $y_0 = A\cdot\sin(\omega\cdot t+\phi)$, размер частицы d и коэффициент восстановления R.

Начало соударения частицы с основанием t_k определим из условия касания:

$$y(t_0)+V_y(t_0)\cdot(t_k-t_0)+\frac{1}{2}g\cdot(t_k-t_0)^2 = \frac{d}{2} + A\cdot\sin(\omega\cdot t_k+\phi). \tag{3}$$

Полученное уравнение трансцендентно; для его решения необходимо применение численных методов.

Считая, что масса основания значительно больше массы частицы и скорость основания V_0 за время удара не изменилась, определим скорость отскока:

$$V_{y+}(t_k) = (1+R)\cdot V_0(t_k) - R\cdot V_{y-}(t_k)\ . \tag{4}$$

где $V_{y-}(t_k), V_{y+}(t_k)$ – соответственно скорости падения и отскока шара.

Фаза соударения шара ψ равна

$$\psi = (\omega\cdot t_k + \phi) \bmod 2\cdot\pi\ , \tag{5}$$

а максимальная высота отскока шара:

$$x_{max} = x_0(t_k) + V_{y+}(t_k)\cdot t_{max} + \frac{1}{2}g\cdot t_{max}^2\ . \tag{6}$$

где

$$t_{max} = -V_{y+}(t_k)/g\ . \tag{7}$$

По этому алгоритму составлены программы Vert_01 и Vert_02. Программа Vert_01 эмулирует на экране персонального компьютера траекторию движения шара. Для более полного исследования типов траекторий, для каждой группы данных (ω, F, R), расчет проводился с различными значениями фазы и скорости первого соударения ($\phi \in [0, 2\cdot\pi]$, $\Delta\phi = \pi/12$). После фиксации устойчивых орбит, при помощи программы Vert_02 исследовалось их развитие при уменьшении или увеличении частоты и амплитуды колебаний. Затем при помощи программ Graph_01, Graph_02 и Graph_03 строились карты ϕ-α, x_{max}-α, и[1] $V_{\nu+}$-α.

3. ВЫВОДЫ

Для фиксированных значений a и ω возможны несколько типов траекторий, определяемые фазой первого соударения. Зависимости фазы соударения ϕ от α в случае однотактных траекторий, построенные по данным численного эксперимента, совпадают с расчитанными по зависимости (1). Точки бифуркации периодических траекторий, полученные расчетным путем, совпадают с данными экспериментов [3]. Периодическое движение прекращается при определенном значении параметра α – наступает зона хаотического движения.

Режимы периодического движения равной тактности, но различной периодичности отличаются уровнем механической энергии системы шар – плоскость. Каждая траектория имеет определенные энергетические "барьеры", которые "удерживают" шар на этой траектории при изменении энергии системы. Чем выше начальный запас энергии системы, тем больше число возможных периодических траекторий. При изменении энергетического баланса (разбалансе системы) изменением, например, частоты или амплитуды колебаний плоскости, нарушается траектория шара. Если "разбаланс" системы не выходит за энергетические барьеры, то периодическое движение восстанавливается на этом же уровне (сохраняется траектория того же типа). В противном случае система переходит на траекторию более низкого уровня. При малом "разбалансе" системы происходит ее "самораскачка" до определенного уровня. С увеличением α происходит "сближение" энергетических уровней траекторий различной тактности при одновременном "приближении" уровня устойчивого движения к верхнему "барьеру". Переход от однотактной траектории к двухтактной объясняется снижением величины верхнего барьера ниже величины "самораскачки". Самораскачкой системы объясняется то, что в вычислительных экспериментах положение точки бифуркации не зависит от дискретности приращения параметра α. Прекращение

1

периодичных траекторий можно объяснить взаимным перекрытием энергетических уровней двух и более траекторий – траектории становятся равнозначными и шар не удерживается ни на одной из них.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Сыромятников Н.И., Рубцов Г.К. Тепловые процессы в печах с кипящим слоем.– М.: Металлургия, 1968.– 116 с.

[2] Блехман И.И., Джанелидзе Г.Ю. Вибрационное перемещение.– М.: Наука, 1964.

[3] Pieranski P., Kowalik Z., Franaszek M. Jumping particle model. A study of the phase space of a non-linear dynamical system below its transition to chaos.- Journal de Physique.- 1985.- 45, № 5.- 681-686.

[4] Заславский Г.М., Рачко Х.Р. - ЖЭТФ 76 (1979) 2052.

[5] Кобринский А.Е., Кобринский А.А. Виброударные системы. (Динамика и устойчивость).– М.: Наука, 1973.– 592 с.

MODELOWANIE WIBRACYJNEGO PRZEMIESZCZENIA CZĄSTECZKI

S t r e s z c z e n i e

W referacie opisano metodę matematycznego modelowania ruchu cząsteczki materiału sypkiego pod działaniem drgań podłoża. W modelu wykorzystano hipotezę Newtona o "chwilowym zderzeniu". Za pomocą programu zbudowanego według przedstawionej w referacie metodyki badana jest stabilność ruchu periodycznego sferycznej cząsteczki na poziomo wibrującym podłożu.

MODELLING OF VIBRATORY PARTICLE DISLOCATION

S u m m a r y

In the paper the methodology of partical movement mathematical modelling of loose material effected by base vibration has been discussed. In the model Newton's temporary impact has been used. With the assistance of the programme created on the base of the methodology presented in the paper the stability of spherical particle vibration movement on the horizontally base has been tested.