

Andrzej Kosior, Zbigniew Osipiński, Jerzy Wróbel

Instytut Podstaw Budowy Maszyn

Politechnika Warszawska

## ANALIZA PORÓWNAWCZA DWÓCH MODELI UKŁADÓW Z TARCIEM KONSTRUKCYJNYM

**Streszczenie.** W pracy porównano dwa modele układów z tarciem konstrukcyjnym. Jednym z fizycznych modeli jest model zestawu dwóch belek docięniętych do siebie stałym naciskiem jednostkowym, unieruchomionych z jednej strony, a z drugiej strony poddanych obciążeniu momentem zginającym. Drugim modelem połączeń jest model sprężystej listwy zamocowanej z jednej strony w sztywnym nieruchomym uchwycie, a z drugiej poddany obciążeniu zewnętrznemu w postaci siły działającej wzdłuż osi listwy.

### 1. WSTĘP

Naturalnym rodzajem rozpraszania energii i tłumienia drgań jest tłumienie drgań w tzw. połączeniach nierozłącznych, jak połączenia nitowe, grubowe itp., zwane tarciem konstrukcyjnym [1,2].

Badania tarcia konstrukcyjnego odnoszą się do uproszczonych fizycznych modeli połączeń i przeprowadza się je przy założeniach [1]:

1. Materiał elementów połączenia jest doskonale sprężysty.

2. Intensywność sił tarcia na powierzchni wzajemnego poślizgu elementów łączonych opisuje się prawem tarcia suchego (prawo Coulomba).

W pracy przedstawiono dwa fizyczne modele połączeń.

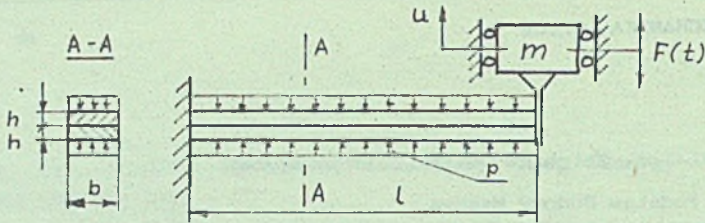
### 2. MODEL FIZYCZNY UKŁADU ZAWIERAJĄCEGO ZESTAW DWÓCH BELEK

Na rys. 1 przedstawiono układ dynamiczny zawierający model fizyczny zestawu dwóch belek docięniętych do siebie stałym dociskiem jednostkowym. Pod wpływem obciążenia zewnętrznego zestaw belek ugina się początkowo jako jedna belka. W płaszczyźnie styku belek powstają naprężenia styczne. Przy dalszym wzroście obciążenia zewnętrznego, gdy siły styczne zrównają się z siłami tarcia rozwiniętego, wystąpi poślizg belek po sobie jednocześnie na całej długości połączenia.

Jednostkowa siła tarcia rozwiniętego wynosi:

$$q_0 = p\mu \quad (1)$$

gdzie:  $p$  - docisk jednostkowy belek,  $\mu$  - współczynnik tarcia.



Rys. 1. Model fizyczny układu z dwiema belkami  
Fig. 1. Physical model of a system with a two beams system

$b$  - szerokość zestawu belek.

Zależność ugięcia zestawu belek w funkcji obciążenia siłą dla poszczególnych etapów obciążenia ma kształt pętli histerezy w postaci zamkniętego równoległoboku. Pętla histerezy ma postać [3]:

- etap 1:  $P(u, \dot{u}) = k_1 u$  (2)

dla zakresu przemieszczeń:

$$0 \leq u \leq u_1 \quad (3)$$

- etap 2:

$$P(u, \dot{u}) = \frac{k_1}{4} (u + 3u_1) \quad (4)$$

dla zakresu przemieszczeń:

$$u_1 \leq u \leq u_N \quad (5)$$

- etapy 3 i 5:

$$P(u, \dot{u}) = k_1 \left[ u - \frac{3}{4} (u_1 \operatorname{sgn} \dot{u} + u_N) \right] \quad (6)$$

dla zakresu przemieszczeń:

$$u_N \operatorname{sgn} \dot{u} \leq u \operatorname{sgn} \dot{u} \leq (u_N \operatorname{sgn} \dot{u} + 2u_1) \quad (7)$$

- etapy 4 i 6:

$$P(u, \dot{u}) = \frac{k_1}{4} (u + 3u_1 \operatorname{sgn} \dot{u}) \quad (8)$$

dla zakresu przemieszczeń:

$$(u_N \operatorname{sgn} \dot{u} + 2u_1) \leq u \operatorname{sgn} \dot{u} \leq u_{N+1} \operatorname{sgn} \dot{u} \quad (9)$$

gdzie:  $u_N, u_{N+1}$  - kolejne amplitudy przemieszczeń,  $k_1$  - współczynnik sztywności zestawu dwóch belek zginanych bez poślizgu względnego,  $u_1$  - ugięcie końca zestawu belek, przy którym zaczyna się poślizg belek po sobie

$$u_1 = \frac{4}{3} \frac{q_0 h}{k_1}; \quad k_1 = \frac{24EI}{l^3}; \quad (10)$$

Równanie ruchu układu przedstawionego na rys. 1 ma postać:

$$m \ddot{u} + P(u, \dot{u}) = F(t) \quad (11)$$

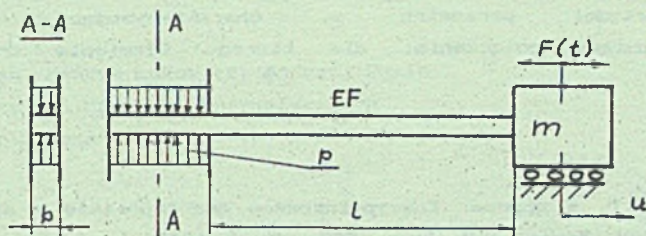
gdzie:  $m$  - masa ciała,  $P(u, \dot{u})$  - siła sprężysto-tłumiąca opisująca pętlę histerezy,  $F(t)$  - obciążenie zewnętrzne,  $u$  - przemieszczenie ciała o masie  $m$  odpowiadające ugięciu końca zestawu belek.

### 3. MODEL FIZYCZNY UKŁADU ZE SPRĘŻYSTĄ LISTWĄ ZACIŚNIĘTĄ W UCHWYCIU

Na rys. 2 przedstawiono model układu dynamicznego zawierającego model fizyczny sprężystej listwy zamocowanej w sztywne uchwycie.



Listwa sprężysta zamocowana jest z jednej strony w sztywnym uchwycie, a z drugiej strony połączona jest z ciałem o masie  $m$ . Część swobodna listwy (poza uchwycem) ma długość  $l$ . Na ciało oddziałuje siła



Rys. 2. Model fizyczny układu ze sprężystą listwą  
Fig. 2. Physical model of a elastic strip

zewnętrzna  $F(t)$ . Pod wpływem obciążenia zewnętrznego powstanie strefa poślizgu sprężystej listwy względem sztywnego uchwytu. Zakłada się, że przewidywany zakres obciążenia nie spowoduje zupełnego względnego przemieszczenia listwy w uchwycie. W strefie poślizgu powstaną siły tarcia sprzeciwiające się poślizgowi. Jednostkowa siła tarcia przypadająca na jednostkę długości w strefie poślizgu wynosi:

$$q_0 = 2p\mu b \quad (12)$$

gdzie:  $p$  - docisk jednostkowy listwy w uchwycie,  $\mu$  - współczynnik tarcia,  $b$  - szerokość listwy.

Własności sprężysto-tłumiące połączenia listwy w sztywnym uchwycie można przedstawić w postaci krzywoliniowej pętli histerezy. Opis pętli przedstawiają następujące zależności [4]:

- etap 1

$$P(u, \dot{u}) = kv \operatorname{sgn} \dot{u} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\nu} u \operatorname{sgn} \dot{u}} \right] \quad (13)$$

- etapy 2 i 3

$$P(u, \dot{u}) = kv \operatorname{sgn} \dot{u} \left[ -1 - \sqrt{1 + \frac{2}{\nu} u \operatorname{sgn} \dot{u}} + 2 \sqrt{1 + \frac{1}{\nu} (Cu - u_N) \operatorname{sgn} \dot{u}} \right] \quad (14)$$

gdzie:  $k$  - współczynnik sztywności listwy,  $\nu$  - parametr układu:

$$k = \frac{EF}{l}; \quad \nu = \frac{q_0 l^2}{EF}; \quad (15)$$

$F$  - przekrój poprzeczny listwy,  $l$  - długość swobodna listwy,  $E$  - moduł Younga.

Równanie ruchu układu przedstawionego na rys. 2 ma ogólną postać (11).

#### 4. ZAKOŃCZENIE

Dla układu z pętlą histerezy w postaci równoległoboku można zastosować metody analityczne do badania dynamiki układu z taką pętlą. Badania drgań swobodnych wykazały, że układ taki dobrze tłumí drgania, a szczególnie silnie w pewnym zakresie przemieszczeń dla przyjętych

parametrów układu. Natomiast dla układu z pętlą nieliniową należy stosować technikę symulacji cyfrowej [5]. Błędnie te wykazały, że istnieje zakres wartości parametru  $\nu$ , charakteryzującego własności sprężysto-tłumiące połączenia, dla którego tłumienie drgań jest największe.

#### LITERATURA

- [1] Калинин Н.Г. и другие: Конструкционное демпфирование в неподвижных соединениях. Издат. А.Н. Латв. ССР., Рига 1960
- [2] Osifski Z.: Tłumienie drgań mechanicznych, PWN, Warszawa 1979
- [3] Kosior A.: Badanie wpływu parametrów modeli zawierających zestaw belek na tłumienie drgań układu z tarcie konstrukcyjnym, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Mechanika, z. 91, Gliwice 1989
- [4] Kosior A.: Wpływ tłumienia konstrukcyjnego na drgania układu przy wymuszeniu przypadkowym, III Konferencja "Metody i środki projektowania automatycznego", Zbiór referatów, Warszawa 1981
- [5] Wróbel J.: Symulacyjne badanie jakości w nieliniowej stochastycznej dynamice maszyn, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Mechanika z. 92, WPW, Warszawa 1985

#### СОПОСТАВЛЕНИЕ ДВУХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ С КОНСТРУКЦИОННЫМ ДЕМПФИРОВАНИЕМ

#### Резюме

В работе сопоставлено два модели динамических систем с конструкционным демпфированием. Первый модель это консольная балка, состоящая из двух одинаковых слоев, прижатых один к другому распределенным давлением. На свободном конце динамической системы выступает нагружение силой. Второй модель это тонкая упругая полоса в державке с одной стороны а на другой стороне нагружена продольной силой.

#### THE COMPARATIVE ANALYSIS OF TWO MODELS WITH STRUCTURAL FRICTION

#### Summary

In the paper the two models of systems with structural friction were compared. The model of two elastic beams holded down by constant unitary preassure, fasten on one end in a rigid holder and on second end loaded by an external bending moment is considered as a first physical model. The model of elastic strip, fasten on one end in a rigid holder and on the free end loaded by an external force, parallel to an axis of strip is considered as a second physical model.